

Космологическая барионная/лептонная асимметрия в подходе дополнительных измерений Калуцы-Клейна

Аспирант: В.В. Никулин (А19-111)
Руководитель: С.Г. Рубин, проф., д.ф.-м.н.

НИЯУ МИФИ
Кафедра №40 Физики элементарных частиц

Отчет о научно-исследовательской работе
28 июня 2021 г.



Внутренние симметрии в обычных 4-мерных теориях

$$S[\phi(x) \rightarrow \hat{g}\phi(x)] = \text{inv}, \quad \hat{g} = e^{i\hat{t}\alpha}, \quad (1)$$

$\hat{g} \in G$ – внутренняя группа симметрии,
 $\phi(x) \in V$ – внутреннее пространство (представления).

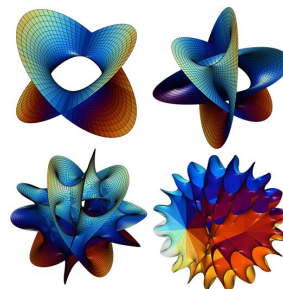
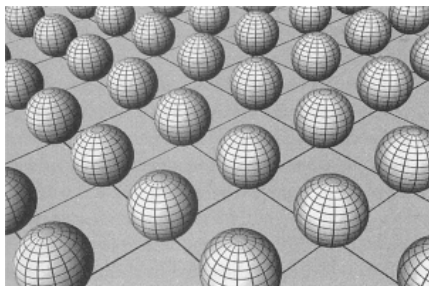
Внутренние симметрии в обычных 4-мерных теориях

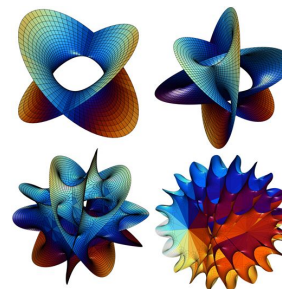
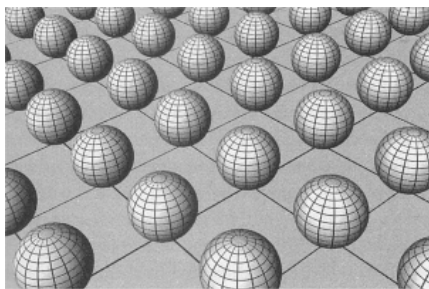
$$S[\phi(x) \rightarrow \hat{g}\phi(x)] = \text{inv}, \quad \hat{g} = e^{i\hat{t}\alpha}, \quad (1)$$

$\hat{g} \in G$ – внутренняя группа симметрии,
 $\phi(x) \in V$ – внутреннее пространство (представления).

Сохраняющиеся токи и заряды/числа в обычных 4-мерных теориях

$$\begin{aligned} \implies \quad \partial_\mu j^\mu &= 0, \quad j^\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \hat{t} \phi, \\ Q &= \int j^0 d^3x = \text{const}. \end{aligned} \quad (2)$$

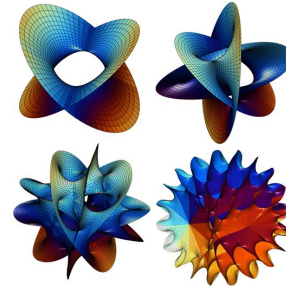
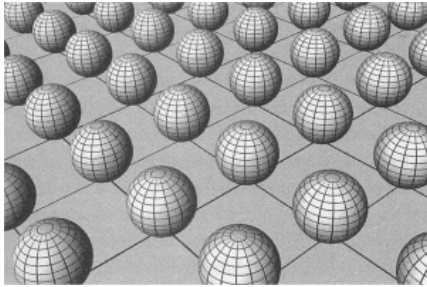




Изометрия дополнительного пространства

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu + k_{mn}(y)dy^m dy^n, \quad (3)$$

$$\nabla_m \xi_n(y) - \nabla_n \xi_m(y) = 0. \quad (4)$$



Изометрия дополнительного пространства

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu + k_{mn}(y)dy^m dy^n, \quad (3)$$

$$\nabla_m \xi_n(y) - \nabla_n \xi_m(y) = 0. \quad (4)$$

Симметрии дополнительного пространства в КК-теориях

$$S[\Phi(x, y \rightarrow y')] = \text{inv}, \quad y'_m = y_m + \xi_m(y) \alpha, \quad (5)$$

$\hat{g} = e^{i\alpha \xi_m \partial^m} \in G$ – группа изометрии,

$\Phi(x, y) = \phi_n(x)Y_n(y)$ – разложение по дополнительным координатам.

