

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
«МИФИ»

УДК 539.1.05

ОТЧЕТ
О НАУЧНО - ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР С
ЗВЕЗДНЫМ ШАРОВЫМ СКОПЛЕНИЕМ**

Студент

_____ С. О. Пугачев

Научный руководитель,

к.ф.-м.н.

_____ К. М. Белоцкий

Москва 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1 Первичные черные дыры	4
2 Звездные шаровые скопления	5
3 Модель Пламмера	7
4 Динамическое трение	9
5 Результаты работы	10
Заключение	13

ВВЕДЕНИЕ

На сегодня существует большое количество данных о том, что темная материя(ТМ) во Вселенной существует. По наблюдением за реликтовым излучением можно сделать вывод, что ТМ вносит до 24% в плотность энергии во Вселенной, если говорить о барионном веществе, то это всего лишь 4% [1]. При этом природа темной материи неизвестна, но есть кандидаты на эту роль. Это могут быть частицы выходящие за пределы Стандартной модели, но могут быть и такие крупные объекты как первичные черные дыры(ПЧД). Большие сложности в теориях с новыми стабильными частицами возникают из-за того, что необходимо каким-то образом модифицировать Стандартную модель, которая проверена с хорошей точностью. Именно поэтому первичные чёрные дыры, образовывавшиеся в ранней Вселенной, являются такими привлекательными кандидатами на роль ТМ – их существование не требует изменения теории физики частиц.

Предполагается, что часть ТМ может находиться в ядрах шаровых звездных скоплениях(ШС)[2]. Объясняя ТМ с помощью ПЧД, они могут быть зародышами ШС либо должны захватываться ШС, таким образом оставаться в скоплении[3; 4]. В данной работе, речь пойдет о захвате ПЧД в ШС, будет построена зависимость максимальной скорости на бесконечности от которой ещё возможен захват ПЧД от её массы.

1. ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

Классифицировать черные дыры можно по массе: черные дыры звездной массы, промежуточные и сверхмассивные черные дыры, а также и по происхождению. Разделяют на первичные и астрофизические черные дыры. Астрофизические черные дыры образуются в результате гравитационного коллапса звезды с достаточной массой. Первичные черные дыры - это гипотетические черные дыры, образовавшиеся в ранней Вселенной. Идею образования ПЧД впервые была предсказана в работах Зельдовича и Новикова [5]. Затем этот сценарий был обоснован и развит в [6].

Массы ПЧД в отличии от астрофизических черных дыр могут быть произвольными, однако первичные черные дыры с массами $M \leq 10^{15}$ г должны были бы испариться за счет излучения Хокинга за время $t \leq 10^{10}$ лет. И только ПЧД с массами $M > 10^{15}$ г могли бы существовать в современной Вселенной.

Существует несколько моделей образования ПЧД. Простейшая из них - это образование черных дыр при коллапсе в ранней Вселенной коротковолновых возмущений плотности, обладающих большой амплитудой.

2. ЗВЕЗДНЫЕ ШАРОВЫЕ СКОПЛЕНИЕ

Шаровое звездное скопление - это звёздное скопления, которое содержит большое количество звезд связанных вместе силами взаимного притяжения, также отличительной особенностью является характерный вид диаграммы Герцшпрунга - Рассела, т.е. с характерным составом звезд. Первое шаровое звёздное скопление М22 было обнаружено немецким астрономом-любителем Абрахамом Айлом в 1665 году, однако в то время еще невозможно было различить звезды в скоплении. Шарль Мессье был первым, кто смог выделить звезды в скоплении наблюдая за ШС М4. Наша Галактика включает в себя около 150 ШС, в каждом из них содержится около $10^4 - 10^6$ звёзд. Массы ШС составляют $10^4 - 10^6 M_{\odot}$. В ШС плотность звезд крайне высока, на один кубический парсек приходится около 0.4 звезд, а в центральной части скопления 100 - 1000 звезд на кубический парсек. Если сравнивать с окрестностями нашего Солнца, то здесь плотность составляет 0.12 звезд на кубический парсек. Большая часть ШС расположены на расстоянии не более 10 кпк от галактического центра, остальные распределяются на больших расстояниях. Более половины шаровых скоплений расположены не далее 10 кпк от галактического центра и образуют вокруг него протяжённое гало. Остальные распределены в более обширной области, а некоторые далее 50 кпк.



