МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Кафедра «Физика элементарных частиц»

Отчет о научно-исследовательской работе

Образование доменных стенок и струн в ранней Вселенной

Студент группы М19-115
______________ Мурыгин Б.С.
Научный руководитель
______________ Кириллов А.А.

Москва 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ

Существует множество моделей инфляции, обладающих потенциалами сложной формы, содержащими один или даже набор минимумов и седловых точек (см., Например, [1—4]). Между тем, если потенциал скалярных полей содержит хотя бы одну седловую точку и минимум, в такой теории могут образовываться солитоны. [5; 6]. При определенных условиях эти топологически нетривиальные структуры могут привести к образованию первичных черных дыр в ранней Вселенной из-за коллапса доменных стенок. [7; 8] или петель космических струн [9]. Более того, солитоны могут сильно повлиять на раннюю Вселенную. [10; 11] .

В нашей работе мы изучаем рождение солитонов в моделях с потенциалами, имеющими как минимум одну седловую точку и один минимум в (2+1) пространстве-времени. Мы берем потенциал в общем виде для аппроксимации некоторых моделей инфляции, а также потенциал вида мексикансая шляпа использующийся в модели естественной инфляции [12]. Случай (1+1), описывающий образование доменных стенок в ранней Вселенной, обсуждался ранее в [13; 14].

2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим модель двух действительных скалярных полей φ, χ где потенциал $\mathcal{V}$ выбирается в виде

$$\mathcal{V} = d(\varphi^2+\chi^2)+a\exp\left[-b(\varphi-\varphi_0)^2 - c(\chi-\chi_0)^2\right], \quad a>0, b>0, c>0, d>0, \tag{1}$$

Потенциал имеет минимум в точке $(\varphi_0, \chi_0) = (0, 0)$ с экспоненциально малыми ошибками. Параметры b и c задают форму локального максимума, а a описывает его высоту. Параметр d задает общий наклон потенциала.

Лагранжиан двух вещественных скалярных полей определяется выражением

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(\partial^\mu\varphi\partial^\nu\varphi + \partial^\mu\chi\partial^\nu\chi) - \mathcal{V}(\varphi,\chi), \tag{2}$$

где $g_{\mu\nu}$-метрический тензор Фридмана-Робертсона-Уолкера. После окончания инфляции поля начинают подчиняться классическим уравнениям движения, которые для (2+1) пространства-времени имеют следующий вид:

$$
\begin{aligned}
\varphi_{tt} - 3H\varphi_t - \varphi_{xx} - \varphi_{yy} &= -\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \varphi}, \\
\chi_{tt} - 3H\chi_t - \chi_{xx} - \chi_{yy} &= -\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \chi}.
\end{aligned} \tag{3}
$$

Здесь $H = \dot{a}/a$-параметр Хаббла, $H_I \sim 10^{13}$ ГэВ для стадии инфляции и становится меньше после окончания инфляции. В наших оценках для простоты мы пренебрегаем зависимостью параметра Хаббла от времени, поскольку $-3H\varphi_t$ и $-3H\chi_t$ являются членами трения и их значения определяют частоту колебаний, но не влияют на окончательное распределение полей. Обратите внимание, что значение H_I указывает естественный масштаб энергии для системы. Здесь и далее все значения указаны в единицах H_I.

Кроме того, мы рассматриваем хорошо известную потенциал “ наклонную мексиканскую шляпу ”. [12]

$$
\mathcal{V} = \lambda\left(\varphi^2 + \chi^2 - \frac{g^2}{2}\right)^2 + \Lambda^4\left(1 - \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2 + \chi^2}}\right), \tag{4}
$$

где λ, g, Λ положительные параметры. Параметр g устанавливает положение окружности вырожденных минимумов в случае мексиканской шляпы без наклона, λ устанавливает высоту локального максимума в точке $(\varphi_0, \chi_0) = (0, 0)$ и Λ задает наклон потенциала. Обратите внимание: наклон потенциала делает минимумы невырожденными. Однако невырожденность не является необходимым условием рождения солитонов.

