

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

УДК 539.121.667

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**Построение быстрого алгоритма фитирования гистограмм, близких к
максвелловским функциям.**

Научный руководитель

к.ф.-м.н., доцент

_____ Д.С. Блау

Студент

_____ П. А. Бахтин

Москва 2020

Содержание

Введение и физический смысл задачи	2
Постановка задач алгоритма	4
Описание предлагаемого алгоритма	6
Статистическое сравнение работоспособности и определения нужного параметра кодом	12
Выводы	18
Список используемых источников	18

Введение и физический смысл задачи

Эксперимент ALICE - работает над описанием поведения кварк-глюонной плазмы, поиском стабильных сверхтяжёлых ядер трансурановых элементов. Одним из устройств, осуществляющих снятие экспериментальных данных являются калориметры - установки, регистрирующие падающие на них фотоны. Фотон с некоторой энергией попадает в детектор, где передаёт энергию электрону. На фотоумножителе, аналоговый сигнал усиливается многократно. Далее данный сигнал машинно оцифровывается, и наступает стадия первичной обработки: чтобы восстановить энергию и время прилёта частицы, необходимо вычислить параметры сигнала. Сам оцифрованный сигнал выглядит следующим образом:

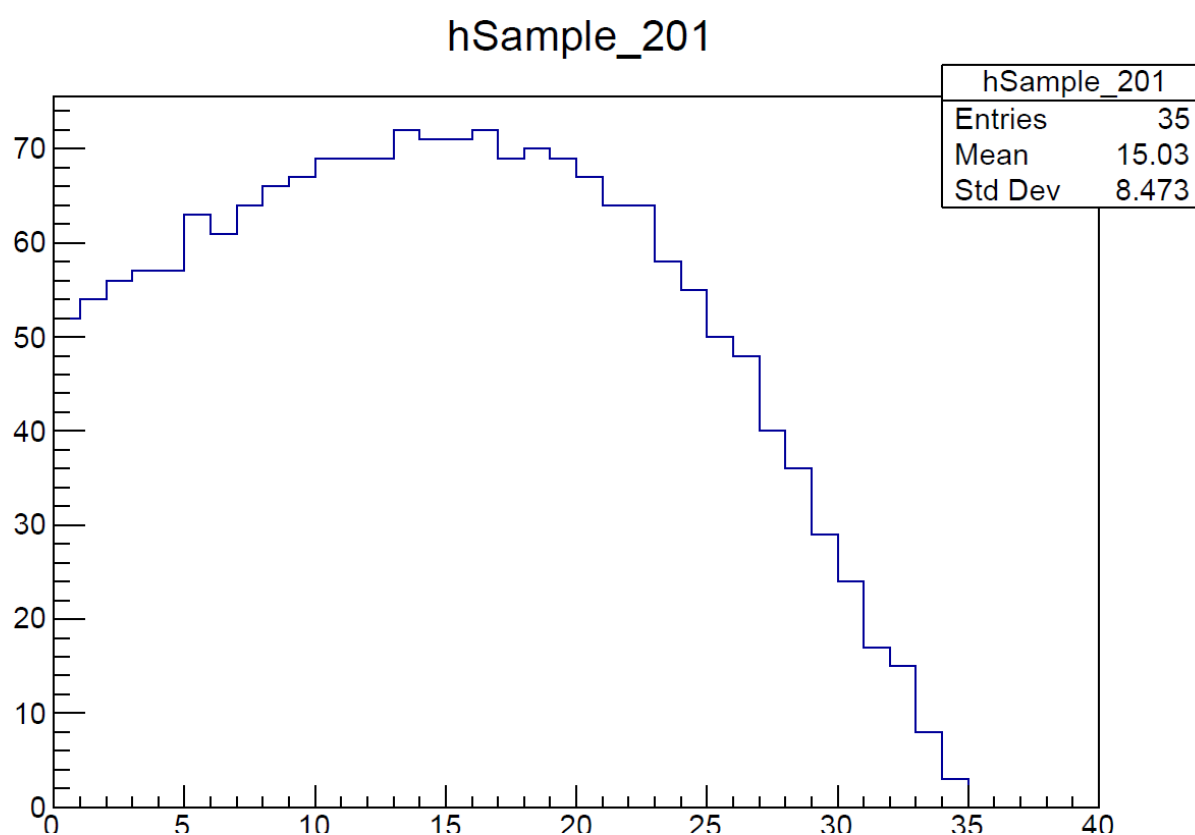


Рисунок 1 — Оцифрованный сигнал фотона снятый с калориметра

В работе [1] было показано, что в подавляющем большинстве случа-

ев оцифрованный сигнал представляет собой максвелловскую функцию, чья амплитуда связана с энергией фотона, а время прилёта указывает на геометрическое расположение события, позволяя оное идентифицировать.

Следовательно, основными искомыми параметрами фита являются: время τ идентификации сигнала и амплитуда A сигнала. Дополнительным параметром выступает экспоненциальный множитель β .

Следует отметить свойства сигнала: каждый бин - промежуток величиной 100 наносекунд, вертикальные значения лежат в пределах от 0 до 1024.

Постановка задач алгоритма

Однако, поскольку необходима синхронная обработка указанных данных с их получением, к алгоритму фитирования возникают естественным образом некоторые требования, которые не позволяют использовать уже имеющееся средство программного пакета `root` для обработки.

Ранее, для определения искомых величин использовалось фитирование вершины с помощью параболы для поиска амплитуды, а затем фитирование прямой в окрестности точки начала.

Однако, поиск точки начала при помощи фитирования прямой в окрестности показал себя недостаточно быстрым и точным, и как следствие - возникла задача его заменить каким-либо другим способом, который будет соответствовать следующим требованиям:

1) Будет достаточно быстро (способен за 300 тактов процессора вычислить искомые параметры фита) 2) Разрешение параметра τ будет порядка 500 пкс

Подробнее рассмотрим связь легко обнаружимых точек функции и её основных параметров

$$\dot{\gamma}(t) = A \cdot (t - \tau)^2 \cdot \exp^{-\beta \cdot t} \quad (1)$$

Тогда время начала регистрации сигнала будет определяться выражением:

$$t = \tau \quad (2)$$

Вычислив производную по времени, можно получить, что время достижения вершины однозначно связано с экспоненциальным множителем:

$$\beta = \frac{2}{t_{max} - \tau} \quad (3)$$

Соответственно "Опорное" для предлагаемого далее алгоритма значение можно вычислить, исходя из значения амплитуды согласно точному значению максимального значения сигнала. В представленном коде, перебора по параметру амплитуды не проводилось, поскольку это слишком

сильно замедлило бы алгоритм и лишило всякого смысла его использование.

Описание предлагаемого алгоритма

Поскольку практически в задаче необходимо улучшить вычисление лишь одного параметра τ , который однозначно связан с параметром амплитуды например при фитировании вершины гистограммы параболой - предложено вычислить его напрямую, с точностью до порядка, а затем, обнаружив область минимума по χ^2 увеличить точность вычисления уже в ней. Такой способ практически сведётся к приблизительно 30-50 вычислениям критерия Пирсона, что представляет собой примерно 1000-1500 вычислительных операций для вычисления последнего параметра.

Реализован поиск по 2 параметрам - точке максимума и искомому τ , что позволяет с помощью вычисления амплитуды сигнала как зависимой величины в точке вершины фитировать гистограмму и создать гистограммы, позволяющие контролировать, что обнаружен минимум критерия χ^2 .

