

Построение модели максимального правдоподобия для анализа по
поиску электрослабого совместного рождения Z -бозона с фотоном
в pp -столкновениях на эксперименте ATLAS

Петухов А.М.

Научный руководитель — к.ф.-м.н. Солдатов Е.Ю.

Москва, 2021

Введение

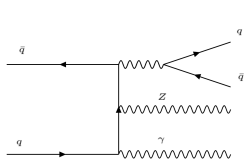
Исследуемый процесс — электрослабое (ЭС) рождение $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})\gamma jj$ в pp -столкновениях.

Одна из компонент — рассеяние векторных бозонов (РВБ):

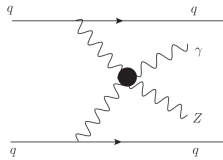
- ▶ позволяет изучить нарушение электрослабой симметрии;
- ▶ чувствительна к эффектам, предсказываемым теориями, выходящими за пределы Стандартной модели, через аномальные взаимодействия четырёх векторных бозонов.

На данный момент в канале $Z(\rightarrow \nu\bar{\nu})$ измерений сечения ещё не производилось.

Значимость измерения сечения данного процесса в канале $Z(\rightarrow \ell\ell)$ составляет 4.7σ .



ЭС-рождение



РВБ

Цель

Создать статистическую модель максимального правдоподобия для описания процессов ЭС-рождения $Z\gamma jj$, экспериментальных фонов и их систематических погрешностей с целью измерения сечения процесса ЭС-рождения $Z\gamma jj$ в данных pp -столкновений, собранных детектором ATLAS в 2015-18 годах.

Метод максимального правдоподобия

Метод максимального правдоподобия (вернее, *profile likelihood*), позволяет

- ▶ измерить интегральное поперечное сечение сигнального процесса;
- ▶ оценить вклады фоновых процессов, оцениваемых при помощи методов Монте-Карло моделирования;
- ▶ учесть вклад систематических погрешностей измерения при оценке ошибки сечения сигнального процесса;
- ▶ оценить значимость измерения ненулевого сечения сигнального процесса.

Основная идея:

$$\hat{\nu}_s = \arg \left[\max L(N_{\text{data}} | \nu, \vec{\theta}) \right]$$

Метод максимального правдоподобия

Измерение сечение сигнального процесса

$$L(N_{\text{data}}|\nu_s) = \text{Pois}(N_{\text{data}}|\nu_s + \tilde{\nu}_b)$$

$$\nu_s = \mu\tilde{\nu}_s$$

$$L(N_{\text{data}}|\mu) = \text{Pois}(N_{\text{data}}|\mu\tilde{\nu}_s + \tilde{\nu}_b)$$

Метод максимального правдоподобия

Измерение сечение
сигнального процесса

$$L(N_{\text{data}}|\nu_s) = \text{Pois}(N_{\text{data}}|\nu_s + \tilde{\nu}_b)$$

$$\nu_s = \mu\tilde{\nu}_s$$

$$L(N_{\text{data}}|\mu) = \text{Pois}(N_{\text{data}}|\mu\tilde{\nu}_s + \tilde{\nu}_b)$$

Оценка вклада основных фонов



$$L(N_{SR}, N_{CR}|\mu, \mu_{\text{bkg}}) = \text{Pois}(N_{SR}|\mu\tilde{\nu}_s + \mu_{\text{bkg}}\tilde{\nu}_b) \cdot \text{Pois}(N_{CR}|\mu_{\text{bkg}}\tilde{\nu}_b)$$

Задача: выбрать сигнальную и контрольные области для оценки числа событий.

Метод максимального правдоподобия

Измерение сечение
сигнального процесса

$$L(N_{\text{data}}|\nu_s) = \text{Pois}(N_{\text{data}}|\nu_s + \tilde{\nu}_b)$$

$$\nu_s = \mu\tilde{\nu}_s$$

$$L(N_{\text{data}}|\mu) = \text{Pois}(N_{\text{data}}|\mu\tilde{\nu}_s + \tilde{\nu}_b)$$

Оценка вклада основных фонов



$$L(N_{SR}, N_{CR}|\mu, \mu_{bkg}) = \text{Pois}(N_{SR}|\mu\tilde{\nu}_s + \mu_{bkg}\tilde{\nu}_b) \cdot \text{Pois}(N_{CR}|\mu_{bkg}\tilde{\tau}\tilde{\nu}_b)$$

Задача: выбрать сигнальную и контрольные области для оценки числа событий.

