

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

УДК 524.1

**ОТЧЁТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ**

**ОЦЕНКА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ПОЗИТРОНОВ В  
КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧАХ ОТ ИСТОЧНИКОВ С  
РАЗЛИЧНЫМ ПРОСТРАНСТВЕННЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ**

Научные руководители

\_\_\_\_\_ М. Л. Соловьёв

\_\_\_\_\_ К. М. Белоцкий

Выполнила

\_\_\_\_\_ П. А. Коршунова

Москва 2021

# Содержание

Введение	3
1 Описание используемых вычислительных средств	3
2 Модель	4
3 Результаты	6
3.1 Спектр $e^+$ для различных источников, проходящих через наблюдателя . . . . .	6
3.2 Спектр $e^+$ для точечного источника . . . . .	8
3.3 Спектр $e^+$ для распределения источников по прямой линии . . .	9
3.4 Спектр $e^+$ для непрерывного распределения источников в магнитном гало разных размеров . . . . .	10
Заключение	11
Список используемых источников	12

# Введение

Одной из неразрешенных проблем современной астрофизики является избыток позитронов в космических лучах (КЛ), называемый позитронной аномалией. Впервые она была обнаружена в эксперименте PAMELA [1], а позднее эти данные были подтверждены экспериментом AMS-02 [2].

Одним из возможных объяснений позитронной аномалии могут служить модели нестабильной скрытой массы (тёмной материи, ТМ) в качестве источника первичных позитронов. Однако эти модели имеют свои недостатки, основным из которых является перепроизводство гамма-излучения в процессе распада или аннигиляции частиц скрытой массы. Одним из возможных путей решения данной проблемы является изменение пространственного распределения источников.

В данной работе рассматриваются источники с различными распределениями в рамках простейшей модели распространения космических лучей.

## 1 Описание используемых вычислительных средств

Для моделирования потока позитронов от различного распределения источников скрытой массы использовался математический пакет Wolfram Mathematica.

Mathematica — система компьютерной алгебры, широко используемая для научных, инженерных, математических расчётов. Разработана в 1988 году Стивеном Вольфрамом, дальнейшим развитием системы занята основанная им совместно с Теодором Греем компания Wolfram Research.

Она оснащена широким перечнем аналитических возможностей, среди которых упрощение выражений, интегрирование, решение дифференциальных уравнений и прочее.

Помимо этого, система осуществляет численные расчеты и предоставляет возможность представления результатов в виде графиков.

Последнее активно использовалось в ходе данной работы.

## 2 Модель

Предполагается, что скрытая масса состоит из специальных частиц, которые способны распадаться или аннигилировать с образованием позитронов в конечном состоянии. Подробнее о кандидатах в эти частицы [3; 4] .

Движение позитронов в межзвездной среде имеет диффузный характер, что приводит к «размазыванию» частиц по объему Галактики. В этом случае за промежуток времени, соответствующий потере энергии от  $E_0$  до  $E$ , позитроны распространятся на расстояние

$$\lambda(E, E_0) = 10 \text{кpc} \sqrt{\frac{E^{-0,7}}{1 \text{ГэВ}} - \frac{E_0^{-0,7}}{1 \text{ГэВ}}}, \quad (1)$$

где  $E_0$  – начальная энергия позитронов.

В межзвёздной среде позитроны будут испытывать синхротронные и комптоновские потери, связанные с взаимодействием  $e^+$  с галактическим магнитным полем, фотонами реликтового излучения и света звёзд. Скорости этих потерь можно представить в виде

$$\frac{dE}{dt} = b(E) = -\beta E^2, \quad (2)$$

где  $\beta \sim 10^{-16} \text{с}^{-1} \text{ГэВ}^{-1}$  . Знак минус указывает на то, что энергия убывает со временем.

Для оценки концентрации позитронов от скрытой массы вблизи Земли была использована формула [5]

$$\frac{dn_{e^+}(E, \vec{r}_{\text{Earth}})}{dE} = \frac{1}{b(E)} \int_E^{E_{0\text{max}}} \frac{dE_0}{(\pi \lambda^2(E, E_0))^{3/2}} \int d^3\vec{r} Q(E_0, \vec{r}) e^{-\frac{(\vec{r} - \vec{r}_{\text{Earth}})^2}{\lambda^2(E, E_0)}}, \quad (3)$$

где  $Q(E_0, \vec{r})$  – скорость рождения  $e^+$  в интервале энергий  $E_0 \div E_0 + dE_0$  в единице объема в результате аннигиляции частиц ТМ с концентрацией  $n(\vec{r})$ . Для простоты, она взята в виде:

$$Q(E_0, \vec{r}) \sim \frac{1}{4} n(\vec{r}) \delta(E_0 - \frac{m}{2}) \quad (4)$$

Для простоты была выбрана система координат с центром в Земле. В этом случае  $\vec{r}_{\text{Earth}} = 0$  , а  $\vec{r}$  задает расстояние от наблюдателя до источника.

