

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»  
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539

ОТЧЁТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Моделирование взаимодействия "тёмных" атомов  $O$ -гелия с ядрами  
вещества

Руководитель НИР,  
д.ф.-м.н., проф.

\_\_\_\_\_ М. Ю. Хлопов

Студент

\_\_\_\_\_ Т. Э. Бикбаев

Научный консультант,  
к.ф.-м.н., доц.

\_\_\_\_\_ А. Г. Майоров

Москва 2021

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b>	<b>2</b>
I "Тёмные" атомы <i>O</i> -гелия . . . . .	4
II Численное моделирование взаимодействия "тёмного" атома с ядром. Модель Бора. . . . .	6
1 Моделирование <i>O</i> -гелия . . . . .	6
2 Система координат системы <i>OHe</i> -ядро . . . . .	8
3 Учёт всех сил взаимодействия в системе <i>OHe</i> -ядро .	9
4 Квантово-механический эффект туннелирования . . .	14
5 Эффект штарка . . . . .	15
III Численное моделирование взаимодействия "тёмного" атома с ядром. Модель Томсона. . . . .	19
1 Моделирование <i>X</i> -гелия . . . . .	19
2 Учёт всех сил взаимодействия в системе <i>XHe</i> -ядро .	21
IV Заключение . . . . .	26
Список использованных источников . . . . .	29

# ВВЕДЕНИЕ

Важной, фундаментальной и актуальной задачей современной физики является исследование тёмной энергии и скрытой массы, которые составляют примерно 95% от всей плотности энергии Вселенной. Согласно космологии, которая даёт наблюдательные доказательства существования скрытой массы, она является небарионной и не может быть объяснена Стандартной моделью (СМ) физики элементарных частиц. Кроме того, в рамках этой теории не удаётся объяснить, почему во Вселенной наблюдается гораздо больше материи, чем антиматерии. При этом, ещё существует проблема иерархии и проблема тонкой настройки. Поэтому, в последние десятилетия активно разрабатывались теории, расширяющие СМ и имеющие преимущество в решении её внутренних проблем. Например, широко рассматривались суперсимметричные (SUSY) обобщения СМ. SUSY модели привлекательны решением проблемы расходимости массы бозона Хиггса и могут предложить стабильные частицы на роль кандидатов скрытой массы [1, 2].

Таким образом, если скрытая масса состоит из частиц, то они предсказываются вне рамок СМ. Для того, чтобы эти частицы могли рассматриваться в качестве кандидатов на роль скрытой массы, формирующей крупномасштабную структуру Вселенной, нам нужно, чтобы они объяснили как можно больше астрономических наблюдений [3, 4]. Наиболее популярной является модель, в которой элементарные слабо взаимодействующие массивные частицы (от английского WIMP, Weakly Interacting Massive Particle) предлагаются как частицы скрытой массы.

Однако, SUSY частицы до сих пор не обнаружены на LHC, как и WIMP, которые также не обнаруживаются в ходе прямых подземных поисков скрытой массы. Поэтому, ученые предлагают альтернативные версии таких частиц [2, 5–7]. Всё это подталкивает исследовать более обширную область физики за пределами СМ и, в частности, рассмотреть возможные несуперсимметричные решения, сокращающие расходимость массы бозона

Хиггса и дающие объяснение физической природы скрытой массы. Такое решение может быть предоставлено моделями составного Хиггса, например, в данной работе рассматривается подобная модель на основе гипотезы Walking Technicolor (WTC). WTC также может привести к новому подходу в рассмотрении скрытой массы, раскрывающий её составной характер [8–10].

В частности, предполагается, что могут существовать стабильные, электрически заряженные частицы. В WTC заряд частиц "новой" физики не фиксирован. Но есть ограничения на дробные заряды, так как свободные кварки не наблюдаются. Важной проблемой для сценариев гипотетических, стабильных, электрически заряженных частиц является их отсутствие в окружающем нас веществе. Если они существуют, то должны быть связаны с обычным веществом и образовывать аномальные изотопы (с аномальным отношением  $Z/A$ ). Основная трудность для этих сценариев состоит в подавлении обилия положительно заряженных частиц, связанных с электронами, которые ведут себя как аномальные изотопы водорода или гелия. Серьезные экспериментальные ограничения на такие изотопы, особенно на аномальный водород, очень жёстко ограничивают возможность стабильных положительно заряженных частиц [11]. Поэтому положительно заряженные частицы не подходят в качестве частиц скрытой массы.

Эта проблема также неразрешима, если модель предсказывает стабильные частицы с отрицательным, нечётным зарядом. Такие частицы связываются с первичным гелием в  $+1$  заряженные ионоподобные системы, которые рекомбинируют с электронами в атомы аномального водорода [12].

В связи с чем стабильные отрицательно заряженные частицы могут иметь только заряд  $-2$  – будем обозначать их  $O^{--}$  (в общем случае  $-2n$ , где  $n$  – любое натуральное число, будем обозначать их  $X$ ) [13].

В данной работе мы рассматриваем сценарий составной скрытой массы, в которой гипотетические стабильные частицы  $O^{--}$  ( $X$ ) избегают экспериментального открытия, потому что они формируют с первичным гелием нейтральные атомоподобные состояния  $OHe$  ( $X$  – гелия), называемые "тёмными" атомами [14]. Поскольку все эти модели также предсказывают соответствующие  $+2n$  зарядовые античастицы, космологический сценарий должен обеспечить механизм их подавления, что, естественно, может иметь

место в зарядово-асимметричном случае, соответствующем избытку  $-2n$  заряженных частиц [2]<sup>1</sup>. Тогда их положительно заряженные античастицы могут эффективно аннигилировать в ранней Вселенной. Существуют различные модели, в которых предсказываются такие стабильные  $-2n$  заряженные частицы [15–17].

В WTC может генерироваться  $-2n$  заряженных стабильных техночастиц в избытке по сравнению с их  $+2n$  заряженными партнерами, уравновешенными переходами сфалеронов с избытком барионов. Связь между превышением  $-2n$  и барионной асимметрией может объяснить наблюдаемое соотношение плотностей барионной материи и скрытой массы.

## I. "ТЁМНЫЕ" АТОМЫ O-ГЕЛИЯ

"Темный" атом - это система состоящая из  $-2n$  заряженных частиц (в случае  $n = 1$ , это  $O^{--}$ ), связанная кулоновской силой с  $n$  ядрами  ${}^4\text{He}$ . Структура соответствующего связанного состояния зависит от значения параметра  $a = Z_\alpha Z_o \alpha A m_p R_{\text{He}}$ . Где  $\alpha$  – это постоянная тонкой структуры,  $Z_o$  и  $Z_\alpha$  – зарядовые числа частицы  $X$  и  $n$  ядер He соответственно,  $m_p$  – масса протона,  $A$  это массовое число  $n$  –ядра He, а  $R_{\text{He}}$  это радиус соответствующего ядра.

При  $0 < a < 1$  связанное состояние выглядит как атом Бора с отрицательно заряженной частицей в остове и ядром, движущимся по боровской орбите. При  $2 < a < \infty$  связанные состояния выглядят как атомы Томсона, в которых тело ядра колеблется вокруг тяжелой отрицательно заряженной частицы.

В первом приближении нашей численной модели мы рассмотрели модель атома Бора, то есть взяли случай, когда  $Z_\alpha = 2$ , а  $Z_o = -2$ .  $\alpha$ -частица в такой модели является точечной и движется по боровскому радиусу. Тогда энергия связи OHe для точечного заряда  ${}^4\text{He}$  определяется выражением:

$$I_0 = \frac{Z_o^2 Z_\alpha^2 \alpha^2 m_{\text{He}}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ}, \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>Электрический заряд этого избытка компенсируется соответствующим избытком положительно заряженных барионов, так что электронейтральность Вселенной сохраняется

где  $m_{He}$  – масса  $\alpha$ -частицы.

Боровский радиус вращения  $He$  в “тёмных” атомах  $OHe$  равен [18]:

$$R_b = \frac{\hbar c}{Z_o Z_\alpha m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (2)$$

Во всех моделях  $O$ -гелия  $O^{--}$  ведет себя как лептон или как специфический кластер тяжелых кварков новых семейств с подавленным адронным взаимодействием [19]. А существующее ограничение на массу этого типа частиц, согласно ускорителю ЛНС, составляет около 1ТэВ [20].

Существование гипотезы  $O$ -гелия важно, поскольку она может объяснить противоречивые результаты экспериментов по прямому поиску скрытой массы из-за особенностей взаимодействия “тёмных” атомов с веществом подземных детекторов [21]. Например, положительные результаты по обнаружению частиц скрытой массы в таких экспериментах, как *DAMA/NaI* и *DAMA/LIBRA*, которые вступают в кажущееся противоречие со всеми остальными экспериментами, например с *XENON100*, *LUX*, *CDMS*, дающими отрицательный результат.

Основная проблема с атомами  $OHe$  заключается в том, что их составляющие могут слишком сильно взаимодействовать с веществом. Это происходит потому, что  $O$  –гелий имеет незранированное ядерное притяжение к ядрам вещества. Это, в свою очередь, может привести к разрушению связанной системы атомов скрытой массы и образованию аномальных изотопов. Существуют очень строгие экспериментальные ограничения на концентрацию этих изотопов в земной почве и морской воде [11]. Чтобы избежать проблемы перепроизводства аномальных изотопов, предполагается, что эффективный потенциал между  $OHe$  и ядром материи будет иметь барьер, препятствующий слиянию  $He$  и/или  $O^{--}$  с ядром (см. рисунок 1). В данной работе мы пытаемся построить численную модель такого взаимодействия.

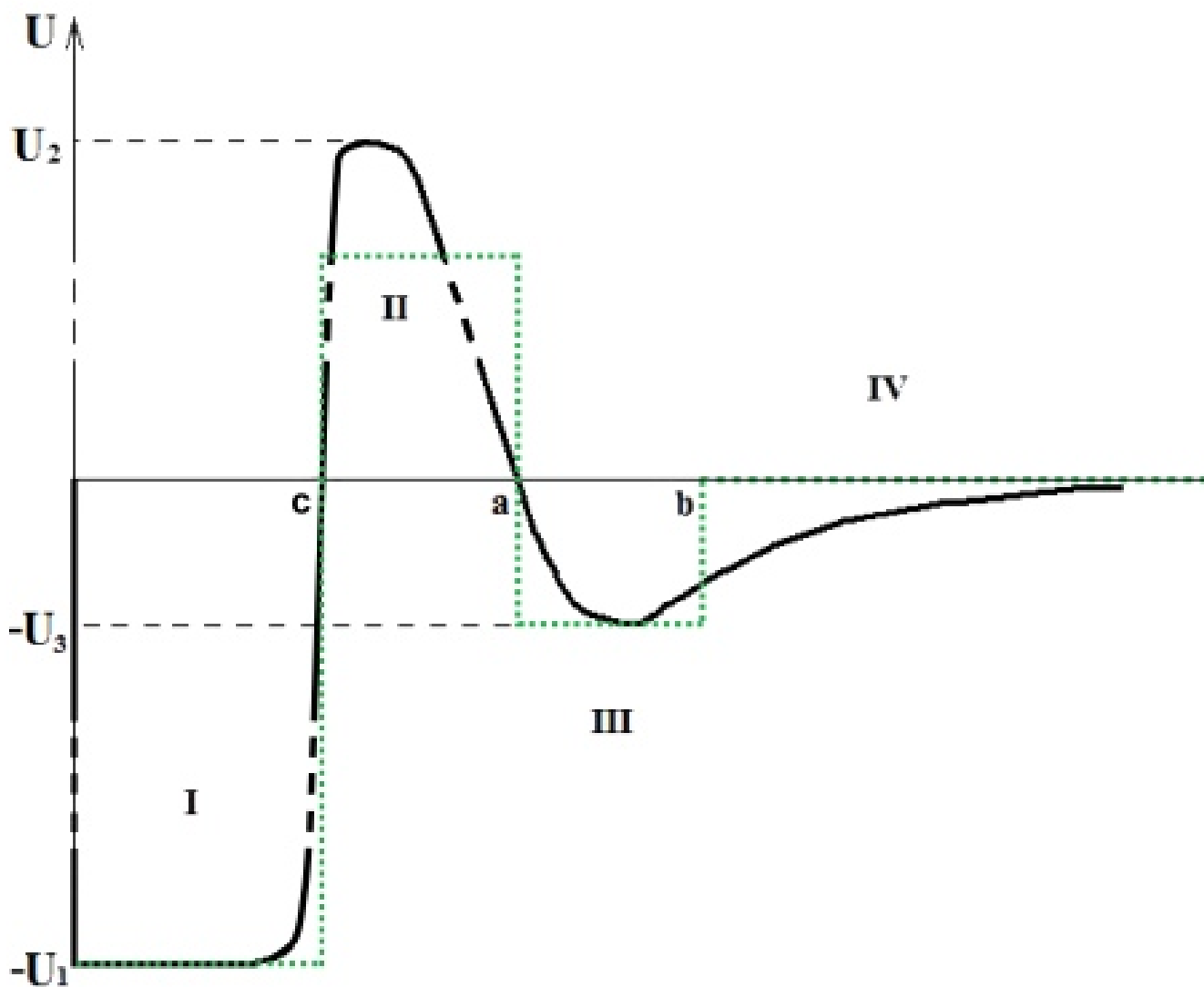


Рисунок 1 — Эффективный потенциал взаимодействия между  $OHe$  и ядром вещества [18]

