Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

УДК 524.1

ОТЧЁТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

АНАЛИЗ МОДЕЛИ «ТЁМНОГО ДИСКА» ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ РАЗНЫХ МАСС

_____ М. Л. Соловьёв

Научные руководители

_____К. М. Белоцкий

Выполнила

_____ М. А. Рахимова

Москва2020

Содержание

1	Вве	дение	2			
2	Зксперимент DAMPE					
3	Описание используемых вычислительных					
	cpe,	дств	3			
4	Модель					
5	Результаты					
	5.1	Зависимость приведенного χ^2 от полутолщины диска и массы				
		начальной частицы	8			
	5.2	Исключение тау-моды аннигиляции	10			
	5.3	Техническая составляющая результатов	11			
6	Зак	лючение	13			
Сі	Список используемых источников					

1 Введение

Избыток позитронов в космических лучах (КЛ) остается необъясненным эффектом. Результаты эксперимента DAMPE [1] также указывают на возможный избыток, который часто объясняется с помощью скрытой массы (TM).

Однако попытки объяснения позитронной аномалии сталкиваются с серьезными наблюдательными ограничениями. Для моделей распадающейся или аннигилирующей TM основным из таких ограничений являются экспериментальные данные по изотропному фону гамма-излучения (IGRB).

Было показано [2], что простые модели гало нестабильной TM, описывающие избыток в потоках электронов и позитронов в КЛ, приводят к перепроизводству гамма-излучения и противоречию с наблюдаемыми данными по IGRB. В предыдущей работе рассматривалась возможность устранения данного противоречия с помощью модели «темного диска», которая была признана успешной. В данной работе проводится анализ модели "темного диска" для начальных частиц различных масс.

2 Эксперимент DAMPE

DAMPE (DArk Matter Particle Explorer) – китайский спутниковый эксперимент, запущенный на солнечно-синхронную орбиту в декабре 2015 года. Основные цели – поиск TM с помощью измерения потоков высокоэнергетических электронов и фотонов, исследование источников КЛ с помощью измерения потоков высокоэнергетических ионов, исследование механизмов распространения и ускорения КЛ с помощью измерения потоков высокоэнергетических фотонов.

В 2017 году были опубликованы первые результаты [1], представляющие собой потоки e^+e^- и вызвавшие настоящий ажиотаж в научном сообществе. Основной темой статей стал излом – изменение показателя в степенной зависимости потока от энергии. Однако, кроме этого полученные данные имеют еще одну особенность – выпадающую из общей последовательности точку на энергии около 1.4 ТэВ. Несмотря на отклонение, не превышающее трех сигм,

появилось много работ, объясняющих эту точку сигналом от TM [3–8].



Рисунок 1: Спектр e^+e^- , полученный экспериментом DAMPE

Существуют работы, видящие в результатах DAMPE не узкий пик, а широкий избыток электронов и позитронов от энергий в десяток ГэВ до нескольких ТэВ. Наиболее популярное объяснение этого избытка – сигнал от ТМ [9–14], однако также есть работы, рассматривающие результаты DAMPE в рамках моделей КЛ от пульсаров [10; 14].

В работе [2] было показано, что применение модели гало нестабильной ТМ к объяснению результатов DAMPE приводит к противоречиям с наблюдаемыми данными по IGRB. Это дало основания провести анализ с применением модели «тёмного диска», а затем расширить данный анализ, включив в рассмотрение начальные частицы различной массы.

3 Описание используемых вычислительных средств

Для расчета эффектов распросранения заряженных частиц-продуктов аннигиляции ТМ в Галактике использовална программа GALPROP [15]. GALPROP – это программа с открытым исходным кодом, предназначенная для моделирования распространения релятивистских заряженных частиц и

образующегося при этом диффузного излучения. Изначально разрабатывалась Игорем Москаленко и Эндрю Стронгом и на данный момент существует уже более 15 лет.

Программа численно решает уравнение переноса, описывающее распространение космических лучей в Галактике. Для этого GALPROP создает многомерную сетку в трёхмерном пространстве в пределах Галактики и в пространстве энергий (или импульсов) частиц. Внутри этой сетки частицы рождаются, движутся и исчезают. Программа использует в расчётах не отдельные частицы, а плотности их потоков. В результате работы можно получить плотность и соответствующий поток частиц в любой точке Галактики для любого значения энергии. Для работы составляют интерес потоки в 8,5 пк от центра Галактики, что соответствует положению Солнечной системы. Чтобы получить потоки частиц вблизи Земли, необходимо учесть эффект солнечных модуляций. После этого их можно сравнивать с экспериментальными данными.

