

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)
Кафедра №40 «Физика элементарных частиц»

ПРЕДДИПЛОМНАЯ ПРАКТИКА

Образование доменных стенок и струн в ранней Вселенной

Научный руководитель,

к.ф.-м.н.

Студент группы М19-115

_____ А. А. Кириллов

_____ Б. С. Мурыгин

Москва 2021

СОДЕРЖАНИЕ

1 Введение	2
2 Модель	3
3 Заключение	11
Список используемых источников	13

1. ВВЕДЕНИЕ

Существует множество моделей инфляции, с потенциалами степенной и нестепенной формы (см., например, [1–8]). Некоторые из таких потенциалов содержат множество вакуумов, а также седловые точки [9]. Сложная форма потенциалов делает возможным образование топологических дефектов в ранней вселенной [10–13]. Существование топологических дефектов — солитонов может влиять на эволюцию ранней вселенной, при достаточной их распространенности [14]. Коллапс доменных стенок или струн может, при определенных условиях, привести к образованию отдельных ПЧД [15–20] или даже кластеров ПЧД [21; 22].

В настоящей работе рассматривается механизм образования солитонов, а именно струн и доменных стенок, в результате классической эволюции конфигурации двух действительных скалярных полей. Динамика системы рассматривается в $(2+1)$ -пространстве времени. Ранее подобная система рассматривалась в $(1+1)$ -мерии [23; 24], а также были получены первые результаты в $(2+1)$ -мерном случае [25; 26]. В данной работе мы продолжаем изучение $(2+1)$ -мерной модели.

Рассмотрение $(2+1)$ -мерной системы означает, что мы изучаем двухмерные срезы действительной трехмерной конфигурации, поэтому окончательные выводы об эволюции таких систем могут быть сделаны только в трехмерном случае. Однако, некоторые выводы об эволюции полной структуры могут быть сделаны и из такого рассмотрения. Как будет показано далее, существующие отдельно солитоны могут быть получены только локально, в действительности же картина сводится к появлению либо пузырей состоящих только из доменной стенки, либо блинов, то есть доменных стенок соединяющих струны. В данной работе, во-первых, проводится такое локальное исследование солитонов и, во-вторых, исследуются такие двухмерные срезы которые дают представление о возможном поведении трехмерной структуры в целом.

2. МОДЕЛЬ

Лагранжиан двух вещественных скалярных полей определяется выражением

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} g_{\mu\nu} (\partial^\mu \varphi \partial^\nu \varphi + \partial^\mu \chi \partial^\nu \chi) - \mathcal{V}(\varphi, \chi), \quad (1)$$

где $g_{\mu\nu}$ -метрический тензор Фрийдмана-Робертсона-Уолкера.

Рассмотрим модель двух действительных скалярных полей φ , χ где потенциал \mathcal{V} выбирается в виде

$$\mathcal{V}(\varphi, \chi) = \frac{m^2}{2} (\varphi^2 + \chi^2) + \Lambda^4 \exp \left[-\lambda ((\varphi - \varphi_0)^2 + (\chi - \chi_0)^2) \right], \quad (2)$$

где m , Λ , λ положительные параметры. Потенциал имеет минимум в точке $(\varphi_0, \chi_0) = (0, 0)$ с экспоненциально малыми ошибками. Параметр λ задает форму локального максимума, а m задает общий наклон потенциала. Параметр Λ задает высоту пика.

После окончания инфляции поля начинают подчиняться классическим уравнениям движения, которые для $(2+1)$ пространства-времени имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \varphi_{tt} + 3H\varphi_t - \varphi_{xx} - \varphi_{yy} &= -\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \varphi}, \\ \chi_{tt} + 3H\chi_t - \chi_{xx} - \chi_{yy} &= -\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \chi}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $H = \dot{a}/a$ -параметр Хаббла, $H_I \sim 10^{13}$ ГэВ для стадии инфляции и становится меньше после окончания инфляции. В наших оценках для простоты мы пренебрегаем зависимостью параметра Хаббла от времени, поскольку $3H\varphi_t$ и $3H\chi_t$ являются членами трения и их значения определяют частоту колебаний, но не влияют на окончательное распределение полей. Обратите внимание, что значение H_I указывает естественный масштаб энергии для системы. Здесь и далее все значения указаны в единицах H_I .

Плотность энергии ρ конфигурации полей определяется тензором энергии-импульса $\rho = T^{00}$, где $T^{\mu\nu}$ определяется выражением

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \varphi_a)} \partial^\nu \varphi_a - g^{\mu\nu} \mathcal{L}. \quad (4)$$

Таким образом, для (1) плотность энергии ρ имеет вид

$$\rho = \frac{1}{2} \sum_{i=t,x,y} (\varphi_i^2 + \chi_i^2) + \mathcal{V}(\varphi, \chi). \quad (5)$$

Чтобы найти решение (3), возьмем следующие начальные условия:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, 0) &= \mathcal{R} \cos \Theta + \varphi_1, & \varphi_t(x, y, 0) &= 0; \\ \chi(x, y, 0) &= \mathcal{R} \sin \Theta + \chi_1, & \chi_t(x, y, 0) &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\mathcal{R}(r) = \mathcal{R}_0 \cosh^{-1} \frac{r_0}{r}, \quad \Theta = \theta. \quad (7)$$

$\mathcal{R}_0 > 0$, $r_0 > 0$, φ_1, χ_1 - параметры, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ и θ - расстояние от начала координат и полярный угол соответственно.