## II. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ "ТЁМНОГО" АТОМА С ЯДРОМ. МОДЕЛЬ БОРА.

### 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ $O$ -ГЕЛИЯ

"Тёмный" атом  $O$  –гелия (система  $OHe$ ) состоит из двух точечных и связанных между собой частиц: ядра  $He$  и частицы  $O^{--}$ . Сферическая

система координат расположена в центре частицы  $O^{--}$ , вокруг неё по поверхности сферы, радиус которой равен радиусу атома  $OHe$   $R_b$ , ядро атома  $He$  движется стохастически с постоянной боровской скоростью  $V_\alpha$ .

Рассмотрим схему численного моделирования динамической системы  $OHe$ .

1)  $\alpha$  –частица в связанной системе  $OHe$  имеет только две независимые степени свободы, в качестве которых принимаются полярный и азимутальный углы.  $\theta_0$  и  $\phi_0$  - начальные значения углов, через которые вычисляются начальные компоненты радиус-вектора  $\alpha$  –частицы  $r_0$ .

2) Изменения полярного  $d\theta$  и азимутального  $d\phi$  углов определяются как приращения углов при перемещении от точки  $r_{i-1}$  к точке  $r_i$  по поверхности сферы за время  $dt$ , где  $i$  - номер итерации:

$$d\theta = \left( \frac{V_\alpha dt}{R_b} \right) (2n - 1), \quad (3)$$

$$d\phi = \frac{\sqrt{\left( \frac{V_\alpha dt}{R_b} \right)^2 - (d\theta)^2}}{\cos(\theta)} (2n - 1), \quad (4)$$

где  $n$  - это случайная величина с равномерным распределением на отрезке от 0 до 1.

3) Проверяем условие для приращения углов:

$$(d\theta)^2 + (\cos \theta d\phi)^2 \leq \left( \frac{V_\alpha dt}{R_b} \right)^2. \quad (5)$$

Это условие необходимо для того, чтобы траектория альфа –частицы, вычисленная через приращения углов  $d\theta$  и  $d\phi$ , не превышала реального расстояния, которое альфа –частица прошла по сфере за время  $dt$ .

В результате, по полученным данным, записанным в матрицу  $r$ , содержащую значения компонентов радиус-вектора альфа-частицы в каждый момент времени, программа строит её траекторию движения по поверхности сферы боровского радиуса  $R_b$  (см. рисунок 2). На рисунке 2 изображена сфера радиуса  $R_b$ , на поверхности которой синими точками отмечено расположение альфа-частицы между моментами времени  $dt$ . За-



полнение сферы точками зависит от количества итераций цикла.

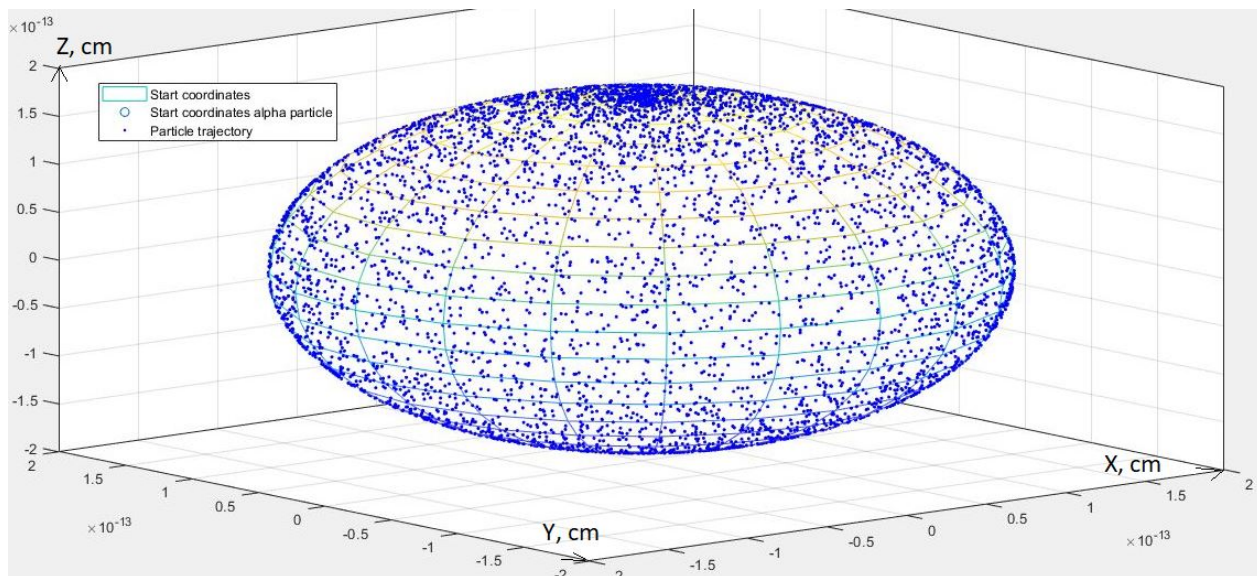


Рисунок 2 — Плотность распределения координат  $\alpha$ -частицы на орбите, соответствующей основному состоянию системы

## 2. СИСТЕМА КООРДИНАТ СИСТЕМЫ $ONe$ -ЯДРО

Рассмотрим систему  $ONe$ -ядро, состоящую из трёх заряженных, точечных (на данном этапе моделирования) частиц. Поместим систему координат в центр ядра  $A$ . В выбранной системе отсчёта  $O$ -гелий движется относительно начала координат. Введены радиус-вектор  $O^{--}$   $\vec{r}$  и радиус-вектор  $\alpha$ -частицы  $\vec{r}_\alpha$  (см. рисунок 3). В этом случае  $\vec{r}_\alpha$  определяется следующим образом:

$$\vec{r}_\alpha = \vec{r} + \vec{R}_b \quad (6)$$

Наша задача - рассмотреть взаимодействие  $ONe$  с ядром, построив набор сил, действующих между всеми частицами в выбранной системе координат. Мы должны учитывать электромагнитные силы, действующие между  $O^{--}$  и ядром,  $O^{--}$  и  $He$ ,  $He$  и ядром. А также ядерное взаимодействие между гелием и ядром-мишенью. Эта задача сформулирована как задача трех тел и не имеет точного аналитического решения. Таким образом, в данной работе предлагается численный подход для описания перечисленных взаимодействий.

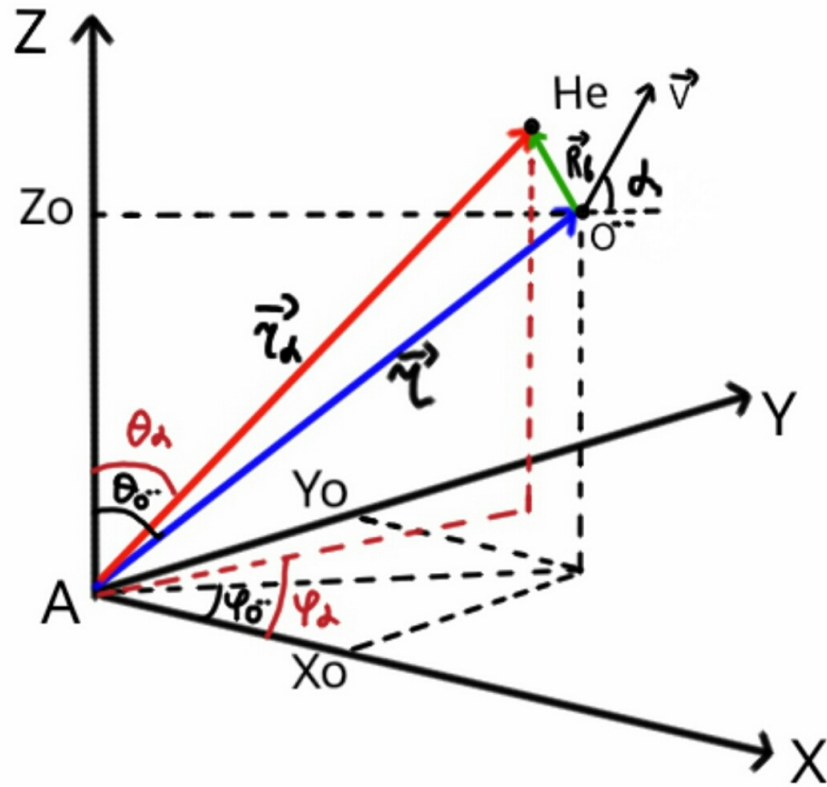


Рисунок 3 — Система координат  $OHe$  –ядро.

### 3. УЧЁТ ВСЕХ СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ $OHe$ –ЯДРО

Кулоновское взаимодействие между  $\alpha$ -частицей и ядром-мишенью и кулоновское взаимодействие между  $O^{--}$  и ядром-мишенью задаются следующими формулами:

$$\vec{F}_{i\alpha}^e = \vec{F}_{i\alpha}^e(\vec{r}_{i\alpha}) = \frac{ZZ_\alpha e^2 \vec{r}_{i\alpha}}{r_{i\alpha}^3}, \quad (7)$$

$$\vec{F}_{iZO}^e = \vec{F}_{iZO}^e(\vec{r}_i) = \frac{ZZ_0 e^2 \vec{r}_i}{r_i^3}, \quad (8)$$

где  $Z$  это зарядовое число ядра.

Ядерное взаимодействие между ядром  $He$  и ядром-мишенью опреде-

ляется силой типа Саксона-Вудса,  $\vec{F}_{i\alpha}^N$ :

$$\vec{F}_{i\alpha}^N = -\frac{\frac{U_0}{p} \exp\left(\frac{r_{i\alpha} - R_Z}{p}\right) \vec{r}_{i\alpha}}{\left(1 + \exp\left(\frac{r_{i\alpha} - R_Z}{p}\right)\right)^2}, \quad (9)$$

где  $R_Z$  радиус ядра-мишени,  $U_0$  глубина потенциальной ямы,  $p$  - постоянный параметр.

Полная сила, действующая на систему  $OHe$ ,  $\vec{F}_{iSum}$ , вычисляется следующим образом:

$$\vec{F}_{iSum} = \vec{F}_{iZO}^e + \vec{F}_{i\alpha}, \quad (10)$$

где  $\vec{F}_{i\alpha}$  суммарная сила действующая на  $\alpha$ -частицу:

$$\vec{F}_{i\alpha} = \vec{F}_{i\alpha}^e + \vec{F}_{i\alpha}^N. \quad (11)$$

Построим численную схему расчета этих сил в зависимости от расстояния между объектами. В этом случае предложенная ранее модель описания системы  $OHe$  будет использована для расчетов в системе  $OHe$  –ядро.