В терминах многомерной теории

$$\implies \quad \partial_a J^a = 0, \quad J^a = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_a \Phi)} \xi^b \partial_b \Phi - \xi^a \mathcal{L}, \quad (6)$$

$$Q = \int J^0 \sqrt{|g|} \sqrt{|k|} d^3 x d^d y = \text{const}. \quad (7)$$

В терминах многомерной теории

$$\implies \partial_a J^a = 0, \quad J^a = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_a \Phi)} \xi^b \partial_b \Phi - \xi^a \mathcal{L}, \quad (6)$$

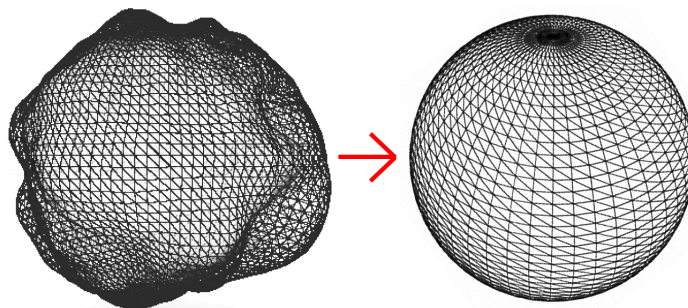
$$Q = \int J^0 \sqrt{|g|} \sqrt{|k|} d^3 x d^d y = \text{const}. \quad (7)$$

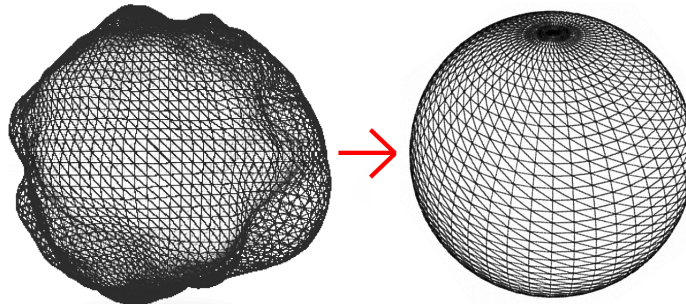
В терминах эффективной 4-мерной теории

$$\implies \partial_\alpha j^\alpha = 0, \quad j^\alpha = \frac{\partial \mathcal{L}_4}{\partial (\partial_\alpha \phi^n)} (t)_m^n \phi^m, \quad (8)$$

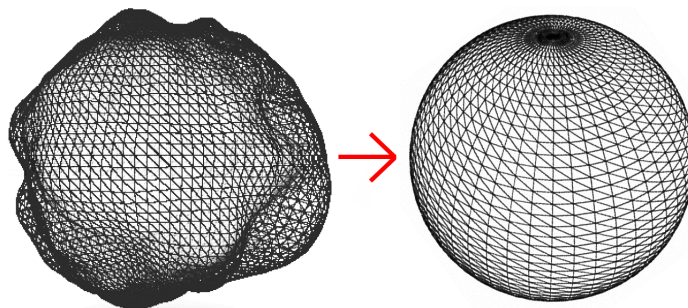
$$(t)_m^n = \int Y_n (\xi^a \partial_a) Y_m \sqrt{|k|} d^d y,$$