Использование распределений

$$L(N_{SR}, N_{CR}|\mu, \mu_{bkg}) = \prod_{i=1}^{N_{SR}^{\text{bins}}} \text{Pois}(N_{SR}^i|\mu\tilde{\nu}_s^i + \mu_{bkg}\tilde{\nu}_b^i) \cdot \prod_{i=1}^{N_{CR}^{\text{bins}}} \text{Pois}(N_{CR}^i|\mu_{bkg}\tilde{\tau}^i\tilde{\nu}_b^i),$$

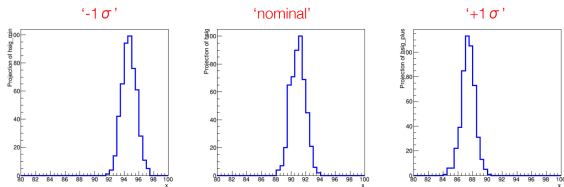
Задача: выбрать распределения, дающие наиболее точную оценку сечения.

Метод максимального правдоподобия

Учесть вклад систематических погрешностей

Природа возникновения систематической ошибки \rightarrow непрерывный параметр α и функция его распределения.

Дискретная зависимость числа событий в регионе (без s , $+\sigma$, $-\sigma$) \rightarrow зависимость числа событий в регионе от значения непрерывного параметра α :

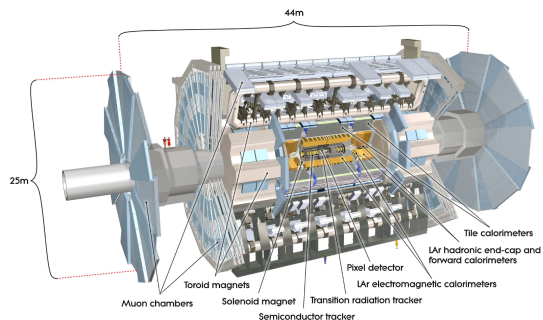


$$\begin{aligned} L(N_{SR}, 0 | \mu, \alpha) &= \\ &= \prod_{i=1}^{N^{\text{bins}}} \text{Pois}(N_{SR} | \mu \tilde{\nu}_s^i + \eta^i(\alpha) \tilde{\nu}_b^i) \cdot G(0 | \alpha, 1) \end{aligned}$$

Детектор ATLAS и используемые данные

Экспериментальные данные протон-протонных столкновений, набранные ATLAS в 2015-18 годах, а также соответствующие им данные Монте-Карло моделирования.

Детектор ATLAS



Многоцелевой универсальный детектор, расположенный на Большом Адронном Коллайдере.

Набор данных 2015-18 годов:

- ▶ $\sqrt{S} = 13$ ТэВ;
- ▶ Набранная интегральная светимость 139.0 ± 2.4 фб⁻¹.

Отбор событий

Адронные струи

$$N_{\text{jets}} \geq 2;$$

$$p_T^{\text{jet}} > 50 \text{ ГэВ}.$$

Фотон

$$N_\gamma = 1;$$

$$E_T^\gamma > 150 \text{ ГэВ};$$

$$E_T^{\text{cone}40} < 2.45 \text{ ГэВ} + 0.022 \cdot E_T^\gamma;$$

$$p_T^{\text{cone}20} < 0.05 \cdot E_T^\gamma;$$

$$|z(\gamma)| < 250 \text{ мм};$$

Высокое качество идентификации.

Недостающий поперечный импульс

$$\vec{p}_T^{\text{miss}} = -(\sum_{\text{obj}} \vec{p}_T^{\text{obj}} + \vec{p}_T^{\text{Soft Term}});$$

$$|\vec{p}_T^{\text{miss}}| = E_T^{\text{miss}} > 120 \text{ ГэВ};$$

Значимость измерения \vec{p}_T^{miss} ,

$$S > 12;$$

$$|\vec{p}_T^{\text{Soft Term}}| < 16 \text{ ГэВ}.$$

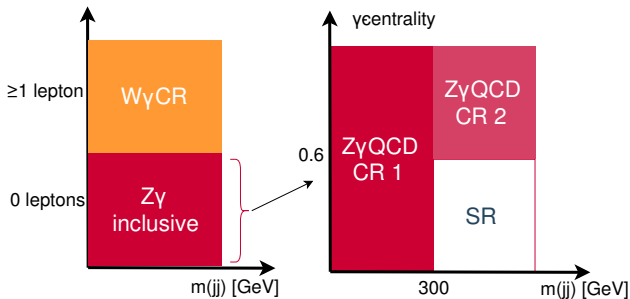
Дополнительные ограничения

Вето на e^\mp и μ^\mp в событиях;