1) Мы используем следующие начальные условия: начальные координаты  $O^{--}$  [ $x_0, y_0, z_0$ ] (или  $r_0$ ) и начальные компоненты его скорости [ $V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}$ ] (или  $V_0$ ) ( $i = 0$ ).

2) Рассмотрим состояние системы в следующий момент времени, взятое на временном интервале  $dt$ . Определяется  $i$ -е значение приращения импульса  $\alpha$ -частицы  $d\vec{P}_{i\alpha}$ :

$$d\vec{P}_{i\alpha} = \vec{F}_{i\alpha} dt. \quad (12)$$

3) Проверяется условие прерывания программы, когда избыток кинетической энергии  $dT_i$ , переданной  $\alpha$ -частице, превышает потенциал ионизации  $O$  –гелия  $I_0$ , что приводит к разрушению связанной системы  $OHe$ :

$$dT_i = \frac{d\vec{P}_{i\alpha}^2}{2m_\alpha} < I_0 \approx 1.6MeV. \quad (13)$$

4) В каждом цикле программа вычисляет полную силу, действующую на систему  $OHe$ ,  $\vec{F}_{iSum}$ .

5) Вычисляется приращение импульса  $d\vec{P}_i$  системы  $OHe$ , которое в совокупности является приращением импульса частицы  $O^{--}$ :

$$d\vec{P}_i = \vec{F}_{i\text{sum}} dt. \quad (14)$$

6) Используя приращение импульса  $d\vec{P}_i$ , вычисляется приращение скорости частицы  $O^{--}$ ,  $d\vec{V}_i$ , для последующего нахождения новой скорости используемой в следующей итерации:

$$d\vec{V}_i = \frac{d\vec{P}_i}{m_{O^{--}} + m_\alpha}. \quad (15)$$

На основе полученных данных программа строит траектории  $\alpha$ -частицы и частицы  $O^{--}$  (см рисунок 4). На рисунке 4, демонстрирующем результат работы программы, черный кружок показывает расположение ядра мишени (в данном случае, это ядро  $Na$ ), синие точки и красная пунктирная линия показывают траектории  $\alpha$ -частицы и частицы  $O^{--}$  в плоскости  $XY$  соответственно.

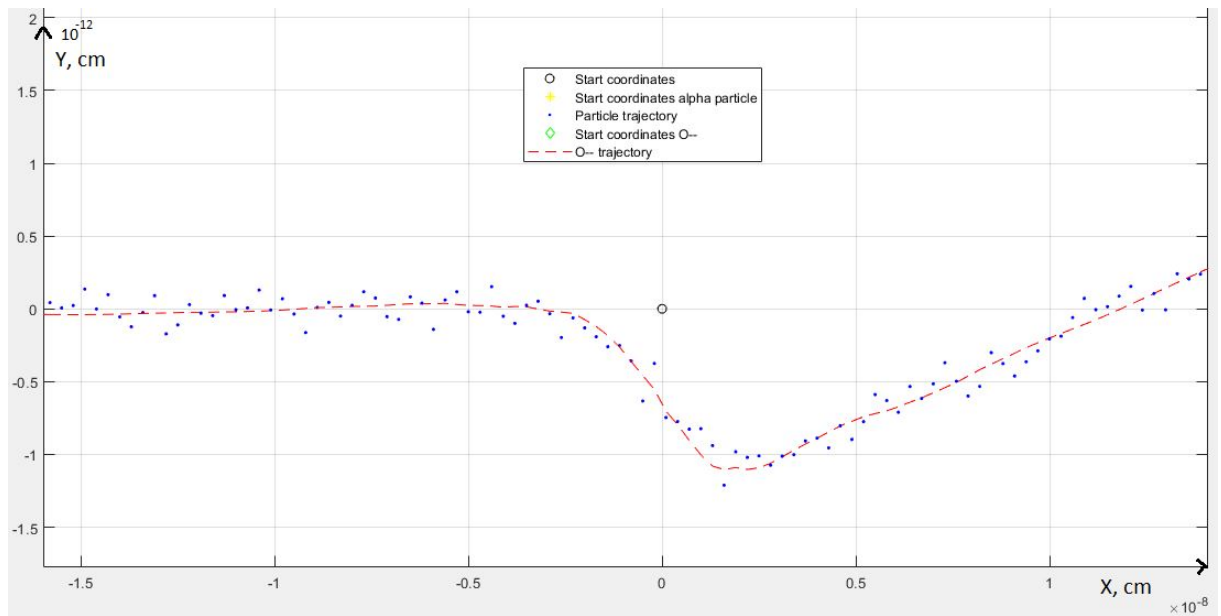


Рисунок 4 — Траектории движения  $\alpha$ -частицы и частицы  $O^{--}$  в плоскости  $XY$

На рисунке 4 показан один из результатов нашего моделирования. На рассматриваемом рисунке можно наблюдать отклонение траектории  $O^{--}$  от первоначального направления, которое связано с кулоновским взаимодействием между ядром  $He$  и ядром-мишенью. Это происходит, потому

что, за счёт вращения по боровской орбите,  $He$  в какие-то моменты времени оказывается ближе к началу координат и отталкивается от ядра-мишени сильнее, чем к ней притягивается частица  $O^{--}$ . Кроме того, видно, что траектория  $O^{--}$  испытывает некоторые биения. Это связано с дополнительным ядерным взаимодействием между  $\alpha$ -частицей и ядром, которое приводит к притяжению  $\alpha$ -частицы. Соответственно, чем ближе  $\alpha$ -частица к ядру, тем больше эта сила и тем более искажается траектория  $O^{--}$ .

Изменяя начальные условия и уменьшая время между итерациями  $dt$ , можно получить более подробные траектории движения частиц и на более близком расстоянии от ядра-мишени (см рисунок 5). На рисунке 5

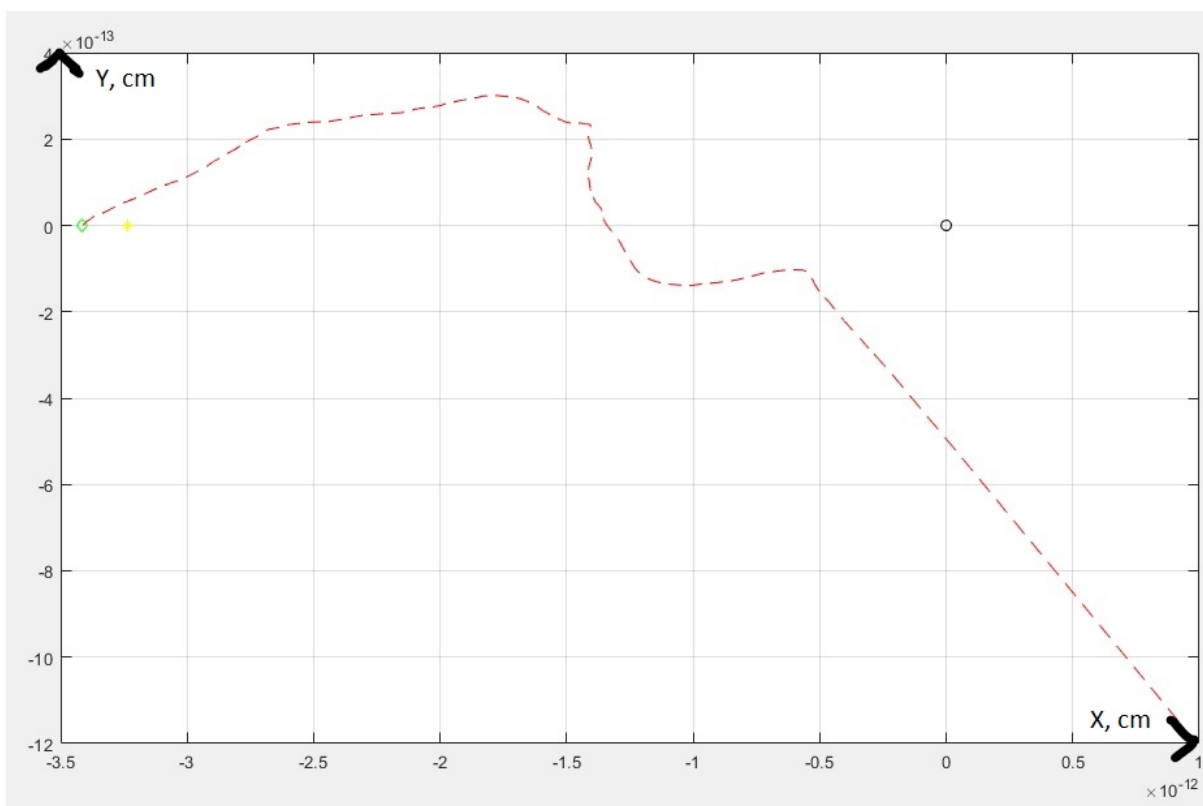


Рисунок 5 — Траектория движения частицы  $O^{--}$  в плоскости  $XY$

чёрный кружок показывает местоположение ядра-мишени, желтая звездочка и зелёный ромб - начальные местоположения  $\alpha$ -частицы и частицы  $O^{--}$  соответственно, красной пунктирной линией показана траектория частицы  $O^{--}$ .

Также можно построить суммарный потенциал взаимодействия между  $OHe$  и ядром-мишенью для разных ядер. Приведём несколько примеров.

Из рисунка 6 видно, что он соответствует предположению, что в пре-

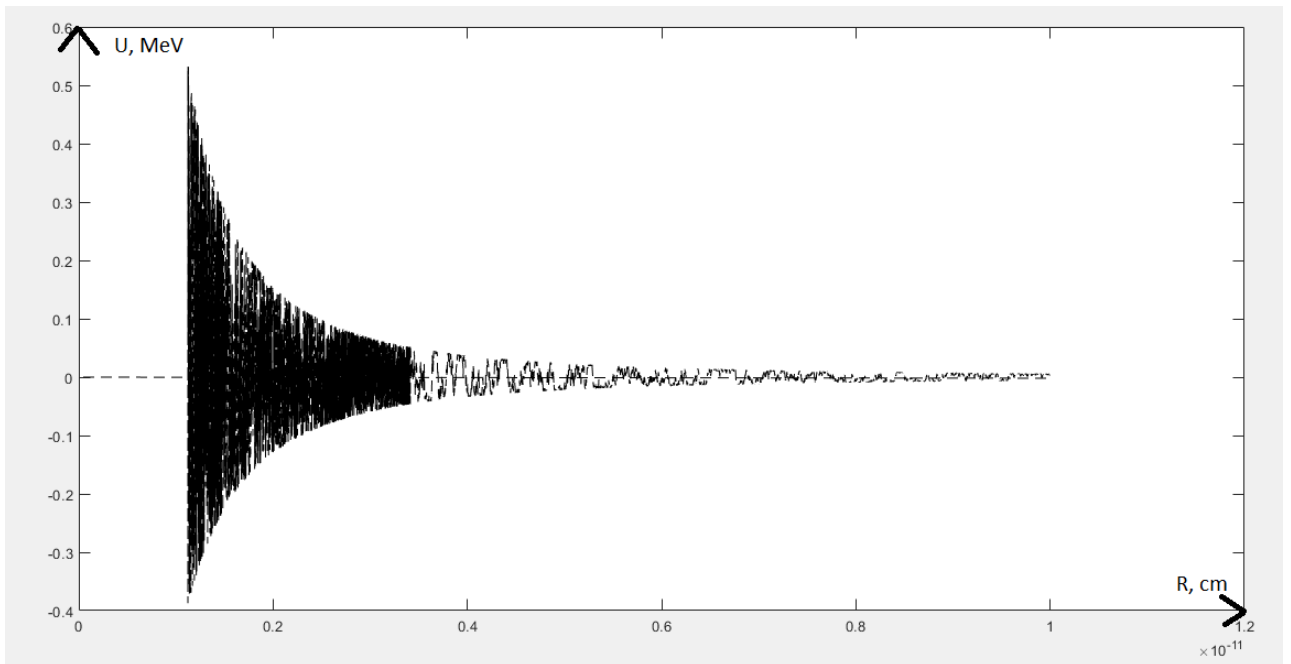


Рисунок 6 — Суммарный потенциал взаимодействия между  $OHe$  и ядром-мишенью  $Na$