$$Q = \int j^0 \sqrt{|g|} d^3 x = \text{const}. \quad (9)$$

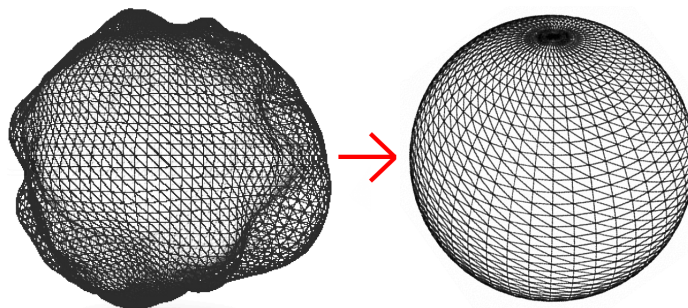




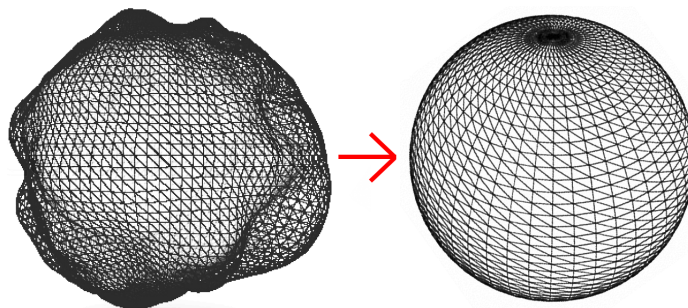
- Квантовые флуктуации приводят к производству частиц и античастиц после окончания инфляции (на стадии разогрева).



- Квантовые флуктуации приводят к производству частиц и античастиц после окончания инфляции (на стадии разогрева).
- Симметрии дополнительного пространства приводят к сохранению внутреннего момента (эффективных чисел/зарядов) в процессах производства частиц.



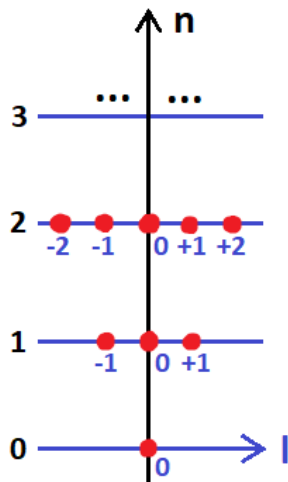
- Квантовые флуктуации приводят к производству частиц и античастиц после окончания инфляции (на стадии разогрева).
- Симметрии дополнительного пространства приводят к сохранению внутреннего момента (эффективных чисел/зарядов) в процессах производства частиц.
- Однако, при $1/R_0 < H$, флуктуации метрики будут искажать дополнительное пространство, а следовательно нарушать его симметрию. В результате во время инфляции будет происходить накопление ненулевого значения чисел/зарядов.



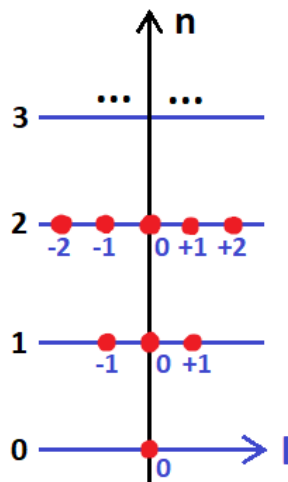
- Квантовые флуктуации приводят к производству частиц и античастиц после окончания инфляции (на стадии разогрева).
- Симметрии дополнительного пространства приводят к сохранению внутреннего момента (эффективных чисел/зарядов) в процессах производства частиц.
- Однако, при $1/R_0 < H$, флуктуации метрики будут искажать дополнительное пространство, а следовательно нарушать его симметрию. В результате во время инфляции будет происходить накопление ненулевого значения чисел/зарядов.
- После инфляции происходит релаксация метрики и симметрия восстанавливается. Соответствующие накопленные числа/заряды в эффективном низкоэнергетичном пределе теории будут сохраняться.

- Фермионное поле не может существовать в виде когерентных колебаний из-за статистики Ферми-Дирака. Нам нужно ввести скалярное поле, в котором будет накапливаться момент и юкавовскую связь с ним.

- Фермионное поле не может существовать в виде когерентных колебаний из-за статистики Ферми-Дирака. Нам нужно ввести скалярное поле, в котором будет накапливаться момент и юкавовскую связь с ним.

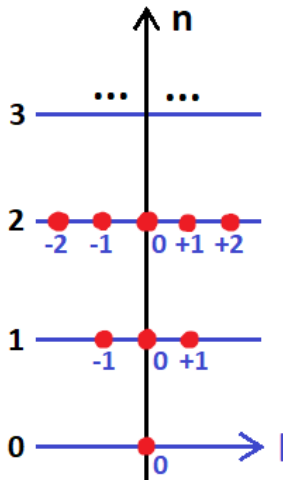


- Фермионное поле не может существовать в виде когерентных колебаний из-за статистики Ферми-Дирака. Нам нужно ввести скалярное поле, в котором будет накапливаться момент и юкавовскую связь с ним.