Код реализован в парадигме ООП, т.е. к алгоритму статистического сравнения точности фитирования подключены функции, данное фитирование ведущие. Примеры работы фитирования гистограмм:

Reversed_hyst

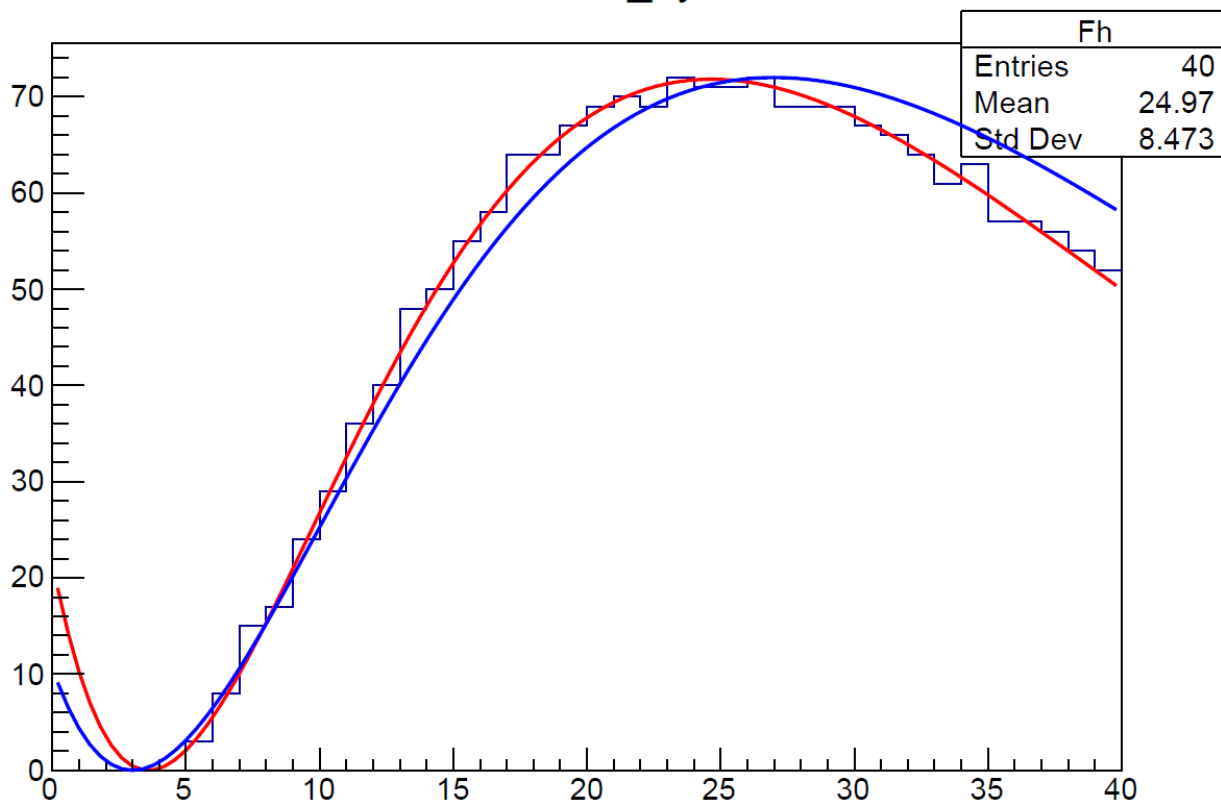


Рисунок 2

Reversed_hyst

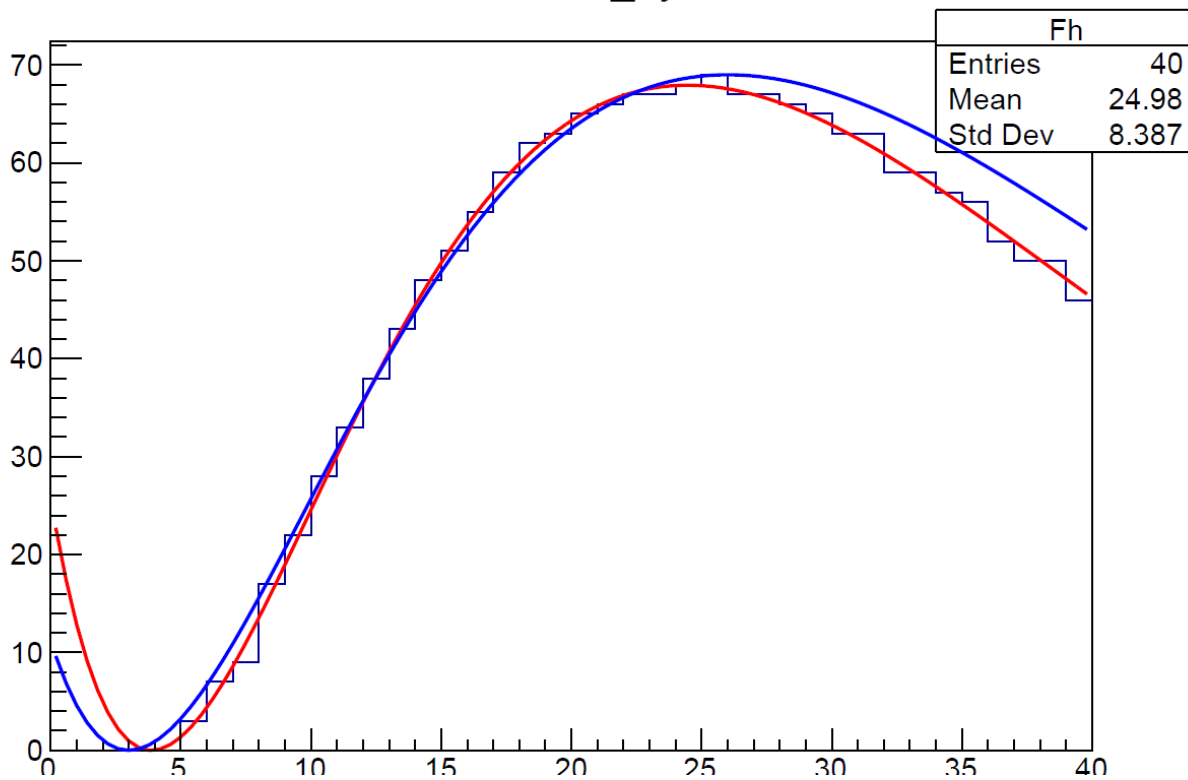


Рисунок 3

Reversed_hyst

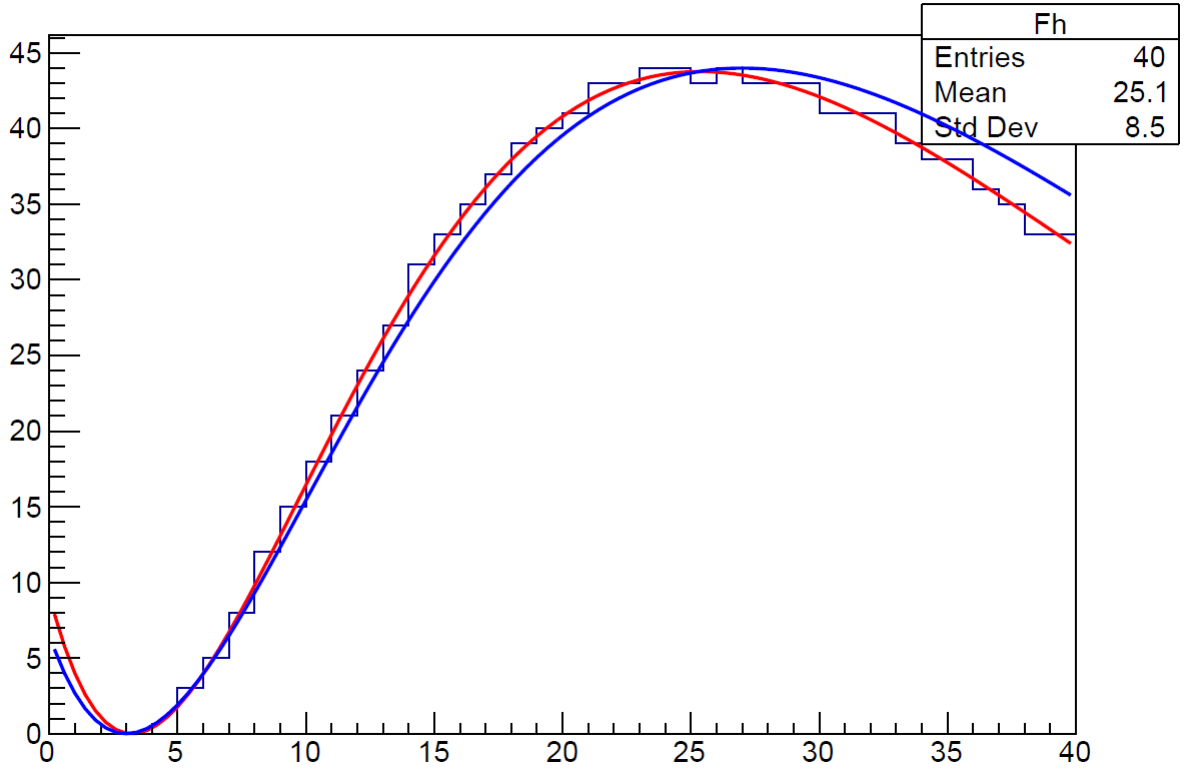


