

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ «МИФИ»)

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**«Исследование возможности получения
наблюдательных ограничений на класетры
ПЧД из эффектов ионизации»**

Студент _____ М.В. Галаев

Руководитель НИР _____ К.М. Белоцкий

Москва 2020

Содержание

Введение	2
1 Литературный обзор последних ограничений по эффекту ионизации на ПЧД в массовом диапазоне $10^{13} \text{ g} < M_{\text{ПЧД}} < 10^{17} \text{ g}$	4
1.1 Обзор работы Carr 2020 года	4
1.2 Ограничения рассмотренные в работе Poulin 2017 года	5
2 Аккреция газа на кластер ПЧД	9
2.1 Постановка задачи	9
2.2 Методы вычисления	10
2.3 Численные расчет и оценка	12
Заключение	13
Список литературы	14
Приложение А	16

Введение

Проблема существования первичных черных дыр в последнее время приобрела очень большое значение [6]. В первую очередь это связано с открытием ранних квазаров и слияния черных дыр, зарегистрированных по гравитационным волнам LIGO и Virgo [17, 18, 19]. В связи с этим становится важным изучение широкого спектра возможных масс Первичных Черных Дыр (ПЧД), который может простираться в достаточно широком диапазоне. В каждом диапазоне значения масс могут возникать свои эффекты по которым эти ПЧД можно искать. В данной работе рассматривается эффект от ПЧД легких масс, в диапазоне $10^{13} \text{ g} < M_{\text{ПЧД}} < 10^{17} \text{ g}$. При таких массах ПЧД способны ионизировать окружающее вещество. Это может происходить в ранней Вселенной при $z \sim 10$. Появляются новые ограничения на такие легкие черные дыры. Изучению этого вопроса посвящена настоящая работа. Помимо этого, первичные черные дыры способны собираться в кластеры. Внутри этого кластера может захватываться обычное вещество. Здесь могут проявляться сразу два эффекта: ПЧД будут испаряться за счет механизма Хокинга и ионизовывать вещество, а также эффект аккреции на черные дыры. Эффект аккреции будет происходить внутри кластера, между изначально захваченным веществом и черными дырами кластера, а так же возможна аккреция на кластер вещества из вне. Количество вещества будет уменьшаться и при этом выделяться дополнительная энергия, приводящая к дополнительному тепловому эффекту, в том числе и к ионизации. На основе изученных работ, представленных в первой части данного исследования, была сформулирована задача, методы ее решения, а так же дана оценка возможностей и перспектив ее решения.

Целью работы является исследование ограничений на кластеры ПЧД из эффектов ионизации. Для достижения этой цели были поставлены следующие за-

дачи:

- Анализ работ по эффектам ионизации от ПЧД малых масс. Задачей являлось изучение работ на эту тему, их сравнение, и оценка их непротиворечивости для масс диапазона $10^{13} \text{ g} < M_{\text{ПЧД}} < 10^{17} \text{ g}$.
- Во второй части настоящей работы выполнялась задача по поиску и оценке вклада ионизации в кластере ПЧД, связанный с эффектом испарения Хокинга и аккреции захваченного газа. Был найден метод ее решения и выполнена первая оценка потери массы ПЧД в кластера за счет испарения и массы газа поглощенного ПЧД внутри кластера.

1 Литературный обзор последних ограничений по эффекту ионизации на ПЧД в массовом диапазоне $10^{13} \text{ g} < M_{\text{ПЧД}} < 10^{17} \text{ g}$

1.1 Обзор работы Carr 2020 года

В своей работе Carr [8] обновляет ограничения на первичные черные дыры в диапазоне масс 10^5 до 10^{50} g . Подчеркивает значимость ограничения $\sim 10^{15} \text{ g}$ т.е. ПЧД, меньше указанной массы, испарились бы к настоящему времени из-за излучения Хокинга, ПЧД массами более $\sim 10^{15} \text{ g}$ подвержены множеству ограничений, связанных с гравитационным линзированием, динамическими эффектами, влиянием на крупномасштабную структуру, аккрецией и гравитационными волнами. Рассматривает гравитационные и астрофизические эффекты неиспаряющихся первичных черных дыр. Следуя из условия, что ПЧД не могут быть настолько многочисленными, чтобы приводить к реионизации раньше, чем $z \sim 6$, вводит любопытное ограничение на ПЧД, связанное с реионизацией галактической среды испаряющимися ПЧД: $M \geq 2 \cdot 10^{13} \text{ g}$ [2]. Так же отмечает, что в работе Белоцкий и др. [6] объяснили реионизацию предгалактической среды испаряющимися ПЧД, показали что ПЧД с монохроматическим распределением масс около $5 \times 10^{16} \text{ g}$ могут обеспечить это. Утверждая, что эффект реионизации и вклад в темную материю могут быть одновременно усилены расширенным распределением массы вокруг той же массы. Отмечает, что Мак и Уэсли [3] показали, что будущие наблюдения 21-сантиметрового излучения нейтрального водорода с большим красным смещением могут наложить важные ограничения на ПЧД в диапазоне масс $5 \times 10^{13} \text{ g} < M < 10^{17} \text{ g}$. В основном это связано с тем, что фотоны излучаются из ПЧД во время пика $30 < z < 300$ в диапазоне энергий, в котором межгалактическая среда имеет малую оптическую толщину. Любой