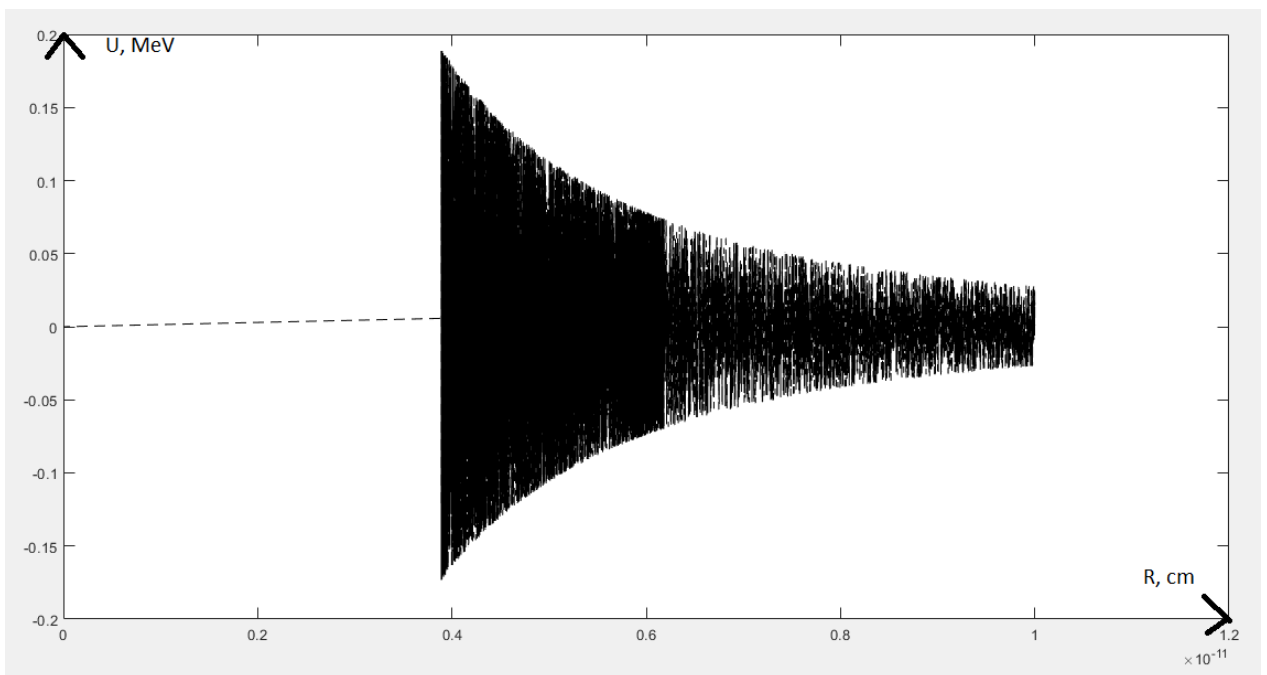


Рисунок 7 — Суммарный потенциал взаимодействия между  $OHe$  и ядром-мишенью  $I$

делах неопределенности параметров ядерной физики существует диапазон, в котором энергия связи в системе  $OHe - Na$  находится в интервале 2-4 КэВ [2, 22]. Также из расчётов следует, что для атомов  $O$ -гелия невыгодно образовывать низкоэнергетические связываемые состояния с ядрами  $I$ , что видно из рисунка 7 [18].

## 4. КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ТУННЕЛИРОВАНИЯ

Кулоновское взаимодействие заряженной частицы с ядром характеризуется высотой кулоновского барьера:

$$B_k = \frac{Zze^2}{R}, \quad (16)$$

где  $Z$  и  $z$  заряды ядра и частицы соответственно, а  $R$  радиус ядра. При сближении связанной системы  $ONe$  с ядром барионного вещества, когда кинетическая энергия альфа-частицы  $T < B_k$ , за счёт квантово-механического эффекта имеется конечная вероятность альфа-частице пройти через потенциальный барьер туннельным переходом и оказаться внутри ядра в какой-то доле случаев рассеяния, что приведёт к разрушению связанной системы  $O$ -гелия. В отличие от классического случая, в котором она никогда не сможет пройти через потенциальный кулоновский барьер. Вероятность туннельного перехода вычисляется по следующей формуле:

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar} \int_R^{r_2} \sqrt{2\mu(V - T)} dr\right), \quad (17)$$

где  $\mu$  это приведённая масса,  $V = \frac{Zze^2}{r}$  кулоновский потенциал взаимодействия,  $r$  расстояние между ядром и  $\alpha$ -частицей,  $r_2 = \frac{Zze^2}{T}$ .

Таким образом, в численную модель, описанную в предыдущем разделе, было добавлено условие прекращения работы алгоритма программы. Для этого в каждой итерации цикла вычисляется скорость  $\alpha$ -частицы в системе координат  $ONe$ -ядро  $\vec{V}_{i\alpha_{sum}}$ . Которая определяется как сумма бортовской скорости  $\alpha$ -частицы  $\vec{V}_{i\alpha}$  в системе  $ONe$  и скорости частицы  $O^{--}$   $\vec{V}_i$ :

$$\vec{V}_{i\alpha_{sum}} = \vec{V}_{i\alpha} + \vec{V}_i. \quad (18)$$

Далее, с помощью  $\vec{V}_{i\alpha_{sum}}$  вычисляется кинетическая энергия  $\alpha$ -частицы в системе координат  $ONe$ -ядро  $T$  и соответствующее ей значение  $r_2$ . После

чего определяется вероятность туннельного перехода  $D$ .

Наконец, с помощью полученного значения  $D$ , при условии, что расстояние между ядром и  $\alpha$ -частицей меньше или равно  $r_2$ , проверяется условие прекращения работы алгоритма программы. Для этого рассматривается отрезок от 0 до 1 и генерируется случайное число, равномерно распределённое на этом отрезке -  $n$ . При чём, если  $n \leq D$ , то туннельный переход происходит и программа прекращает свою работу, ибо это приводит к разрушению связанной системы  $O$ -гелия. Если  $n > D$ , значит туннельный переход не произошёл и, соответственно, работа алгоритма не прекращается.

## 5. ЭФФЕКТ ШТАРКА

Предполагается, что взаимодействие медленных атомов  $O$ -гелия с ядрами может приводить к их низкоэнергетическому связыванию. Захват „тёмных“ атомов в это связанное состояние приводит к соответствующему выделению энергии, наблюдаемому как ионизационный сигнал в детекторе *ДАМА*. Неизбежным следствием этого является появление в веществе детектора *ДАМА/NaI* или *ДАМА/LIBRA* аномальных сверхтяжелых изотопов натрия, масса которых примерно в сорок раз больше, чем у обычных изотопов этих элементов. Таким образом, низкоэнергетическое связанное состояние  $OHe$  –ядро должно представлять собой осциллирующую систему трёх тел.

В нашей численной модели мы фиксируем орбиту вращения  $He$  в атоме  $OHe$ , что исключает возможность его поляризации и наблюдаем кулоновское отталкивание. С другой стороны, известно, что в переменном, внешнем электрическом поле, созданном ядром-мишенью, должен наблюдаться эффект Штарка, который приводит к поляризации  $OHe$ , что должно вызывать его притяжение. В нашей полуклассической численной модели это можно сделать включением дипольного момента взаимодействия  $\delta$ , вызванного эффектом Штарка. Таким образом, включив вручную  $\delta$  в численную модель, мы вычисляли силу Штарка, которая легко получается из потенциала, который задаётся с помощью того же дипольного момента.  $\delta$  появляется за счёт действия ядерной силы и силы Кулона на ядро  $He$  и



также силы Кулона на  $O^{--}$ , отсюда можно получить выражение для  $\delta$ :

$$\delta = \frac{Z_\alpha E}{Z_{O^{--}} \rho} + \frac{\vec{F}_{i\alpha}^N}{e \rho Z_{O^{--}}}, \quad (19)$$

где  $E$  это напряжённость внешнего электрического поля, а  $\rho = \frac{Z_\alpha e}{R_b^3}$  это плотность заряда ядра  $He$ .

Потенциал Штарка вычисляется следующим образом:  $U_{St} = e Z_\alpha E \delta$ . А сила Штарка, соответственно:  $\vec{F}_{St} = -\text{grad } U_{St}$ .

На основе полученных данных программа строит траектории  $\alpha$ -частицы и частицы  $O^{--}$  (см рисунки 8 и 9). На рисунках 8 и 9, демонстрирующем результат работы программы, черный кружок показывает расположение ядра-мишени (в данном случае, это ядро  $Na$ ), синие точки и красная пунктирная линия показывают траектории  $\alpha$ -частицы и частицы  $O^{--}$  в плоскости  $XU$  соответственно.

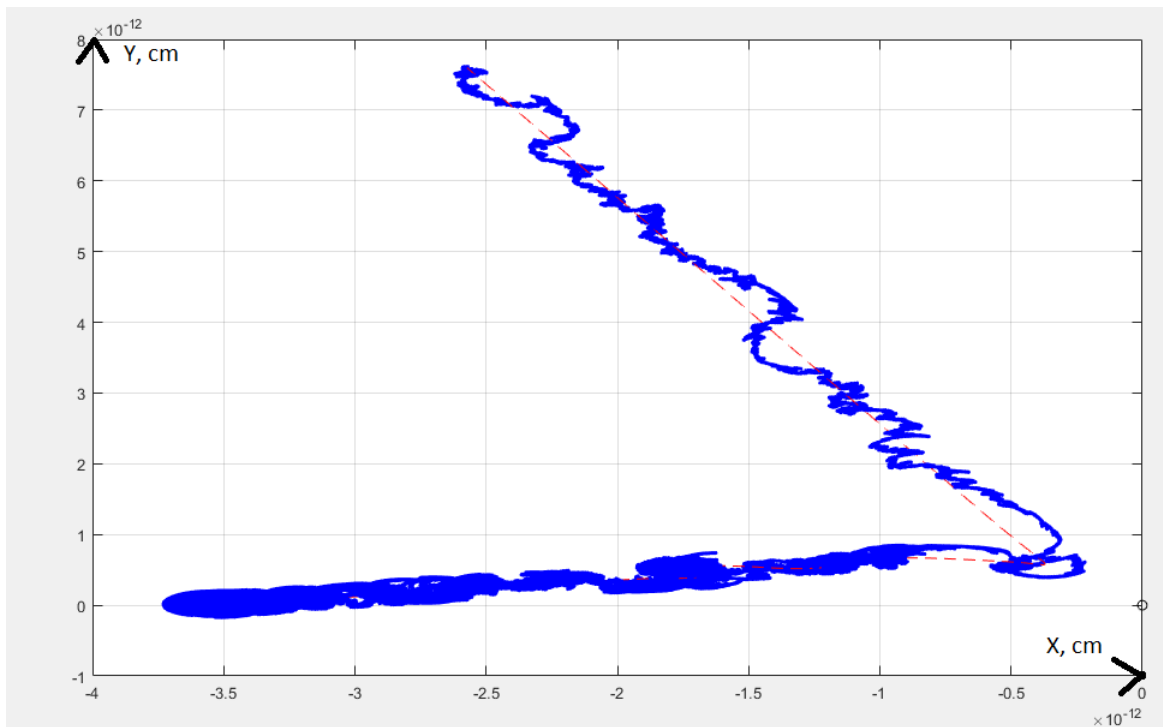


Рисунок 8 — Траектория движения  $\alpha$ -частицы и частицы  $O^{--}$  в плоскости  $XU$

Также, для соответствующих траекторий  $\alpha$ -частицы можно построить суммарный потенциал взаимодействия между  $He$  и ядром-мишенью в зависимости от радиус-вектора  $He$  (см рисунки 10 и 11).