Окончательная формула для потока позитронов будет иметь вид

$$\Phi(E) = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{\beta E^2} \int_E^{E_{\text{max}}} \frac{dE_0}{(\pi \lambda^2(E, E_0))^{3/2}} \int d^3\vec{r} Q(E_0, \vec{r}) e^{-\frac{\vec{r}^2}{\lambda^2(E, E_0)}}, \quad (5)$$

где  $c$  - скорость света.

Было рассмотрено несколько видов распределения источника:

1. Точечный источник

Для точечного источника концентрация была взята в виде дельта-функции  $n(\vec{r}) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - z_0)$ .

2. Источник, распределенный вдоль прямой

Для простоты положим, что она расположена вдоль оси  $z$ , т.е. источники равномерно распределены по оси  $z$ . Тогда концентрацию источников можно задать в виде  $n(\vec{r}) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$ .

3. Источник, распределенный на плоскости

Пусть источник задается в виде плоскости  $yz$ . Получаем равномерное распределение источников  $e^+$  в плоскости  $yz$ , а по оси  $x$  концентрация все еще задается дельта-функцией  $n(\vec{r}) = \delta(x - x_0)$ .

4. Источник с равномерным объемным распределением

В этом случае  $Q$  не будет содержать дельта-функций.  $n(\vec{r})$ , для простоты, берется равной 1.

5. Непрерывное распределение источников в магнитном гало

Рассмотрим теперь случай равномерного распределения источников скрытой массы в магнитном гало.

Если  $\lambda$  превышает размеры магнитного гало, то часть позитронов может его покидать. В этом случае формула (5) может быть представлена в виде

$$\Phi(E) = \frac{c}{4\pi} \frac{n_{\text{loc}}}{\tau} \frac{1}{\beta E^2} \int_E^{m/2} \frac{dN}{dE_0} Q(\lambda(E_0, E)) dE_0, \quad (6)$$

где

$$Q = 1 - \frac{(\lambda - h)^2(2\lambda + 4)}{2\lambda^3} \eta(\lambda - h) - \frac{2h(\lambda^2 - R^2)}{3\lambda^3} \eta(\lambda - R), \quad (7)$$

- подавляющий фактор. Здесь  $h$  и  $R$  задают размеры магнитного гало.  $n_{\text{loc}} = 0,4 \frac{\text{ГэВ}}{\text{см}^3 m}$  — локальная концентрация частиц скрытой массы,  $\tau = 10^{20}$  с — время жизни частицы ТМ,  $\frac{dN}{dE_0}$  — спектр позитронов от одной реакции, для простоты взятый в виде  $\delta(E_0 - \frac{m}{2})$ .

### 3 Результаты

С помощью описанных ранее формул и математического пакета Wolfram Mathematica были смоделированы энергетические спектры позитронов в космических лучах для разного пространственного распределения источников.

В качестве начальной энергии позитронов было взято значение, равное 500 ГэВ.

#### 3.1 Спектр $e^+$ для различных источников, проходящих через наблюдателя

Рассмотрим для начала зависимость потока  $e^+$  от энергии для различных источников, проходящих через наблюдателя. Для этого случая были получены следующие зависимости потока от энергии:

- для точечного источника

$$\Phi(E) \sim \frac{\eta(\frac{m}{2} - E)}{E^2 (E^{-0,7} - (\frac{m}{2})^{-0,7})^{3/2}} \quad (8)$$

- для источника, распределенного по прямой

$$\Phi(E) \sim \frac{\eta(\frac{m}{2} - E)}{E^2 (E^{-0,7} - (\frac{m}{2})^{-0,7})} \quad (9)$$

- для источника, распределенного на плоскости

$$\Phi(E) \sim \frac{\eta(\frac{m}{2} - E)}{E^2 \sqrt{E^{-0,7} - (\frac{m}{2})^{-0,7}}} \quad (10)$$

- для источника с равномерным объемным распределением

$$\Phi(E) \sim \frac{\eta(\frac{m}{2} - E)}{E^2} \quad (11)$$

Из формул (8) – (11) можно увидеть, что для различного пространственного распределения источников  $e^+$  получается разная зависимость потока от энергии.

