

«Парадоксы» квантовой механики

Содержание

- Задача о квантовой бомбе
- Квантовый чеширский кот
- ЭПР-парадокс
- Парадокс Харди

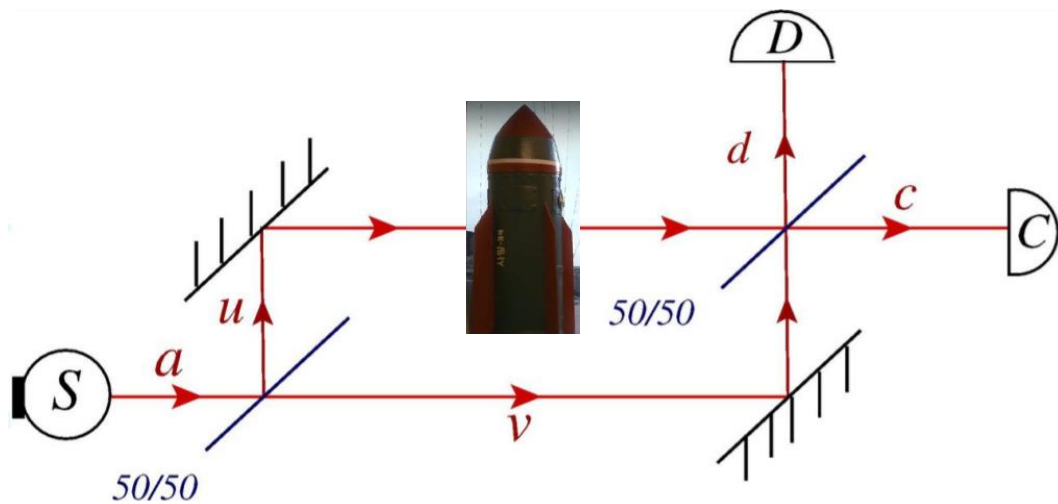
Задача о квантовой бомбе

На складе имеется большое число бомб с исправными и неисправными взрывателями. **Исправный взрыватель со 100%-ой вероятностью** поглощает попавший на него фотон и **приводит бомбу в действие**. **Неисправный взрыватель** никак не взаимодействует с фотоном и **не взрывает бомбу**.

Требуется придумать процедуру, каким образом *идентифицировать хоть какое-то количество исправных бомб*, при этом *не уничтожив их*.

[DOI:10.1007/BF00736012](https://doi.org/10.1007/BF00736012)





Случай 1: Бомба неисправна

$$\begin{aligned}
 \underline{|a\rangle |B_0^-\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle} &\rightarrow \left(\frac{i}{\sqrt{2}} |u\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |v\rangle \right) |B_0^-\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle \rightarrow \left[\frac{i}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |c\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |d\rangle \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{i}{\sqrt{2}} |c\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\rangle \right) \right] |B_0^-\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle \rightarrow \\
 &i |c\rangle |B_0^-\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle \rightarrow \underline{i |B_0^-\rangle |C\rangle |D_0\rangle}
 \end{aligned}$$

Случай 2: Бомба исправна

$$\begin{aligned}
 \underline{|a\rangle |B_0^+\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle} &\rightarrow \left(\frac{i}{\sqrt{2}} |u\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |v\rangle \right) |B_0^+\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle \rightarrow \left(\frac{i}{\sqrt{2}} |B^+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |v\rangle |B_0^+\rangle \right) |C_0\rangle |D_0\rangle \rightarrow \\
 &\left[\frac{i}{\sqrt{2}} |B^+\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{i}{\sqrt{2}} |c\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\rangle \right) |B_0^+\rangle \right] |C_0\rangle |D_0\rangle \rightarrow \underline{\frac{i}{\sqrt{2}} |B^+\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle + \frac{i}{2} |B_0^+\rangle |C\rangle |D_0\rangle + \frac{1}{2} |B_0^+\rangle |C_0\rangle |D\rangle}
 \end{aligned}$$

Выводы

Случай 1: бомба неисправна $|a\rangle |B_0^-\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle \rightarrow i|B_0^-\rangle |C\rangle |D_0\rangle$
с вероятностью $w = |i|^2 = 1$ сработает детектор С