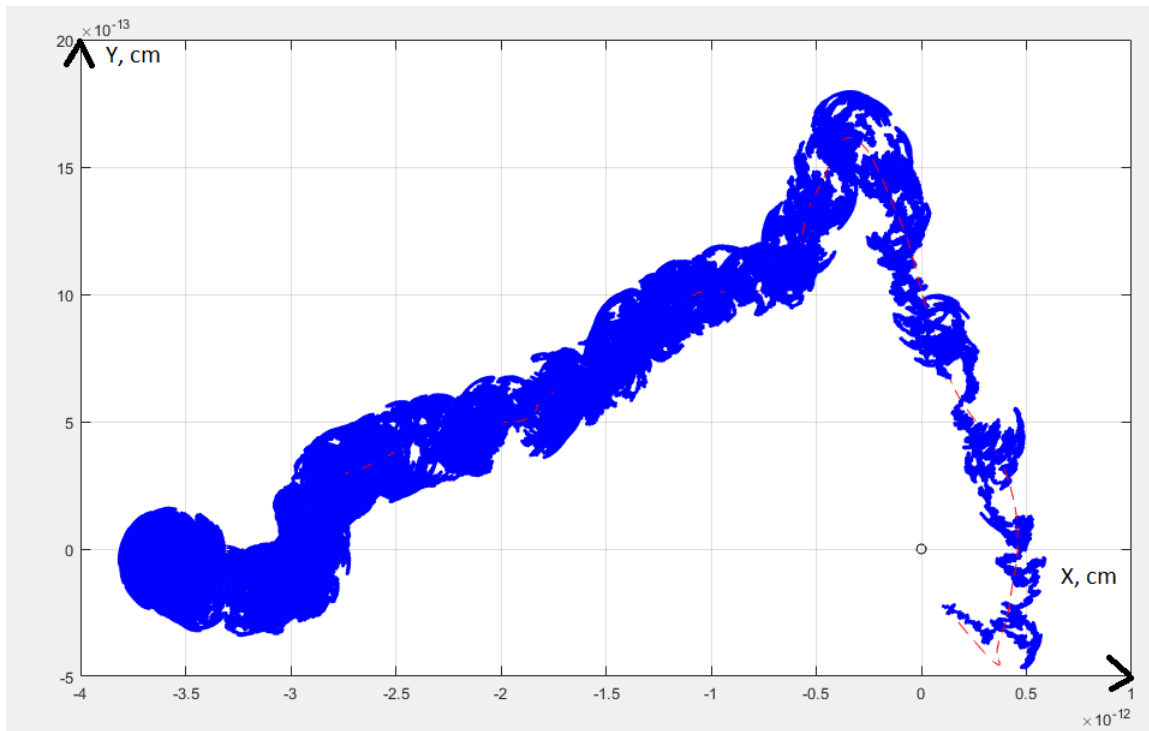


Рисунок 9 — Траектория движения  $\alpha$ -частицы и частицы  $O^{--}$  в плоскости  $XY$

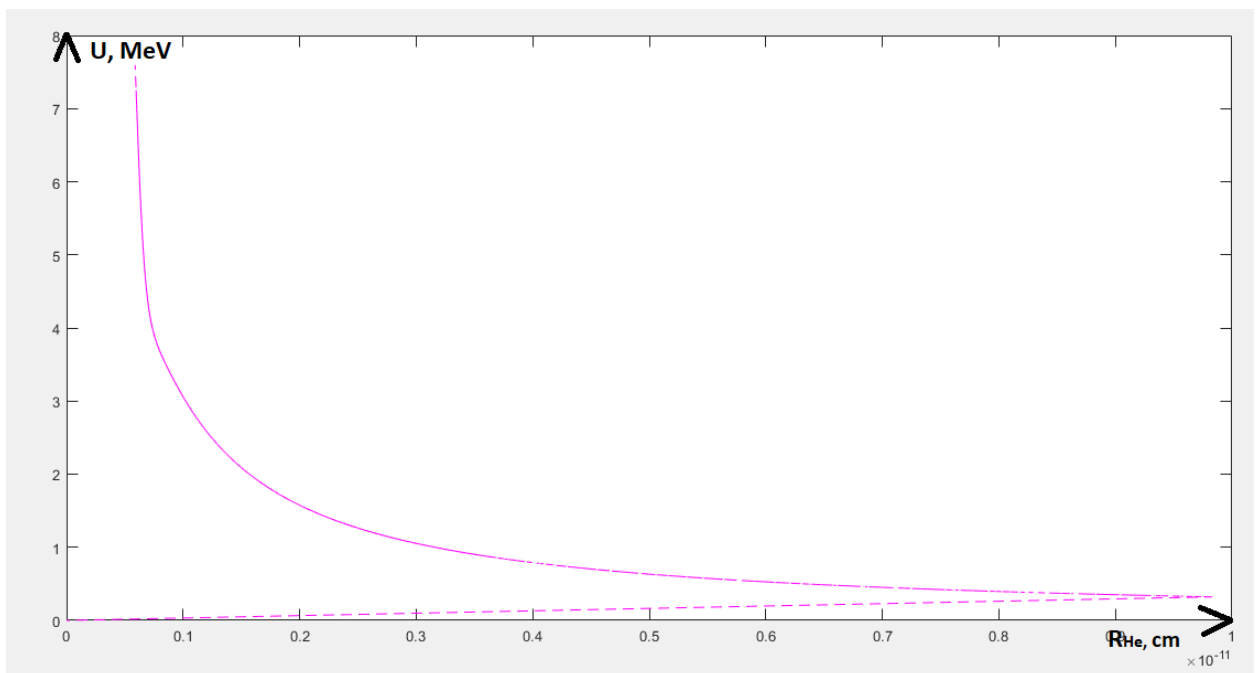


Рисунок 10 — Суммарный потенциал взаимодействия между  $He$  и ядром-мишенью

Из рисунков видно, что результаты взаимодействия могут быть довольно разнообразными, что требует подробного изучения путём набора статистики траекторий при вариации начальных значений системы и параметров ядра-мишени.

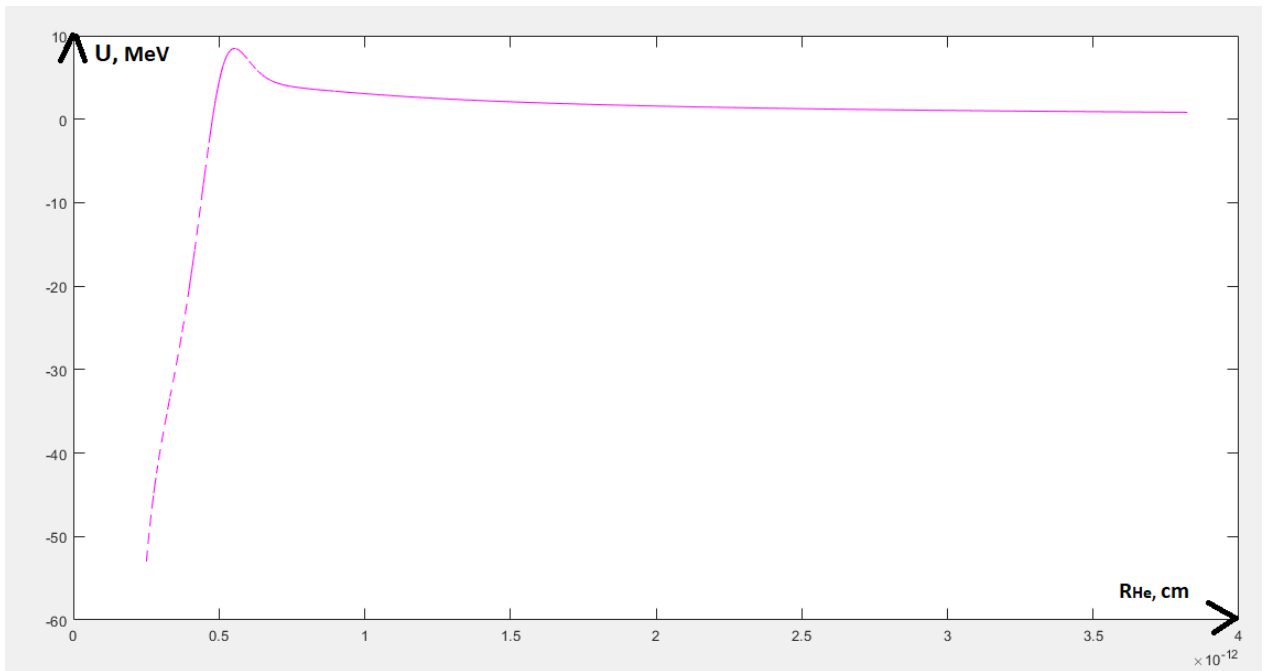


Рисунок 11 — Суммарный потенциал взаимодействия между  $He$  и ядром-мишенью

Тем не менее, в подходе модели атома Бора есть некие минусы, например, в нашей численной модели не задаётся явным образом сила Кулона между гелием и  $O^{--}$ , а вручную фиксируется орбита вращения  $He$  в атоме  $OHe$ , что исключает возможность его поляризации. А при рассмотрении модели атома Томсона эту проблему можно решить, так-как при таком подходе гелий не является точечным зарядом, стохастически движущимся по фиксированной боровской орбите, а представляет собой заряженный шар, внутри которого может колебаться частица  $O^{--}$ . Тем более, случай  $-2$  заряженных частиц является лишь частным случаем, так-как рассматриваемые нами частицы могут иметь заряд  $-2n$  и образовывать с  $n$  ядрами  ${}^4He$  "тёмные" атомы  $X$ -гелия, которые сами по себе, начиная с  $n = 2$ , являются атомами Томсона. При всё этом, эффект Штарка, при рассмотрении атома Томсона, должен возникать сам по себе автоматически.

# III. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ "ТЁМНОГО" АТОМА С ЯДРОМ. МОДЕЛЬ ТОМСОНА.

## 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ X-ГЕЛИЯ

"Тёмный" атом  $X$  –гелия состоит из двух связанных между собой частиц: ядра  $n$ -гелия и частицы  $X$ . Мы располагаем сферическую систему координат в центре ядра  $n$ -гелия, представляющего собой заряженный шар, внутри него, в центре, находится точечная частица  $X$ . При внешнем возмущении, т.е. когда внешние силы приводят к тому, что расстояние между  $n$ -гелием и  $X$  становится отличным от нуля, частица  $X$  начинает колебаться внутри ядра  $nHe$  (в реальности  $nHe$  намного легче  $X$ , поэтому это ядерная капля, которая колеблется вокруг  $X$ ).

Потенциал кулоновского взаимодействия и соответствующая ему сила между  $n$ -гелием и  $X$  задаются следующими формулами:

$$U_{XHe}(R_{XHe}) = \begin{cases} -\frac{4e^2n^2}{R_{XHe}} & \text{для } R_{XHe} > R_{He}, \\ -\frac{4e^2n^2}{2R_{He}} \left( 3 - \frac{R_{XHe}^2}{R_{He}^2} \right) & \text{для } R_{XHe} < R_{He}, \end{cases} \quad (20)$$

$$\vec{F}_{XHe}(R_{XHe}) = \begin{cases} -\frac{4e^2n^2}{R_{XHe}^3} \vec{R}_{XHe} & \text{для } R_{XHe} > R_{He}, \\ -\frac{4e^2n^2}{R_{He}^3} \vec{R}_{XHe} & \text{для } R_{XHe} < R_{He}, \end{cases} \quad (21)$$

где  $R_{XHe}$  это расстояние между  $X$  и центром ядра  $nHe$ , а  $R_{He}$  это радиус ядра  $n$ -гелия.

Рассмотрим схему численного моделирования динамической системы  $XHe$ .

1) Мы используем следующие начальные условия: начальные координаты  $X$ ,  $\vec{R}_{0X} = 0$  и его начальную скорость, соответствующую внешнему

возмущению,  $V_{0X} = \left( \frac{3kT}{M_{nuc}} \right)^{\frac{1}{2}}$ , где  $M_{nuc}$  это масса ядра-мишени, например  $Na$ ,  $T$  это температура, а  $k$  – постоянная Больцмана. Используя начальные значения вычисляется начальная сила.