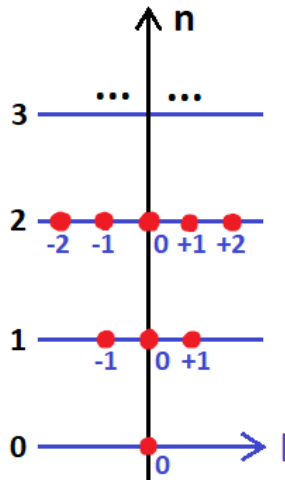
- Полевые моды ϕ_{nl} с ненулевым внутренним моментом l вдоль координаты φ имеют большую массу $M \sim n/r_0$, при $n > 0$. Именно в эти моды в итоге будет переходить накапливаемый угловой момент.

- Фермионное поле не может существовать в виде когерентных колебаний из-за статистики Ферми-Дирака. Нам нужно ввести скалярное поле, в котором будет накапливаться момент и юкавовскую связь с ним.

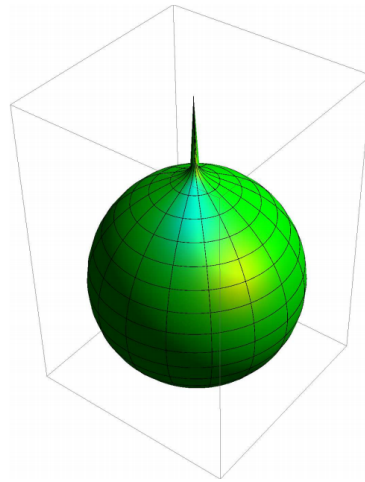
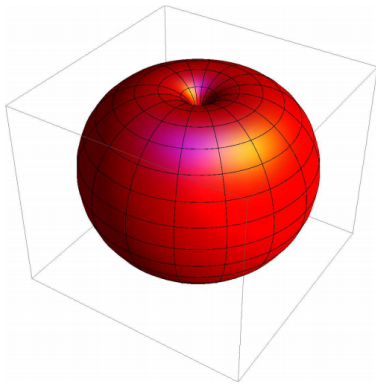


- Полевые моды ϕ_{nl} с ненулевым внутренним моментом l вдоль координаты φ имеют большую массу $M \sim n/r_0$, при $n > 0$. Именно в эти моды в итоге будет переходить накапливаемый угловой момент.
- Однако, для наблюдения низкоэнергетичной лептонной асимметрии в данной теории необходимы безмассовые ($n = 0$) моды с ненулевым угловым моментом l .

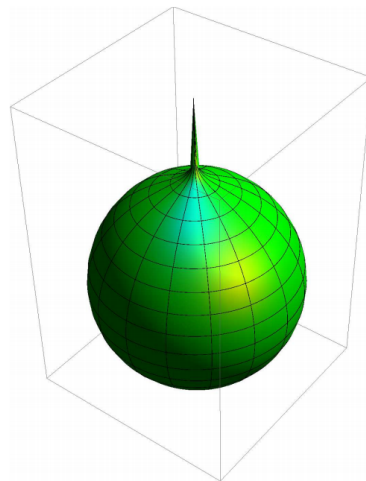
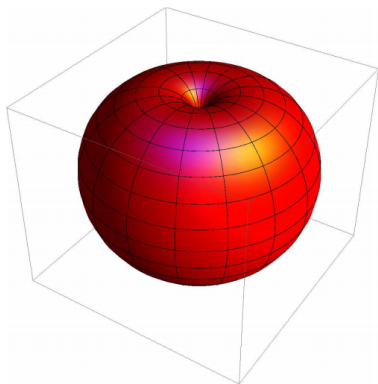
- Фермионное поле не может существовать в виде когерентных колебаний из-за статистики Ферми-Дирака. Нам нужно ввести скалярное поле, в котором будет накапливаться момент и юкавовскую связь с ним.



- Полевые моды ϕ_{nl} с ненулевым внутренним моментом l вдоль координаты φ имеют большую массу $M \sim n/r_0$, при $n > 0$. Именно в эти моды в итоге будет переходить накапливаемый угловой момент.
- Однако, для наблюдения низкоэнергетичной лептонной асимметрии в данной теории необходимы безмассовые ($n = 0$) моды с ненулевым угловым моментом l .
- Идея таких состояний разработывается в работе [arxiv:0706.0676](https://arxiv.org/abs/0706.0676) для других целей. Подобные моды возникают в компактном дополнительном пространстве с избытком угла.