Случай 2: **бомба исправна** $|a\rangle |B_0^+\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle$
$$\rightarrow \frac{i}{\sqrt{2}} |B^+\rangle |C_0\rangle |D_0\rangle + \frac{i}{2} |B_0^+\rangle |C\rangle |D_0\rangle + \frac{1}{2} |B_0^+\rangle |C_0\rangle |D\rangle$$

с вероятностью $w = \left|\frac{i}{\sqrt{2}}\right|^2 = \frac{1}{2}$ бомба взорвется

с вероятностью $w = \left|\frac{i}{2}\right|^2 = \frac{1}{4}$ сработает детектор С

с вероятностью $w = \left|\frac{1}{2}\right|^2 = \frac{1}{4}$ сработает детектор D

Парадокс Люсьена Харди

[DOI:10.1103/PhysRevLett.68.2981](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.2981) — теория

[DOI:10.1103/PhysRevLett.102.020404](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.020404) - эксперимент

$$|e^+\rangle |e^-\rangle |C_0^+\rangle |D_0^+\rangle |C_0^-\rangle |D_0^-\rangle \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} (i|u_+\rangle + |v_+\rangle) (i|u_-\rangle + |v_-\rangle) |C_0^+\rangle |D_0^+\rangle |C_0^-\rangle |D_0^-\rangle \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} (-|\gamma\gamma\rangle + i|u_+\rangle |v_-\rangle + i|v_+\rangle |u_-\rangle + |v_+\rangle |v_-\rangle) |C_0^+\rangle |D_0^+\rangle |C_0^-\rangle |D_0^-\rangle \rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \left(-|\gamma\gamma\rangle + \frac{i}{2} [|c_+\rangle + i|d_+\rangle] [i|c_-\rangle + |d_-\rangle] + \frac{i}{2} [i|c_+\rangle + |d_+\rangle] [|c_-\rangle + i|d_-\rangle] + \right.$$

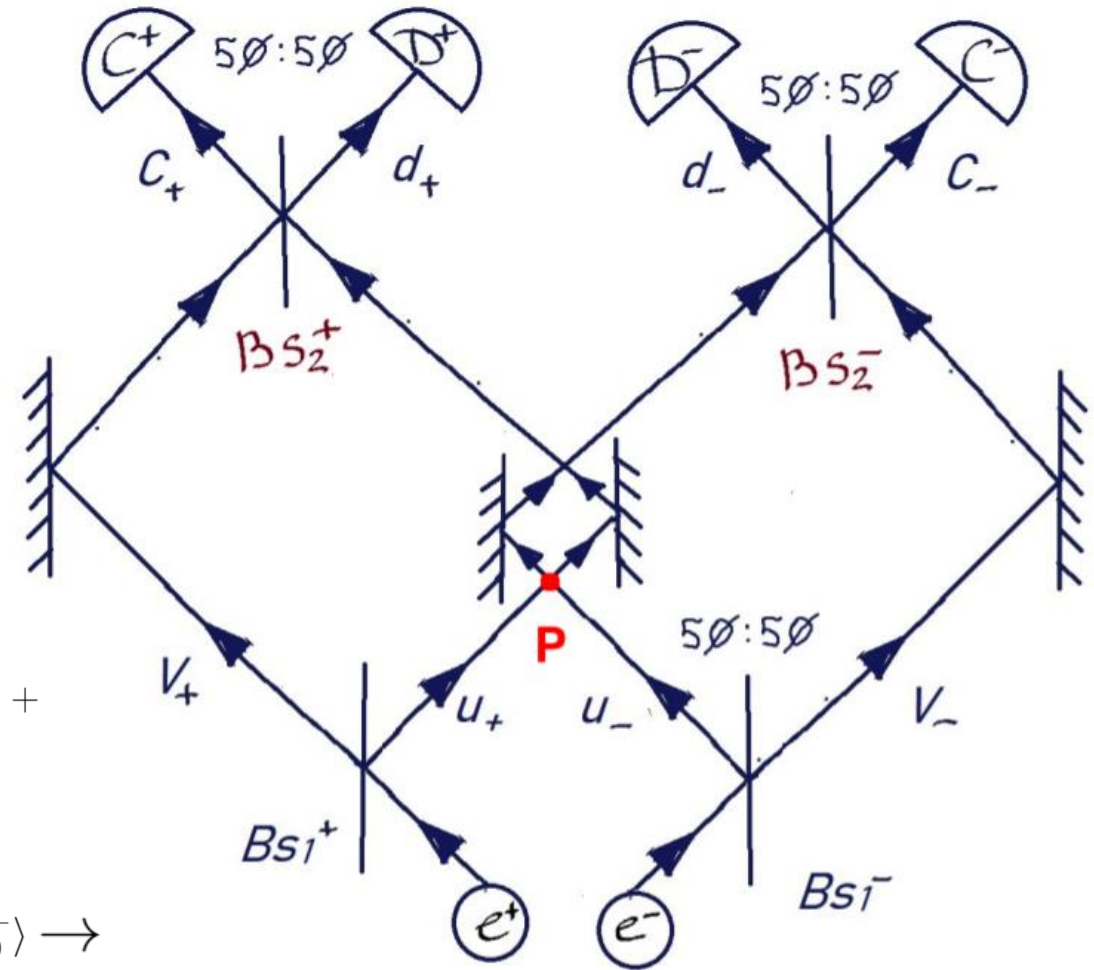
$$\left. \frac{1}{2} [i|c_+\rangle + i|d_+\rangle] [i|c_-\rangle + |d_-\rangle] \right) |C_0^+\rangle |D_0^+\rangle |C_0^-\rangle |D_0^-\rangle \rightarrow$$