2) Рассмотрим состояние системы в следующий момент времени, взятое на временном интервале  $dt$ . Определяется  $i$ -е значение приращения компонент радиус-вектора  $X$ ,  $dr_i$ :

$$dr_i = V_{iX} dt. \quad (22)$$

3) Вычисляется  $i+1$  значение компонент радиус-вектора  $X$ ,  $r_{i+1}$

$$r_{i+1} = r_i + dr_i. \quad (23)$$

4) В каждом цикле программа вычисляет силу, действующую на  $X$   $\vec{F}_{iXHe}$ , с помощью которой определяется приращение импульса  $d\vec{P}_i$  частицы  $X$ :

$$d\vec{P}_i = \vec{F}_{iXHe} dt. \quad (24)$$

6) Используя приращение импульса  $d\vec{P}_i$ , вычисляется приращение скорости частицы  $X$ ,  $d\vec{V}_{iX}$ , для последующего нахождения новой скорости используемой в следующей итерации:

$$d\vec{V}_{iX} = \frac{d\vec{P}_i}{m_X}. \quad (25)$$

Результатом работы алгоритма являются восстановленные траектории частицы  $X$  (см. рисунок 12). На рисунке 12 чёрный кружок показывает начало координат, желтая звездочка начальное положение частицы  $X$ , синими точками показано местоположение частицы  $X$  между моментами  $dt$ . На рассматриваемом рисунке можно наблюдать колебание частицы  $X$  внутри ядра  $nHe$ . Это происходит, потому что сила Кулона между ядром  $nHe$  и  $X$  стремится вернуть  $X$  в центр ядра и нивелировать внешнее возмущение заданное частице  $X$ .

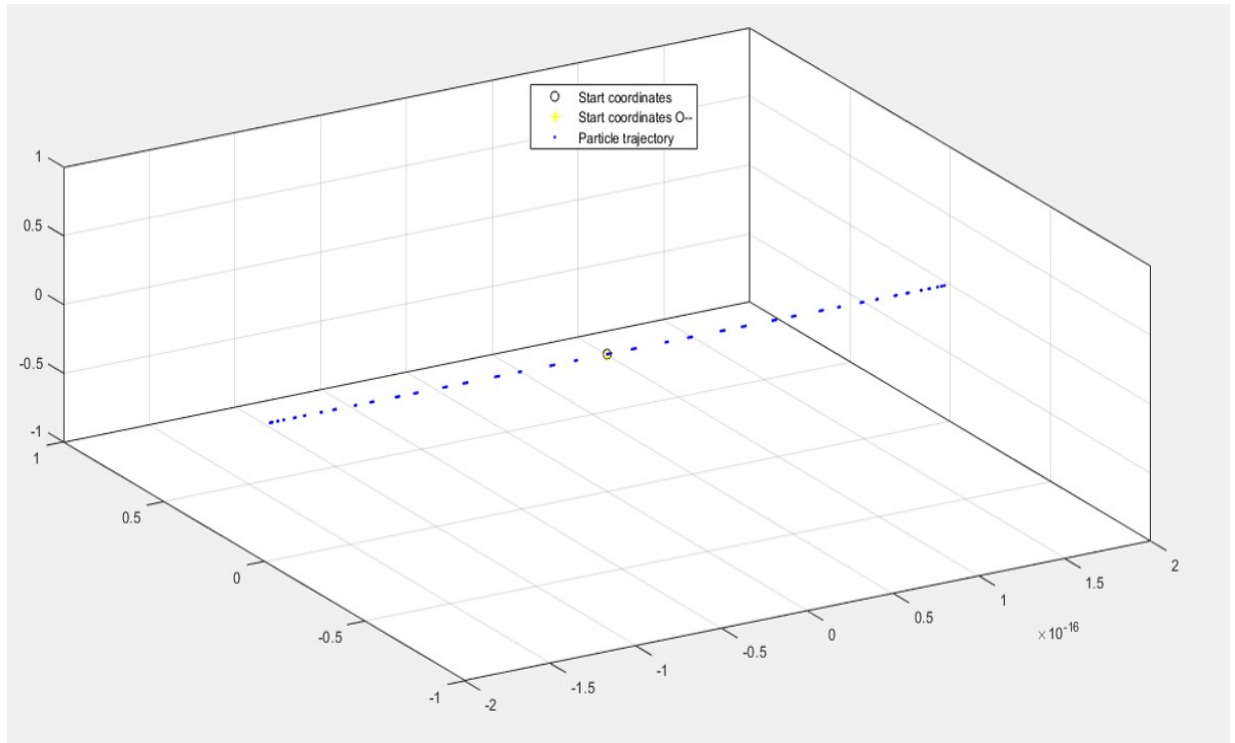


Рисунок 12 — Траектория частицы  $X$

## 2. УЧЁТ ВСЕХ СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ $XHe$ – ЯДРО

Система координат  $XHe$  –ядро, в которой будет происходить моделирование взаимодействия  $XHe$  с ядром-мишенью, аналогична системе координат  $OHe$  –ядро, описанной в пункте II.2 данной работы. Отличие состоит в том, что расстояние между  $X$  и  $nHe$  теперь не строго фиксировано и не равняется борновскому радиусу. Таким образом, радиус вектора  $nHe$ ,  $r_{He}$ , и  $X$ ,  $r$ , определяются независимо, а расстояние между  $X$  и  $nHe$ ,  $r_{XHe}$ , определяется следующим образом:

$$\vec{r}_{XHe} = \vec{r}_\alpha - \vec{r} \quad (26)$$

Силы действующие между частицами в системе  $XHe$  –ядро, аналогичны силам, описанным в пункте II.3 данной работы. Но также появляются две дополнительные силы, равные по модулю, но противоположенные по знаку. Это сила Кулона между  $X$  и  $nHe$  (см. формулу 21). Силу, действующую на  $nHe$ , обозначим  $\vec{F}_{i\alpha}^{XHe}$ . А силу, действующую на  $X$ , обозначим  $\vec{F}_{iX}^{XHe} = -\vec{F}_{i\alpha}^{XHe}$ .

Суммарная сила, действующая на частицу  $X$ ,  $\vec{F}_{iSum}^X$ , вычисляется следующим образом:

$$\vec{F}_{iSum}^X = \vec{F}_{iZO}^e + \vec{F}_{iX}^{XHe}. \quad (27)$$

Суммарная сила, действующая на  $nHe$ ,  $\vec{F}_{i\alpha}$ :

$$\vec{F}_{i\alpha} = \vec{F}_{i\alpha}^e + \vec{F}_{i\alpha}^N + \vec{F}_{i\alpha}^{XHe}. \quad (28)$$

Построим численную схему расчета этих сил в зависимости от расстояния между объектами.

1) Мы используем следующие начальные условия: начальные координаты  $X$  и  $nHe$ ,  $\vec{r}_0 = \vec{r}_{0\alpha}$  и их начальные скорости,  $V_{X_0} = V_{\alpha_0} = \left(\frac{3kT}{M_{nuc}}\right)^{\frac{1}{2}}$ .

2) Рассмотрим состояние системы в следующий момент времени, взятое на временном интервале  $dt$ . Определяется  $i$ -е значение приращения импульса  $nHe$ ,  $d\vec{P}_{i\alpha}$ , и  $X$ ,  $d\vec{P}_i$ :

$$d\vec{P}_{i\alpha} = \vec{F}_{i\alpha} dt, \quad (29)$$

$$d\vec{P}_i = \vec{F}_{iSum}^X dt. \quad (30)$$

3) Используя приращение импульсов  $d\vec{P}_{i\alpha}$  и  $d\vec{P}_i$ , вычисляются  $i+1$  значения скоростей ядра  $nHe$  и  $X$ ,  $\vec{V}_{\alpha_{i+1}}$  и  $\vec{V}_{X_{i+1}}$ :

$$\vec{V}_{\alpha_{i+1}} = \vec{V}_{\alpha_i} + \frac{d\vec{P}_{i\alpha}}{m_{He}}, \quad (31)$$

$$\vec{V}_{X_{i+1}} = \vec{V}_{X_i} + \frac{d\vec{P}_i}{m_X}. \quad (32)$$

4) Вычисляется  $i+1$  значение радиус-вектора  $X$  и  $nHe$ :

$$\vec{r}_{i+1} = \vec{r}_i + \vec{V}_{\alpha_{i+1}} dt, \quad (33)$$

$$\vec{r}_{\alpha_{i+1}} = \vec{r}_{\alpha_i} + \vec{V}_{X_{i+1}} dt, \quad (34)$$

5) В каждом цикле программа вычисляет суммарную силу, действующую на частицу  $X$ ,  $\vec{F}_{iSum}^X$  и суммарную силу, действующую на  $nHe$ ,  $\vec{F}_{i\alpha}$ .

На основе полученных данных можно построить зависимость радиус вектора частицы  $X$  от радиус вектора ядра  $n$ -гелия (см. рисунок 13). И суммарный потенциал взаимодействия  $nHe$  с ядром-мишенью в зависимости от  $r_\alpha$  (см. рисунок 14).

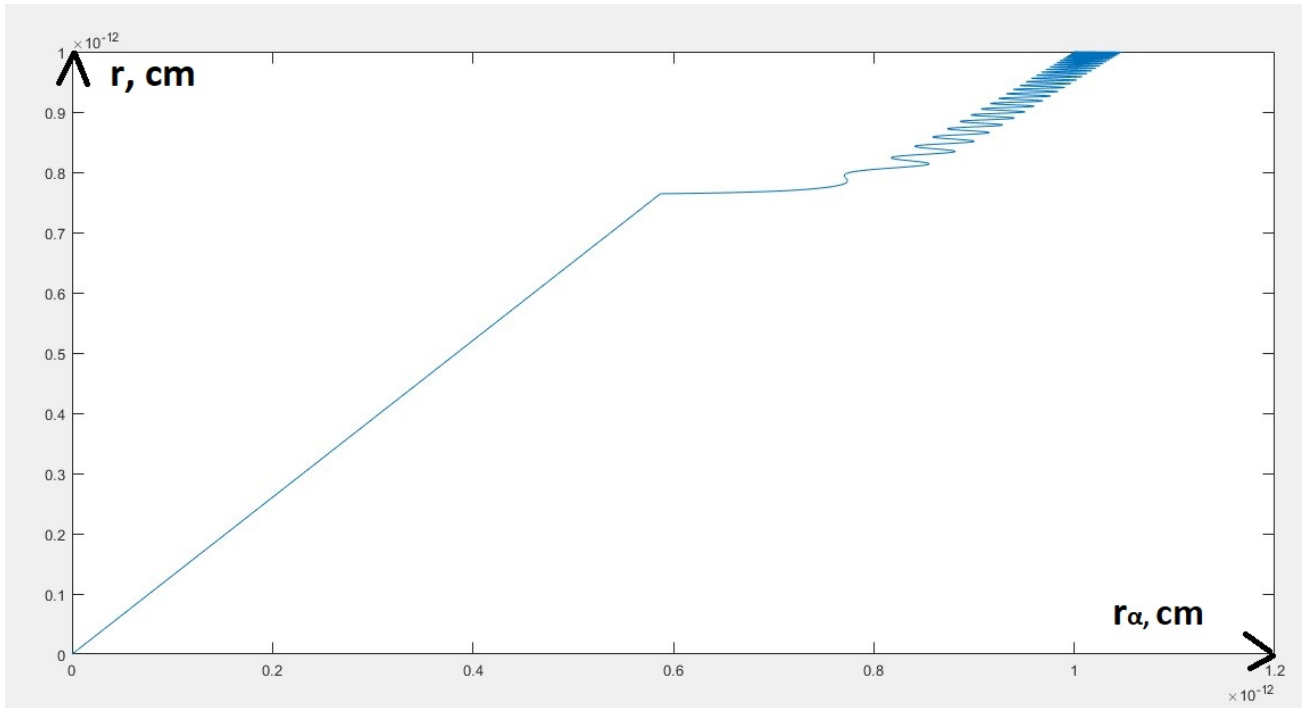


Рисунок 13 — График зависимости  $r$  от  $r_\alpha$

Из рисунков видно, что система  $XHe$  движется в сторону ядра-мишени как связанная система, причём частица  $X$  немного опережает ядро  $nHe$ , т.е. наблюдается поляризация "тёмного" атома, которое летит следом осциллируя. Но при достаточно близком расстоянии от ядра-мишени, ядерная сила становится достаточно сильной, чтобы пересилить кулоновское отталкивание  $nHe$  ядром-мишенью и  $n$ -гелий вырываясь вперёд проникает в ядро.