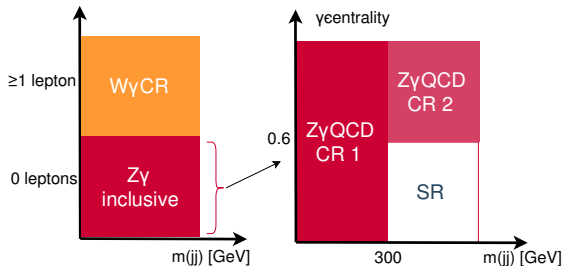
$$\Delta\varphi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, \gamma) > 0.4;$$

$$\Delta\varphi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, j_1) > 0.3;$$

$$\Delta\varphi(\vec{p}_T^{\text{miss}}, j_2) > 0.3.$$



Сигнальный и фоновые процессы



Сигнальный процесс

$Z\gamma jj$ EWK — $\mu_{Z\gamma EWK}$

Фоны, оцениваемые
в контрольных областях

$Z\gamma jj$ QCD — $\mu_{Z\gamma EWK}$;

$W\gamma, tt\gamma$ — $\mu_{Z\gamma EWK}$;

из данных

$e \rightarrow \gamma$;

$j \rightarrow \gamma$;

Неправильное измерение E_T^{miss} ;

напрямую из МК

$Z(\ell\ell) + \gamma$

Распределения в областях

Контрольные — инвариантная масса двух струй m_{jj} .

Сигнальная — отклик Boosted Decision Trees классификатора, созданного при помощи 11 кинематических переменных.

Систематические погрешности

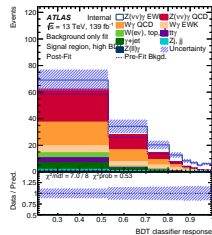
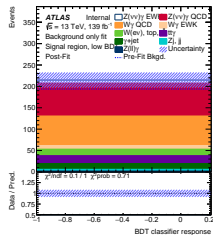
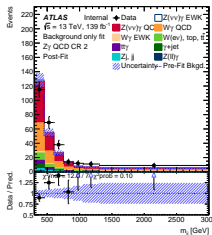
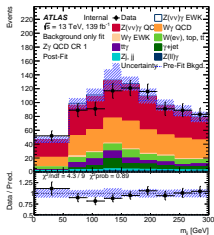
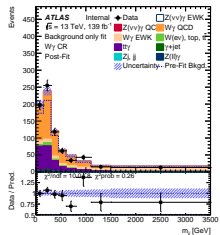
Процесс	Норм. коэфф.	Систематическая погрешность	
		Собственная	Общая
$Z_{\gamma jj}$ EWK	$\mu(Z_{\gamma EWK}), POI$	Теоретическая, интерференция	
$Z_{\gamma jj}$ QCD	$\mu(Z_{\gamma QCD})$	Теоретическая	
W_{γ} EWK		Теоретическая	Экспериментальные
W_{γ} QCD	$\mu(W_{\gamma})$	Теоретическая	
$t\bar{t}\gamma$		Теоретическая	
$Z(l\bar{l})+\gamma$		Теоретическая	
$e \rightarrow \gamma$		Плоская, из данных	
$j+\gamma$		Плоская, из данных	
$j \rightarrow \gamma$		Плоская, из данных	

Возникшие проблемы

- ▶ Недостающая информация.
- ▶ Малая статистика в распределениях → необходимость сглаживания.
- ▶ Возможно ли переносить информацию из одной области в другую.
- ▶ Описание нестандартных источников погрешности.

Результаты оценки параметров

После оценки



$$\begin{aligned} \mu_{Z\gamma EWK} & 1.00^{+0.27}_{-0.25}(\text{stat})^{+0.24}_{-0.17}(\text{syst}) \\ \mu_{Z\gamma QCD} & 1.05 \pm 0.08(\text{stat})^{+0.15}_{-0.16}(\text{syst}) \\ \mu_{W\gamma} & 1.08 \pm 0.04(\text{stat})^{+0.19}_{-0.13}(\text{syst}) \end{aligned}$$

Ожидаемая медианная оценка значимости измерения ненулевого сечения сигнального процесса.