Естественные граничные условия свободные:

$$\begin{aligned} \varphi_x(\pm\infty, y, t) &= 0, & \varphi_y(x, \pm\infty, t) &= 0; \\ \chi_x(\pm\infty, y, t) &= 0, & \chi_y(x, \pm\infty, t) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

После того как начальные и граничные условия определены в (6)–(8), уравнения (3) могут быть решены численно.

В нашей работе мы представляем результаты для двух случаев, чтобы продемонстрировать две основные возможности. В обоих случаях параметры потенциала, определенные в (2), были выбраны следующим образом: $m = 0.06$, $\Lambda = 1$, $\lambda = 1$, $\varphi_0 = -5$, $\chi_0 = 0$, а параметры начальных условий (6) равны $\mathcal{R}_0 = 1$, $r_0 = 1$, $\chi_1 = 0$. В первом случае расположение начальных условий определяется параметром $\varphi_1 = -8$. Эволюция полевой конфигурации для этого случая изображена на рис. 1. Начальное расположение полей φ и χ близко к седловой точке. Распределение полей стремится к минимуму потенциала, но локальный максимум препятствует этому и разбивает решение на две траектории. Плотность энергии можно рассчитать с помощью (5). Она изображена для конечного состояния на рис. 3а. Распределение соответствует доменной стенке в трехмерном пространстве и качественно совпадает с результатами [23; 24] для числа витков $N = 1$.

Второй случай отличается от первого только значением параметра, опре-

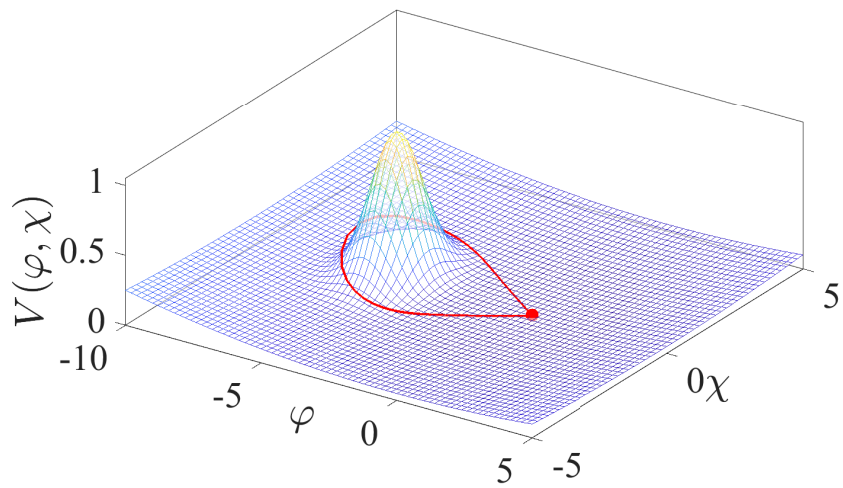
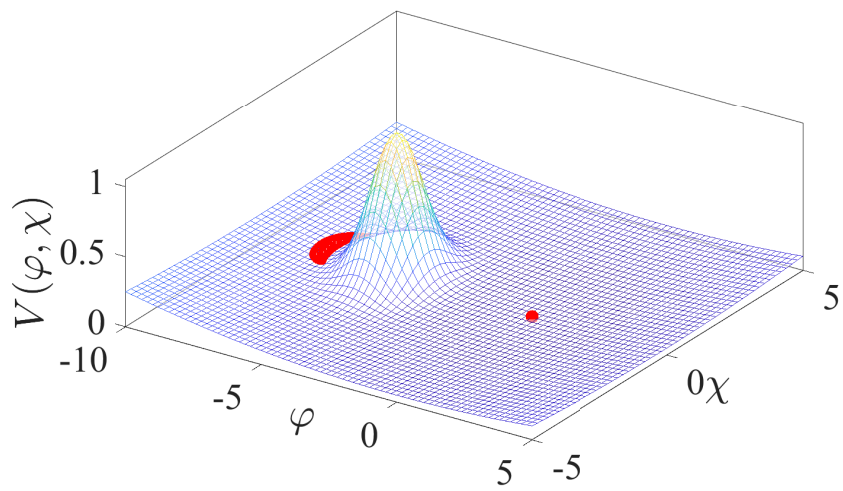
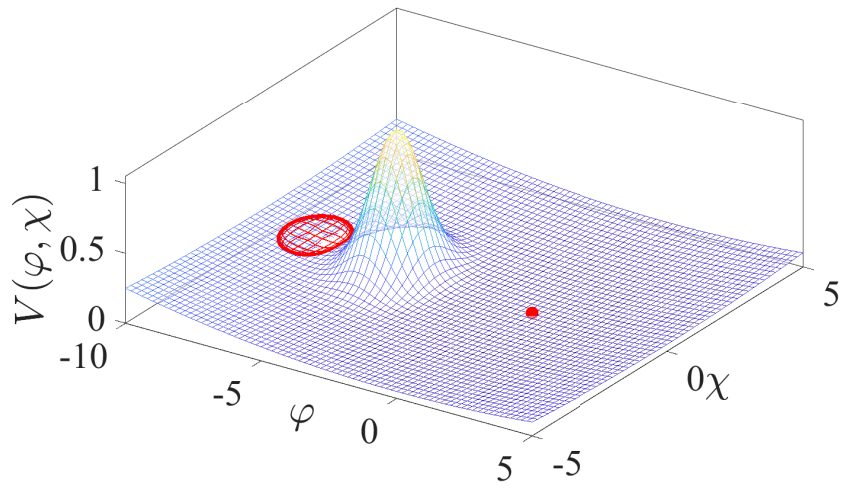