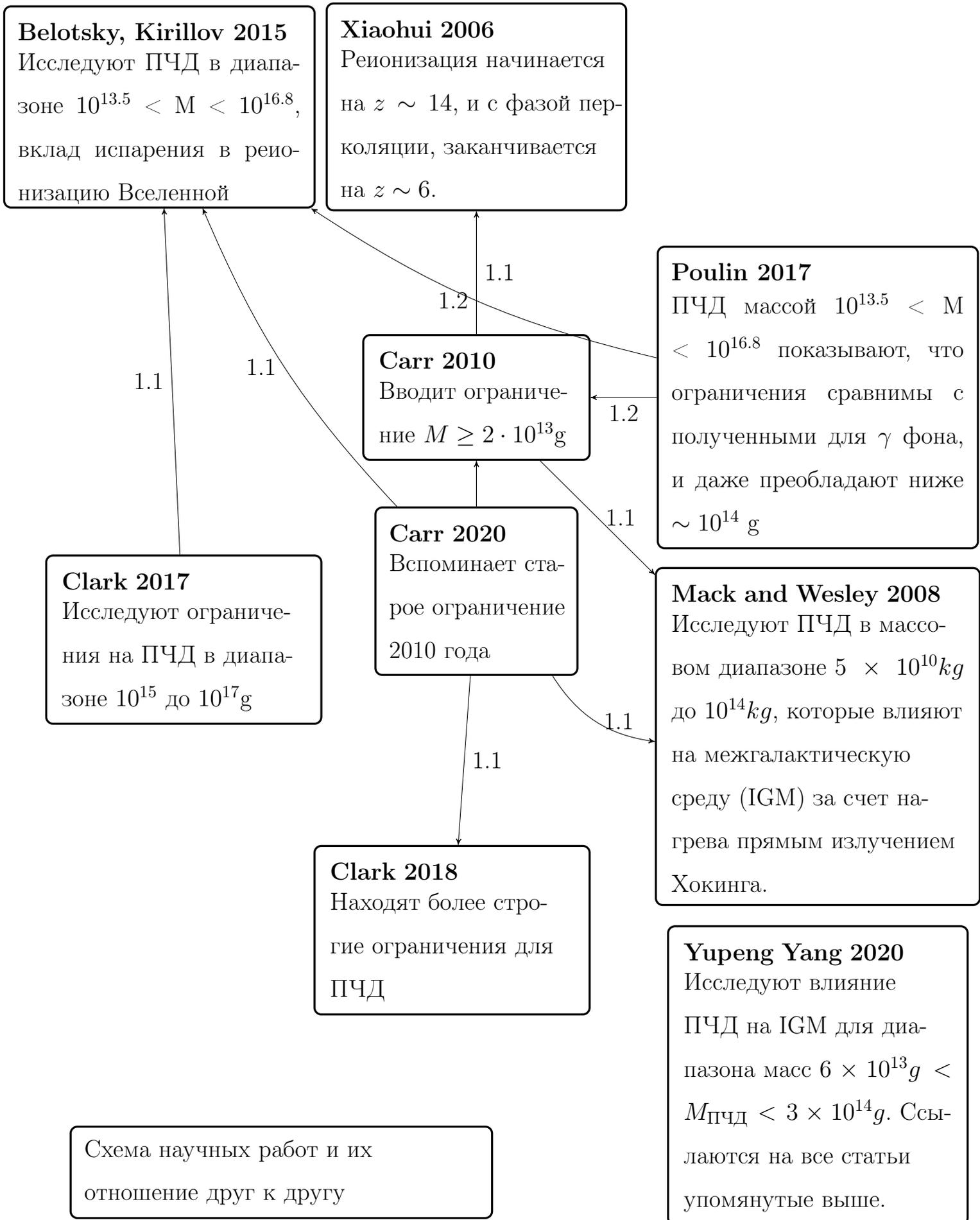
процесс, который нагревает межгалактическую среду в этот период, будет давать сигнал, но ионизирующий поток фотонов, электронов и позитронов от ПЧД будет создавать отличительную особенность в яркостной температуре 21 см. ПЧД с $5 \times 10^{13}g < M < 10^{14}g$ испаряются при $30 < z < 90$ и могут повысить яркостную температуру 21 см, тем самым уменьшая поглощение на фоне реликтового излучения. ПЧД с $M \sim 10^{14}g$ повысили бы спиновую температуру выше реликтового излучения, так что линия 21 см появляется скорее в виде излучения, чем поглощения. ПЧД с $10^{14}g < M < 10^{17}g$ имели бы менее выраженный эффект. Недавно в Эксперименте по обнаружению глобальной эпохи сигнатуры реионизации (EDGES) сообщалось об обнаружении сигнала поглощения на 21 см более сильного, сравнимо с астрофизическими ожиданиями. Кларк и др. [4, 8] изучают влияние излучения от распада ТМ и ПЧД на температуру излучения 21 см в эпоху реионизации и накладывают ограничение на распадающуюся темную материю и инжекцию энергии ПЧД в межгалактическую среду, которая может нагревать нейтральный газообразный водород и ослабляют сигнал поглощения 21 см. Они требуют, чтобы нагрев нейтрального водорода не отменял сигнал поглощения 21 см. Для конечных состояний $e\gamma\gamma$ они находят строгие ограничения в 21 см, которые могут быть более жесткими, чем нынешние ограничения для внегалактических диффузных фотонов.