3.81σ

Заключение

- ▶ Была создана статистическая модель правдоподобия, описывающая поиск процесса ЭС-рождения $Z\gamma jj$ в протон-протонных столкновениях.
- ▶ При помощи этого метода были получены оценки ошибок измерения сечения сигнального процесса.
- ▶ Оценка значимости измерения ненулевого сечения сигнального процесса при интегральной светимости $139.0 \pm 2.4 \text{ фб}^{-1}$ составляет

$$3.81\sigma$$

что недостаточно для наблюдения процесса, но достаточно для «свидетельства» существования (evidence).

- ▶ Следующий шаг — использование наблюдаемых данных в сигнальной области и измерение сечения сигнального процесса.
- ▶ Созданную статистическую модель возможно дальше использовать при оценке параметров теорий, выходящих за пределы Стандартной модели

Спасибо за внимание!

Число прошедших в рассматриваемых областях. До оценки

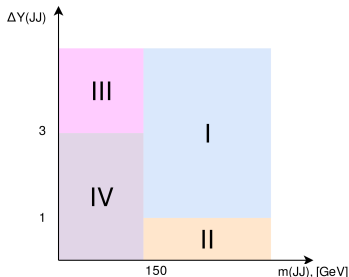
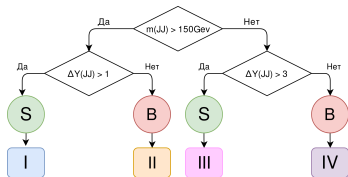
	$W\gamma$ CR	$Z\gamma$ inclusive	$Z\gamma$ QCD CR 1	$Z\gamma$ QCD CR 2	Signal region
$Z(\nu\nu)\gamma$ EWK	$0.107 \pm 0.008 \pm 0.025$	$65.0 \pm 0.2 \pm 5.0$	$13.9 \pm 0.09 \pm 1.1$	$4.8 \pm 0.05 \pm 1.3$	$47.0 \pm 0.17 \pm 6.0$
$Z(\nu\nu)\gamma$ QCD	$0.99 \pm 0.07 \pm 0.34$	$580.0 \pm 1.8 \pm 50.0$	$358.0 \pm 1.4 \pm 31.0$	$103.0 \pm 0.7 \pm 9.0$	$116.0 \pm 0.8 \pm 10.0$
$W\gamma$ QCD	$390 \pm 6 \pm 40$	$404 \pm 6 \pm 29$	$241 \pm 5 \pm 21$	$70 \pm 2 \pm 6$	$93 \pm 3 \pm 9$
$W\gamma$ EWK	$61.0 \pm 0.5 \pm 6.0$	$41.9 \pm 0.4 \pm 3.3$	$13.9 \pm 0.2 \pm 1.1$	$4.4 \pm 0.13 \pm 0.89$	$23.9 \pm 0.3 \pm 2.5$
$W(e\nu)$, top, $t\bar{t}$	$23.2 \pm 0.9 \pm 0.8$	$111 \pm 2 \pm 6$	$70.1 \pm 1.7 \pm 2.5$	$17.9 \pm 0.9 \pm 0.6$	$22.6 \pm 0.9 \pm 1.0$
$t\bar{t}\gamma$	$170 \pm 3 \pm 60$	$88 \pm 2 \pm 24$	$59.0 \pm 1.6 \pm 21.9$	$8.7 \pm 0.6 \pm 3.3$	$20.0 \pm 1.0 \pm 7.9$
γ +jet	$6 \pm 5 \pm 0$	$100 \pm 20 \pm 30$	$60 \pm 20 \pm 20$	$10 \pm 7 \pm 4$	$24 \pm 11 \pm 7$
Z_j, jj	$0.1 \pm 0.6 \pm 0.0$	$33 \pm 7 \pm 6$	$22 \pm 12 \pm 5$	$6 \pm 6 \pm 1.2$	$7 \pm 7 \pm 1.4$
$Z(\ell\ell)\gamma$	$8.6 \pm 0.6 \pm 2.5$	$11.1 \pm 0.8 \pm 1.6$	$6.8 \pm 0.6 \pm 1.8$	$2.0 \pm 0.3 \pm 0.9$	$2.3 \pm 0.4 \pm 1.3$
Total	$660 \pm 8 \pm 80$	$1430 \pm 30 \pm 100$	$850 \pm 20 \pm 70$	$227 \pm 10 \pm 14$	$355 \pm 13 \pm 25$
Data	740 ± 30		850 ± 30	268 ± 16	