Для работы с TM, на кафедре была произведена модификация, позволяющая использовать различные спектры инжекции и профили плотности TM.

Для обработки результатов моделирования используется несколько программ, написанных в математическом пакете Wolfram Mathematica.

Спектры инжекции представляют из себя распределение по энергиям числа образовавшихся позитронов в одном акте аннигиляции. Для их получения используется Монте-Карло генератор Pythia [16].

4 Модель

Основной проблемой в использовании ТМ для объяснения избытка частиц в КЛ является создаваемое в процессе распада/аннигиляции и распространения заряженных частиц сквозь межзвездную среду гамма-излучение. Простые модели гало нестабильной ТМ, описывающие рост доли позитронов в потоке электронов и позитронов в КЛ, приводят к перепроизводству гамма-излучения и противоречию с наблюдаемыми данными по IGRB.

На кафедре разрабатывается модель, призванная избежать данного про-

тиворечия. Это достигается за счет предположения о существовании стабильной и нестабильной компонент TM; первая составляет большую часть TM и образует гало, тогда как вторая, малая часть TM, распадается или аннигилирует с образованием электронов и позитронов и образует диск вокруг Галактического диска. Магнитный диск препятствует проникновению заряженных частиц извне, не позволяя им достичь Земли, тогда как для гамма-квантов такой проблемы нет. Таким образом, концентрация нестабильной компоненты в диск позволяет отсечь области, не дающие вклад в потоки электронов и позитронов, производящие при этом гамма-излучение. Данная модель получила название модель «темного диска».

Механизм образования подобного диска является отдельной задачей, в данной работе его существование постулируется. Однако, существуют работы, предсказывающие формирование диска ТМ [17–19], причем даже в случае стабильной ТМ.

Мы предполагаем существование частиц скрытой массы, способных распадаться или аннигилировать по нескольким каналам с образованием позитронов в конечном состоянии. Мы рассматриваем общий случай, не конкретизируя свойств начальных частиц, кроме их массы. Согласно нашим результатам, случай распада слабо отличается от случая аннигиляции частиц с вдвое меньшей массой, так что в дальнейшем мы будем рассматривать только случай аннигиляции.

Таким образом, в классической модели «темного диска» рассматриваются следующие каналы аннигиляции:

- $X\bar{X} \rightarrow e^+e^-$
- $X\bar{X} \to \mu^+\mu^-$
- $X\bar{X} \to \tau^+ \tau^-$,

где X — частица ТМ, e, μ, τ — электрон (позитрон), мю- и тау-лептон соответственно. Усредненное по скоростям сечение $\langle \sigma v \rangle$, а также брэнчинги каналов являются параметрами модели, которые находятся в процессе дальнейшего анализа.

В рамках такой модели генерируется гамма-излучение двух типов: первичное и вторичное.

Вторичное гамма-излучение образуется при взаимодействии электронов и позитронов с межзвездной средой за счет эффектов обратного Комптона (Inverse Compton Scattering, ICS) и тормозного излучения (bremsstrahlung, bremss). Спектры вторичного гамма-излучения, а также спектры электронов и позитронов вблизи Земли извлекаются из Гальпропа. С помощью сечения и брэнчингов из спектров e^+e^- вблизи Земли составляется параметризованное выражение для потока e^+e^- .

Первичное гамма-излучение образуется во время процесса аннигиляции за счет излучения конечного состояния (ФСР) и в распадах продуктов распада тау-лептонов. Для расчета спектров первичного гамма-излучения используется следующее выражение:

$$\Phi_{prompt}(E_{\gamma}) = \left(\frac{dN_{\gamma}^{e}}{dE_{\gamma}}Br^{e} + \frac{dN_{\gamma}^{\mu}}{dE_{\gamma}}Br^{\mu} + \frac{dN_{\gamma}^{\tau}}{dE_{\gamma}}Br^{\tau}\right)\frac{\langle\sigma v\rangle}{4} \times \frac{1}{\Delta\Omega}\int_{0}^{100kpc}\int_{20^{\circ}}^{90^{\circ}}\int_{0}^{2\pi}\frac{1}{4\pi r^{2}}\left(\frac{\rho}{M_{X}}\right)^{2}r^{2}cos(\theta)drd\theta d\phi,$$
(1)