Если  $i$  – количество  $\delta$ -функций, используемых для задания концентрации источника, то получаем данную зависимость в виде

$$\Phi(E) \sim \frac{\eta(\frac{m}{2} - E)}{E^2 (E^{-0,7} - (\frac{m}{2})^{-0,7})^{i/2}} \sim E^{0.35i-2} \quad (12)$$

На рисунке 1 показана разница в зависимостях. Для удобства кривые были совмещены, чтобы оценить разницу в их наклоне.

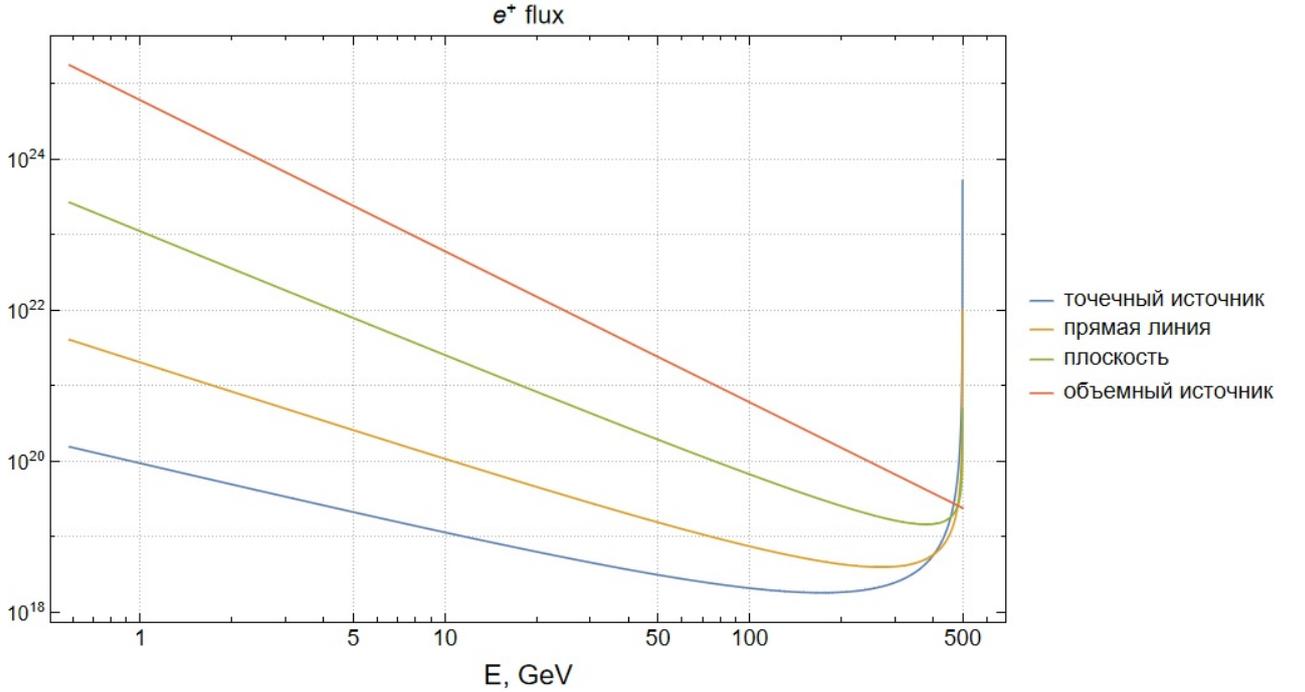


Рисунок 1 – Зависимость потока позитронов от энергии для различного пространственного распределения источников, проходящих через наблюдателя

Видно, что при энергии позитронов, равной 500 ГэВ, некоторые кривые уходят на бесконечность. Это объясняется тем, что в знаменателе формулы (12) образуется 0 при  $E = 500$  ГэВ. Причем, чем больше  $\delta$ -функций используется для задания концентрации, тем «большая» бесконечность получается.

Также можно заметить, что чем больший объем в пространстве занимает источник, тем «круче» получается зависимость потока от энергии.