Рисунок 4

Reversed_hyst

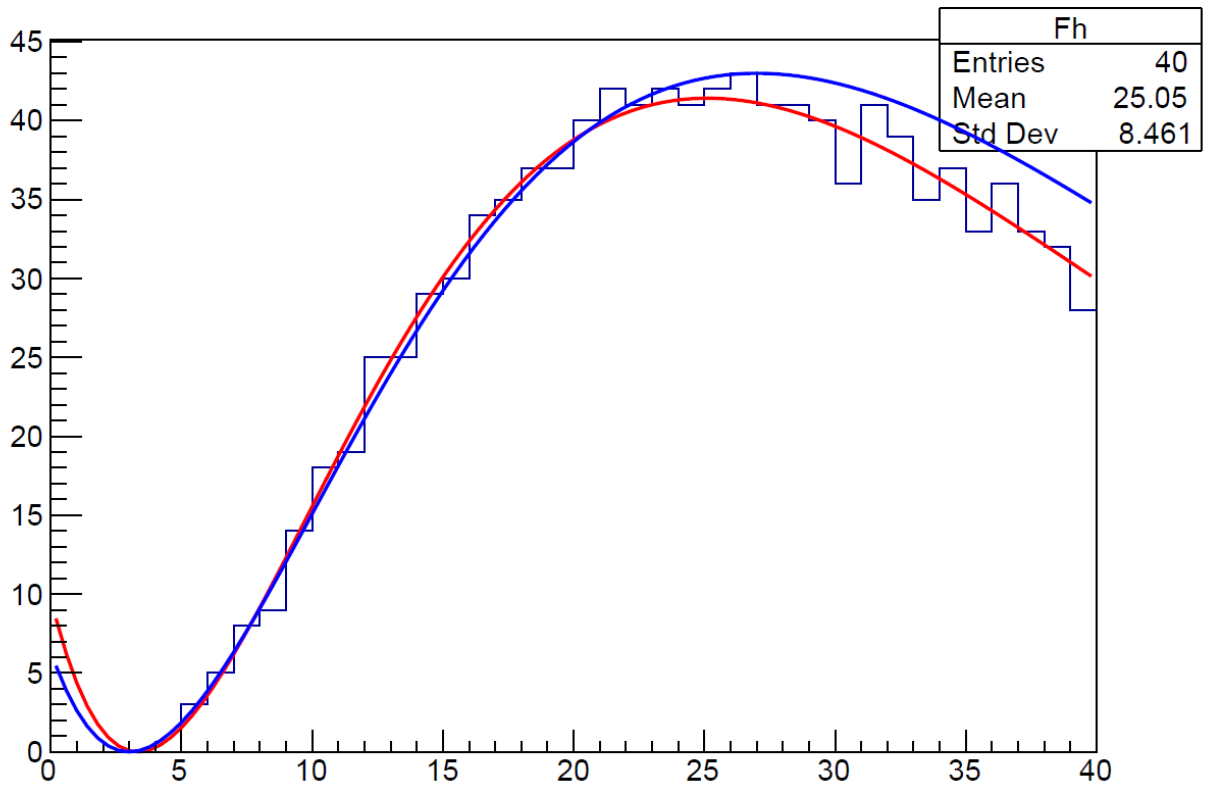


Рисунок 5

Reversed_hyst

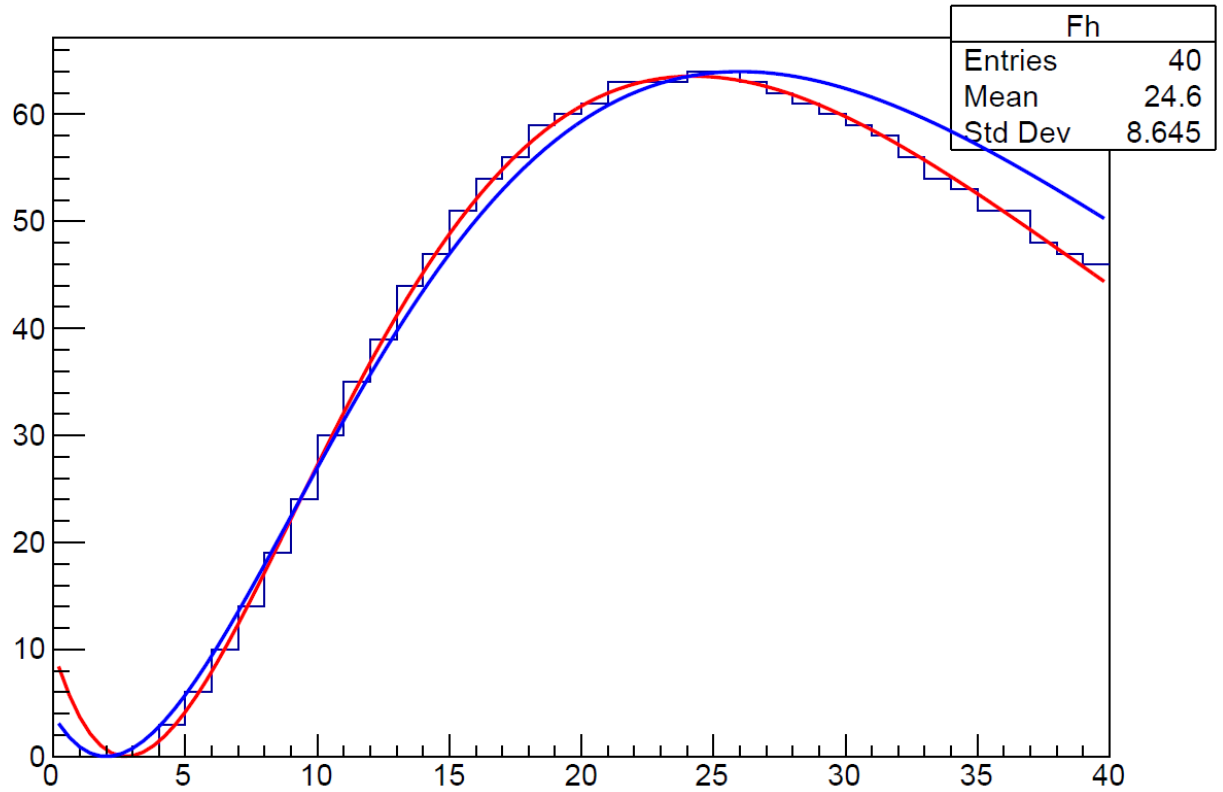


Рисунок 6

Control Hyst

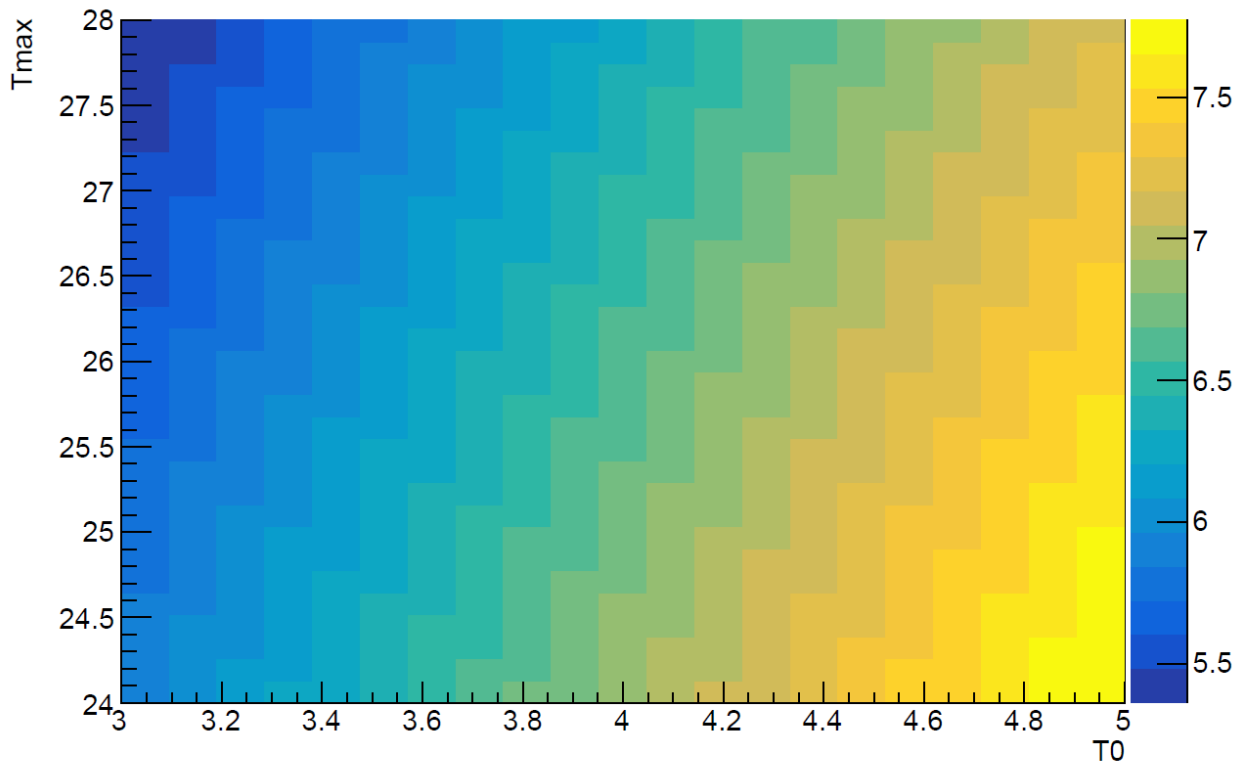


Рисунок 7 — Гистограмма контроля глобальности минимума №1

Control Hyst

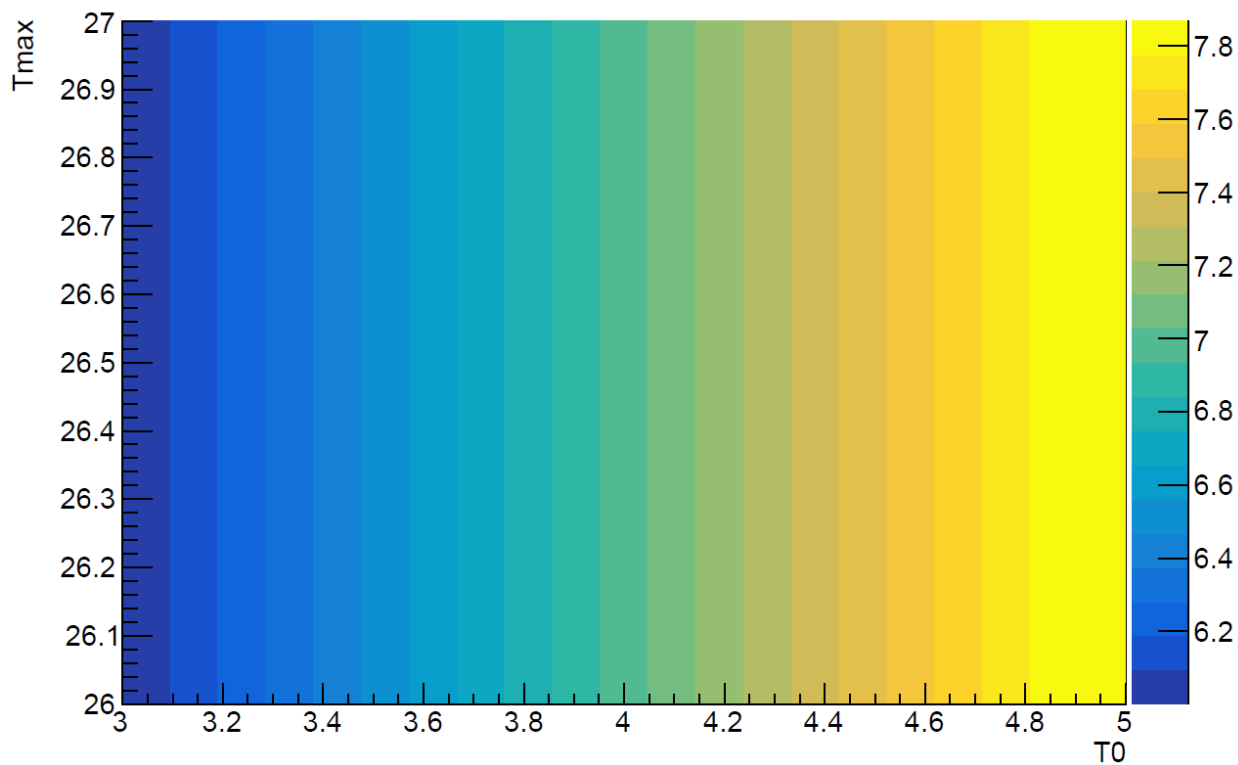


Рисунок 8 — Гистограмма контроля глобальности минимума №2