Рисунок 2.1 — Шаровое скопление Мессье 80 в созвездии Скорпиона расположено в 28 000 световых годах от Солнца и содержит сотни тысяч звёзд

3. МОДЕЛЬ ПЛАММЕРА

Модель Пламмера — закон распределения плотности звезд, который впервые применил Г. Пламмер при исследовании шаровых скоплений. В данной модели звезды шарового скопления взаимодействуют между собой гравитационно, при этом столкновений между ними не происходит. Для осуществления модели Пламмера применяется сглаживание гравитационного потенциала, путем замены его сглаженной точки[7].

$$\varphi(r) = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + r_0^2}} \quad (3.1)$$

Стоит пояснить почему в N - body экспериментах используют сглаживание потенциала. Если мы будем решать уравнения движения гравитирующих тел с ньютоновским потенциалом при помощи схемы с постоянным шагом интегрирования, неизбежно будут возникать проблемы при близких парных сближениях схема будет расходиться. Чтобы корректно моделировать подобные системы, необходимо использовать либо алгоритмы с переменным шагом интегрирования, либо изоэренные регуляризованные методы, что требует неоправданно больших затрат машинного времени. В случае сглаженного потенциала таких проблем не возникает.

Теперь воспользуемся потенциалом 5.5 и подставим его в уравнение Пуассона, так мы сможем найти плотность шарового скопления.

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \varphi(r) \right) = 4\pi G \rho(r) \quad (3.2)$$

Получаем:

$$\begin{aligned}
\rho(r) &= \frac{1}{4\pi G} \left\{ \frac{d^2}{dr^2} \Phi(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \Phi(r) \right\} \\
&= \frac{M}{4\pi} \left\{ \frac{-2r^2 + r_0^2}{(r^2 + r_0^2)^{5/2}} + \frac{2}{(r^2 + r_0^2)^{3/2}} \right\} \\
&= \frac{M}{4\pi} \frac{3r_0^2}{(r^2 + r_0^2)^{5/2}}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Найдем зависимость массы скопления содержащиеся внутри сферы радиуса r , для этого можем воспользоваться найденной выше плотностью:

$$m(r) = \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr = \int_0^r \frac{3Mr_0^2}{(r^2 + r_0^2)^{5/2}} dr \tag{3.4}$$

можно данный интеграл взять проще, заменив подынтегральное выражение левой частью уравнения Пуассона, что упростит вычисление интеграла:

$$\begin{aligned}
m(r) &= \int_0^r 4\pi r^2 \rho(r) dr = \frac{1}{G} \int_0^r \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \Phi(r) \right) dr \\
&= \frac{1}{G} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \Phi(r) \right) \Big|_0^r = \frac{1}{G} r^2 \frac{d}{dr} \Phi(r) \\
&= -\frac{1}{G} r^2 \frac{d}{dr} \left(\frac{GM}{\sqrt{r^2 + r_0^2}} \right) = M \frac{r^3}{(r^2 + r_0^2)^{3/2}} \\
&= M \left(1 + \frac{r_0^2}{r^2} \right)^{-3/2}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

4. ДИНАМИЧЕСКОЕ ТРЕНИЕ

Динамического трения впервые было рассмотрено Чандрасекаром в его работе[8]. Он рассмотрел движение тяжелой частицы массы m в бесконечной однородной среде состоящей из легких частиц, которые не взаимодействовали друг с другом и не сталкивались. Тяжелая частица двигаясь в этой среде изменяет траектории более легких частиц своим гравитационным полем, при этом происходит передача части своего импульса:

$$m \frac{dv}{dt} = - \frac{4\pi G^2 m^2 \rho \ln \Lambda}{v^2} \quad (4.1)$$

где v — это скорость тяжелого объекта, ρ — плотность частиц со скоростями меньшими, чем v , а $\Lambda = b_{max}/b_{min}$. Величины b_{max} и b_{min} характеризуют максимальное и минимально взаимодействие лёгких частиц с тяжелой. Обычно $b_{max} = d$, где d — это размер системы, а $b_{min} = Gm_*/v^2$, где m_* — масса лёгкой частицы. Динамическое трение может быть качественно понято как появление “хвоста” повышенной плотности за массивным объектом. Этот хвост притягивает к себе движущийся объект и уменьшает его скорость. Динамическое трение играет большую роль в движении галактик в скоплениях, чёрных дыр, шаровых скоплениях в галактиках и т.д.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Запишем уравнение движения ПЧД внутри ШС:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{df} = -m \nabla \varphi(r) + m \mathbf{a}_{df} \quad (5.1)$$