Так, от точечного источника приходит значительно меньше низкоэнергетичных позитронов, чем, например, от источника, распределенного по всему объему Галактики.

### 3.2 Спектр $e^+$ для точечного источника

На рисунке 2 показан спектр позитронов для точечных источников, находящихся на разном расстоянии от Земли.

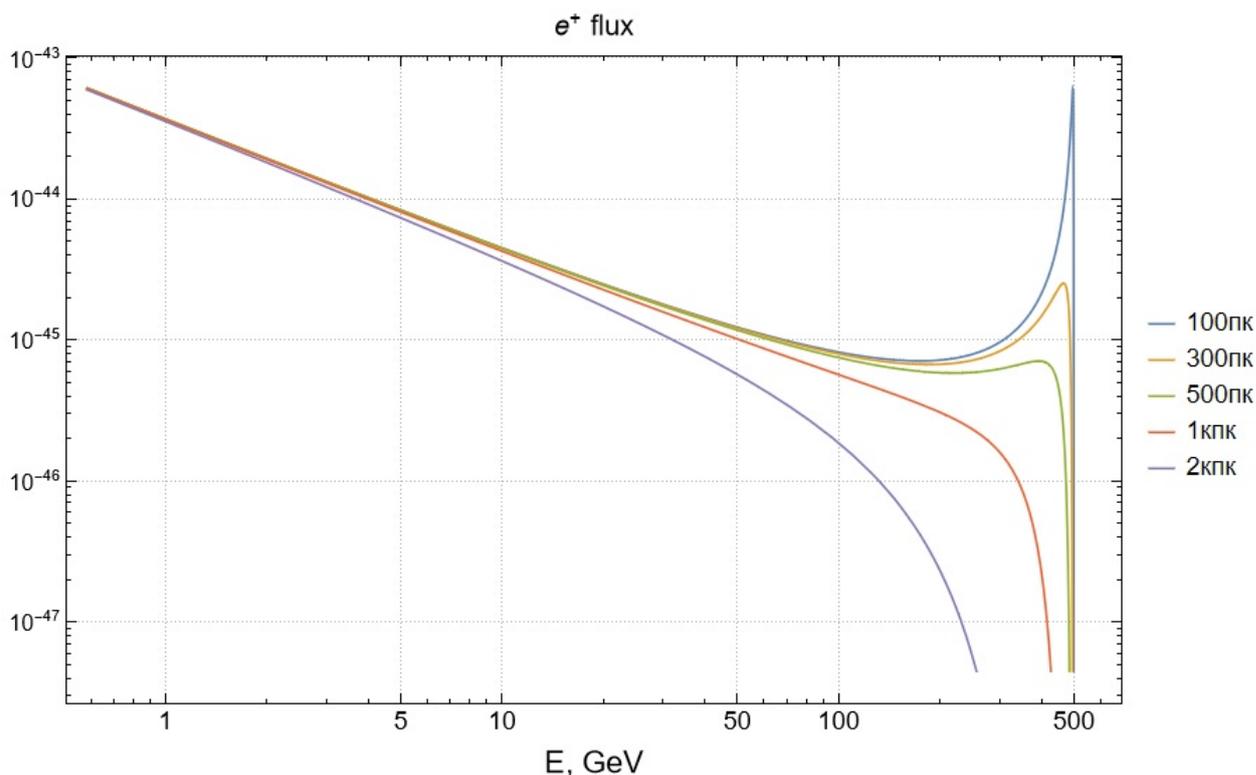


Рисунок 2 – Зависимость потока позитронов от энергии для точечного источника, находящегося на заданном расстоянии от наблюдателя

При сравнительно небольших расстояниях до источника получаем выходы на «пик» при энергиях, близких к начальной. Происходит это за счет того,

что позитроны, приходящие к нам с небольших расстояний могут иметь энергию, мало отличающуюся от их начальной энергии, что приводит к малости в знаменателе формулы (8). Соответственно, чем дальше находится источник, тем большие энергетические потери претерпевают  $e^+$  и тем больше становится знаменатель в формуле (8). Следовательно, «пик» отодвигается и уменьшается, а в какой-то момент вовсе пропадает.

### 3.3 Спектр $e^+$ для распределения источников по прямой линии

Рассмотрим теперь равномерное распределение источников вдоль бесконечной прямой линии, находящейся на различном расстоянии от Земли.

Здесь получается картина, аналогичная предыдущей.