1.2 Ограничения рассмотренные в работе Poulin 2017 года

В работе Vivian Poulin [7] ограничения оказались очень конкурентоспособными по сравнению с γ -фоновыми в диапазоне от $10^{15}g$ до $10^{16,6}g$ и даже доминирующими в диапазоне от $10^{13,5}g$ до $10^{14,4}g$. Они не распространяли исследование на более низкие массы, так как подобное приближение заведомо обречено на неудачу, однако ожидают, что ограничения быстро исчезнут

при меньших массах. Ограничение в диапазоне малых масс, хотя и очень сильное, не является просто продолжением: «плечо» ниже 10^{15} g обусловлено совокупным влиянием новых каналов типа пар мюонов (которые, будучи менее эффективными в высвобождении энергии, снижают «полезную» эмиссию коэффициента разветвления), и несколько менее эффективное в плане энергозатрат при соответственно более высоких энергиях. Обращают внимание, на то, что сходство полученных ими ограничений с ограничениями, полученными Карром, является случайными: данные, доступные почти десять лет назад, были значительно менее ограничивающими, но обработка сделанная Карром переоценивала ограничивающую силу из-за ряда приближений: например они не следовали собственно временной эволюции массы; они не оценили эффективность выделения энергии, что завышает оценку выделения энергии в 2–3 раза в зависимости от массы ПЧД. Наконец, ограничения не так хороши, как для фоновых γ -лучей в диапазоне $10^{14,4}$ g - 10^{15} g. Тем не менее, все еще есть возможности улучшения текущего ограничения, особенно для масс ниже 10^{15} g. Так же отмечает, что в работе Белоцкого [6] сделана оценка воздействия ПЧД в диапазоне масс 10^{16} g - 10^{17} g. Они использовали эффективное приближение «на месте», вычисляя значение эффективности поглощения, при некоторых упрощенных предположениях относительно потерь энергии и спектров испаренных частиц. Однако то, что может привести к самому большому различию в нашей работе, заключается в том, что они вычисляют $x_e(z)$ по формуле Саха. Следовательно, энергия, вводимая в среду, влияет на историю ионизации только за счет повторного нагрева, что, в свою очередь, приводит к очень разной эволюции x_e . Наши более точные вычисления, которые учитывают как влияет энергия инъекции посредством нагрева и ионизации (а также возбуждения) атомов, показывает, что эволюция доли свободных электронов значительно отличается от уравнения Саха, при этом реионизация начинается уже при красном смещении в несколько сотен. Таким образом, считают, что ограничения работы Белоцкого [6] не

следует считать количественно надежными.



2 Аккреция газа на кластер ПЧД

Рассмотрим задачу изучения возможных эффектов ионизации в аккреции газа на кластер ПЧД [1]. Задача интересна тем, что рассматривая реионизацию Вселенной, в научных трудах считается, что они распространены по Вселенной равномерно, поэтому интересно оценить усилится ли эффект, при условии, что черные дыры будут сконцентрированы в относительно небольшом пространстве - кластере. В данной задаче будет оцениваться эффект ионизации только в пределах кластера. Кластеры первичных черных дыр способны захватывать вещество, которое будет ионизироваться излучением Хокинга и вносить свой вклад в аккрецию этого газа на ПЧД. Для простоты предположим что масса кластера равна массе газа. Глобальная цель задачи рассмотреть зависимость эффекта испарения и аккреции, какой вклад оно будет оказывать на вещество, возможен ли эффект подогрева за счет испарения и аккреции, какая картина будет наблюдаться при разных начальных температурах, массах кластера и захваченного газа.