$$\frac{1}{4} (-2|\gamma\gamma\rangle - 3|c_+\rangle |c_-\rangle + i|c_+\rangle |d_-\rangle + i|d_+\rangle |c_-\rangle - |d_+\rangle |d_-\rangle) |C_0^+\rangle |D_0^+\rangle |C_0^-\rangle |D_0^-\rangle \rightarrow$$

$$- \frac{1}{2} |\gamma\gamma\rangle |C_0^+\rangle |D_0^+\rangle |C_0^-\rangle |D_0^-\rangle - \frac{3}{4} |C^+\rangle |D_0^+\rangle |C^-\rangle |D_0^-\rangle +$$

$$+ \frac{i}{4} |C^+\rangle |D_0^+\rangle |C_0^-\rangle |D^- \rangle + \frac{i}{4} |C^+\rangle |D_0^+\rangle |C^-\rangle |D_0^-\rangle + \frac{i}{4} |C^+\rangle |D_0^+\rangle |C_0^-\rangle |D^- \rangle +$$

$$- \frac{1}{4} |C_0^+\rangle |D^+\rangle |C_0^-\rangle |D^- \rangle$$



С вероятностью $w = \left| \frac{1}{4} \right|^2 = \frac{1}{16}$ срабатывают оба детектора D+ и D-, но аннигиляции **НЕ ПРОИСХОДИТ**.

Нелокальное взаимодействие?

Дополнительно: сильные и слабые измерения

Сильные измерения: пусть имеется состояние $|\psi\rangle$ в базисе СС наблюдаемой:

$$|\psi\rangle = c_1 |\alpha_1\rangle + c_2 |\alpha_2\rangle + \dots + c |\alpha\rangle + \dots \quad \hat{A} |\alpha_i\rangle = a_i |\alpha_i\rangle$$

проектором на состояние $|\alpha\rangle$ называется $\hat{P}_\alpha = |\alpha\rangle \langle\alpha|$

Состоянию $|\alpha\rangle$ как собственному состоянию наблюдаемой соответствует собственное значение a . При измерении наблюдаемой A с вероятностью $|c|^2$ получим значение a . При этом состояние $|\psi\rangle$ коллапсирует в состояние $|\alpha\rangle$, то есть:

$$|\psi\rangle \rightarrow \hat{P}_\alpha |\psi\rangle = |\alpha\rangle \langle\alpha| |\psi\rangle = c_1 |\alpha\rangle \langle\alpha_1| |\alpha\rangle + c_2 |\alpha\rangle \langle\alpha_2| |\alpha\rangle + \dots \\ + c |\alpha\rangle \langle\alpha| |\alpha\rangle + \dots = c |\alpha\rangle$$