Рисунок 1 — Случай первый: потенциал (2) со значениями параметров $m = 0.06$, $\Lambda = 1$, $\lambda = 1$, $\varphi_0 = -5$, $\chi_0 = 0$ и начальные условия (6) с $\mathcal{R}_0 = 1$, $r_0 = 1$, $\varphi_1 = -8$, $\chi_1 = 0$

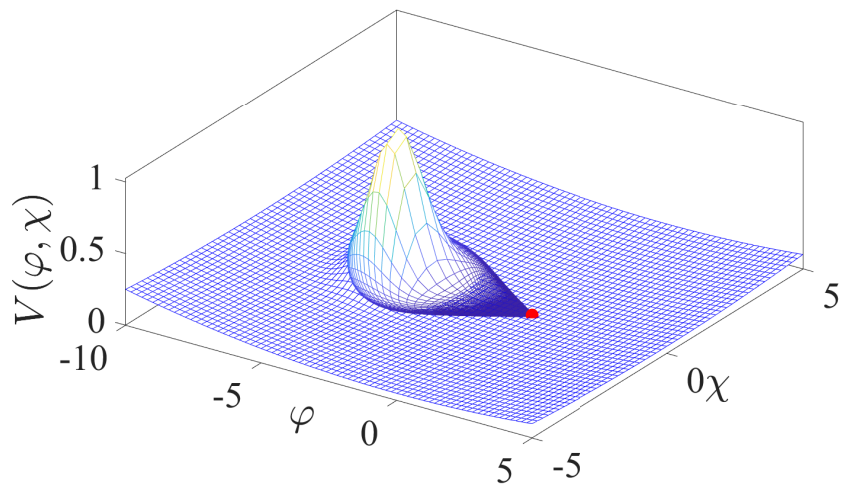
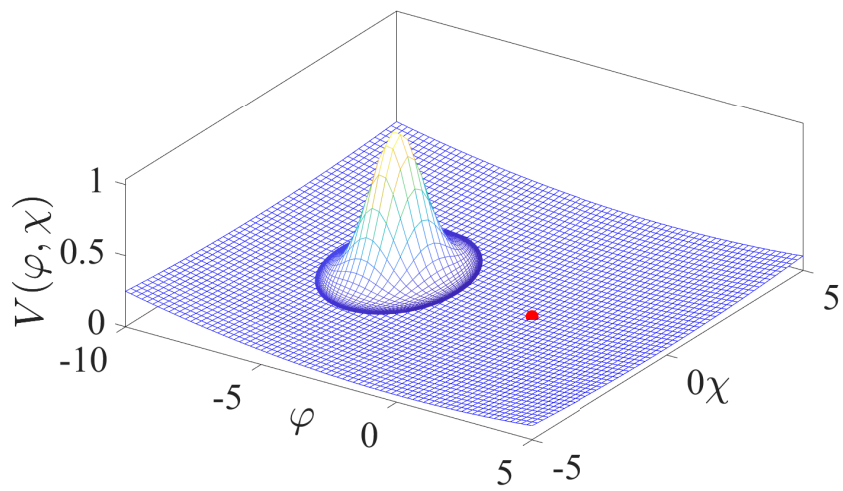
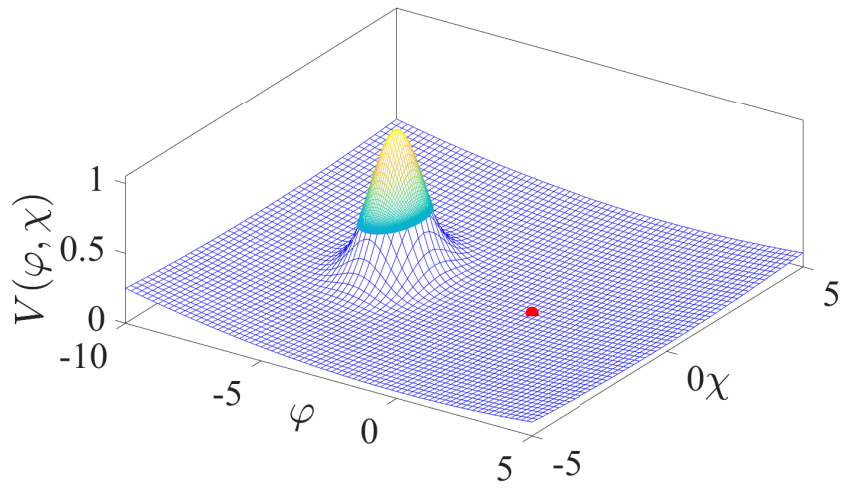
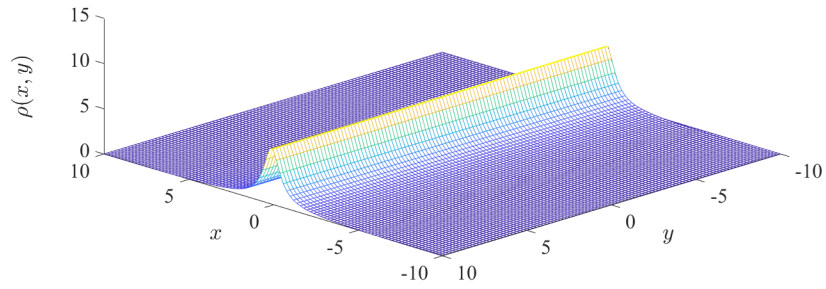
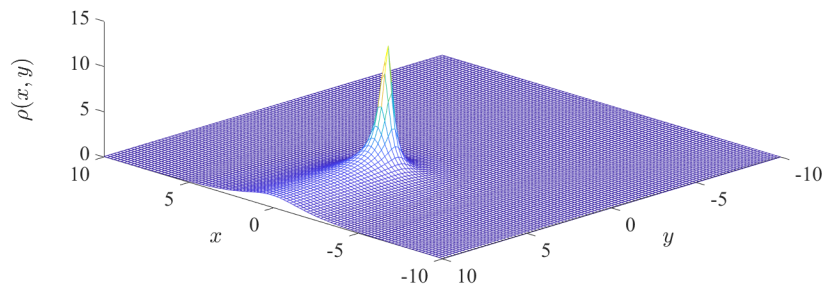