распишем второе слагаемое:

$$\mathbf{a}_{df} = -\frac{16\pi^2 G^2 m_* (m + m_*) \ln \Lambda}{v^3} \int_0^v f(v_*) v_*^2 dv_* \mathbf{v} \quad (5.2)$$

Данное слагаемое можно упростить, для этого сделаем следующее предположение: звезды в ШС гравитационно связаны со скоплением, а ПЧД нет, то есть скорость ПЧД относительно ШС v больше скорости звезд в ШС v_* . Тогда интеграл от функции распределения по скоростям звезд $f(v_*)$ заменяется концентрацией звезд $n = \frac{\rho}{m_*}$. Также считаем, что $m \gg m_*$, получаем:

$$\mathbf{a}_{df} = -\frac{4\pi G^2 m \rho(r) \ln \Lambda}{v^3} \mathbf{v} \quad (5.3)$$

Воспользуемся моделью Пламмера, где плотность скопления:

$$\rho(r) = \frac{M}{4\pi} \frac{3r_0^2}{(r^2 + r_0^2)^{5/2}} \quad (5.4)$$

распределение массы:

$$m(r) = \frac{Mr^3}{(r^2 + r_0^2)^{3/2}} \quad (5.5)$$

потенциал Пламмера выглядит следующим образом:

$$\varphi(r) = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + r_0^2}} \quad (5.6)$$

где M - масса скопления, r_0 - параметр Пламмера который характеризует радиус ядра $r_c = 0.68r_0$. После подставновки в уравнение 5.1, получаем:

$$m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{mGM}{(r^2 + r_0^2)^{3/2}} \mathbf{r} - \frac{3r_0^2 MG^2 m^2 \ln \Lambda}{v^3 (r^2 + r_0^2)^{5/2}} \mathbf{v} \quad (5.7)$$

Также запишем закон сохранения энергии для ПЧД:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{\sqrt{r_c^2 + r_0^2}} = \frac{mv_\infty^2}{2} \quad (5.8)$$

где v_∞ - скорость ПЧД на бесконечности. Выразим v - скорость на влете в ядро ШС радиуса r_c .

$$v = \sqrt{v_\infty^2 + \frac{2GM}{\sqrt{r_c^2 + r_0^2}}} \quad (5.9)$$

Нас будет интересовать случай, когда $E > 0$, следовательно ПЧД не связано с ШС. Из - за динамического трения ПЧД будет терять энергию и, если в какой - то момент энергия опускается ниже нуля, она может быть захвачено ШС. Ещё необходимо учесть расстояние на котором может произойти захват, т.к. полная энергия ПЧД уже могла опуститься ниже нуля, но при этом точка поворота находится за пределами ШС и ПЧД снова захватывается галактикой. Расстояние на котором возможен захват ПЧД будет равно размеру скопления. Размер скопления определим с помощью сферы Хилла:

$$R = R_g \left(\frac{M}{3M_g} \right)^{1/3} \quad (5.10)$$

где R_g радиус круговой орбиты по которой вращается ШС вокруг центра Галактики [9]. Этот размер определяет расстояния для ШС массой M , начиная с которого частицы под действием приливных сил Галактики массой M_g будут вырвано из скопления. Для $M = 10^5 M_\odot$ равен $R = 30$ пк

Давайте найдем максимальную скорость на бесконечности v_∞ , при которой ещё возможен захват. Для этого необходимо решить уравнение 5.7 для различных масс ПЧД, прицельный параметр положим равным нулю

