



ПРЕЗЕНТАЦИЯ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЫ

Исследования выполнимости принципа соответствия в классическом и квантовом расчетах сечения рекомбинации

Выполнил:

Калашников Д.С.

Научный руководитель:

Белоцкий К.М.

29 июня 2021 г.

Рекомбинация – процесс перехода свободного электрона в связанное состояние в поле водородоподобного ядра.

$$\sigma_{cl} = (4\pi)^{\frac{2}{5}} \pi \frac{\alpha^2}{\mu^2} \frac{1}{v^{\frac{14}{5}}}, \quad (1)$$

$$\sigma_{qu} = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \frac{\alpha^3 \ln(v^{-1})}{\mu^2 v^2}. \quad (2)$$

Цель — исследовать пределы применимости классической и квантовой формулы, найти пределы, в которых выполняется принцип соответствия.

Численный анализ в характерной области

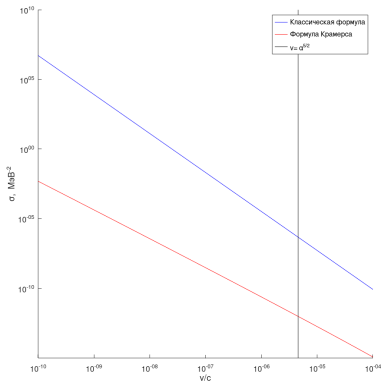


График зависимости сечения рекомбинации от начальной скорости электрона

Вывод классической формулы

$$I = \frac{2e^2}{3c^3}(\ddot{r})^2. \quad (3)$$

В выводе были использованы приближения, которые накладывают следующие ограничения:

1. $M \gg \hbar$, $(v/c)^2 \ll \alpha^5$
2. $v \ll c$, начальная относительная скорость движения частиц много меньше скорости света.

Вывод в работе Крамерса.

$$\sigma_n = \frac{32\pi\alpha^3\alpha_0^2}{3\sqrt{3}} \frac{\omega_0}{\omega(\omega - \omega_0 n^{-2})} \frac{1}{n^3} \quad (4)$$

Просуммировав по всем связанным состояниям и заменив суммирование интегрированием получаем формулу:

$$\sigma_q = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \cdot \alpha r_0^2 Z^2 c^2 \cdot \frac{\ln \frac{Zc\alpha}{v}}{v^2}.$$

Вывод общей формулы рекомбинации в статье Мильштейна

Формула из статьи Мильштейна:

$$\sigma_{rr} = \frac{16}{3} \pi^2 \alpha^3 \alpha_B^2 \eta^2 \left[\int_0^\infty \frac{\eta^2 \sinh(\varepsilon' - \varepsilon)}{\eta' |\eta^2 - \eta'^2| \sinh(\pi\eta) \sinh(\pi\eta')} \times \right. \\ \left. \times \left(\xi \frac{d}{d\xi} |F(\xi)|^2 \right) d\eta' - \coth \pi\eta + 1 \frac{1}{\pi\eta} \right], \quad (5)$$

$$\eta = \sqrt{J/\varepsilon} = Ze^2/\hbar v.$$

Для $\eta \gg 1$ или $Ze^2/c\hbar \gg v/c$ в статье приведено асимптотическое выражение (5):

$$\sigma_{rr} = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \alpha^3 \alpha_B^2 \eta^2 \ln \eta. \quad (6)$$

Полученные ограничения

Из предыдущих слайдов получаем условия применимости на классическую и квантовую формулы:

$$\begin{aligned} \frac{V}{c} &\ll \alpha^{5/2} \\ \frac{V}{c} &\ll \alpha \end{aligned} \tag{7}$$

Формулы (1) и (2) отличаются существенным образом: при выполнении условия (7) сечения отличаются на несколько порядков. Формулы имеют разную функциональную зависимость от скорости, постоянная тонкой структуры входит в разных степенях, сечения по-разному зависят от заряда ядра.

Полуклассическое приближение в книге Бете-Солпитера

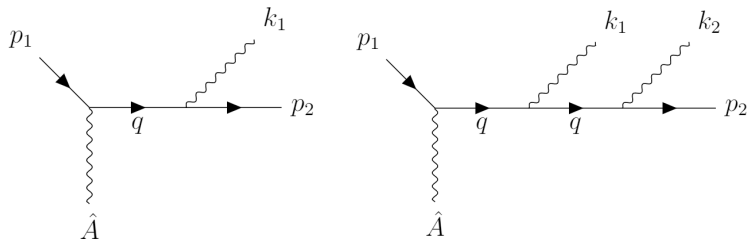
Полуклассическое приближение \Rightarrow частицы "квантуются" (имеют дискретный набор энергий), ЭМ поле остается классическим.

Формулы работают не в разных приближениях, а описывают задачу в одном. В этом приложении малые скорости или большое действия и ограничение на длину волны излученного фотона.

Классическая формула полагает, что при падении электрона его энергия непрерывна, а Крамерс использует квантование энергии электрона.

Расчёт амплитуды однофотонного и двухфотонного процессов тормозного излучения

Чтобы оценить влияние многофотонных эффектов на сечение Крамерса, рассмотрим аналогичную задачу тормозного излучения.