Число прошедших в рассматриваемых областях. После оценки

	$W\gamma$ CR			$Z\gamma$ inclusive			$Z\gamma$ QCD CR 1			$Z\gamma$ QCD CR 2			Signal region		
$Z(\nu\nu)\gamma$ EWK	0.105	± 0.008	± 0.025	66.0	± 0.2	± 5.0	14.1	± 0.09	± 1.1	5.5	± 0.05	± 2.1	48.0	± 0.17	± 7.0
$Z(\nu\nu)\gamma$ QCD	1.05	± 0.07	± 0.32	590.0	± 1.8	± 50.0	390	± 40	± 40	113	± 10	± 14	127	± 12	± 15
$W\gamma$ QCD	420	± 18	± 47	410	± 6	± 29	260	± 12	± 38	76	± 4	± 11	99	± 5	± 14
$W\gamma$ EWK	65	± 3	± 7	42.9	± 0.4	± 3.4	15.1	± 0.7	± 2.2	4.9	± 0.2	± 1.2	26.0	± 1.1	± 4.9
$W(e\nu)$, top, $t\bar{t}$	23.2	± 0.9	± 0.8	110	± 2	± 3	70.1	± 1.7	± 2.5	17.9	± 0.9	± 0.6	22.5	± 0.9	± 0.8
$t\bar{t}\gamma$	220	± 8	± 49	95	± 2	± 23	56	± 3	± 17	11.0	± 0.8	± 3.9	23.0	± 1.4	± 7.9
γ +jet	5	± 5	± 0	80	± 20	± 30	52	± 21	± 17	9	± 7	± 0	20	± 11	± 5
Zj , jj	0.1	± 0.6	± 0.0	33	± 15	± 8	22	± 12	± 5	6	± 6	± 1.2	7	± 7	± 1.4
$Z(\ell\ell)\gamma$	8.2	± 0.6	± 2.4	10.7	± 0.8	± 1.5	6.7	± 0.6	± 1.8	1.9	± 0.3	± 0.8	2.0	± 0.4	± 1.1
Total	737	± 29	± 20	1440	± 30	± 100	890	± 40	± 0	245	± 14	± 0	375	± 17	± 14
Data	740	± 30					850	± 30		268	± 16				

Композиция деревьев решений

Деревья решений



Бустинг

Пошаговое приближение $Pr(\text{сигнал}|x_i)$ суммой откликов слабых классификаторов

- ▶ приоритет получают события, неправильно классифицируемые суммой предыдущих слагаемых;
- ▶ вклад слагаемого зависит от числа сделанных им ошибок и *скорости обучения* (параметр бустинга).

Преимущества композиции деревьев решений:

- ▶ данные не требуют предварительной обработки;
- ▶ хорошо справляется с избыточными переменными;
- ▶ мало параметров (число итераций, глубина деревьев, скорость обучения)

BDT классификатор

Gradient Boosted Decision Trees

Parameter	Value
Number of trees	600
Shrinkage	0.05
Max tree depth	3
Number of cuts	20
Min node size	5%

Cross training

Datasets are split by event number into **odd** and **even**

	Train	Test & application
Odd algorithm	Odd events	Even events
Even algorithm	Even events	Odd events

Final response distribution is obtained by summing the response of even and odd events.

Variable selection

Selected variables:

- m_{jj}
- $\Delta Y(j_1, j_2)$
- E_T^{miss}
- $p_T\text{-balance}$
- $\eta(j_2)$
- $p_T(j_1)$
- $\eta(\gamma)$
- $p_T\text{-balance (reduced)}$
- N_{jets}
- $\sin(|\Delta\varphi(j_1, j_2)/2|)$
- $\Delta Y(j_1, \gamma)$

Considered variables:

- > $\eta(j_1)\eta(j_2)$
- > $\Delta R(j_1, j_2)$
- > $\Delta R(j_1, \gamma)$
- > $\Delta p_T(j_1, j_2)$
- > ζ_{jets}
- > $\Delta R(j_1, p_T^{\text{miss}})$
- > $\varphi(j_1)$
- > $\eta(j_1)$
- > $p_T(j_2)$
- > $\varphi(j_2)$
- > $p_T(\gamma)$
- > $\varphi(\gamma)$
- > $\varphi(p_T^{\text{miss}})$
- > $p_T(E_T^{\text{miss}}, \gamma)$

Variables were selected with "N-1" and "N+1" algorithms and checks for redundancy with correlation coefficients.