и представим эту зависимость на графике 5.1

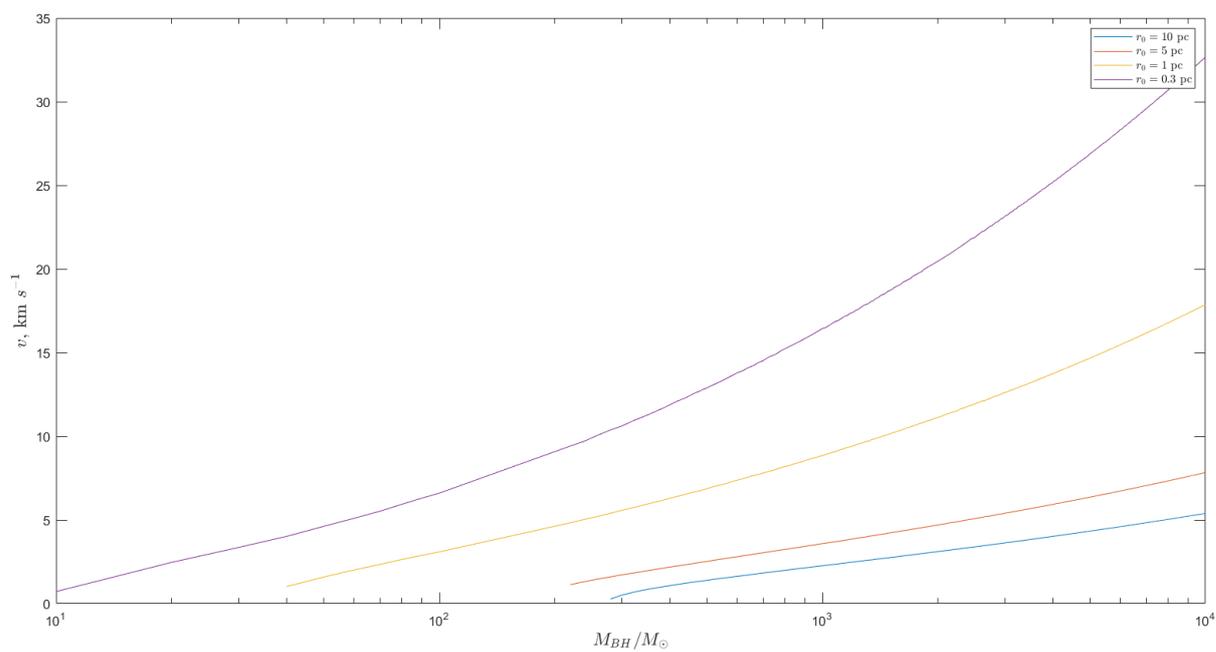


Рисунок 5.1 — Максимальная скорость на бесконечности для различных масс ПЧД. Масса ШС $M = 10^4 M_\odot$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе изучалось взаимодействие ПЧД с ШС. В ходе работы получили зависимость максимальной скорости на бесконечности при которой ещё возможен захват ПЧД от её массы. В дальнейшем требуется оценить вероятность такого события.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Particle Physics Constraints on Self-Interacting Dark Matter from PandaX-II Experiment / X. Ren [et al.]. — 2018.
2. *Ding C.* The Dynamics Of Galactic Globular Cluster // Proceedings of the International Astronomical Union. — 2008. — Vol. 4. — P. 269–270.
3. *Dolgov A., Postnov K.* Globular Cluster Seeding by Primordial Black Hole Population // JCAP. — 2017. — Vol. 04. — P. 036. — arXiv: [1702.07621 \[astro-ph.CO\]](#).
4. Clusters of primordial black holes / K. M. Belotsky [et al.] // Eur. Phys. J. C. — 2019. — Vol. 79, no. 3. — P. 246. — arXiv: [1807.06590 \[astro-ph.CO\]](#).
5. *Zel'dovich I. D. Y. B. ; N.* The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model // Soviet Astron. AJ (Engl. Transl.), — 1967. — Vol. 10. — P. 602.
6. *Hawking S.* Gravitationally collapsed objects of very low mass // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. — 1971. — Vol. 152. — P. 75.
7. *Hut P., Makino J.* Initial Conditions: Plummer's Model. — 2005.
8. *Chandrasekhar S.* Dynamical Friction. I. General Considerations: the Coefficient of Dynamical Friction // Astrophys. J. — 1943. — Vol. 97. — P. 255.
9. *Zhu Y.* Hill sphere and celestial orbit. — 2017.