Control Hyst

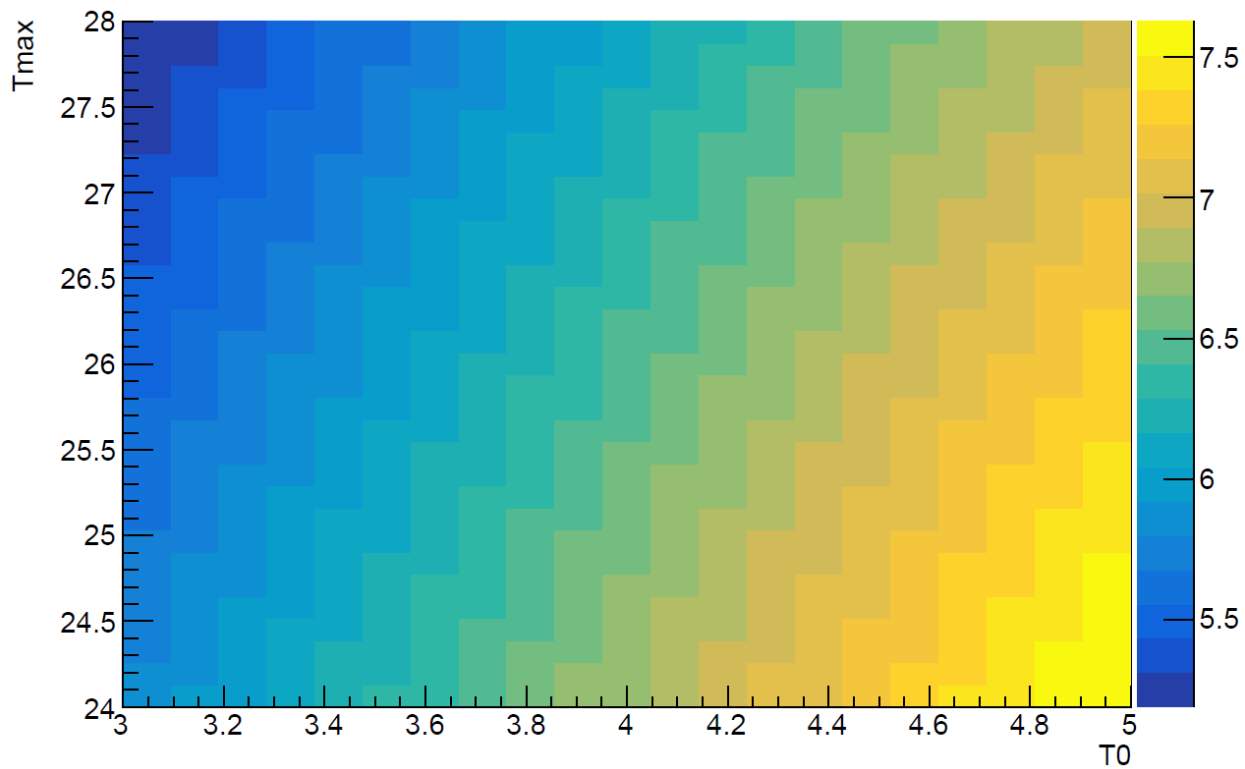


Рисунок 9 — Гистограмма контроля глобальности минимума №3

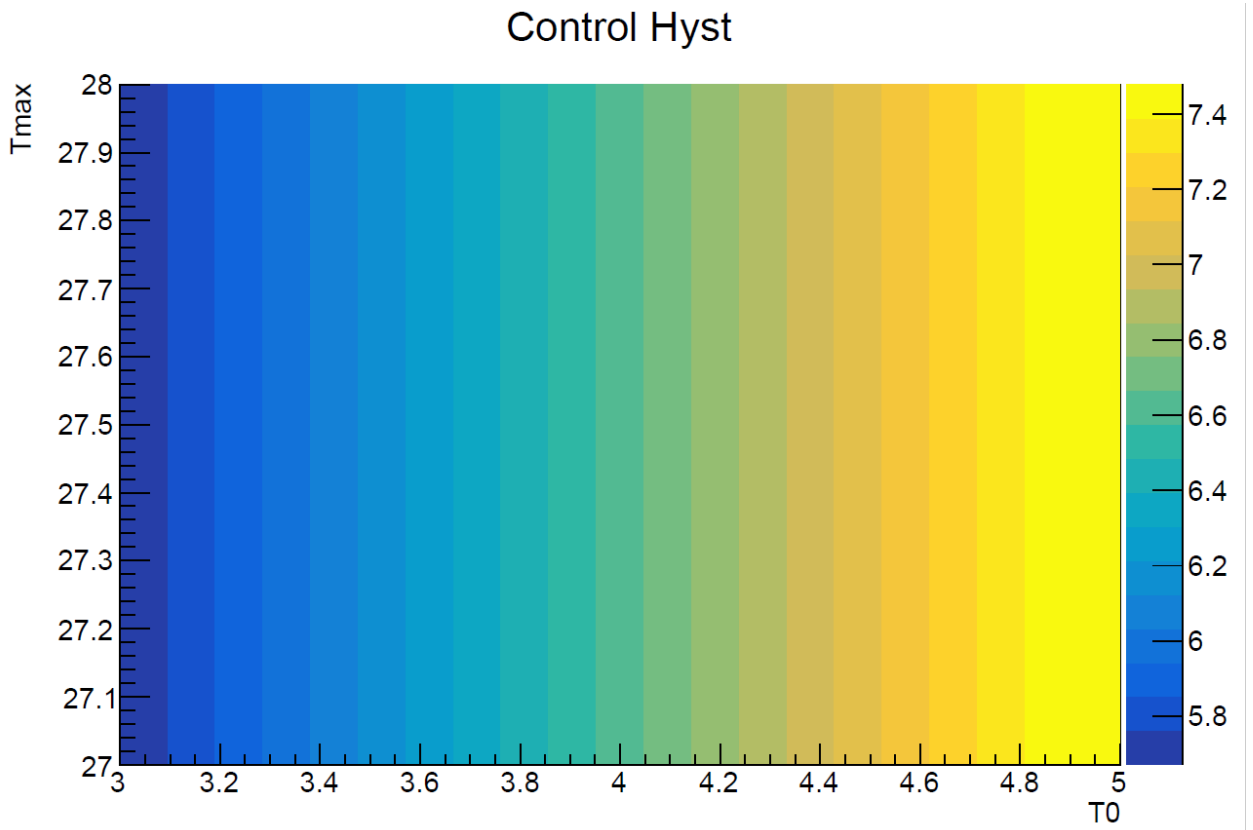


Рисунок 10 — Гистограмма контроля глобальности минимума №4

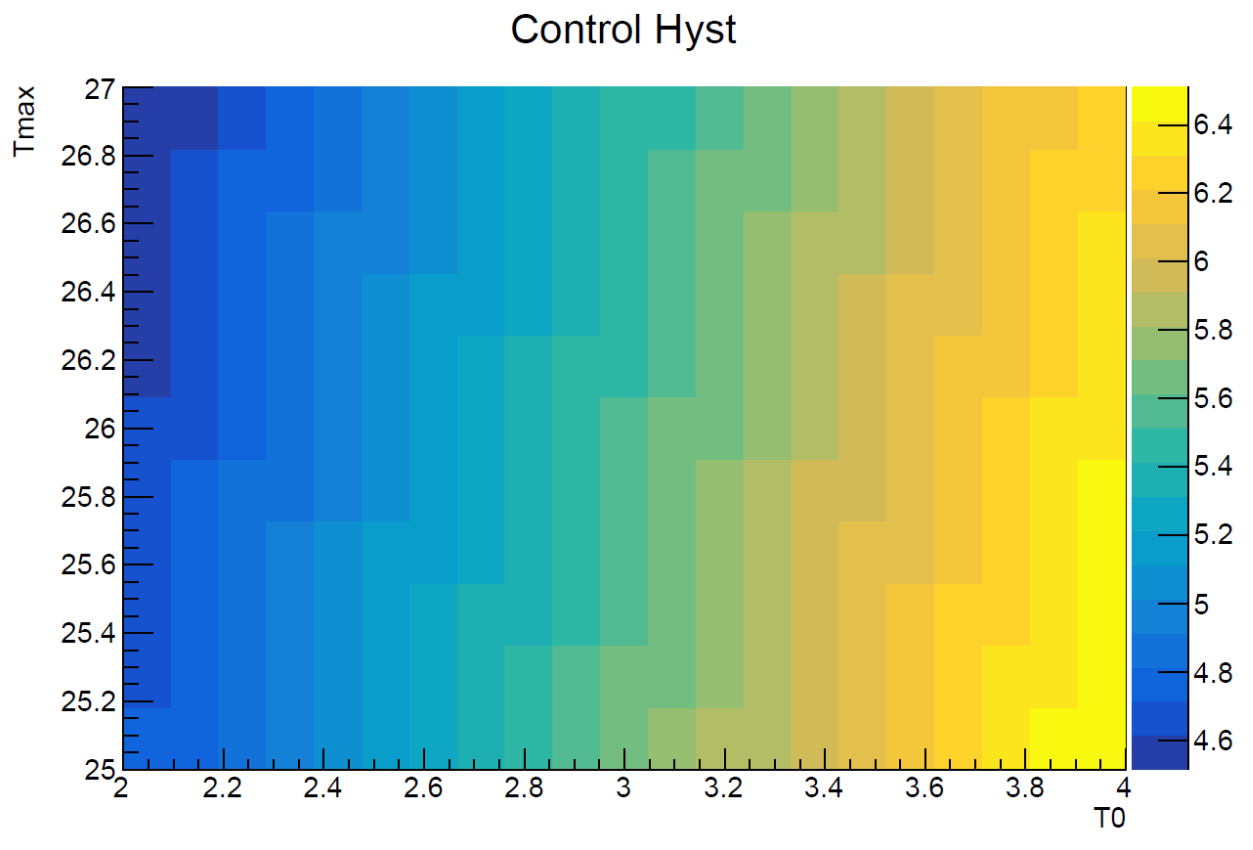


Рисунок 11 — Гистограмма контроля глобальности минимума №5

Статистическое сравнение работоспособности и определения нужного параметра кодом