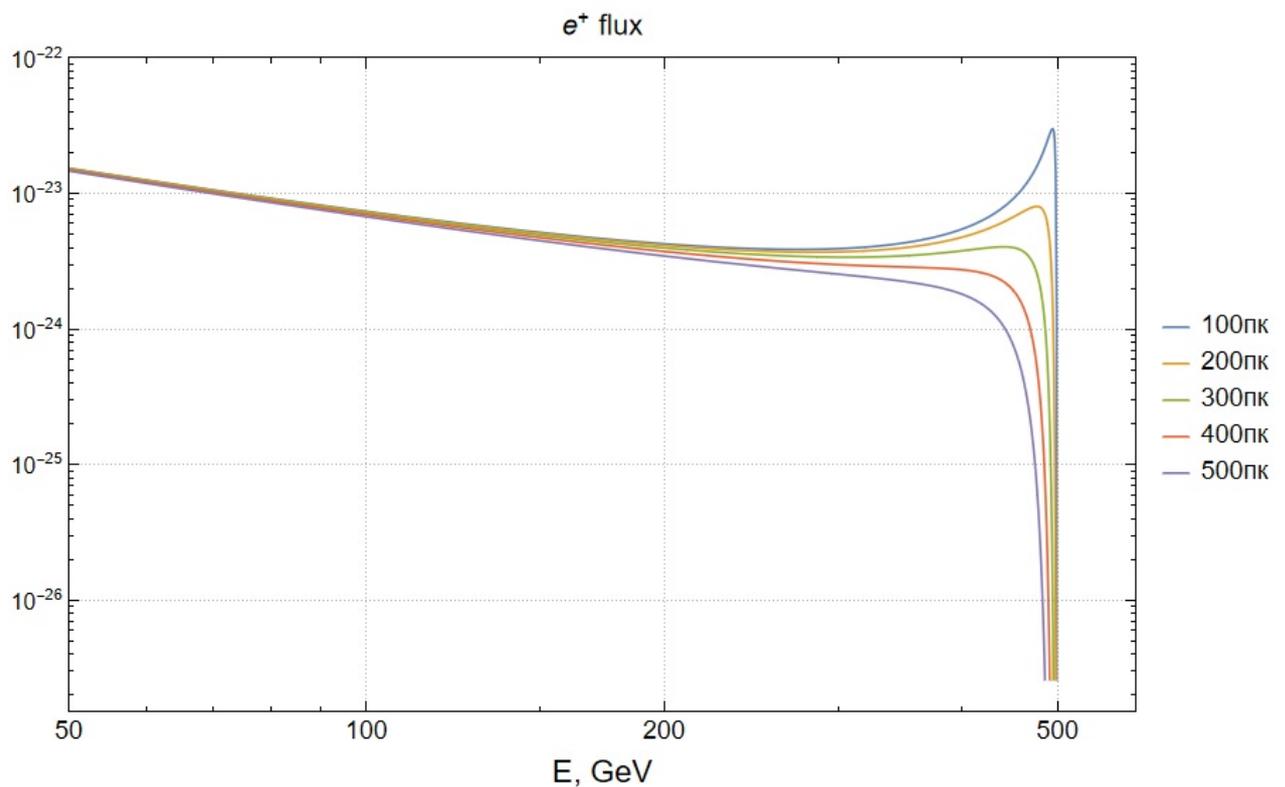


Рисунок 3 – Энергетический спектр позитронов для линейного распределения источников на близком расстоянии от наблюдателя

Для линии, находящейся на небольших расстояниях от нас ( рисунок 3), наблюдается всплеск высокоэнергетичных позитронов, объясняющийся так же, как и в предыдущем случае.

Видно, что на расстоянии  $\sim 500$  парсек «пик» сходит на нет. Дальнейшее поведение кривых, описывающих энергетический спектр позитронов, показано на рисунке 4.