Расчёт амплитуды однофотонного и двухфотонного процессов тормозного излучения

1. Энергия отдачи ядра мала \Rightarrow Заменяем фермионную линию ядра на стационарное электрическое поле.
2. Все фотоны мягкие \Rightarrow их 4-импульсы малы по сравнению с электроном и $q \approx p_2 + \sum k_i$

$$M_1 = \frac{Ze^3}{q_{el}^2} \frac{\langle p_2 \epsilon_1 \rangle}{\langle p_2 k_1 \rangle} \cdot (\bar{u}_2 \gamma_0 u_1), \quad M_2 = \frac{\langle p_2 \epsilon_2 \rangle \langle p_2 \epsilon_1 \rangle}{(\langle p_2 k_1 \rangle + \langle p_2 k_2 \rangle)^2} \frac{Ze^4}{q_{el}^2} \cdot (\bar{u}_2 \gamma_0 u_1). \quad (8)$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{\langle p_2 \epsilon_1 \rangle}{\langle p_2 k_1 \rangle} - \frac{\langle p_1 \epsilon_1 \rangle}{\langle p_1 k_1 \rangle}}{\frac{\langle p_2 \epsilon_2 \rangle \langle p_2 \epsilon_1 \rangle}{(\langle p_2 k_1 \rangle + \langle p_2 k_2 \rangle)^2} - \frac{\langle p_1 \epsilon_2 \rangle \langle p_1 \epsilon_1 \rangle}{(\langle p_1 k_1 \rangle + \langle p_1 k_2 \rangle)^2}} \quad (9)$$

Вывод: Отличие амплитуд наблюдается в добавлении элементарного электрического заряда и члена со скалярными произведениями.

Данный результат не дает сделать выводы о текущей задаче, но может быть полезен при дальнейшем анализе.

Заключение

Был предпринят поиск причин несоответствия классического и квантового приближения оценки вероятности рекомбинации. Для этого:

1. Была изучена литература, посвященная выводу формулы в классическом приближении (1): [1] – работа, где ограничение на скорость было получено из действия, [2] – работа Елютина, где ограничение на скорость получено, как ограничение на момент.
2. Была изучена литература, посвященная выводу формулы в квантовом приближении (2): [3] – в котором впервые была сформулирована формула исходя из полуклассических принципов, [4–6] – учебники по квантовой механике, в которых приведен метод квантовомеханического расчета сечения неупругих реакций, [7] – в котором проводилось исследование суммарного сечения рекомбинации в различных пределах.
3. Было получено ограничение на пределы применимости формул для сечения рекомбинации (7).
4. Были получены амплитуды тормозного излучения в случаях испускания одного и двух мягких фотонов.

Заключение














Можно сделать следующий вывод:

Обе формулы работают при близких пределах на скорость, в большинстве работ по физике частиц и плазмы [8–11] используют Крамерса. В работах [2; 12; 13] существует явное упоминание возможности классического расчета сечения рекомбинации. При низких энергиях, характерных для проблем космологии классическая формула тоже имеет место быть, но не хватает экспериментальных данных, чтобы проверить ее соответствие эксперименту.

Спасибо за внимание!

Список источников.

Список литературы

-  *Belotsky K., Esipova E., Kirillov A.* — On the classical description of the recombination of dark matter particles with a Coulomb-like interaction. — // *Physics Letters B.* — 2016. — Oct. — P. 81–86.
-  *Elyutin P. V.* — Classical recombination cross section. — // *Teoreticheskaya i Matematicheskaya Fizika.* — 1978. — Vol. 34, no. 2. — P. 180–184.
-  *Kramers H. A.* — XCIII. On the theory of X-ray absorption and of the continuous X-ray spectrum. — // *Philosophical Magazine Series 6.* — 1923. — Vol. 46, no. 275.
-  *Ландау Л., Лифшиц Е.* — Квантовая механика (нерелятивистская теория). — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
-  *Мессиа А.* — Квантовая механика. — Наука, 1978.
-  *Бете Г. А.* — Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 1960.
-  *Kotenikov I., Milstein A.* — Electron radiative recombination with a hydrogen-like ion. — 2018. — Oct.
-  *Von Harling B., Petraki K.* — Bound-state formation for thermal relic dark matter and unitarity. — // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics.* — 2014. — Vol. 2014, no. 12. — P. 033.
-  *Vajnshtejn L.* — II. Sobelman, E.A. Ukov, Excitation of Atoms and Spectral Lines Broadening, 253P. — // *The Science.* — 1979.
-  *Bates D. R.* — Atomic and molecular processes. — Vol. 13. — Elsevier, 2012.
-  *Atomic dark matter.* / — D. E. Kaplan (et al.) // *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics.* — 2010. — Vol. 2010, no. 05. — P. 021.
-  *Zeldovich Y. B., Khlopov M. Y.* — On the concentration of relic magnetic monopoles in the universe. — // *Physics Letters B.* — 1978. — Vol. 79, no. 3. — P. 239–241.
-  *Effects of new long-range interaction: Recombination of relic heavy neutrinos and antineutrinos.* / — K. M. Belotsky (et al.) // *Grav. Cosmol.* — 2005. — Vol. 11. — P. 27–33.