Рисунок 2 — Случай второй: потенциал (2) со значениями параметров $m = 0.06$, $\Lambda = 1$, $\lambda = 1$, $\varphi_0 = -5$, $\chi_0 = 0$ и начальные условия (6) с $\mathcal{R}_0 = 1$, $r_0 = 1$, $\varphi_1 = -5$, $\chi_1 = 0$



(а) Доменная стенка образуется в первом случае



(б) Струна формируется во втором случае

Рисунок 3 — Окончательные распределения плотности энергии для упомянутых случаев

деляющего расположение начальных условий $\varphi_1 = -5$. Параметр подбирается таким образом, чтобы в начальное распределение полей входил пик потенциала. На рис. 2 показаны этапы эволюции во втором случае. Распределение полей стремится минимизировать энергию, что вызывает спад полей с пика потенциала. Окончательное распределение плотности энергии показано на рис.3б. Распределение соответствует струне с образованием гребня в трехмерном пространстве. Гребень появляется из-за наклона потенциала. Появление гребня отражает наличие натяжения, которое стремится привести распределение в минимум потенциала. В результате действия натяжения распределение движется в сторону гребня.

Таким образом стабильной конфигурацией может быть только доменная стенка. Струна в свою очередь имеет гребень в распределении энергии и движется по направлению к нему. Заметим, что при выбранных граничных условиях значения плотности энергии на границе выбранной нами физической области невакуумные. Поэтому выбранные нами двумерные

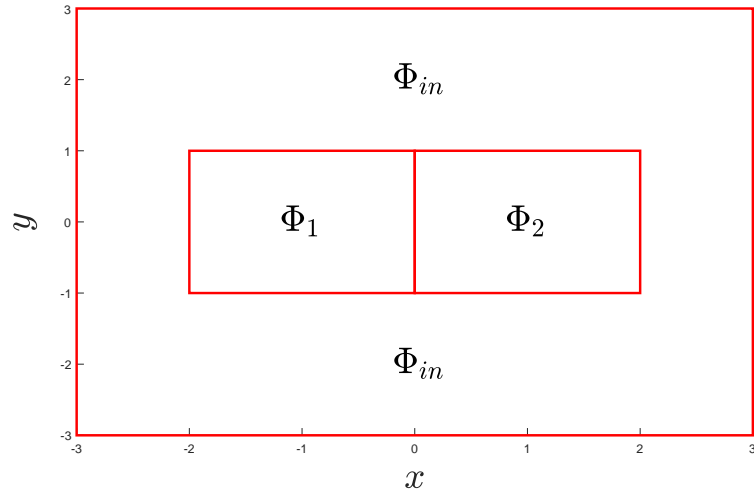


Рисунок 4 — Схема полевой конфигурации в физическом пространстве необходимой для изучения полного двухмерного среза