где $\frac{dN_{\gamma}^{e,\mu,\tau}}{dE_{\gamma}}$ — спектры гамма от одного акта аннигиляции, берутся из Пифии; $Br^{e,\mu,\tau}$ — брэнчинги соответствующих спектрам каналов аннигиляции; $\langle \sigma v \rangle$ — усредненное по скоростям сечение аннигиляции; ρ — плотность TM, M_X — масса частицы TM. Так как данные IGRB, с которыми сравниваются предсказания модели, представляют собой усредненный по области неба с широтой больше 20°, то потоки гамма от TM усредняются аналогично, а $\Delta\Omega$ — угловой размер области неба, по которому идет усреднение.

В данной работе было рассмотрено два профиля плотности TM:

1. профиль Рида:

$$\rho(R,z) = \rho_0 e^{-\frac{R}{R_c}} e^{-\frac{|z|}{z_c}},$$
(2)

где R и z — цилиндрические галактические координаты, $R_c = 7$ кпк, z_c — полутолщина диска, а ρ_0 — константа, получаемая из условия $\rho_{loc} \equiv$

 $ho(r_{\odot}=8.5~{
m knk})=0.39~{
m \Gamma
ho B/cm^3}$

2. профиль Наварро-Фрэнк-Уайта (NFW):

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\frac{r}{R_s}(1 + \frac{r}{R_s})^2},$$
(3)

где $\rho_0=0.25~\Gamma \Im {\rm B/cm^3},$ отвечающее локальной плотности TM 0.39 $\Gamma \Im {\rm B/cm^3},$ а $R_s=24~{\rm kmk}.$

Далее составляется параметризованное выражение для χ^2 и вычисляется соответствующее количество степеней свободы (d.o.f):

$$\chi^2 = \sum_{DAMPE} \frac{\left(\Delta \Phi_e\right)^2}{\sigma_e^2} + \sum_{Fermi} \frac{\left(\Delta \Phi_\gamma\right)^2}{\sigma_\gamma^2} \Theta(\Delta \Phi_\gamma), \tag{4}$$

где $\Delta \Phi$ — разность между экспериментальными данными и предсказаниями модели, σ — погрешности экспериментальных данных. Первая сумма соответствует данным DAMPE – потоку e^+e^- . Суммирование происходит для экспериментальных точек с энергией в 20 ГэВ и выше. Вторая сумма соответствует данным Fermi-LAT по IGRB. Так как для нашей модели достаточно не превышать данные по гамма-излучению, вторая сумма домножена на тэта-функцию Хевисайда, зануляющую вклад в хи-квадрат в случае, если предсказания ниже экспериментальных данных.

Выражение (4) минимизируется с помощью встроенного функционала матпакета Wolfram Mathematica. Результатом данной операции является найденное минимальное значение приведенного хи-квадрата $\frac{\chi^2}{d.o.f}$, а также значения параметров { $\langle \sigma v \rangle, Br_i$ }, при котором оно достигается.

Для анализа используются данные DAMPE в диапазоне энергий от 20 до 1600 ГэВ.

Анализ проводился по двум алгоритмам: фитирование только данных по потокам электронов и позитронов и одновременное фитирование этих данных с данными IGRB. В первом случае, называемом нами «e-фит», минимизируется χ_e^2 — вклад электронов и позитронов в хи-квадрат, а затем, при найденных параметрах, вычисляется общий χ^2 с учетом вклада от гамма-излучения. Во втором случае минимизируется сразу общий χ^2 . В качестве фона электронов и позитронов был взят более близкий к данным DAMPE фон из статьи [14], являющийся бест-фитной моделью фона на основе различных данных о КЛ.

5 Результаты

5.1 Зависимость приведенного χ^2 от полутолщины диска и массы начальной частицы

На рисунке 2 представлены контурные графики зависимостей приведенного χ^2 от полутолщины диска и массы начальной частицы для профиля NFW. Слева случай е-фита, справа — комбинированного фита. По оси ординат отложены значения полутолщины диска в пределах от 100 до 2500 пк, а по оси абсцисс — значения массы начальной частицы в пределах от 1200 до 2400 ГэВ.