Плотность энергии ρ конфигурации полей определяется тензором энергии-импульса $\rho = T^{00}$, где $T^{\mu\nu}$ определяется выражением

$$
T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \varphi_a)}\, \partial^\nu \varphi_a - g^{\mu\nu}\mathcal{L}. \tag{5}
$$

Таким образом, для (2) плотность энергии ρ имеет вид

$$
\rho = \frac{1}{2}\sum_{i=t,x,y}(\varphi_i^2 + \chi_i^2) + \mathcal{V}(\varphi, \chi). \tag{6}
$$

Чтобы найти решение (3), возьмем следующие начальные условия:

$$\begin{aligned} &\varphi(x, y, 0) = \mathcal{R}\cos\Theta + \varphi_1, \quad \varphi_t(x, y, 0) = 0; \\ &\chi(x, y, 0) = \mathcal{R}\sin\Theta + \chi_1, \quad \chi_t(x, y, 0) = 0, \end{aligned} \tag{7}$$

где

$$\mathcal{R}(r) = \mathcal{R}_0 \cosh^{-1}\frac{r_0}{r}, \quad \Theta = \theta. \tag{8}$$

$\mathcal{R}_0 > 0$, $r_0 > 0$, φ_1, χ_1 - параметры, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ и θ - расстояние от начала координат и полярный угол соответственно.

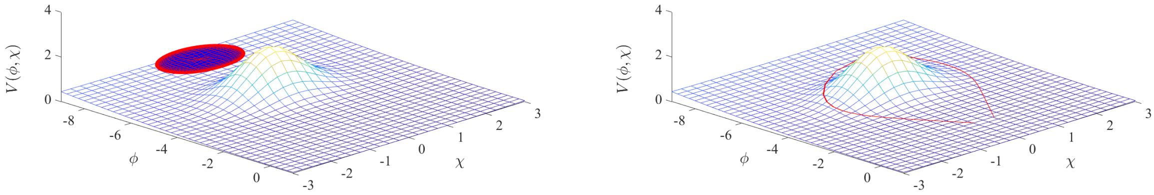
Естественные граничные условия свободные:

$$\begin{aligned} &\varphi_x(\pm\infty, y, t) = 0, \quad \varphi_y(x, \pm\infty, t) = 0; \\ &\chi_x(\pm\infty, y, t) = 0, \quad \chi_y(x, \pm\infty, t) = 0. \end{aligned} \tag{9}$$

После того как начальные и граничные условия определены в (7) - (9), уравнения (3) могут быть решены численно.

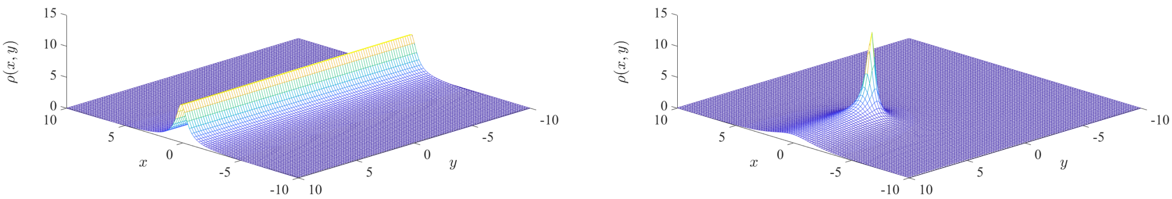
В нашей работе мы представляем результаты для двух случаев, чтобы продемонстрировать две основные возможности. В обоих случаях параметры потенциала, определенные в (1), были выбраны следующим образом: $d = 0.005$, $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$, $\varphi_0 = -5.$, $\chi_0 = 0$, а параметры начальных условий (7) равны $\mathcal{R}_0 = 1$, $r_0 = 1$, $\chi_1 = 0$. В первом случае расположение начальных условий определяется параметром $\varphi_1 = -8$. Это изображено на рис. 1а. Начальное расположение полей φ и χ близко к седловой точке. Окончательное стабильное распределение, установившееся в ходе классической эволюции, показано на рис. 1б. Распределение полей стремится к минимуму потенциала, но локальный максимум препятствует этому и разбивает решение на две траектории. Плотность энергии можно рассчитать с помощью (6). Она изображена для конечного состояния на рис. 2а. Распределение соответствует доменной стенке в трехмерном пространстве и качественно совпадает с результатами [13; 14] для числа витков $N = 1$.