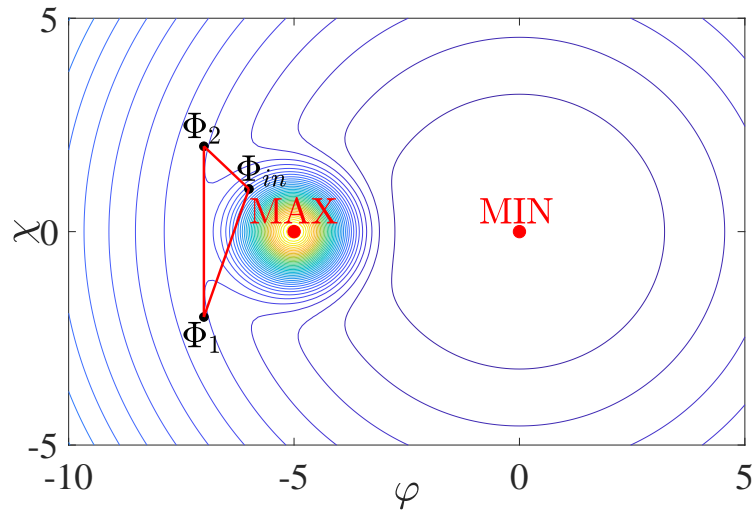


Рисунок 5 — Расположение областей $\Phi_{in} = [-6, 1]$, $\Phi_1 = [-7, -2]$ и $\Phi_2 = [-7, 2]$ на потенциале, приводящее к образованию пузыря

срезы не охватывают трехмерную конфигурацию целиком, а показывают лишь ее часть.

Для того, чтобы получить целый срез нужно в рассмотрении положить граничные условия вакуумными. Кроме того начальное распределение должно приводить в результате своей эволюции к появлению солитонных решений. Пример такой конфигурации показан на рис. 4. Образование подобной конфигурации можно представить следующим образом: на определенном этапе инфляции изначально имевшееся в области значение поля $\Phi_{in} = [\varphi_{in}, \chi_{in}]$ профлуктуировало в двух соседних областях в разные значения Φ_1 и Φ_2 . Далее существенно квантовый период эволюции

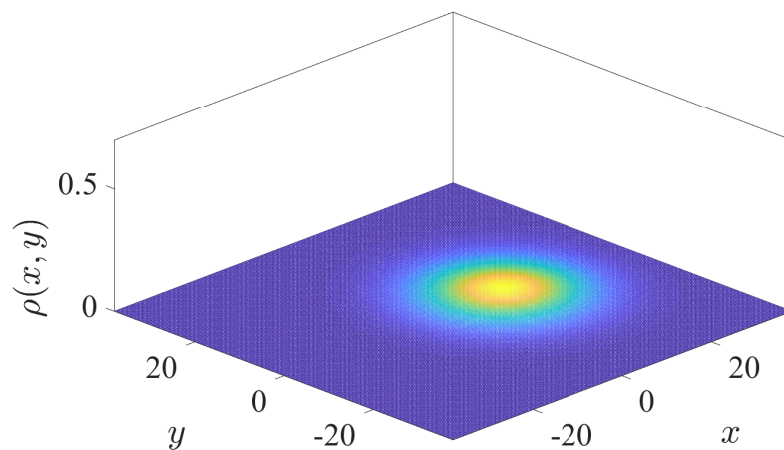
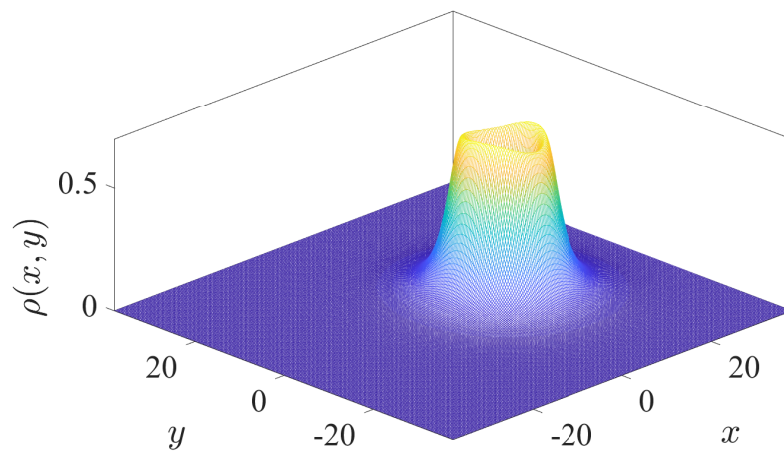
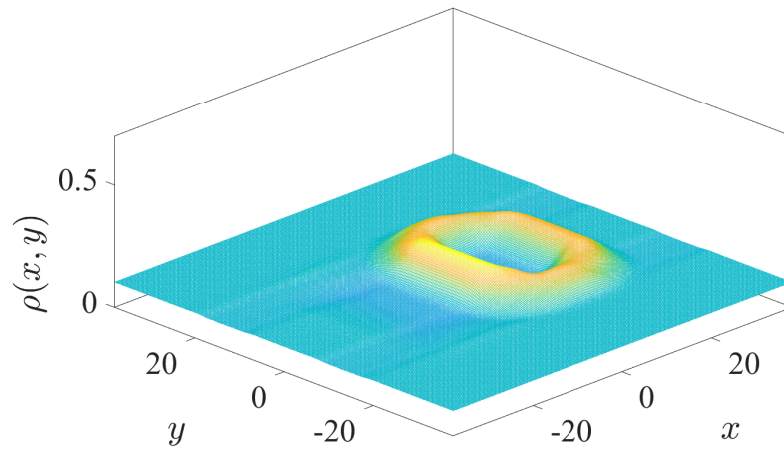