Соответственно, благодаря реализации кода в парадигме ООП, стало возможно провести анализ работоспособности алгоритма, его стабильности и точности, на основе 712 гистограмм оцифрованных сигналов.

Получены гистограммы значений параметров фитирования и критерия χ^2 к минимизации которого стремится алгоритм:

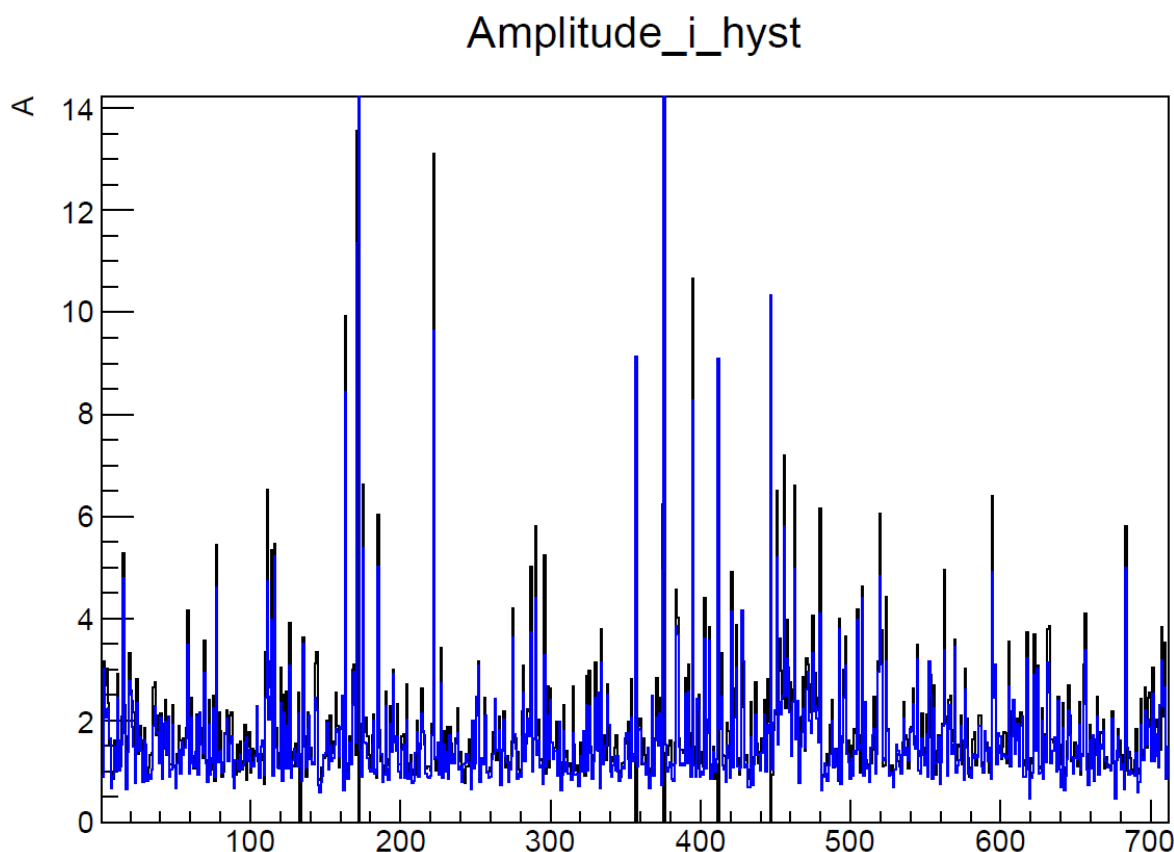