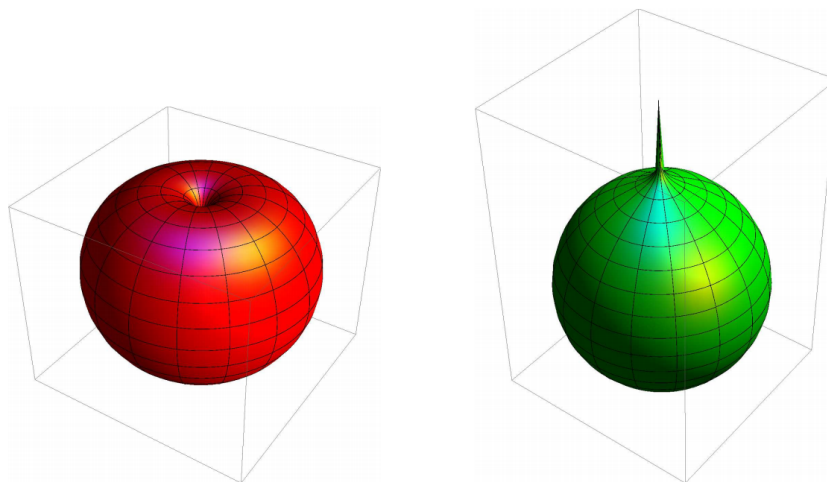
"Яблочные/луковичные" дополнительные пространства



Дополнительное пространство с избытком угла

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x^\alpha) dx^\mu dx^\nu - r^2(\theta) (d\theta^2 + b^2 \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (10)$$

"Яблочные/луковичные" дополнительные пространства



Дополнительное пространство с избытком угла

$$ds^2 = g_{\mu\nu}(x^\alpha) dx^\mu dx^\nu - r^2(\theta) (d\theta^2 + b^2 \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (10)$$

- Такие конфигурации рассматриваются в рамках подхода искривленных дополнительных измерений. Он разработан в различных работах, включая наши: [arxiv:0706.0676](https://arxiv.org/abs/0706.0676), [arxiv:2006.01329](https://arxiv.org/abs/2006.01329), [arxiv:hep-th/0302067](https://arxiv.org/abs/hep-th/0302067), и др.

Действие для скалярного поля

$$S = S_{\text{grav}} + S_{\text{matter}} , \quad (11)$$

$$S_{\text{matter}} = S_{\Psi} + S_{\Phi} + S_{\text{int}} . \quad (12)$$

$$S_{\Phi} + S_{\text{int}} = \int d^6 X \sqrt{|G|} \left[\frac{1}{2} \partial_M \Phi \partial^M \Phi - V(\Phi) + f \Phi \bar{\Psi} \Psi \right] . \quad (13)$$

Действие для скалярного поля

$$S = S_{\text{grav}} + S_{\text{matter}} , \quad (11)$$

$$S_{\text{matter}} = S_{\Psi} + S_{\Phi} + S_{\text{int}} . \quad (12)$$

$$S_{\Phi} + S_{\text{int}} = \int d^6 X \sqrt{|G|} \left[\frac{1}{2} \partial_M \Phi \partial^M \Phi - V(\Phi) + f \Phi \bar{\Psi} \Psi \right] . \quad (13)$$

Многомерное действие для фермиона

$$S_{\Psi} = \int d^6 X \sqrt{|G|} i \bar{\Psi} h_{\tilde{A}}^B \Gamma^{\tilde{A}} \nabla_B \Psi , \quad (14)$$

где $\Gamma^{\tilde{A}}$ — "плоские" 6-мерные гамма матрицы (8×8):

$$\Gamma_{\nu} = \begin{pmatrix} \gamma_{\nu} & 0 \\ 0 & -\gamma_{\nu} \end{pmatrix}, \quad \Gamma_{\theta} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Gamma_{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

а $h_{\tilde{A}}^B$ — тетрадное поле:

$$G^{AB} = h_{\tilde{A}}^A h_{\tilde{B}}^B \eta^{\tilde{A}\tilde{B}} . \quad (16)$$