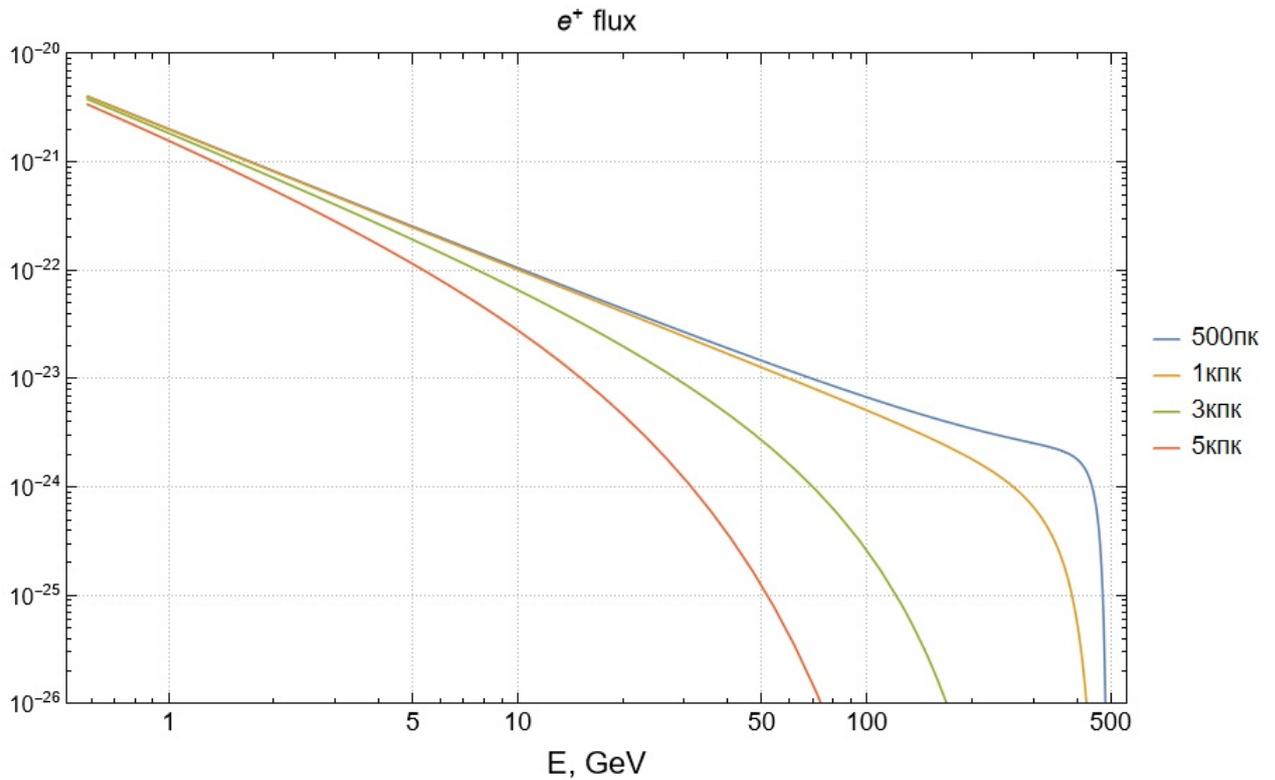


Рисунок 4 – Энергетический спектр позитронов для линейного распределения источников на дальнем расстоянии от наблюдателя

На расстояниях, больших, чем 500 парсек, никакого «всплеска» уже нет. Высокоэнергетичные  $e^+$  до нас не долетают, что прекрасно видно по графику.

### 3.4 Спектр $e^+$ для непрерывного распределения источников в магнитном гало разных размеров

На рисунке 5 изображен энергетический спектр позитронов для непрерывного распределения источников магнитном в гало.

В работе рассматривалось 3 варианта магнитного гало. Причем для каждого варианта получилось одинаковое количество высокоэнергетичных  $e^+$ . Зависимость же спектра позитронов с низкими энергиями меняется с размерами магнитного гало.