После этого мы дополнили силу Кулона, действующую между  $nHe$  и ядром, и силу Кулона, действующую между  $X$  и ядром, аналогично формуле 21, т.е. добавили условие, чтобы её вид менялся при проникновении частиц  $nHe$  и  $X$  в ядро-мишень.

Из анализа траекторий можно выделить два характерных случая. При нулевом прицельном параметре атом  $XHe$  пролетает сквозь ядро-



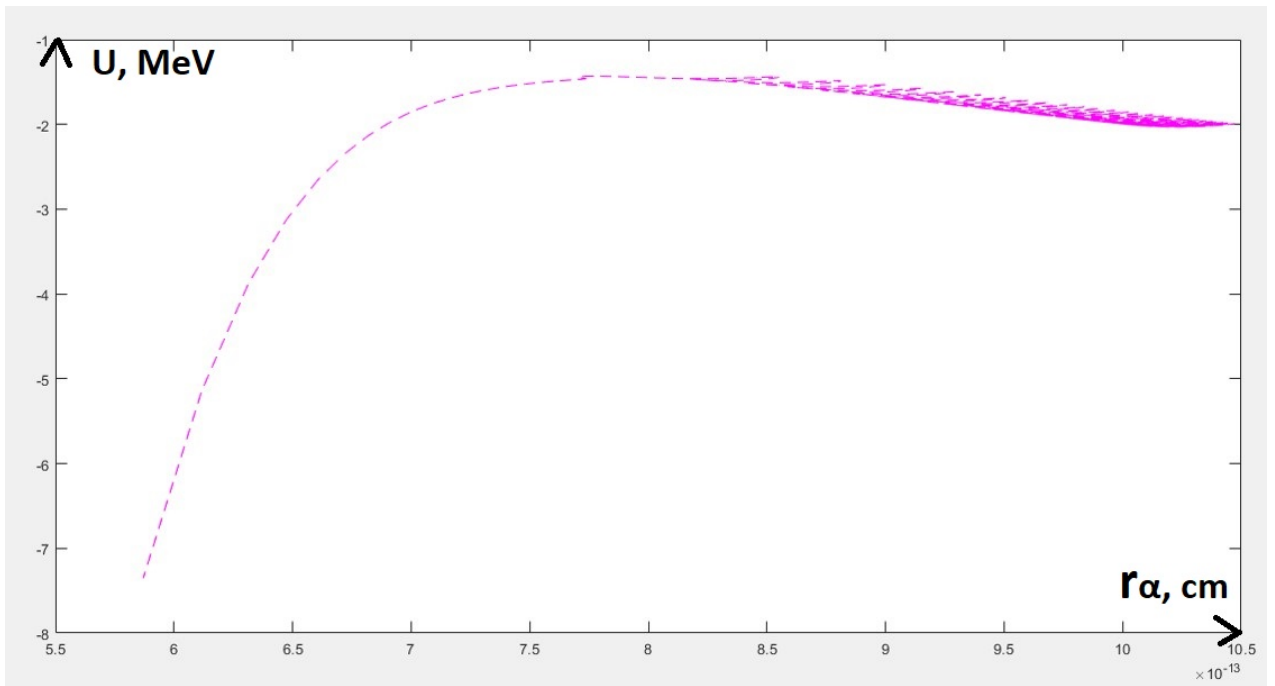


Рисунок 14 — График зависимости суммарного потенциала взаимодействия  $nHe$  с ядром-мишенью от  $r_\alpha$

мишень, после возвращается обратно и летит в противоположенную сторону (см. рисунок 15 и 16). На рисунке 15 чёрным кружком изображено

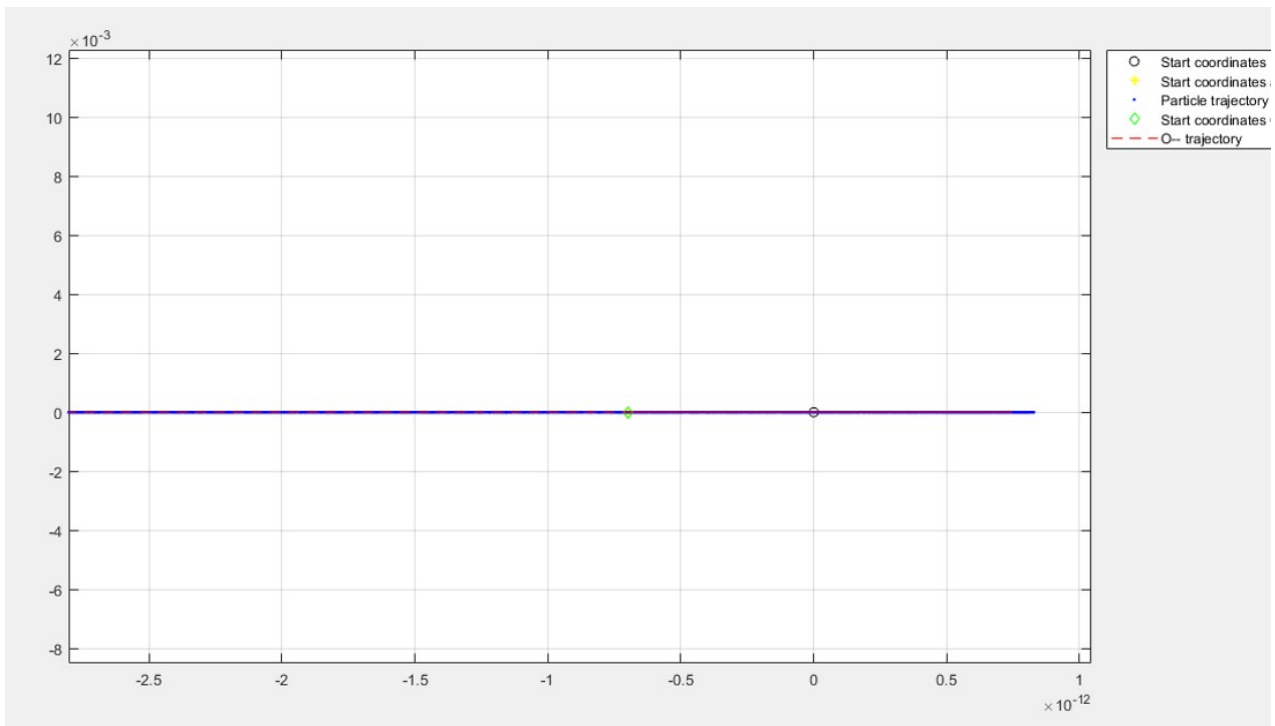


Рисунок 15 — Траектории движения  $nHe$  и частицы  $X$  в плоскости  $XY$  ядро-мишень, желтая звездочка и зелёный ромб - начальные местоположения  $nHe$  и частицы  $X$  соответственно, синими точками и красной пунк-

тирной линией показаны траектории  $nHe$  и частицы  $X$  соответственно.

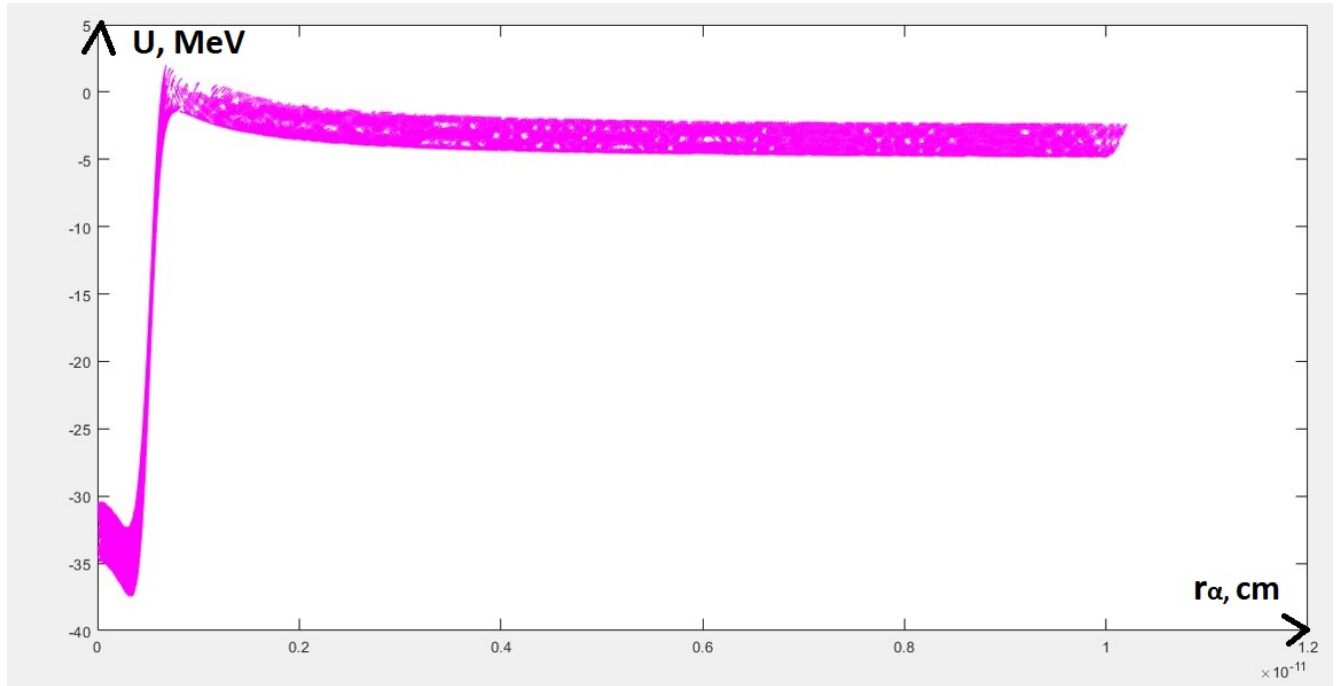


Рисунок 16 — График зависимости суммарного потенциала взаимодействия  $nHe$  с ядром-мишенью от  $r_\alpha$

При ненулевом прицельном параметре атом  $XHe$  попадает в ядро-мишень, образуется некая колебательная система трёх тел (это видно на рисунках 17 и 18). На рисунке 17 чёрным кружком изображено ядро-мишень,