Рисунок 2: Контурные графики зависимостей приведенного χ^2 от полутолщины диска и массы начальной частицы в случае е-фита (a) и в случае комбинированного фита (b) для профиля плотности NFW

Как четко видно из графиков, минимальный приведенный $\chi^2 = 1.35$ в случае комбинированного фита достигается при массе начальной частицы 1500

ГэВ и в области толщин 1400 \div 1900 пк. Также стоит отметить немного менее оптимальную, но более обширную область $\chi^2 = 1.4 \div 1.5$, охватывающую также область низких энергий, на которой имеется большое число данных DAMPE, имеющих малые погрешности.

В случае е-фита минимальный $\chi^2 = 6.91$ достигается при массе начальной частицы 1200 ГэВ и в области толщин 300 ÷ 1000 пк. Также стоит обратить внимание на "провал"при массе 2200 ГэВ и толщине 100 пк. Учитывая, что механизм е-фита заключается в минимизации вклада электронов и позитронов в хи-квадрат, а затем вычислении, при найденных параметрах, общего χ^2 с учетом вклада от гамма-излучения, можно сделать вывод, что в данной области достигаются оптимальные параметры для μ -моды, которая вытесняет τ -моду. Ведь, как известно, τ -мода позволяет получить хороший спектр позитронов, однако зачастую приводит к перепроизводству гамма-излучения.

Аналогичные графики для профиля плотности Рида представлены на рисунке 3.



Рисунок 3: Контурные графики зависимостей приведенного χ^2 от полутолщины диска и массы начальной частицы в случае е-фита (а) и в случае комбинированного фита (b) для профиля плотности Рида

В случае комбинированного фита бест-фитное значение $\chi^2 = 1.63$ достигается так же, как и в случае профиля плотности NFW, при массе начальной частицы 1500 ГэВ, однако в более широком диапазоне полутощин $1200 \div 1400$ и 1500 — 2500 пк. В случае е-фита минимальное значение $\chi^2 = 7.21$ достигается в области тонких дисков 100 ÷ 500 пк при массах начальных частиц $M_X = 1200, 2200 \div 2500$ ГэВ.

Как можно заметить, профиль NFW позволяет добиться лучших результатов, чем профиль Рида. Это объясняется тем, что профиль плотности NFW производит больше позитронов низких энергий, что позволяет лучше описывать многочисленные данные DAMPE на низких энергиях, имеющие малые погрешности, которые довольно сильно влияют на χ^2 .

В таблице 1 представлены полученные значения χ^2 и χ^2_e (вклад электронов и позитронов в хи-квадрат). Заметно, что модель «тёмного диска» с использованием обоих профилей плотности позволяет добиться той же точности описания позитронов, как и модель гало, давая при этом меньшее противоречие с IGRB.

Фит Модель	Гало	Диск (NFW)	Диск (Рид)
«е-фит»	203 (0.53)	6.91 (0.82)	7.24(0.93)
комбинированный фит	3.8 (2.1)	1.35(1.08)	1.63(1.34)

Таблица 1: Наименьшие значения χ^2 для различных моделей ТМ и алгоритмов анализа. В скобках даны соответствующие значения χ^2_e

5.2 Исключение тау-моды аннигиляции

На рисунке 4 представлены контурные графики зависимостей приведенного χ^2 от полутолщины диска и массы начальной частицы для профиля плотности NFW при исключении τ -моды аннигиляции. Слева случай е-фита, справа — комбинированного фита. По оси ординат отложены значения полутолщины диска в пределах от 100 до 2500 пк, а по оси абсцисс — значения массы начальной частицы в пределах от 1200 до 2400 ГэВ.

Как видно из графиков, зависимость в случае комбинированного фита не изменилась, так как данный алгоритм фитирования сам со себе подавляет au-моду аннигиляции. В случае же е-фита полученная зависисмость практически совпадает с зависимостью для комбинированного фита. Это объясняется



Рисунок 4: Контурные графики зависимостей приведенного χ^2 от полутолщины диска и массы начальной частицы в случае "e-фита"(a) и в случае комбинированного фита (b) для профиля плотности NFW при исключенни τ -моды аннигиляции

тем, что τ -мода аннигиляции является главным источником перепроизводста гамма-излучения, поэтому при её исключении можно получить удовлетворительные значения χ^2 .