2.1 Постановка задачи

В кластере ПЧД имеют внутри распределение по массе, в самом простейшем случае это распределение выглядит как $\frac{1}{M^2}$ от минимальной до максимальной массы отдельной ПЧД, соответственно. К примеру представим на [Рис. 1] распределение в уже упомянутом выше диапазоне масс $10^{15} \text{ g} < M_{\text{ПЧД}} < 10^{17} \text{ g}$. Нижняя граница этого диапазона примечательна тем, что ПЧД излучают в основном электроны через механизм Хокинга, тогда как ПЧД массами $10^{14} \text{ g} < M_{\text{ПЧД}} < 10^{15} \text{ g}$ способны также излучать мюоны, а дыры $M_{\text{ПЧД}} < 10^{14}$ адроны. Вклады этих частиц необходимо учитывать в эффекте ионизации аккрецирующего на ПЧД газа. Для первичной оценки будет удобно взять вклад только электронной ионизации. Так же параметром кластера является размер кластера, зависимость размера от массы эквивалентна $M^{\frac{1}{3}}$.

Первым шагом необходимо оценить зависимость темпов испарения черных дыр от темпов натекания вещества.

Так же в будущем предполагается, рассмотреть более сложные вариации этой задачи, к примеру необходимо будет учитывать возможное испарение ПЧД масс порядка $M_{\text{ПЧД}} < 10^{15}$ g, такие образом, что к нынешнему моменту времени часть черных дыр уже испарится. Так же не учитывается расширение Вселенной. Так как длина пробега частиц Хокинского излучение достаточно большая, электрон с определенной вероятностью, покинувший кластер продолжит ионизовать Вселенную и замедляться из-за этого, но еще больше из-за расширения Вселенной.

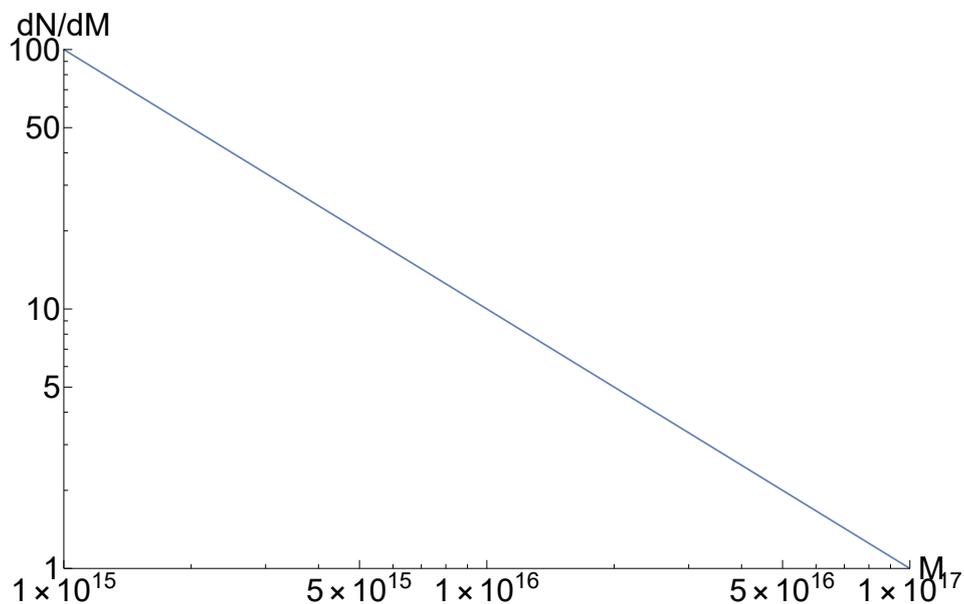


Рис. 1: На рисунке представлено распределение черных дыр по массе внутри кластера. В данном случае самая легкая дыра будет иметь массу порядка $\sim 10^{15}$ и наибольшую численность распространения внутри кластера, в то время как единственная черная дыра максимальной массы в кластере будет порядка $\sim 10^{17}$

2.2 Методы вычисления

Запишем основные уравнения для аккреции:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\vec{V}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nabla\phi \Rightarrow \frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1}\frac{p}{\rho} - \frac{GM}{R} = const = \frac{a_\infty^2}{\gamma-1} + \frac{v_\infty^2}{2} \\ a^2 = \frac{\gamma p}{\rho} \\ \frac{\nu\rho}{dt} + div\rho\vec{v} = 0 \Rightarrow \dot{M} = 4\pi R^2\rho v = const \\ \Delta\phi = 4\pi G(\rho_{BH}) \Rightarrow \phi = -\frac{GM}{R} \end{array} \right. \quad (1)$$

К данной системе применимы два случая, сферическо-симметрическая аккреция при $v_\infty \ll a_\infty$ (Задача Бонди) и цилиндрическая, при $v_\infty \gg a_\infty$. Где a_∞ - скорость движения молекул (скорость звука).