γ -centrality was not considered because it is used to define Z_γ QCD CR 2 and SR.

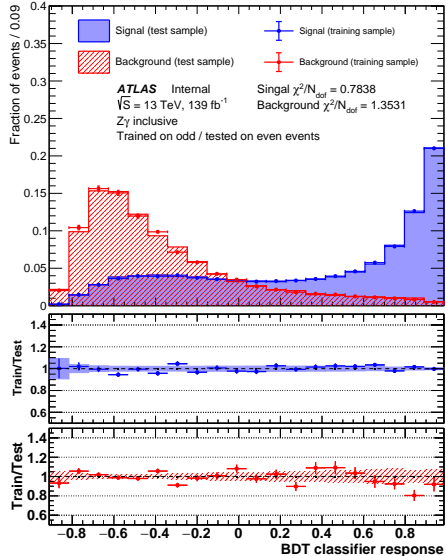
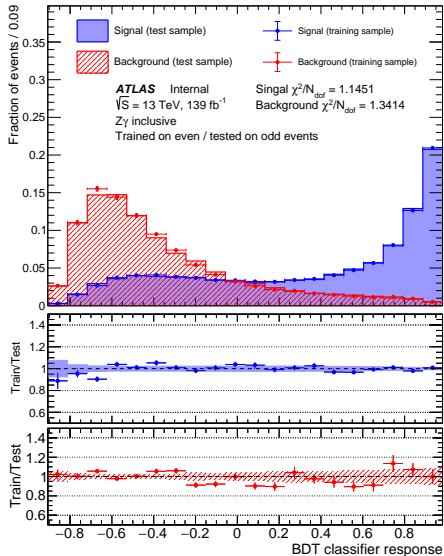
$$p_T\text{-balance} = \frac{|\beta_T^{\text{miss}} + \beta_T^\gamma + \beta_T^{j_1} + \beta_T^{j_2}|}{E_T^{\text{miss}} + E_T^\gamma + p_T^{j_1} + p_T^{j_2}}$$

$$p_T\text{-balance(reduced)} = \frac{|\beta_T^\gamma + \beta_T^{j_1} + \beta_T^{j_2}|}{E_T^\gamma + p_T^{j_1} + p_T^{j_2}}$$

$$X\text{-centrality: } \zeta_X = \left| \frac{y(X) - \frac{r(x_1) + r(x_2)}{2}}{y(x_1) - y(x_2)} \right|$$

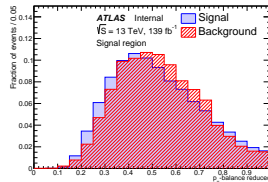
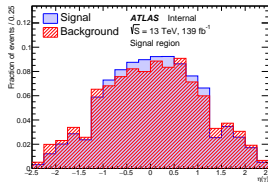
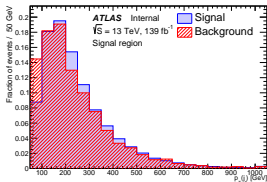
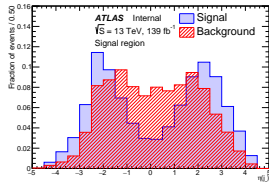
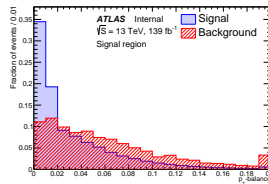
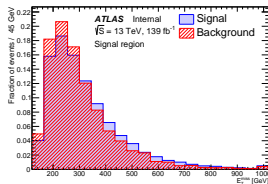
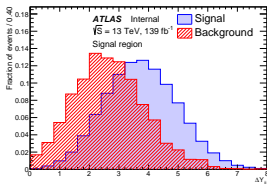
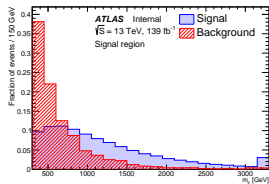
16