5.3 Техническая составляющая результатов

В данном семестре процесс анализа проводился мною полностью самостоятельно. Были освоены такие программы, как GALPROP и Pythia. Также был разработан скрипт, позволяющий оптимизировать процесс получения исходных спектров для дальнейшей обработки в Wolfram Mathematica и обновлен код устранения ошибок в результатах моделирования с помощью программы расчета потоков космических лучей GALPROP.

Программный пакет GALPROP использует численное моделирование для расчета распространения различных частиц в Галактике и позволяет получить энергетические спектры позитронов и вторичного гамма-излучения вблизи Земли. Однако в процессе численного моделирования могут возникать погрешности, искажающие результаты вычислений. Поэтому итоговый

спектр передается коду исправления ошибок.

Ранее был разработан простой алгоритм проверки, который позволял справляться с большинством возникающих ошибок. Однако его стало недостаточно для исправления результатов последних проведенных моделирований. При определенных параметрах модели в выходных картах гамма-излучения оказывались целые пространственные ячейки, вообще не содержащие числовых значений. Соответственно код, который никак не проверял и не исправлял первое по энергии значение, не мог их исправить. Более того, оказалось, что используемый программный пакет Wolfram Mathematica при усреднении неадекватно воспринимает подобные ячейки, что приводит к появлению дополнительных ошибок в итоговом спектре, отправляемом на проверку (вида "пустота + пустота" или "число + пустота").

Для решения этой проблемы алгоритм поиска и исправления ошибок был модифицирован. Было решено адаптировать код для проверки исходных карт неба, а не итогового спектра. Это позволило избежать неадекватностей Математики, однако значительно увеличило количество выполняемых операций. Для исправления полностью битых ячеек была добавлена дополнительная проверка первого энергетического значения. Если оно не является числом, то оно зануляется. Это позволило использовать старый алгоритм проверки для всех остальных энергетических значений. Также был добавлен счетчик, отслеживающий общее количество ошибок.

Произведенная модификация оказалась удачной и позволила привести итоговые спектры к пригодному для дальнейшего анализа виду. Однако при определенных параметрах модели количество "битых"ячеек достигло 35%. Данное обстоятельство поставило задачу о поиске возможных причин появления ошибок такого типа.

Также стоит отметить, что проблема большого количества "битых" ячеек обнаружилась только при использовании профиля плотности NFW, в то время как для профиля Рида процент "битых" ячеек не превышает 1.5

Данная задача была успешно решена посредством устранения неточности в скрипте, определяющем работу GALPROP и Pythia, после чего количество "битых"ячеек снизилось до 1.5%.

На рисунке 5 представлены контурные графики доли "битых"ячеек для

различных мод аннигиляции для профиля плотности NFW после модификации скрипта. По оси ординат отложены значения полутолщины диска в пределах от 100 до 2500 пк, а по оси абсцисс — значения массы начальной частицы в пределах от 1200 до 2400 ГэВ.



Рисунок 5: Контурные графики доли "битых"ячеек для *e*-моды (a), μ-моды (b) и τ-моды (c) для профиля плотности NFW

6 Заключение

В данной работе был проведен анализ модели "темного диска"для начальных частиц различных масс. Были определены бест-фитные значения массы начальной частицы $M_X = 1500$ ГэВ и соответствующей полутолщины диска $z_c = 1400 \div 1900$ пк.

В дальнейшем планируется провести сравнение случаев аннигиляции и распада частицы ТМ. Также возможным направлением дальнейшей работы может стать добавление кварковой моды аннигиляции и соответственно рассмотрение потоков антипротонов, а также добавление данных по гаммаизлучению из Галактического Центра.