Разложение по гармоникам дополнительного пространства

$$\Psi(x^A) = \sum_j Y_j(\theta, \varphi) \Psi_j(x) = \sum_{nl} e^{il\varphi} \begin{pmatrix} Y_{nl}^+(\theta) \psi_{nl}(x) \\ Y_{nl}^-(\theta) \xi_{nl}(x) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где Y_{nl}^+ и Y_{nl}^- — собственные функции, вычисляемые из уравнения Дирака:

$$ih_{\hat{A}}^B \hat{\Gamma}^{\hat{A}} \nabla_B \Psi = ih_{\hat{\mu}}^{\nu} \hat{\Gamma}^{\hat{\mu}} \nabla_{\nu} \Psi + \underbrace{ih_{\hat{m}}^n \hat{\Gamma}^{\hat{m}} \nabla_n}_{\text{оператор массы}} \Psi = 0. \quad (18)$$

Ограничение на возможные значения l возникает из условия нормировки:

$$\int |Y_{nl}|^2 \sqrt{|k|} d^2 y < +\infty \quad \xRightarrow{n=0} \quad l = -[b/2], \dots, 0, \dots, +[b/2] \in \mathbb{Z}. \quad (19)$$

Разложение по гармоникам дополнительного пространства

$$\Psi(x^A) = \sum_j Y_j(\theta, \varphi) \Psi_j(x) = \sum_{nl} e^{il\varphi} \begin{pmatrix} Y_{nl}^+(\theta) \psi_{nl}(x) \\ Y_{nl}^-(\theta) \xi_{nl}(x) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где Y_{nl}^+ и Y_{nl}^- — собственные функции, вычисляемые из уравнения Дирака:

$$ih \frac{B}{A} \hat{\Gamma}^{\tilde{A}} \nabla_B \Psi = ih \frac{\nu}{\tilde{\mu}} \hat{\Gamma}^{\tilde{\mu}} \nabla_\nu \Psi + \underbrace{ih \frac{n}{\tilde{m}} \hat{\Gamma}^{\tilde{m}} \nabla_n}_{\text{оператор массы}} \Psi = 0. \quad (18)$$

Ограничение на возможные значения l возникает из условия нормировки:

$$\int |Y_{nl}|^2 \sqrt{|k|} d^2 y < +\infty \quad \xRightarrow{n=0} \quad l = -[b/2], \dots, 0, \dots, +[b/2] \in \mathbb{Z}. \quad (19)$$

Низкоэнергетичное (n=0) эффективное 4-мерное действие

$$S = \int d^6 X \sqrt{|G|} i \bar{\Psi} h \frac{B}{A} \Gamma^{\tilde{A}} \nabla_B \Psi \sim \int \sqrt{-g} d^4 x \sum_l \left(i \bar{\psi}_l \gamma^\mu \partial_\mu \psi_l + i \bar{\xi}_l \gamma^\mu \partial_\mu \xi_l \right). \quad (20)$$

Взаимодействие со скалярным полем

$$S'_{\text{int}} = \int d^6 X \sqrt{|G|} f \delta\Phi \bar{\Psi} \Psi = \int d^4 x \sqrt{|g|} \left[f A^{lm} \bar{\psi}_l \psi_m + f B^{lm} \bar{\xi}_l \xi_m \right], \quad (21)$$

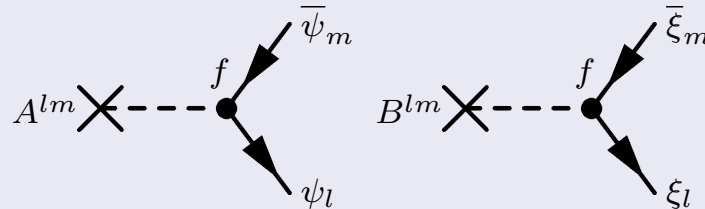
$$\begin{aligned} A^{lm}(x) &= \int \delta\Phi(x, \theta, \varphi) Y_l^+(\theta) {}^* Y_m^+(\theta) e^{i(l-m)\phi} \sqrt{|k|} d^2 y, \\ B^{lm}(x) &= \int \delta\Phi(x, \theta, \varphi) Y_l^-(\theta) {}^* Y_m^-(\theta) e^{i(l-m)\phi} \sqrt{|k|} d^2 y. \end{aligned} \quad (22)$$