BDT классификатор. Проверка на переобучение



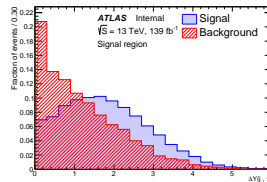
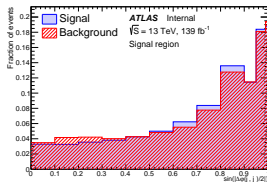
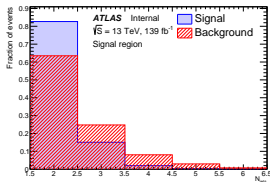
Распределения по разделяющим переменным

1/2



Распределения по разделяющим переменным

2/2



Экспериментальные систематические погрешности

Type	Set
JES	30 NPs, <u>CategoryReduction</u>
JER	8 NPs, SimpleJER
MET	3 NPs
e/ γ	2 NP, <u>"1NP set"</u>
Muon	10 NPs
e efficiency	3 NPs
γ efficiency	2 NPs
Trigger efficiency	1 NP
JVT efficiency	1 NP
PRW	1 NP
Luminosity	1 NP
Pile-up bkg	1 NP

1 NP per systematic type for every background **estimated from the MC**, e.g. $\alpha(\text{JET_EffectiveNP_Detector1})$

The systematics are pruned using the following rules.

- The normalization part is dropped if the total effect on the event yield is $< 1\%$
- The shape part is dropped if there's no bins with effect on the event yield is $> 1\%$

See backup for more info

Flat 1.9% systematic to account for pile-up background event yield

Every background with **data-driven estimations** also have an NP for their estimated systematic (see slide 5) which results in 3 more NPs

Теоретические систематические погрешности

	Modelling		Scale	Alt. PDF set	NNPDF + α s
	Underlying Event + Parton showering	Sherpa vs MG			
Z γ EWK	v		v	v	v
Z γ QCD		v		v	v
W γ EWK	v		v	v	v
W γ QCD		v		v	v
t γ	v		v		v
Z(l ν)+ γ			v	v	v

1 NP per combination of sample and systematic, e. g. α (t γ UE+PS), α (W γ QCD alt PDF set), except for **scale**.

Scale:

4 NPs per sample for:

- W γ CR
- Z γ QCD CR1
- Z γ QCD CR2
- SR

Modelling

W γ QCD - no alternative sample available, made by with the Z γ QCD modelling systematic relative uncertainties (see backup for more info)

t γ - only fastsim alternative sample available, made by comparing fastsim nominal sample with fastsim alternative sample

Z γ QCD and **W γ QCD scale** uncertainties are omitted since they only affect the normalization and tend to double the designated normalization coefficients in the likelihood model.

Интерференция между $Z\gamma jj$ EWK и $Z\gamma jj$ QCD

The interference between $Z\gamma jj$ EWK and QCD processes is treated as systematic uncertainty for the $Z\gamma jj$ EWK in 3 regions:

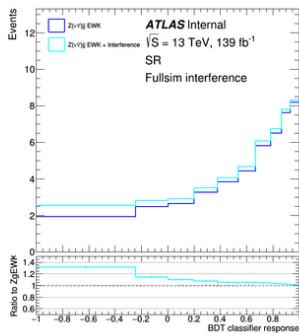
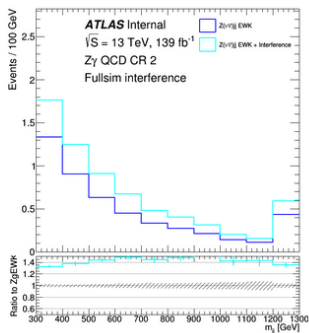
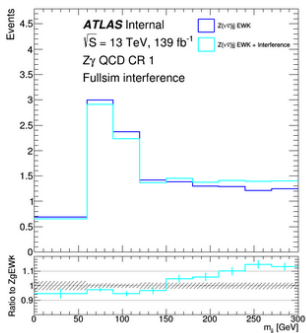
- $Z\gamma$ QCD CR 1
- $Z\gamma$ QCD CR 2
- SR