Отметим, что $\hat{P}_\psi^2 = |\psi\rangle \langle\psi| |\psi\rangle \langle\psi| = |\psi\rangle \langle\psi| = \hat{P}_\psi$ и $w_i = |c_i|^2 = \langle\psi| |\alpha_i\rangle \langle\alpha_i| |\psi\rangle = \langle\psi| \hat{P}_{\alpha_i} |\psi\rangle = \text{Tr}(\hat{P}_\psi \hat{P}_{\alpha_i})$

$$\text{Tr}(\hat{P}_\psi) = \langle\psi| |\psi\rangle = 1$$

Спектральная теорема: $\hat{A} = \sum a_i \hat{P}_{\alpha_i}$ и ожидаемое среднее $\langle A \rangle = \text{Tr}(\hat{P}_\psi \hat{A})$

Дополнительно: сильные и слабые измерения

Понятие проектора можно обобщить: $\hat{P}_{\varphi\psi} = \frac{|\psi\rangle\langle\varphi|}{\langle\varphi|\psi\rangle}$, при этом основные тождества верны:

$$\hat{P}_{\varphi\psi}^2 = \frac{|\psi\rangle\langle\varphi||\psi\rangle\langle\varphi|}{(\langle\varphi|\psi\rangle)^2} = \frac{|\psi\rangle\langle\varphi|}{\langle\varphi|\psi\rangle} = \hat{P}_{\varphi\psi} \quad \text{и} \quad \text{Tr}(\hat{P}_{\varphi\psi}) = \text{Tr}\left(\frac{|\psi\rangle\langle\varphi|}{\langle\varphi|\psi\rangle}\right) = \frac{\langle\varphi|\psi\rangle}{\langle\varphi|\psi\rangle} = 1$$

При помощи несимметричных проекторов можно определить так называемые **слабые величины**

$$\langle A \rangle_w = \text{Tr}(\hat{P}_{\varphi\psi} \hat{A}) = \frac{\langle\varphi|\hat{A}|\psi\rangle}{\langle\varphi|\psi\rangle} = \sum a_i \frac{\langle\varphi|\hat{P}_{\alpha_i}|\psi\rangle}{\langle\varphi|\psi\rangle} = \sum a_i w(i|\varphi|\psi)$$

$$w(i|\varphi|\psi) = \frac{\langle\varphi|\hat{P}_{\alpha_i}|\psi\rangle}{\langle\varphi|\psi\rangle} - \text{условная вероятность измерить значение } a_i \text{ из спектра наблюдаемой } A, \text{ если начальное состояние системы } |\psi\rangle, \text{ а конечное состояние } |\varphi\rangle$$

Квантовый чеширский кот

На рисунке N_γ - детектор для **мягкого** измерения числа фотонов, S_γ - детектор для **мягкого** измерения поляризации фотонов;

Пластина $\frac{\lambda}{2}$ меняет поляризацию фотона на обратную.

Источник S производит фотоны с Н-поляризацией

$$|\Psi_{in}\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(i|u\rangle + |v\rangle)|H\rangle|C_0\rangle|D_0\rangle$$

$$|\Phi_{out}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\rangle|H\rangle + |v\rangle|V\rangle)|C_0\rangle|D_0\rangle$$