Рассмотрим решение для сферическо-симметричной аккреции (задача Бонди): Начнем с уравнения Бернулли для газового потока:

$$\left(1 + \frac{a^2/c^2}{\Gamma - 1 - a^2/c^2}\right)^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} + v^2/c^2\right) = \left(1 + \frac{a_\infty^2/c^2}{\Gamma - 1 - a_\infty^2/c^2}\right)^2 \quad (2)$$

Как показано в работах [14, 12, 13], для стандартного газового потока скорость аккреции вещества оказывается равной:

$$\dot{M} = 4\pi \left(\frac{2}{5-3\gamma}\right)^{\frac{5-3\gamma}{2(\gamma-1)}} \frac{(GM)^2}{a_\infty^3} \rho_\infty \sim \pi R_G^2 \rho a_\infty \quad (3)$$

$$\dot{M} = 4\pi r^2 v \rho = 4\pi \left(\frac{GM}{a_\infty^2}\right)^2 \lambda \rho_\infty a_\infty \quad (4)$$

Отсюда плотность для газа, с учетом показателя адиабаты состояния газа $\Gamma = 4/3$; при $a_\infty^2 < a^2 \ll c^2$, тогда $v^2 = 2GM/r$

$$\frac{\rho(r)}{\rho_\infty} \approx \frac{\lambda}{4} \left(\frac{c}{a_\infty}\right)^3 \left(\frac{r_H}{r}\right)^{3/2} \quad (5)$$

2.3 Численные расчет и оценка

Проведем численный расчет [Приложение А] начальной задачи для оценки масс испарившихся у черных дыр кластера, и масс натекающего вещества с учетом ионизации захваченного кластером газа в системе компьютерной алгебры Wolfram Mathematica.

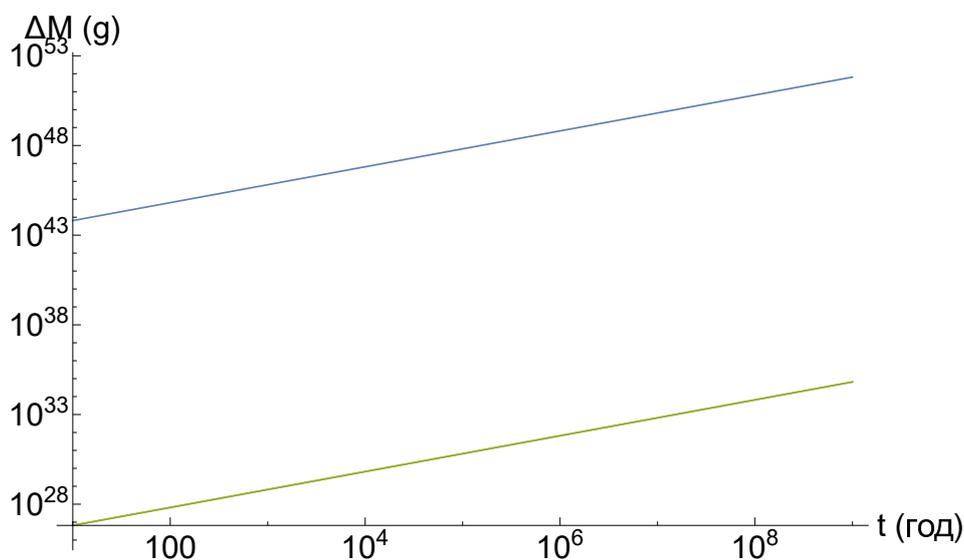


Рис. 2: График испарившихся масс черных дыр кластера (зеленым), и масс вещества натекающего на черные дыры с учетом ионизации газа (синим).

Пока рано давать качественную оценку вклада ионизации в этой задаче. Для проведения дальнейших исследований необходимо рассмотреть особенности пробегов частиц механизма Хокинга, учесть различный вклад аккреции и многих переменных параметров как самого кластера, так и газа.

Заключение

В данной работе было представлено исследование ограничений на класетры ПЧД из эффектов ионизации.

- В качестве изучательной части, были подробно рассмотрены научные труды по ионизации на первичные черные дыры в диапазоне масс $10^{13} \text{ g} < M_{\text{ПЧД}} < 10^{17} \text{ g}$. Выполнен литературный обзор на эти статьи, была описана взаимосвязь статей и некоторые аспекты различия подходов к формированию ограничений.
- Был изучен механизм аккреции на ПЧД, сформулирована задача с кластером, найден метод ее решения и даны первые оценки. При этом были численно получены оценки масс испарения и натекания вещества на кластер в среде Wolfram Mathematica. Результат работы может быть использован для будущих решений широкого класса задач с аккрецией захваченного газа кластером ПЧД в перспективе оценки вклада ионизации такой системы.