Второй случай отличается от первого только значением параметра, определяющего расположение начальных условий. $\varphi 1 = -5$. Он показан на рис. 3а. Параметр подбирается таким образом, чтобы в начальное распределение полей входил пик потенциала. Рис.3б иллюстрирует конечное состо-



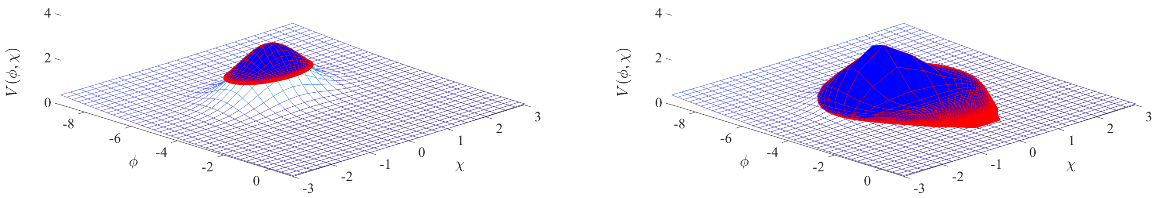
(а) Начальное распределение полей. (б) Конечное состояние полей.

Рисунок 1 — Случай первый: потенциал (1) со значениями параметров $d = 0.005$, $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$, $\varphi_0 = -5$, $\chi_0 = 0$ и начальные условия (7) с $\mathcal{R}_0 = 1$, $r_0 = 1$, $\varphi_1 = -8$, $\chi_1 = 0$.



(а) Доменная стенка образуется в первом случае. (б) Струна формируется во втором случае.

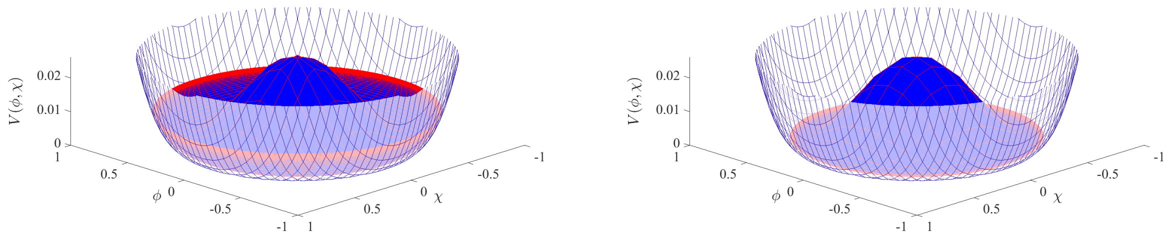
Рисунок 2 — Окончательные распределения плотности энергии для упомянутых случаев.



(а) Начальное распределение полей. (б) Конечное состояние полей.

Рисунок 3 — Случай второй: потенциал (1) со значениями параметров $d = 0.005$, $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$, $\varphi_0 = -5$, $\chi_0 = 0$ и начальные условия (7) с $\mathcal{R}_0 = 1$, $r_0 = 1$, $\varphi_1 = -5$, $\chi_1 = 0$.

яние полей, полученных в результате решения уравнений движения. Распределение полей стремится минимизировать энергию, что вызывает спад полей с пика потенциала. Окончательное распределение плотности энергии показано на рис.2б. Распределение соответствует струне с образованием гребня в трехмерном пространстве. Гребень появляется из-за наклона потенциала. Появление гребня отражает наличие натяжения, которое



(а) Начальное распределение полей. (б) Конечное состояние полей.

Рисунок 4 — Начальное и конечное состояния полей с потенциалом наклонной мексиканской шляпы (4).

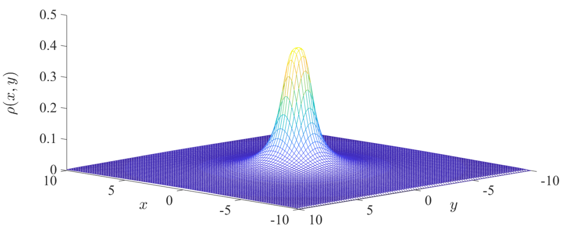


Рисунок 5 — Показано окончательное распределение плотности энергии, соответствующее шнурку для наклонной мексиканской шляпы.

стремится привести распределение в минимум потенциала. В результате действия натяжения распределение движется. Таким образом струна оказывается квазистабильной и в какой-то момент времени распадется. Время жизни струны зависит от параметров потенциала и начального распределения.