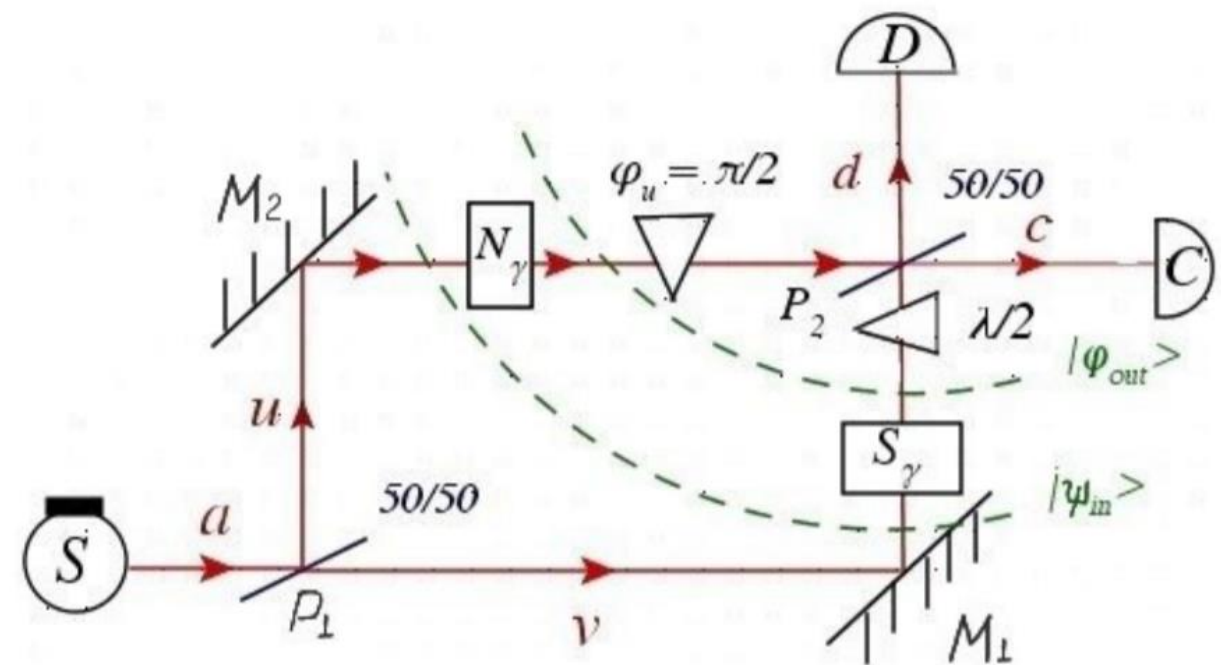
$$\begin{aligned} |\Phi_{out}\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(i|u\rangle|H\rangle + |v\rangle|H\rangle)|C_0\rangle|D_0\rangle \rightarrow \left[\frac{i}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}|c\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|d\rangle \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{i}{\sqrt{2}}|c\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|d\rangle \right) \right] |H\rangle|C_0\rangle|D_0\rangle \\ &\rightarrow i|c\rangle|H\rangle|C_0\rangle|D_0\rangle \rightarrow i|H\rangle|C\rangle|D_0\rangle \end{aligned}$$

Т.е. если сработал ТОЛЬКО детектор C , мы гарантированно имели состояние $|\Phi_{out}\rangle$

Чему равна вероятность пройти по первому плечу интерферометра?

Чему равно ожидаемое слабое среднее значение поляризации фотона, измеренное на втором плече интерферометра?

$$w(P_1 M_2 P_2) = \frac{\langle \Phi_{out} | \hat{P}_{122} | \Psi_{in} \rangle}{\langle \Phi_{out} | | \Psi_{in} \rangle} = \frac{-1/2}{-1/2} = 1$$