Список используемых источников

- Ambrosi G. [et al.]. Direct detection of a break in the teraelectronvolt cosmic-ray spectrum of electrons and positrons // Nature. — 2017. — Vol. 552. — P. 63-66. — arXiv: 1711.10981 [astro-ph.HE].
- Belotsky K. [et al.]. The DAMPE excess and gamma-ray constraints // Phys. Dark Univ. — 2019. — Vol. 26. — P. 100333. — arXiv: 1904. 02456 [astro-ph.HE].
- Li T., Okada N., Shafi Q. Scalar dark matter, Type II Seesaw and the DAMPE cosmic ray e⁺ + e⁻ excess // Phys. Lett. B. — 2018. — Vol. 779. — P. 130–135. — arXiv: 1712.00869 [hep-ph].
- Cao J. [et al.]. Scalar dark matter explanation of the DAMPE data in the minimal Left-Right symmetric model // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 97, no. 6. — P. 063016. — arXiv: 1712.05351 [hep-ph].
- Fan Y.-Z. [et al.]. A model explaining neutrino masses and the DAMPE cosmic ray electron excess // Phys. Lett. B. 2018. Vol. 781. P. 83–87. arXiv: 1711.10995 [hep-ph].
- Chen C.-H., Chiang C.-W., Nomura T. Explaining the DAMPE e⁺e⁻ excess using the Higgs triplet model with a vector dark matter // Phys. Rev. D. 2018. Vol. 97, no. 6. P. 061302. arXiv: 1712.00793 [hep-ph].
- Ding R. [et al.]. Confronting the DAMPE Excess with the Scotogenic Type-II Seesaw Model // Chin. Phys. C. — 2018. — Vol. 42, no. 8. — P. 083104. — arXiv: 1712.02021 [hep-ph].

- Liu G.-L. [et al.]. Explaining DAMPE results by dark matter with hierarchical lepton-specific Yukawa interactions // Chin. Phys. C. — 2018. — Vol. 42, no. 3. — P. 035101. — arXiv: 1712.02381 [hep-ph].
- Wang B. [et al.]. Explanations of the DAMPE high energy electron/positron spectrum in the dark matter annihilation and pulsar scenarios // China Phys. Mech. Astron. — 2018. — Vol. 61, no. 10. — P. 101004.
- 10. Wang B.-B. [et al.]. Explanations of the DAMPE high energy electron/positron spectrum in the dark matter annihilation and pulsar scenarios. 2017. July. arXiv: 1707.05664 [astro-ph.HE].
- 11. Li T., Okada N., Shafi Q. Type II seesaw mechanism with scalar dark matter in light of AMS-02, DAMPE, and Fermi-LAT data // Phys. Rev. D. 2018. Vol. 98, no. 5. P. 055002. arXiv: 1804.09835 [hep-ph].
- 12. Jin H.-B. [et al.]. Dark matter explanation of the cosmic ray e⁺e⁻ spectrum excess and peak feature observed by the DAMPE experiment // Phys. Rev. D. 2018. Vol. 98, no. 12. P. 123008. arXiv: 1712.00362 [astro-ph.HE].
- Yuan Q. [et al.]. Interpretations of the DAMPE electron data. 2017. Nov. — arXiv: 1711.10989 [astro-ph.HE].
- Niu J.-S., Li T., Xu F.-Z. A Simple and Natural Interpretations of the DAMPE Cosmic Ray Electron/Positron Spectrum within Two Sigma Deviations // Eur. Phys. J. C. — 2019. — Vol. 79, no. 2. — P. 125. arXiv: 1712.09586 [hep-ph].
- 15. GALPROP The GALPROP code for cosmicray transport and diffuse emission production.
- Sjostrand T., Mrenna S., Skands P. Z. PYTHIA 6.4 Physics and Manual // JHEP. — 2006. — Vol. 05. — P. 026. — arXiv: hep-ph/0603175.
- 17. Alexander S., Bramburger J. J., McDonough E. Dark Disk Substructure and Superfluid Dark Matter // Phys. Lett. B. — 2019. — Vol. 797. — P. 134871. — arXiv: 1901.03694 [astro-ph.CO].

- Kuhlen M. [et al.]. The Distribution of Dark Matter in the Milky Way's Disk // Astrophys. J. — 2014. — Vol. 784. — P. 161. — arXiv: 1308.1703 [astro-ph.GA].
- 19. Purcell C. W., Bullock J. S., Kaplinghat M. The Dark Disk of the Milky Way // The Astrophysical Journal. — 2009. — Vol. 703, no. 2. — P. 2275-2284. — arXiv: 0906.5348 [astro-ph.GA].