1 NP for all 3 regions

$+\sigma$ $Z\gamma jj$ EWK + interference

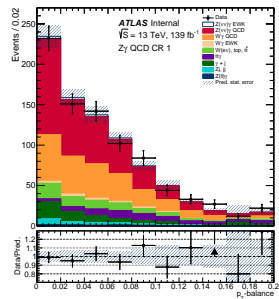
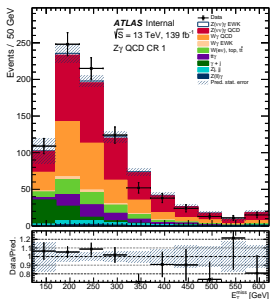
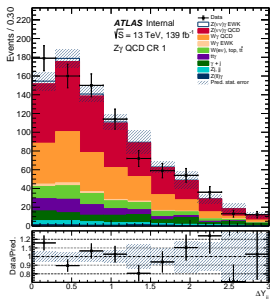
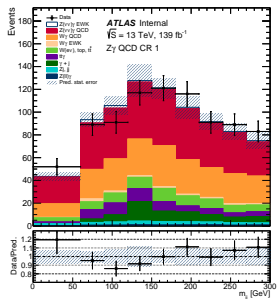
Nominal $Z\gamma jj$ EWK

$-\sigma$ $Z\gamma jj$ EWK + interference



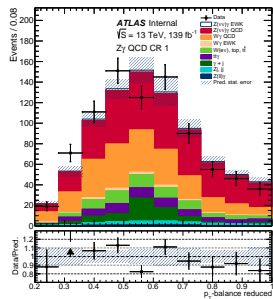
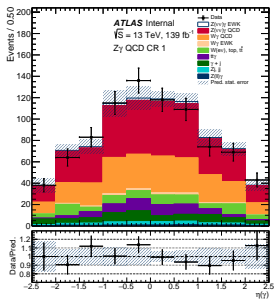
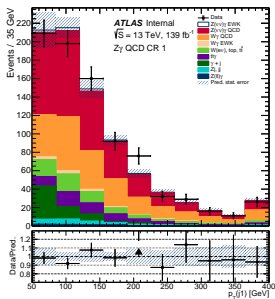
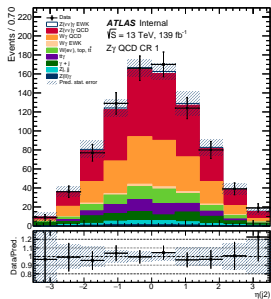
Разделяющие переменные. Данные и моделирование

1/3



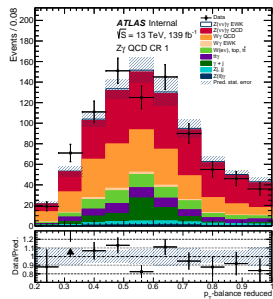
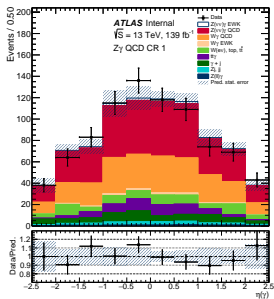
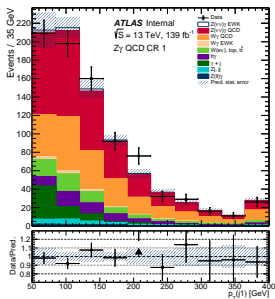
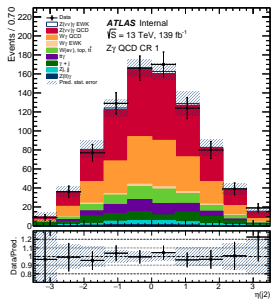
Разделяющие переменные. Данные и моделирование

2/3



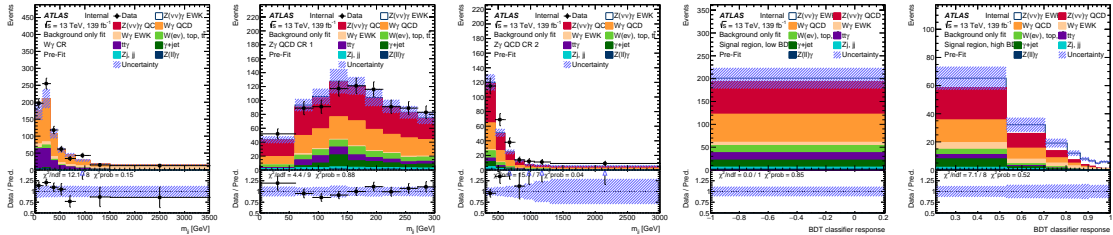
Разделяющие переменные. Данные и моделирование

3/3



Результаты оценки параметров

До оценки



После оценки