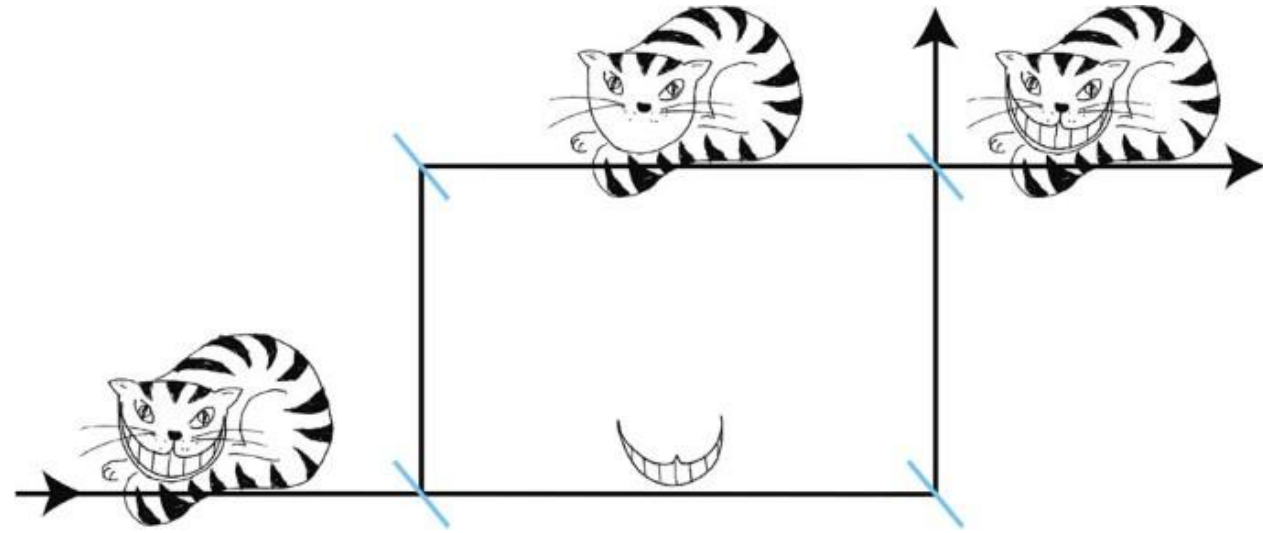
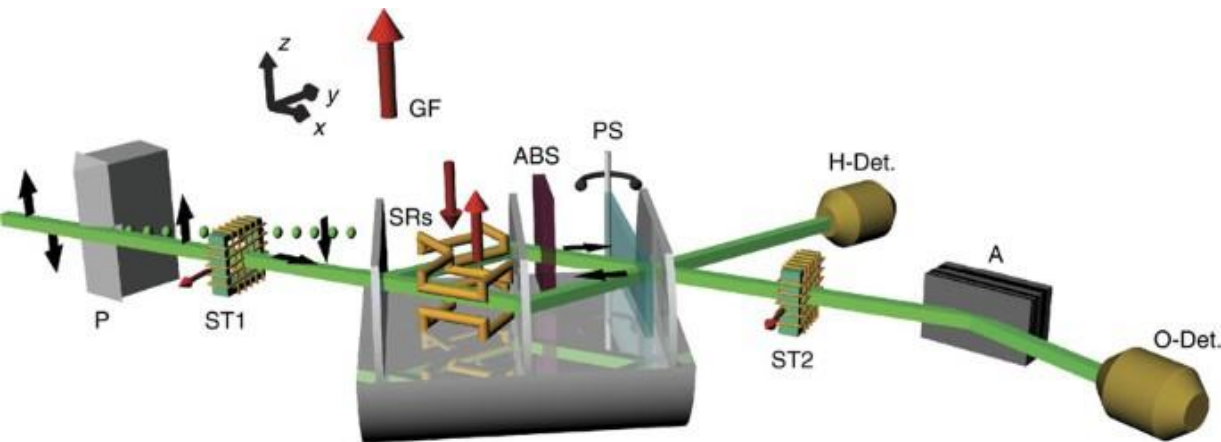


$$\langle S(P_1 M_1 P_2) \rangle_w = \frac{\langle \Phi_{out} | \hat{S}_{112} | \Psi_{in} \rangle}{\langle \Phi_{out} | | \Psi_{in} \rangle} = \frac{-1/2}{-1/2} = 1$$

Выводы

Экспериментальное **подтверждение существования** квантового Чеширского Кота было получено в работе [DOI:10.1038/ncomms5492](https://doi.org/10.1038/ncomms5492)

Пучок нейтронов поляризуется, проходя сквозь магнитные двулучепреломляющие призмы (P). Чтобы предотвратить деполяризацию пучка, всю экспериментальную установку в определенном направлении пронизывает магнитное поле (GF). Устройство для изменения направления спина (ST1) поворачивает спин нейтрона на угол $\pi/2$.