Рисунок 12 — Гистограмма с амплитудами сигналов, Черная линия - menuite, синяя - авторский алгоритм

На их основе, вычислены значимые статистические параметры, характеризующие полученные значения параметров:

TimeStamp_i_hyst

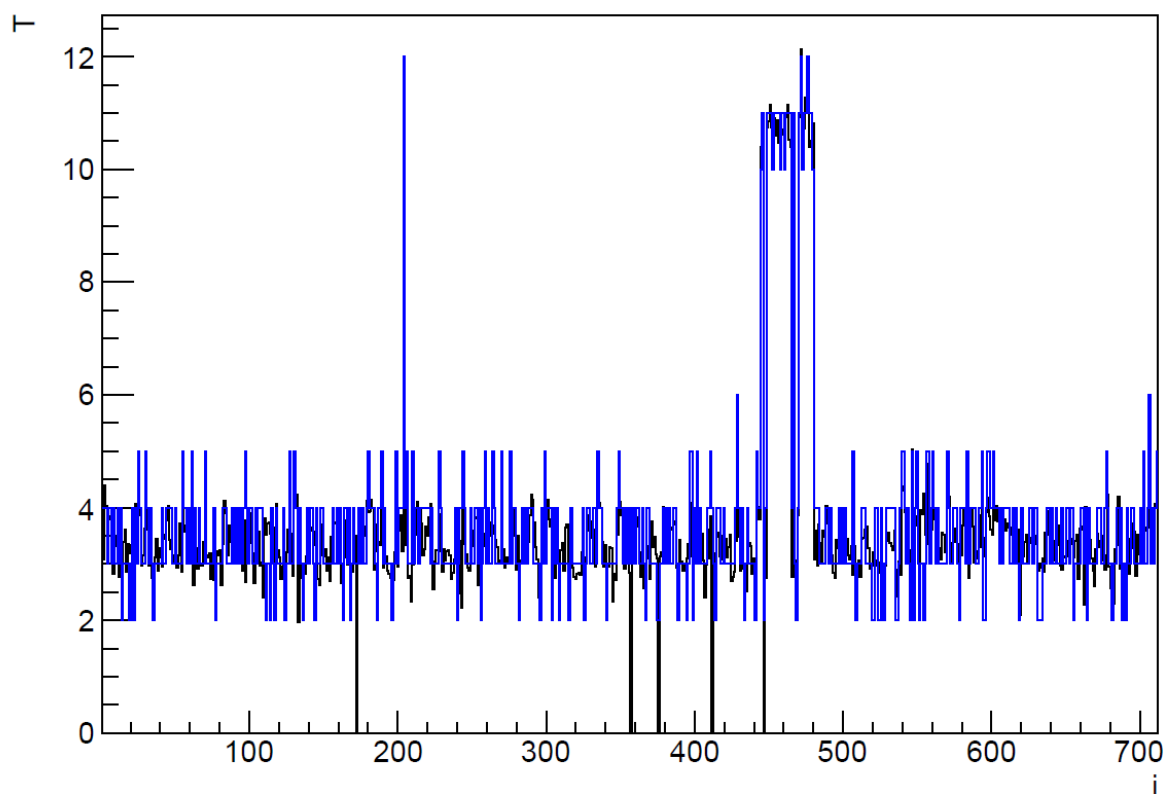


Рисунок 13 — Гистограмма с временами регистрации сигналов, Черная линия - menuite, синяя - авторский алгоритм