Список литературы

- [1] M. Y. Khlopov, S. G. Rubin, and A. S. Sakharov, “Primordial structure of massive black hole clusters,” *Astropart. Phys.* 23 (Mar., 2005) 265–277, arXiv:astro-ph/0401532.
- [2] B. J. Carr, K. Kohri, Y. Sendouda, and J. Yokoyama, *Phys. Rev. D* 81, 104019 (2010).
- [3] K. J. Mack and D. H. Wesley, (2008), arXiv:0805.1531 [astro-ph].
- [4] S. Clark, B. Dutta, Y. Gao, Y.-Z. Ma, and L. E. Strigari, *Phys. Rev. D* 98, 043006 (2018), arXiv:1803.09390 [astro-ph.HE]
- [5] H. Tashiro and N. Sugiyama, *Phys. Rev. D* 78, 023004 (2008)
- [6] K. M. Belotsky and A. A. Kirillov, *JCAP* 1501, 041 (2015), arXiv:1409.8601 [astro-ph.CO].
- [7] V. Poulin, P. D. Serpico, F. Calore, S. Clesse, and K. Kohri, *Phys. Rev. D* 96, 083524 (2017), arXiv:1707.04206 [astro-ph.CO].
- [8] B. Carr, K. Kohri, Y. Sendouda, and J. Yokoyama, “Constraints on primordial black holes,” (2020)
- [9] S. Clark, B. Dutta, Y. Gao, L. E. Strigari, and S. Watson, *Phys. Rev. D* 95, 083006 (2017), arXiv:1612.07738 [astro-ph.CO].
- [10] X.-H. Fan, C. L. Carilli, and B. G. Keating, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 44, 415 (2006), arXiv:astro-ph/0602375.
- [11] B. J. Carr and J. H. MacGibbon, *Phys. Rept.* 307, 141 (1998).
- [12] Shapiro, S.L.; Teukolsky, S.A. *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects*; John Wiley and Sons, Inc.: Hoboken, NJ, USA, 1983.

- [13] Bondi, H. On spherically symmetrical accretion. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1952, 112, 195–204
- [14] Maxim Khlopov, Biplab Paik and Saibal Ray, “Revisiting Primordial Black Hole Evolution” (2020)
- [15] S. W. Hawking, *Nature* 248, 30 (1974)
- [16] P. A. R. Ade et al. (Planck), *Astron. Astrophys.* 594, A13 (2016), arXiv:1502.01589 [astro-ph.CO].
- [17] B. P. Abbott et al. (Virgo, LIGO Scientific), *Phys. Rev. Lett.* 116, 241103 (2016), arXiv:1606.04855 [gr-qc].
- [18] B. P. Abbott et al. (Virgo, LIGO Scientific), (2016), arXiv:1602.03842 [astro-ph.HE].
- [19] B. P. Abbott et al. (LIGO Scientific, Virgo), (2018), arXiv:1811.12907 [astro-ph.HE].

Приложение А

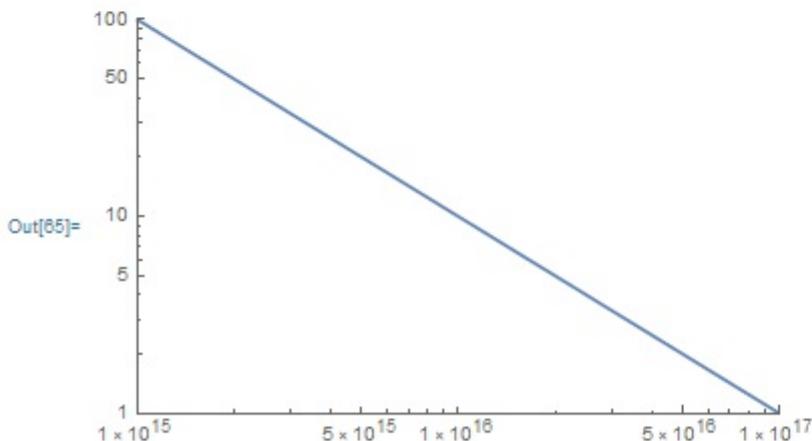
Кластер первичных черных дыр

Вводим константы

```
In[1]:= me = 0.000511; (*масса электрона в ГэВ*);
Mp1 = 1.2 * 10^19; (*масса планка в ГэВ*)
G = 1 / (Mp1^2); (*грав постоянная в ГэВ-2*)
Y = 4 / 3; (*постоянная адиабаты*)
lambda = ((1 / 2) ^ (Y + 0.5 (Y - 1))) * ((5 - 3 Y) / (4)) ^ (3 Y - (5 / 2) * (Y - 1));
r = 1; (*радиус кластера в пк*)
rp = r * (3.1 * 10^18) * 5.0 * 10^13; (*радиус кластера в ГэВ-1*)
V =  $\frac{4}{3} \text{Pi} * \text{rp}^3$ ; (*объем кластера в ГэВ-3*);
      |число пи
```

Ищем массу всего кластера

```
In[64]:= f[M_] := Piecewise[{{0, M < 10^15}, {10^(-Log10[M] + 17), 10^15 ≤ M ≤ 10^17}, {0, M > 10^17}}];
      |кусочно-заданная функция |десятичный логарифм
(*распределение ПЧД по массам*)
LogLogPlot[f[x], {x, 10^14, 10^17}, PlotRange → {{10^15, 10^17}, {1, 100}}]
|график функции в лог-лог масштабе |отображаемый диапазон графика
Mcl = NIntegrate[f[x], {x, 10^14, 10^18}]; (*масса кластера в г*)
      |квadrатурное интегрирование
Mcluster = Mcl * 5.6 * 10^23; (*масса кластера в ГэВ*)
Mgas = Mcluster;
Print["Масса кластера =", Mcluster]
|печатать
rho =  $\frac{M_{\text{gas}}}{V}$ ; (*плотность газа в ГэВ 4, считаем что M газа = M кластера*)
```