Предварительный отбор волновой функции микросистемы завершается при помощи двух устройств для поворота спина (SR) внутри нейтронного интерферометра. Эти устройства также используются для выполнения слабых измерений. Поглотители (ABS) вставляются в пути пучка, когда измеряются вероятности прохождения нейтронов по одному из плеч интерферометра. Фазовращатель (PS) позволяет настраивать относительную фазу между пучками, которые идут по разным плечам интерферометра. Два исходящих из интерферометра пучка регистрируются детекторами H и O в отраженном и прямом направлениях соответственно. Только нейтроны, попадающие в детектор O, подвержены постселекции с использованием устройства для изменения направления спина (ST2) и спинового анализатора (A).

Парадокс Эйнштейна — Подольского — Розена (оптический вариант Боба)



Квантовомеханическое описание реальности посредством волновой функции/матрицы плотности не полно!!! Бог не играет в кости!!!



Аргументация в парадоксе ЭПР едва ли годится для того, чтобы подорвать надежность квантовомеханического описания, основанного на стройной математической теории, которая охватывает все случаи измерения.

$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$w_{ij} = \langle s | \hat{P}_{ij} | s \rangle, \quad i, j = x, y, z$$

$$\hat{P}_{ij} = \hat{P}_i \otimes \hat{P}_j \quad \hat{P}_{\downarrow z} = |\downarrow z\rangle \langle \downarrow z|$$

$$|\downarrow z\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (0 \ 1)^T$$

Оба измеряют вдоль одной и той же оси:

Если первый измерил спин «вверх», второй 100% измерит спин «вниз»

Измеряют по разным осям:

Результаты равновероятны, корреляций нет

=> Измерением на одном конце галактики можно влиять на результаты измерения на другом конце галактики?

Объяснение Эйнштейна: спин *определен*

до момента измерения, вероятность не является фундаментальной

частица 1		частица 2
$\uparrow_z \uparrow_x$	—	$\downarrow_z \downarrow_x$
$\uparrow_z \downarrow_x$	—	$\downarrow_z \uparrow_x$
$\downarrow_z \uparrow_x$	—	$\uparrow_z \downarrow_x$
$\downarrow_z \downarrow_x$	—	$\uparrow_z \uparrow_x$

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- Avshalom C. Elitzur, Lev Vaidman «**Quantum Mechanical Interaction-Free Measurements**» // Foundations of Physics (1993), vol. 23, pp. 987-997, [DOI:10.1007/BF00736012](https://doi.org/10.1007/BF00736012), [arXiv:hep-th/9305002](https://arxiv.org/abs/hep-th/9305002)
- Aharonov Y., Rohrlich D., Popescu S., Skrzypczyk P. «**Quantum Cheshire Cats**» // New Journal of Physics (2013), vol. 15, p. 113015, [DOI: 10.1088/1367-2630/15/11/113015](https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/11/113015), [arXiv:1202.0631](https://arxiv.org/abs/1202.0631)
- Aharonov Y., David Z. Albert, and Vaidman L. «**How the result of a measurement of a component of the spin of a spin-1/2 particle can turn out to be 100**» // Phys. Rev. Lett (1988), vol. 60, p. 1351, [DOI:10.1103/PhysRevLett.60.1351](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.60.1351)
- Denkmayr T. [et al.] «**Observation of a quantum Cheshire Cat in a matter-wave interferometer experiment**» // Nature Communications (2014), vol. 5, p. 4492, [DOI:10.1038/ncomms5492](https://doi.org/10.1038/ncomms5492)
- Lucien Hardy «**Quantum mechanics, local realistic theories, and Lorentz-invariant realistic theories**» // Phys. Rev. Lett. (1992), vol. 68, p. 2981, [DOI:10.1103/PhysRevLett.68.2981](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.2981)
- J. S. Lundeen, A. M. Steinberg «**Experimental joint weak measurement on a photon pair as a probe of Hardy's Paradox**» // Phys. Rev. Lett. (2009), vol. 102, p. 020404, [DOI:10.1103/PhysRevLett.102.020404](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.020404)
- Силаев П. К. «**Квантовая теория**» // teach-in (лекции ученых МГУ) <https://teach-in.ru/course/qt-part1>
- Никитин Н. В. «**Матрица плотности**» // teach-in (лекции ученых МГУ) <https://teach-in.ru/course/density-matrix>
- «**Элементарное введение в квантовую механику**» // LightCore, [youtube](https://www.youtube.com/)

Спасибо за внимание!