Средние относительные отклонения параметров от встроенного алгоритма:

$$\delta = -0.14 \quad (4)$$

$$\delta\tau = -0.012 \quad (5)$$

$$\delta\beta = -0.012 \quad (6)$$

$$\delta\xi^2 = 0.69 \quad (7)$$

Коэффициенты корреляции для параметров τ и A .

$$k_\tau = 0.93 \quad (8)$$

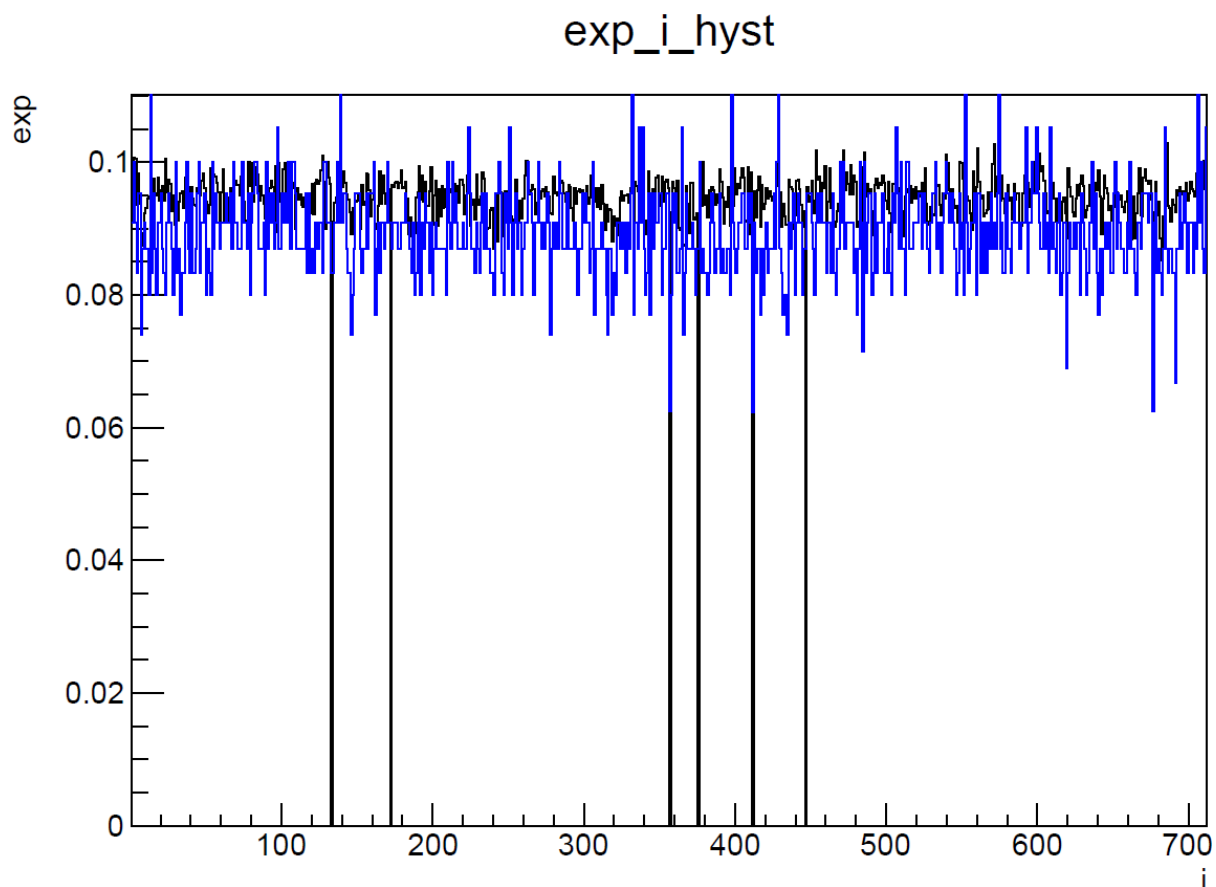


Рисунок 14 — Гистограмма с экспоненциальными показателями убывания сигналов, Черная линия - menuite, синяя - авторский алгоритм

$$k_A = -0.42 \quad (9)$$

Также построены зависимости средних отклонений параметров по промежутку в зависимости от значения амплитуды сигнала:

Они указывают, что величина отклонений амплитуд нарастает с ростом величины амплитуд, причём пропорциональность - отсутствует, т.е. между вычисленными параметрами точно присутствует корреляция.

chi2_i_hyst

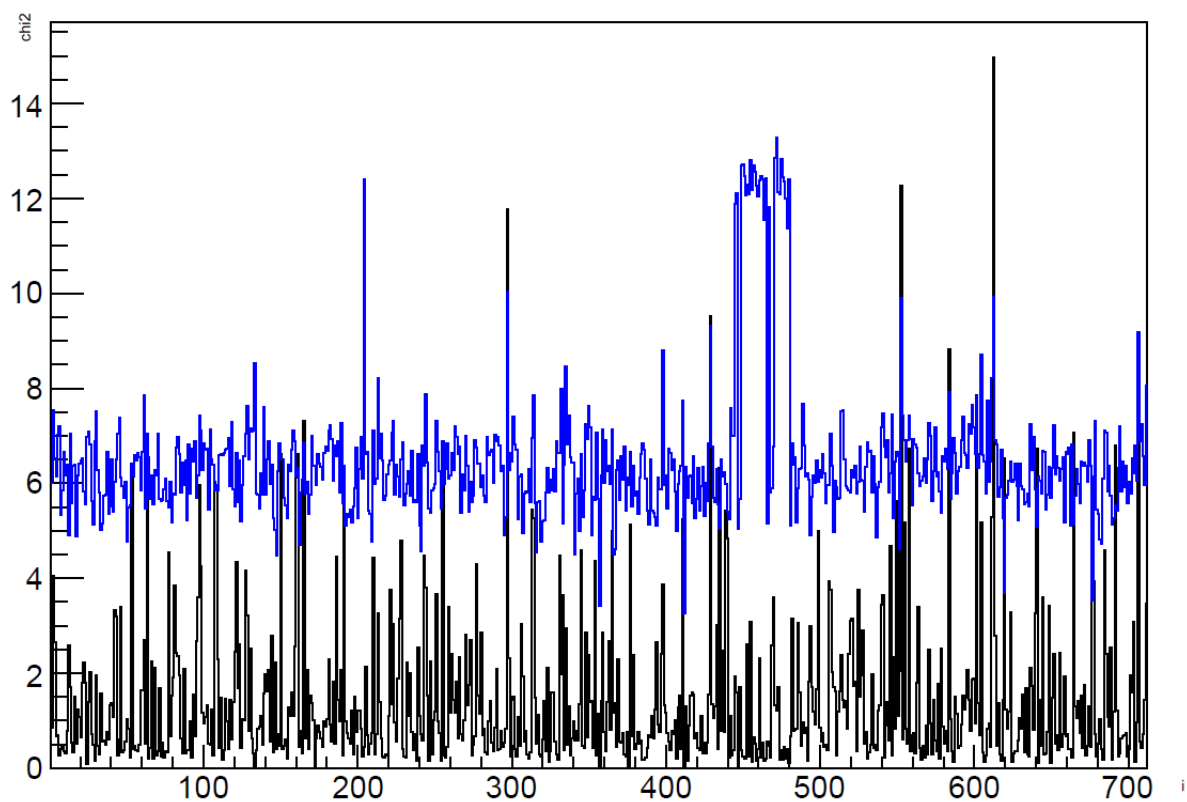


Рисунок 15 — Гистограмма с χ^2 результатов фитирования, Черная линия - menuite, синяя - авторский алгоритм