Наконец, продемонстрируем формирование солитонов в известной модели наклонной мексиканской шляпы. (4) описывает естественную инфляцию. Возможность образования доменных стенок в этом потенциале рассматривалась в [14]. Здесь мы сосредоточимся на другом типе солитонов. Выберем параметры потенциала следующим образом $g = 1$, $\lambda = 0.1$, $\Lambda = 5 \cdot 10^{-13}$ и параметры начального условия $\mathcal{R}_0 = 0.9$, $r_0 = 1$, $\varphi_1 = \chi_1 = 0$ (все в H_I единицах). Распределение показано на рис. 4а где начальное состояние полей находится на вершине пика. Поскольку наклон очень мал, конфигурация полей сжимается вокруг пика из-за поверхностного натяжения и останавливается, когда наклон потенциала компенсирует его (рис. 4б). Плотность энергии окончательного распределения представлена на рис. 5. Как видно, это соответствует образованию струны. Гребень не виден из-за крайне малого наклона потенциала. Если параметр Λ будет увеличен, то гребень появится.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена классическая динамика инфлатоно-подобных скалярных полей с потенциалом, имеющим хотя бы один минимум и седловую точку после окончания инфляции. Наш численный анализ показывает, что различные типы солитонов (доменные стенки и струны) могут формироваться в рамках модели с одним и тем же потенциалом и различными начальными условиями. Как упоминалось во введении, оба типа солитонов могут создавать первичные черные дыры и серьезно влиять на эволюцию ранней Вселенной. Таким образом, следует проверить возможность образования солитонов (и, следовательно, ПЧД) в конкретных теориях инфляции, имеющих потенциал, аналогичный рассмотренному в данной работе.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Vilenkin A.* A measure of the multiverse // J. Phys. A. — 2007. — Vol. 40, no. 25. — P. 6777–6785. — arXiv: hep-th/0609193 [hep-th].
2. *Denef F.*, *Douglas M. R.* Computational complexity of the landscape: Part I // Ann. Phys. — 2007. — Vol. 322, no. 5. — P. 1096–1142. — arXiv: hep-th/0602072 [hep-th].
3. *Dias M.*, *Frazer J.*, *Seery D.* Computing observables in curved multifield models of inflation—A guide (with code) to the transport method // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2015. — Vol. 2015, no. 12. — P. 030. — arXiv: 1502.03125 [astro-ph.CO].
4. *Masoumi A.*, *Vilenkin A.*, *Yamada M.* Inflation in random Gaussian landscapes // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2017. — Vol. 2017, no. 5. — P. 053. — arXiv: 1612.03960 [hep-th].
5. *Rajaraman R.* Solitons and instantons. — Amsterdam : North-Holland Publishing Company, 1989.
6. *Manton N.*, *Sutcliffe P.* Topological Solitons. — Cambridge : Cambridge University Press, 2004.
7. *Rubin S. G.*, *Sakharov A. S.*, *Khlopov M. Y.* The Formation of Primary Galactic Nuclei during Phase Transitions in the Early Universe // J. Exp. Theor. Phys. — 2001. — т. 92, № 6. — с. 921—929. — arXiv: hep-ph/0106187 [hep-ph].
8. *Khlopov M. Y.*, *Rubin S. G.*, *Sakharov A. S.* Primordial structure of massive black hole clusters // Astropart. Phys. — 2005. — Vol. 23, no. 2. — P. 265–277. — arXiv: astro-ph/0401532 [astro-ph].
9. *Helfer T.*, *Aurrekoetxea J. C.*, *Lim E. A.* Cosmic string loop collapse in full general relativity // Phys. Rev. D. — 2019. — т. 99, № 10. — с. 104028. — arXiv: 1808.06678 [gr-qc].
10. *Vilenkin A.*, *Levin Y.*, *Gruzinov A.* Cosmic strings and primordial black holes // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2018. — т. 2018, № 11. — с. 008. — arXiv: 1808.00670 [astro-ph.CO].

11. Clusters of Primordial Black Holes / K. M. Belotsky [et al.] // Eur. Phys. J. C. — 2019. — Vol. 79, no. 3. — P. 246. — arXiv: 1807.06590 [astro-ph.CO].

12. *Peloso M.*, *Unal C.* Trajectories with suppressed tensor-to-scalar ratio in Aligned Natural Inflation // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2015. — т. 2015, № 6. — с. 040. — arXiv: 1504.02784 [astro-ph.CO].

13. *Gani V. A.*, *Kirillov A. A.*, *Rubin S. G.* Transitions between topologically non-trivial configurations // J. Phys. Conf. Ser. — 2017. — т. 934. — с. 012046. — arXiv: 1711.07700 [hep-th].

14. *Gani V. A.*, *Kirillov A. A.*, *Rubin S. G.* Classical transitions with the topological number changing in the early Universe // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2018. — Vol. 2018, no. 4. — P. 042. — arXiv: 1704.03688 [hep-th].