Взаимодействие со скалярным полем

$$S'_{\text{int}} = \int d^6 X \sqrt{|G|} f \delta\Phi \bar{\Psi} \Psi = \int d^4 x \sqrt{|g|} \left[f A^{lm} \bar{\psi}_l \psi_m + f B^{lm} \bar{\xi}_l \xi_m \right], \quad (21)$$

$$A^{lm}(x) = \int \delta\Phi(x, \theta, \varphi) Y_l^+(\theta)^* Y_m^+(\theta) e^{i(l-m)\phi} \sqrt{|k|} d^2 y,$$

$$B^{lm}(x) = \int \delta\Phi(x, \theta, \varphi) Y_l^-(\theta)^* Y_m^-(\theta) e^{i(l-m)\phi} \sqrt{|k|} d^2 y. \quad (22)$$



Сохранение внутреннего момента (лептонного числа)

$$Q = \int J^0 \sqrt{|G|} d^3 x d^2 y = Q_\Psi + Q_\Phi = N_{\psi_{+1}} - N_{\psi_{-1}} + Q_\Phi = \text{const}. \quad (23)$$

- В работе был разработан общий механизм генерации сохраняющихся зарядов/чисел, который будет иметь место в любых теориях с компактными дополнительными измерениями типа Калуцы-Клейна.

- В работе был разработан общий механизм генерации сохраняющихся зарядов/чисел, который будет иметь место в любых теориях с компактными дополнительными измерениями типа Калуцы-Клейна.
- Симметрия не постулируется на уровне лагранжиана, а объясняется динамикой компактного дополнительного пространства, поэтому механизм её нарушения при высоких энергиях естественно заложен в теорию. Для нарушения симметрии не нужно вводить дополнительных, явно нарушающих симметрию слагаемых в лагранжиан, как в обычных подходах.

- В работе был разработан общий механизм генерации сохраняющихся зарядов/чисел, который будет иметь место в любых теориях с компактными дополнительными измерениями типа Калуцы-Клейна.
- Симметрия не постулируется на уровне лагранжиана, а объясняется динамикой компактного дополнительного пространства, поэтому механизм её нарушения при высоких энергиях естественно заложен в теорию. Для нарушения симметрии не нужно вводить дополнительных, явно нарушающих симметрию слагаемых в лагранжиан, как в обычных подходах.
- Такой механизм может быть использован для решения проблемы космологической барионной/лептонной асимметрии, которая связана с нарушением глобальной $U(1)$ -симметрии.

- В работе был разработан общий механизм генерации сохраняющихся зарядов/чисел, который будет иметь место в любых теориях с компактными дополнительными измерениями типа Калуцы-Клейна.
- Симметрия не постулируется на уровне лагранжиана, а объясняется динамикой компактного дополнительного пространства, поэтому механизм её нарушения при высоких энергиях естественно заложен в теорию. Для нарушения симметрии не нужно вводить дополнительных, явно нарушающих симметрию слагаемых в лагранжиан, как в обычных подходах.
- Такой механизм может быть использован для решения проблемы космологической барионной/лептонной асимметрии, которая связана с нарушением глобальной $U(1)$ -симметрии.
- В работе предложена игрушечная модель механизма генерации барионной/лептонного числа, с использованием ранее проработанных вариантов дополнительного пространства.

- В работе был разработан общий механизм генерации сохраняющихся зарядов/чисел, который будет иметь место в любых теориях с компактными дополнительными измерениями типа Калуцы-Клейна.
- Симметрия не постулируется на уровне лагранжиана, а объясняется динамикой компактного дополнительного пространства, поэтому механизм её нарушения при высоких энергиях естественно заложен в теорию. Для нарушения симметрии не нужно вводить дополнительных, явно нарушающих симметрию слагаемых в лагранжиан, как в обычных подходах.
- Такой механизм может быть использован для решения проблемы космологической барионной/лептонной асимметрии, которая связана с нарушением глобальной $U(1)$ -симметрии.
- В работе предложена игрушечная модель механизма генерации барионной/лептонного числа, с использованием ранее проработанных вариантов дополнительного пространства.
- Результаты работы опубликованы в статье: [doi:10.1142/S0218271821400046](https://doi.org/10.1142/S0218271821400046)

Спасибо за внимание!

Вопросы?