Масса кластера = 2.5789×10^{41}

Ищем вклад ионизации

In[69]=

```
Z = 1; (*заряд ядра в-ва через который летит электрон, допустим у нас водород*)
Is = (13.5 * Z) * 1.6 * (10^(-12)) * 6.3 * 10^2; (*средний ион потенциал в ГэВ*)
alpha = 1 / 137;
e = alpha^0.5;
Na = 6.02 * 10^23; (*постоянная авогадро*)
Mh = 5.6 * 10^23; (*молярная масса водорода в ГэВ/моль*)
nu = Mcluster / Mh; (*количество вещества в газе*)
ne = nu *  $\frac{Na}{V}$ ; (*электронная плотность вещества в ГэВ-3*)
gamma[T_] :=  $\left(\left(\frac{T}{me}\right)^2 + 1\right)^{0.5}$ ; (*релятивистская  $\gamma$ *)
v[T_] :=  $\left(1 - \frac{1}{(\text{gamma}[T])^2}\right)^{0.5}$ ; (*скорость электрона*)
Ionpoteri[T_] = 2 * Pi * e^4 *  $\frac{ne}{me * v[T] * v[T]}$  *
   $\left(\text{Log}\left[\frac{me * v[T] * v[T] * T}{2 * Is^2 * (1 - v[T] * v[T])}\right] - \text{Log}[2] * \left(\frac{2}{\text{gamma}[T]} - 1 + v[T] * v[T]\right) + 1 - v[T] * v[T] + \frac{1}{8} \left(1 - \frac{1}{\text{gamma}[T]}\right)^2\right) \frac{1}{rho}$ ;
  (*ион потери на ед пути 1 электрона*)
Ionpoteri[me]
```

Out[80]= 28.5233

|

Ищем энергию, оставленную электроном в кластере

In[28]=

```
x0 = 0;
T0 = 10; (*начальная энергия вылетевшего электрона в ГэВ*)
Rprobeg = rp; (*допустим пробег - радиус кластера в ГэВ-1*)
sol = NDSolve[{(T'[x]) == -Ionpoteri[T[x]], T[x0] == T0}, T, {x, 0, Rprobeg}];
  (*численно решить ДУ*)
deltaE = T0 - rho * Evaluate[T[Rprobeg] /. sol]; (*????*)
  (*вычислить*)

Plot[T0 - Evaluate[T[x] /. sol], {x, 0, Rprobeg}, PlotRange -> All]
  (*график ф... вычислить*) (*отображае... всё*)
Tion = deltaE
```