Рисунок 6 — Эволюция конфигурации типа пузыря

данной конфигурации заканчивается и основной становится классическая динамика полей, которую мы изучаем в данной работе.

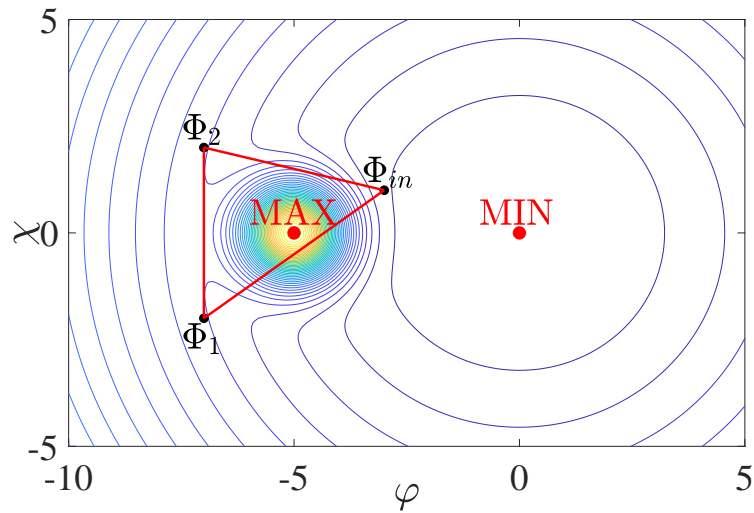


Рисунок 7 — Расположение областей $\Phi_{in} = [-3, 1]$, $\Phi_1 = [-7, -2]$ и $\Phi_2 = [-7, 2]$ на потенциале, приводящее к образованию блина