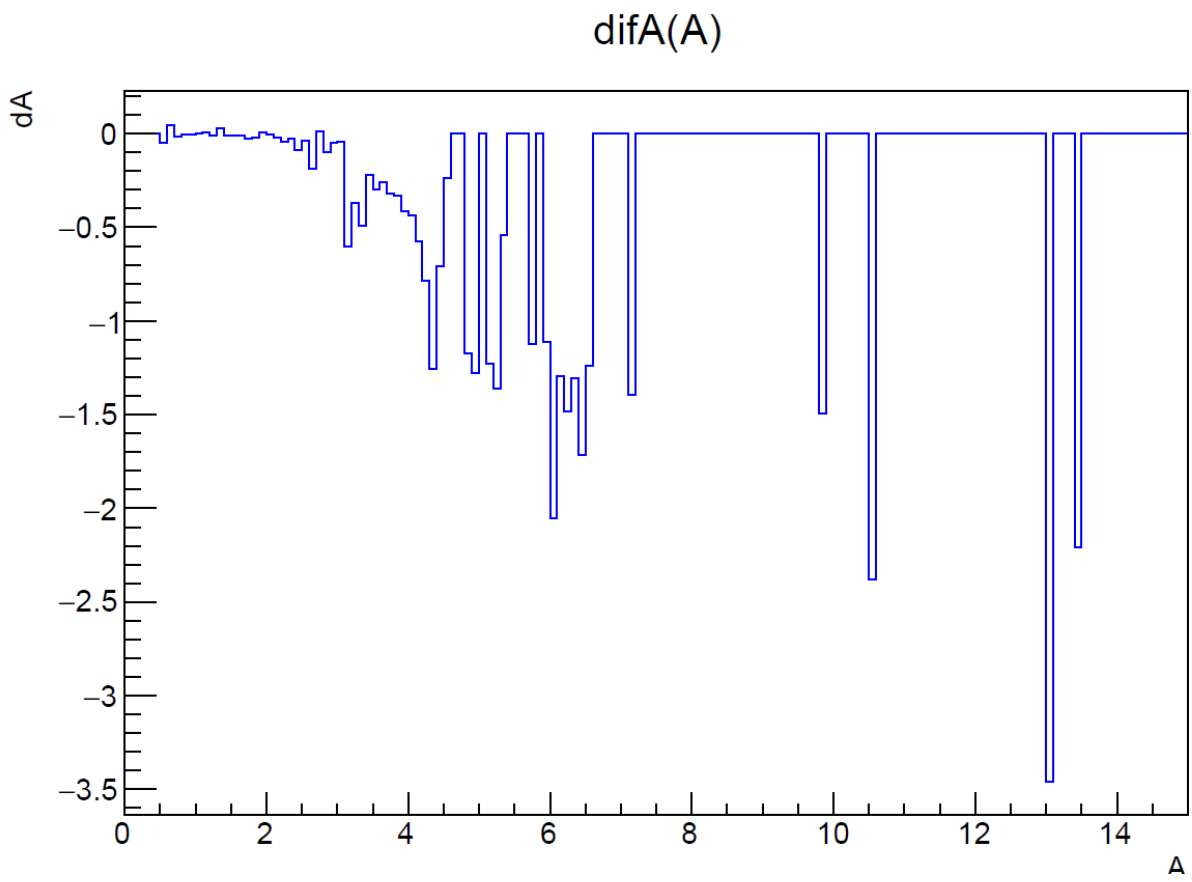


Рисунок 16 — Зависимость разности амплитуд сигналов от амплитуды

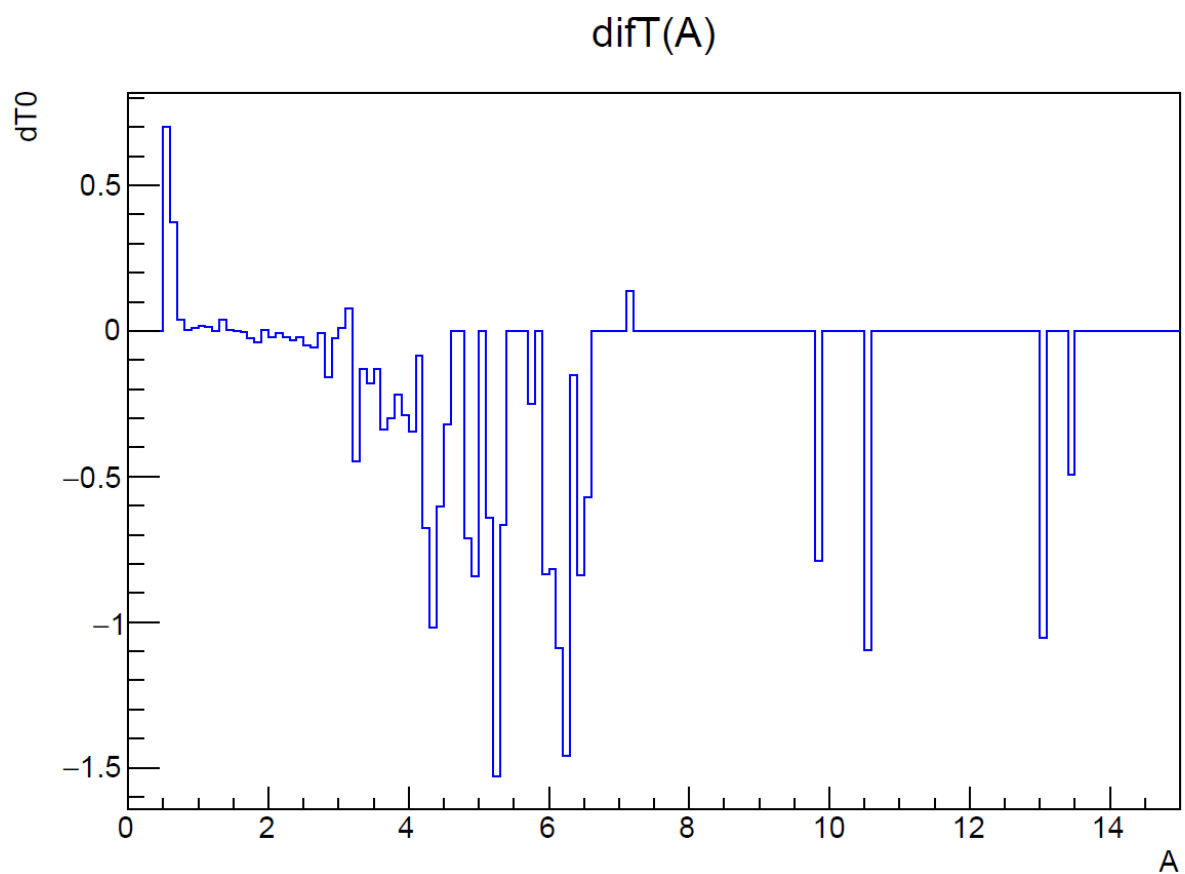


Рисунок 17 — Зависимость разности времён регистрации от амплитуды сигнала

Выводы

Представленные данные и статистические параметры ясно и однозначно говорят о том, что алгоритм способен фитировать, и при увеличении точности и более корректной реализации способен будет выполнять поставленную ему задачу. Соответственно, следующим этапом разработки будут добавление автоматической проверки на локальность минимума, контроль времени выполнения, комбинация алгоритма с фитированием вершины сигнала квадратным трёхчленом, проверка возможности вычисления времени начала с помощью альтернативного алгоритма - фитированием линейной комбинацией куба и квадрата временного смещения. Последнее соответственно исходит из соотношений, верных для малых δt :

$$\exp^{\tau+\delta t-\tau} = (1 + \delta t) \quad (10)$$

$$(\tau + \delta t - \tau)^2 = (\delta t)^2 \quad (11)$$