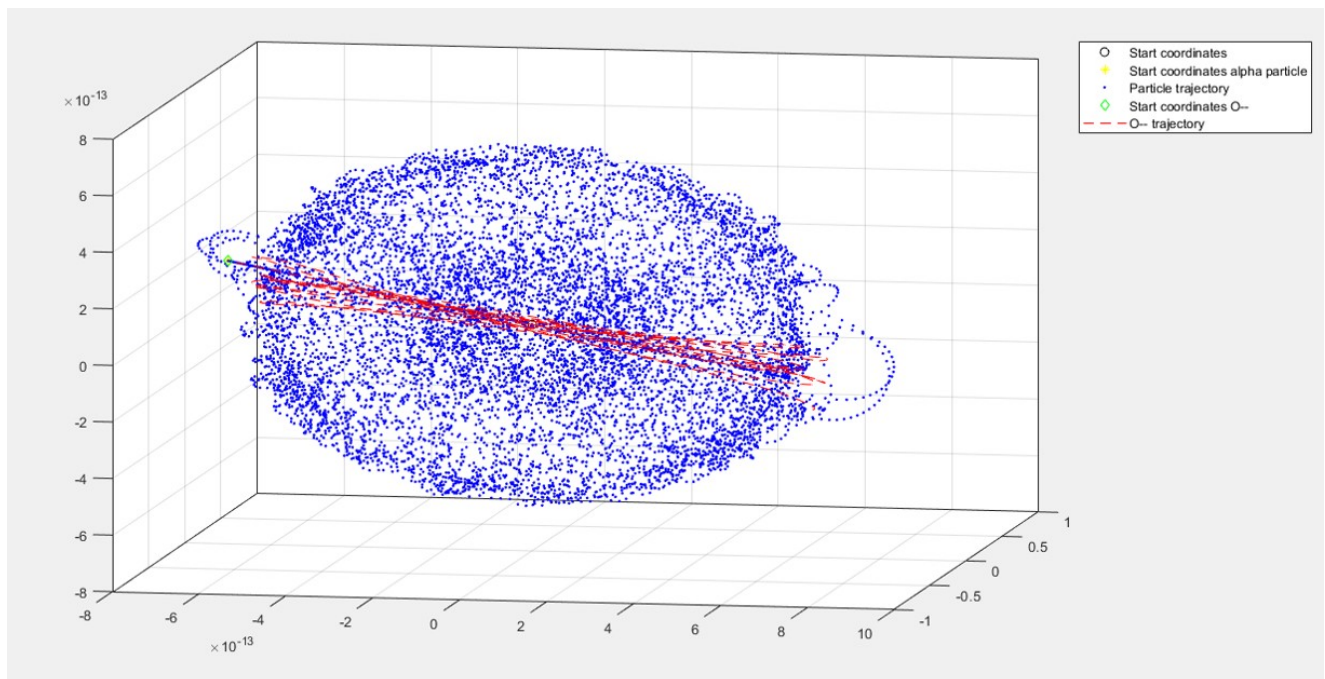


Рисунок 17 — Траектории движения  $nHe$  и частицы  $X$

желтая звездочка и зелёный ромб - начальные местоположения  $nHe$  и ча-

стицы  $X$  соответственно, синими точками и красной пунктирной линией показаны траектории  $nHe$  и частицы  $X$  соответственно.

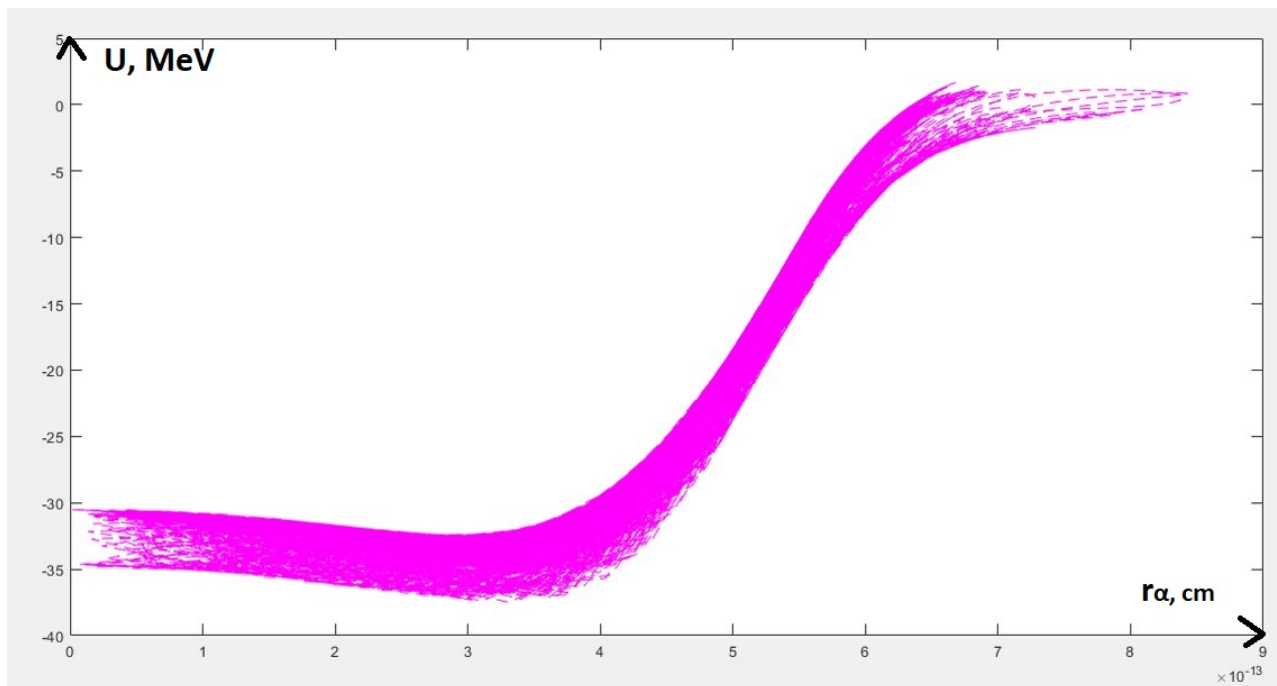


Рисунок 18 — График зависимости суммарного потенциала взаимодействия  $nHe$  с ядром-мишенью от  $r_\alpha$

При анализе траекторий оказалось, что вариация массы  $X$  никак не влияет на результат. Есть зависимость от прицельного параметра и начальной скорости системы. Но при любых их значениях облако координат частиц оказывается внутри ядра-мишени. Вероятно, это разумно, так как нулевой баланс сил для гелия может быть достигнут только в области, где уравниваются ядерная и кулоновская силы со стороны ядра. Но ядерная сила мала за его пределами. Таким образом до границы ядра происходит кулоновская поляризация  $XHe$ , а ядерная поляризация становится возможной только внутри него.

## IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривается гипотеза составной скрытой массы, в которой гипотетические стабильные частицы с зарядом  $-2n$  образуют нейтральные атомоподобные состояния  $XHe$  с первичными ядрами гелия.  $X$ -гелий будет взаимодействовать с ядрами обычного вещества и специфика

этого взаимодействия может объяснить некоторые факты, наблюдаемые в экспериментах.

Гипотеза  $XHe$  не может работать, если на некотором расстоянии между  $XHe$  и ядром не возникнет отталкивающего взаимодействия, и решение данной проблемы является жизненно важным для дальнейшего существования модели атома  $XHe$  скрытой массы [12]. Поэтому, перед нами стояла задача построить численную модель взаимодействия  $XHe$  с ядром-мишенью. Такая численная модель построена в данной работе в двух приближениях: в виде модели атома Бора и в виде модели атома Томсона. Эти модели описывают систему из трех взаимодействующих друг с другом посредством кулоновских и ядерных сил, заряженных частиц.

При моделировании в приближении атома Бора наблюдались следующие эффекты: траектория частицы  $O^{--}$  отклоняется от первоначального направления из-за действия кулоновской силы между  $\alpha$ -частицей и ядром-мишенью и траектория  $O^{--}$  испытывает биения в окрестности ядра из-за действия ядерного взаимодействия между  $\alpha$ -частицей и ядром-мишенью. При этом преобладает упругое взаимодействие. Введённый искусственно эффект Штарка оказывает сильное влияние на траектории движения частиц, что отражается в виде довольно разнообразных результатов взаимодействия между частицами, что видно из построения суммарных потенциалов взаимодействия. И требует подробного изучения в виде анализа траекторий движения при вариации начальных значений координат и скоростей и параметров ядра-мишени.

При моделировании в приближении атома Томсона наблюдались следующие эффекты: при нулевом прицельном параметре атом  $XHe$  пролетает сквозь ядро-мишень, после возвращается обратно и летит в противоположенную сторону, при ненулевом прицельном параметре атом  $XHe$  попадает в ядро-мишень, при этом образуется некая колебательная система трёх тел, это является тем, что ожидается видеть при образовании низкоэнергетического связанного состояния при взаимодействии медленных атомов  $X$ -гелия с ядрами вещества. Однако, недостатком этого является то, что осцилляции частиц происходят внутри ядра-мишени. Таким образом, в текущей версии численной модели  $nHe$  может легко проникнуть в ядро-мишень и не учитывается упругое столкновение ядер. В Томсоновском

приближении гелий всегда оказывается внутри ядра, упругое рассеяние не наблюдается. В Боровском приближении было наоборот. Следовательно в будущем следует учесть, что ядерная материя несжимаема, непрозрачна и взаимное проникновение  $nHe$  и ядра невозможно. Иными словами, нам нужно придумать, как учесть реальные свойства ядерной материи.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] M. Khlopov: Cosmological Reflection of Particle Symmetry, *Symmetry*, **8**, 81 –121 (2016)
- [2] M. Khlopov: Fundamental particle structure in the cosmological dark matter, *International Journal of Modern Physics A*. **28**, 1330042 (2013)
- [3] M.Yu. Khlopov in *Cosmion-94*, Eds. M.Yu.Khlopov et al. (Editions frontieres, 1996) P. 67; M. Y. Khlopov in hep-ph/0612250, p 51.
- [4] M.Y.Khlopov, *Bled Workshops in Physics* **8**, 114 (2007); in arXiv:0711.4681, p. 114; M. Y. Khlopov and N. S. MankocBorstnik, *ibid*, p. 195.
- [5] G. Bertone, D. Hooper, J. Silk: Particle dark matter: evidence, candidates and constraints, *Physics Reports* **405**, 279 – 390 (2005)
- [6] M. Y. Khlopov: Dark matter reflection of particle symmetry, *Modern Physics Letters A*. **32**, 1740001 (2017)
- [7] P. Scott: *Searches for Particle Dark Matter: An Introduction*, (2011), e-Print: arXiv:1110.2757.
- [8] M. Yu. Khlopov, C. Kouvaris: Composite dark matter from a model with composite Higgsboson, *Phys. Rev.* **78**, 065040 (2008)
- [9] D. Fargion, M. Yu. Khlopov: Tera-leptons' shadows over Sinister Universe, *Gravitation Cosmol.* **19**, 219 (2013)
- [10] M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, and E. Yu. Soldatov: Towards nuclear physics of OHe darkmatter, *Bled Workshops Phys.* **12**, 94 (2011)
- [11] J. R. Cudell, M. Y. Khlopov, Q. Wallemacq: The nuclear physics of OHe, *Bled Workshops Physics* **13**, 10 –27 (2012)

- [12] M. Yu. Khlopov: 10 years of dark atoms of composite dark matter, Bled Workshops Physics **16**, 71 –77 (2015)
- [13] O. V. Bulekov, M.Yu.Khlopov, A. S. Romaniouk, Yu. S. Smirnov: Search for Double Charged Particles as Direct Test for Dark Atom Constituents, Bled Workshops in Physics **18**, 11-24 (2017)
- [14] M. Y. Khlopov: Conspiracy of BSM physics and cosmology, Bled Workshops in Physics, V.20 PP.21-35 (2019), e-Print: arXiv: 1911.03294.
- [15] K. M. Belotsky, M. Y. Khlopov, K. I. Shibaev: Composite Dark Matter and its Charged Constituents, Grav.Cosmol., V.12 PP.93-99, (2006), arXiv:astro-ph/0604518
- [16] M. Y. Khlopov, C. A. Stephan, D. Fargion: Dark matter with invisible light from heavy double charged leptons of almost-commutative geometry?, Classical and Quantum Gravity **23**, 7305 –7354 (2006)
- [17] M. Y. Khlopov, C. Kouvaris: Strong interactive massive particles from a strong coupled theory, Physical Review D **77**, PP. 065002 (2008)
- [18] M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, E. Yu. Soldatov: The dark atoms of dark matter, Prespace. J. **1**, 1403 –1417 (2010)
- [19] M. Y. Khlopov: Composite dark matter from 4th generation, JETP Letters **83**, 1 –4 (2006)
- [20] V. Beylin, M. Khlopov, V. Kuksa, N. Volchanskiy: New physics of strong interaction and Dark Universe, Universe **6**, 196 (2020)
- [21] R. Bernabei: Dark matter investigation by DAMA in Gran Sasso, International Journal of Modern Physics A **28**, 1330022 (2013)
- [22] M. Y. Khlopov: Physics of dark matter in the light of dark atoms, Modern Physics Letters A. **26**, 2823 –2839 (2011)