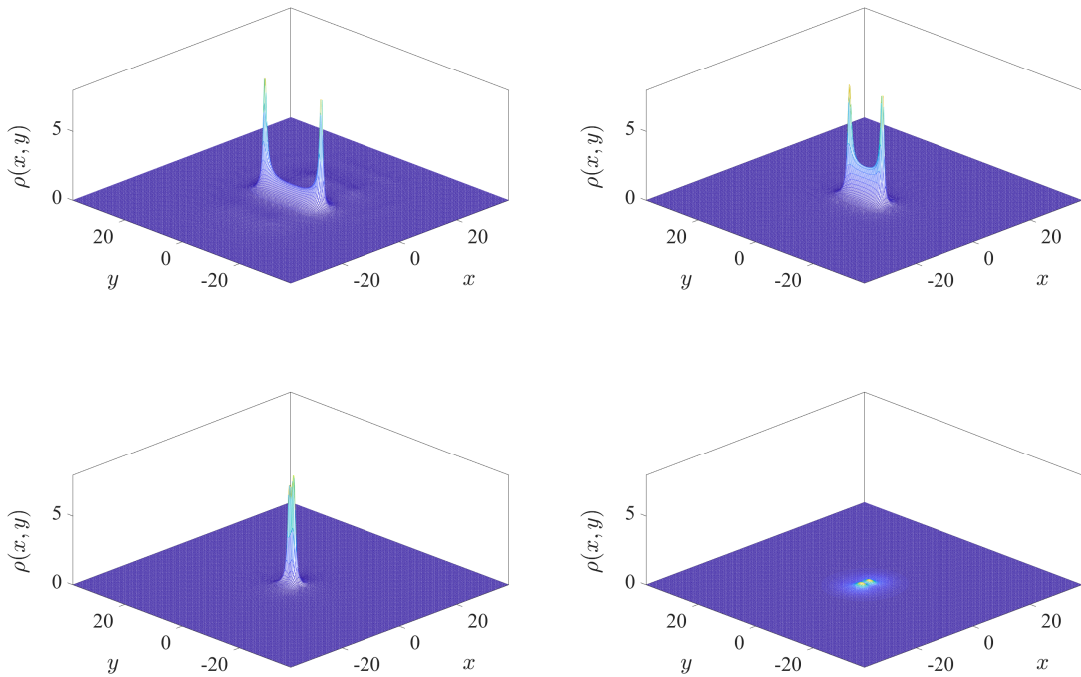


Рисунок 8 — Эволюция конфигурации типа блина

Так как предполагается образование начального распределения полей на этапе инфляции, следовательно такие конфигурации будут образовываться во Вселенной с ненулевой вероятностью. Действительные вероятности образования таких начальных условий требуют исследования квантовых флуктуаций на инфляции, что будет сделано в последующих работах.

Такое начальное распределение в зависимости от своего расположения

на потенциале может приводить к появлению либо пузырей, либо блинов, либо к скатыванию всей конфигурации в вакуум в тривиальном случае.

Чтобы удовлетворить условиям необходимым для образования пузырей и блинов нужно, чтобы конфигурация на рис.4 отображалась в пространство полей определенными способами. Такое отображение, необходимое для получения пузыря показано на рис.5. Обратите внимание на то, что вся конфигурация отделена от минимума локальным максимумом и таким образом должна эволюционировать аналогично показанной на рис.1.

Эволюция такой конфигураций показана на рис.6. Из рисунка видно, что первоначально образовавшийся пузырь вначале стягивается, а затем разрушается, скатываясь в минимум потенциала.

Отображение необходимое для получения блина показано на рис.7. На рисунке видно, что конфигурация должна лежать на максимуме, что следует из требования образования струн для получения блина.

Эволюция блина представлена на рис.8. Из рисунка видно, что появляются две струны соединенные доменной стенкой и далее струны стягиваются друг к другу вдоль стенки. Это происходит из-за стремления блина к минимизации энергии поверхностного натяжения. Итогом эволюции является разрушение блина и скатывание всей конфигурации в минимум.

При рассмотрении эволюции блина следует учитывать, что рассматривается эволюция двумерного среза, а не цельной структуры. Поэтому существование отдельных незамкнутых струн становится топологически невозможным. Таким образом мы имеем дело с одной струной которая на пересекает рассматриваемый срез два раза, что также подтверждается стремлением к стягиванию конфигурации.

Блин топологически идентичен пузырю с дыркой. Такая конфигурация была бы невозможна в случае, когда стенка образуется между разными вакуумами. То есть образование блина возможно только в случае если его доменная стенка разделяет две области с одним и тем же вакуумом.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено образование струн и доменных стенок в результате эволюции полевой конфигурации в потенциале имеющем седловую точку и

локальный максимум. В результате были получены обе солитонные конфигурации, а также рассмотрена эволюция целого среза конфигурации в которой такие солитоны образуются. В результате можно сделать выводы о том, что трехмерная конфигурация в данной модели может представлять из себя либо пузырь, либо блин. Также было выяснено, что космические струны в данной модели не могут быть получены отдельно от доменной стенки и при их наличии конфигурация является блином.

Дальнейшим шагом в изучении таких конфигураций будет изучение вероятности их появления в ранней вселенной. Для подобного изучения, необходимо сначала изучить вероятность появления начальной конфигурации, соответствующей требованиям для образования солитонов, в результате квантовых флуктуаций на этапе инфляции. Такое исследование будет проведено в дальнейших работах.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Natural inflation: Particle physics models, power-law spectra for large-scale structure, and constraints from the Cosmic Background Explorer / F. C. Adams [et al.] // Phys. Rev. D. — 1993. — Vol. 47, no. 2. — P. 426–455. — arXiv: [9207245 \[hep-ph\]](#).
2. *Linde A.* Hybrid inflation // Phys. Rev. D. — 1994. — Vol. 49, no. 2. — P. 748–754. — arXiv: [9307002 \[astro-ph\]](#).
3. *Liddle A. R., Mazumdar A., Schunck F. E.* Assisted inflation // Phys. Rev. D. — 1998. — Vol. 58, no. 6. — P. 061301. — arXiv: [9804177 \[astro-ph\]](#).
4. *Kim J. E., Nilles H. P., Peloso M.* Completing natural inflation // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2005. — Vol. 2005, no. 1. — P. 005. — arXiv: [0409138 \[hep-ph\]](#).
5. *Battefeld D., Battefeld T.* A smooth landscape: ending saddle point inflation requires features to be shallow // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2013. — Vol. 2013, no. 7. — P. 038. — arXiv: [1304.0461 \[hep-th\]](#).
6. *Peloso M., Unal C.* Trajectories with suppressed tensor-to-scalar ratio in Aligned Natural Inflation // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2015. — Vol. 2015, no. 6. — P. 040. — arXiv: [1504.02784 \[astro-ph.CO\]](#).
7. *Evans J. L., Gherghetta T., Peloso M.* Affleck-Dine sneutrino inflation // Phys. Rev. D. — 2015. — Vol. 92, no. 2. — P. 021303. — arXiv: [1501.06560 \[hep-ph\]](#).
8. *Ketov S. V.* Multi-Field versus Single-Field in the Supergravity Models of Inflation and Primordial Black Holes // Universe. — 2021. — Vol. 7, no. 5. — P. 115.
9. *Susskind L.* The Anthropic Landscape of String Theory // The Davis Meeting On Cosmic Inflation. — 2003. — P. 26. — arXiv: [0302219 \[hep-th\]](#).
10. *Basu R., Guth A. H., Vilenkin A.* Quantum creation of topological defects during inflation // Phys. Rev. D. — 1991. — Vol. 44, no. 2. — P. 340–351.