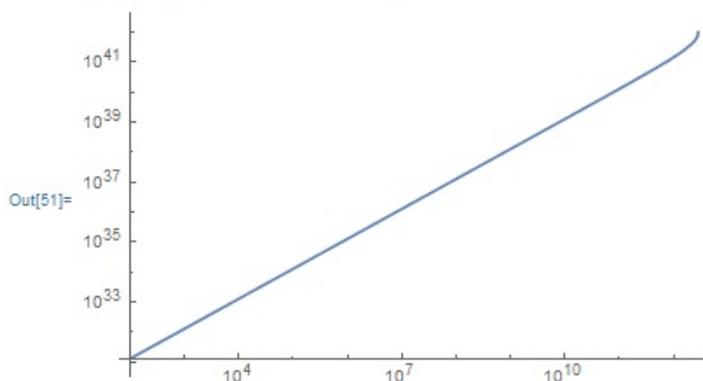
```

Tinf = 1000; (*температура газа собственная в ГэВ*)
a1 = (2 * (Tinf + Tion) / Mgas) ^ 0.5 (*температура газа на бесконечности*);
In[35]:= a = (2 * (Tinf) / Mgas) ^ 0.5 (*температура газа на бесконечности БЕЗ ВКЛАДА*);

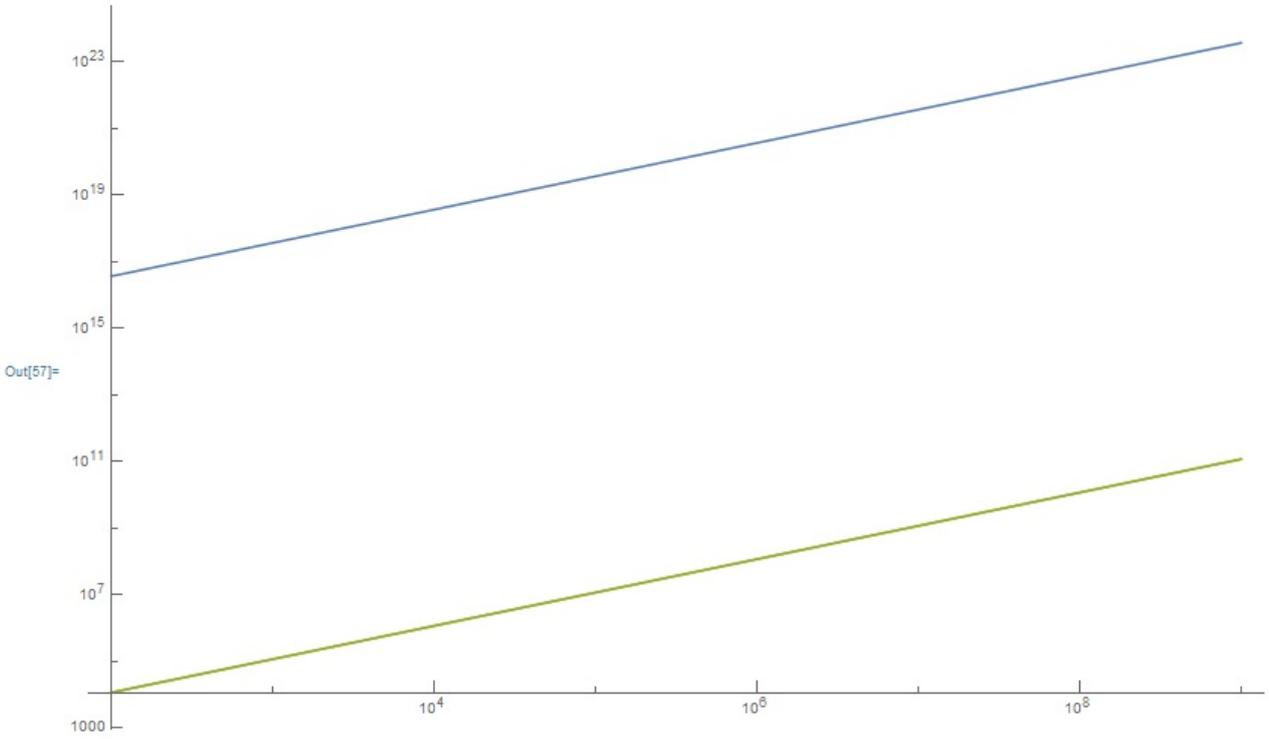
In[38]:= T[M_] :=  $\frac{1}{8 * \text{Pi} * G * M}$ ; (*температура чд в ГэВ*)
Misp[M_] := 1 / (15360 * Pi * G^2 * M^2); (*скорость изменения массы испаренного вещества от массы черной дыры*)
Macr = 4 * Pi * ((G * Mgas / a^2) ^ 2) * lambda * rho * a;
In[41]:= Macr1 = 4 * Pi * ((G * Mgas / a1^2) ^ 2) * lambda * rho * a1;
In[42]:= (*нарисуем эти скорости отдельно*)
M0 = 10^15; (*начальная масса ЧД в г*)
Mbh0 = 5.6 * 10^23 * M0; (*начальная масса ЧД в ГэВ*)
t0 = 0;
Ma[t_] := Macr *  $\frac{t}{6.6 * (10^{-25})}$  * 3.16 * 10^7; (*аккрецир масса в ГэВ время в годах*)
Ma1[t_] := Macr1 *  $\frac{t}{6.6 * (10^{-25})}$  * 3.16 * 10^7;
reshIsp = NDSolve[{{Isp'[x]} =  $\frac{-\text{Misp}[\text{Isp}[x]]}{6.6 * (10^{-25})}$  * 3.16 * 10^7, Isp[t0] == Mbh0}, Isp, {x, 0, 10^14}];
Moe[x_] := Mbh0 - (Mbh0^3 -  $\frac{1}{(15360 * \text{Pi} * G^2)}$   $\frac{3 * x}{6.6 * (10^{-25})}$  * 3.16 * 10^7) ^ (1/3);
Ne[x_] := (1 / me) Moe[x]; (*число излученных электронов в год*)
IntEion[x_] := Ne[x] * deltaE;

LogLogPlot[Ne[x], {x, 10^2, 10^15}, PlotRange -> All]
LogLogPlot[Moe[x], {x, 10^11, 10^14}, PlotRange -> {{10^11, 10^13}, {10^37, 10^75}}];
LogLogPlot[{Ma[x], Mbh0 - Evaluate[Isp[x] /. reshIsp], Moe[x]}, {x, 10^10, 10^15}, PlotRange -> All]

```



```
In[57]:= LogLogPlot[{koef * Ma1[x], koef * (Mbh0 - Evaluate[Isp[x] /. reshIsp]), koef * Moe[x]}, {x, 10^2, 10^9},
[график функции в лог-лог масштабе] [вычислить]
PlotRange -> All]
[отображае... [всё]
```



(*посмотрим на разницу с вкладом ионизации и без*)

```
LogLogPlot[koef * (Ma[x] - Ma1[x]), {x, 10^1, 10^11}, PlotRange -> All]
[график функции в лог-лог масштабе] [отображае... [всё]
```