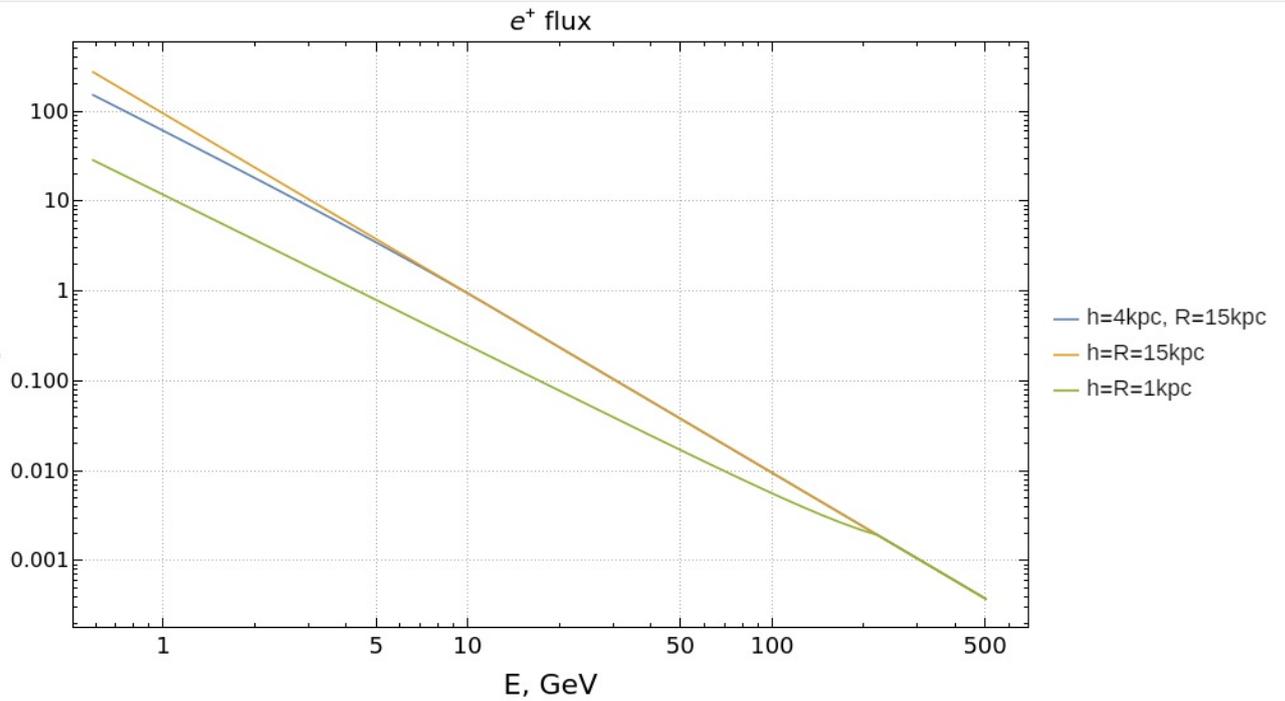


Рисунок 5 – Энергетический спектр позитронов для непрерывного распределения источников в магнитном гало

Получается, что чем больше размер магнитного гало, тем большее количество низкоэнергетичных  $e^+$  в спектре.

Это вызвано тем, что если  $\lambda$  больше размеров магнитного гало, то часть позитронов соответствующих энергий его покидает и больше не возвращается. И чем больше размер гало, тем на более низких энергиях начинается уменьшение количества позитронов.

Отсюда можно сделать вывод, что в магнитном гало малых размеров содержится меньше позитронов с низкими энергиями по сравнению с гало больших размеров. Следовательно, и количество низкоэнергетичных  $e^+$ , долетающих до нас, в этом случае будет меньше.

## Заключение

В данной работе были получены спектры позитронов для случаев различных пространственных распределений источников в рамках простейшей модели распространения КЛ.

В дальнейшем планируется рассмотреть случаи с неоднородным пространственным распределением, перейти к рассмотрению доли позитронов в КЛ и,

в конечном итоге, сделать ее оценки для модели ТМ, собранной в спиральные рукава.

## Список используемых источников

1. *Adriani O.* [и др.]. Cosmic-Ray Positron Energy Spectrum Measured by PAMELA // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Т. 111. — С. 081102. — arXiv: [1308.0133 \[astro-ph.HE\]](#).
2. *Aguilar M.* [и др.]. First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–350 GeV // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Т. 110. — С. 141102.
3. *Belotsky K., Khlopov M., Laletin M.* Dark Atoms and their decaying constituents // *Bled Workshops Phys.* / под ред. N. S. Mankoc Borstnik, H. B. Nielsen, D. Lukman. — 2014. — Т. 15, № 2. — С. 1–9. — arXiv: [1411.3657 \[hep-ph\]](#).
4. *Belotsky K.* [и др.]. Decaying Dark Atom constituents and cosmic positron excess // *Adv. High Energy Phys.* — 2014. — Т. 2014. — С. 214258. — arXiv: [1403.1212 \[astro-ph.CO\]](#).
5. *Белоцкий К. М.* Космологические и астрофизические аспекты физики тяжелого стабильного и легкого нестабильного нейтрино / Белоцкий Константин Михайлович. — 2006. — С. 128–132.