11. *Garriga J., Vilenkin A., Zhang J.* Black holes and the multiverse // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2016. — Vol. 2016, no. 2. — P. 064. — arXiv: [1512.01819 \[hep-th\]](#).
12. *Deng H., Garriga J., Vilenkin A.* Primordial black hole and wormhole formation by domain walls // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2017. — Vol. 2017, no. 4. — P. 050. — arXiv: [1612.03753 \[gr-qc\]](#).
13. *Deng H., Vilenkin A.* Primordial black hole formation by vacuum bubbles // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2017. — Vol. 2017, no. 12. — P. 044. — arXiv: [1710.02865 \[gr-qc\]](#).
14. *Vilenkin A., Shellard E.* Cosmic Strings and Other Topological Defects. — Cambridge : Cambridge University Press, 2000.
15. *Garriga J., Vilenkin A.* Black holes from nucleating strings // Phys. Rev. D. — 1993. — Vol. 47, no. 8. — P. 3265–3274. — arXiv: [9208212 \[hep-ph\]](#).
16. *Hansen R. N., Christensen M., Larsen A. L.* Cosmic String Loops Collapsing to Black Holes // Int. J. Mod. Phys. A. — 2000. — Vol. 15, no. 28. — P. 4433–4445. — arXiv: [9902048 \[gr-qc\]](#).
17. *Hiramatsu T., Kawasaki M., Saikawa K.* Gravitational waves from collapsing domain walls // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2010. — Vol. 2010, no. 5. — P. 032. — arXiv: [1002.1555 \[astro-ph.CO\]](#).
18. *Vilenkin A., Levin Y., Gruzinov A.* Cosmic strings and primordial black holes // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2018. — Vol. 2018, no. 11. — P. 008. — arXiv: [1808.00670 \[astro-ph.CO\]](#).
19. *Helper T., Aurrekoetxea J. C., Lim E. A.* Cosmic string loop collapse in full general relativity // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 99, no. 10. — P. 104028. — arXiv: [1808.06678 \[gr-qc\]](#).
20. *Liu J., Guo Z.-K., Cai R.-G.* Primordial black holes from cosmic domain walls // Phys. Rev. D. — 2020. — Vol. 101, no. 2. — P. 023513. — arXiv: [1908.02662 \[astro-ph.CO\]](#).

21. *Rubin S. G., Sakharov A. S., Khlopov M. Y.* The Formation of Primary Galactic Nuclei during Phase Transitions in the Early Universe // J. Exp. Theor. Phys. — 2001. — Vol. 92, no. 6. — P. 921–929. — arXiv: [0106187 \[hep-ph\]](#).
22. Clusters of Primordial Black Holes / K. M. Belotsky [et al.] // Eur. Phys. J. C. — 2019. — Vol. 79, no. 3. — P. 246. — arXiv: [1807.06590 \[astro-ph.CO\]](#).
23. *Gani V. A., Kirillov A. A., Rubin S. G.* Transitions between topologically non-trivial configurations // J. Phys. Conf. Ser. — 2017. — Vol. 934. — P. 012046. — arXiv: [1711.07700 \[hep-th\]](#).
24. *Gani V. A., Kirillov A. A., Rubin S. G.* Classical transitions with the topological number changing in the early Universe // J. Cosmol. Astropart. Phys. — 2018. — Vol. 2018, no. 4. — P. 042. — arXiv: [1704.03688 \[hep-th\]](#).
25. *Kirillov A. A., Murygin B. S.* Domain walls and strings formation in the early Universe // Bled Workshop in Physics. — 2020. — Vol. 21. — P. 128–133. — arXiv: [2011.07041 \[hep-th\]](#).
26. *Kirillov A. A., Murygin B. S.* The mechanism of domain walls and strings formation in the early Universe // J. Phys. Conf. Ser. — 2020. — Vol. 1690.