

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 539

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Взаимодействие "тёмных" атомов X -гелия с ядрами вещества

Руководитель НИР,

д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Ю. Хлопов

Студент

_____ Т. Э. Бикбаев

Научный консультант,

к.ф.-м.н., доц.

_____ А. Г. Майоров

Москва 2022

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	2
I "Тёмные" атомы X -гелия	4
II Полуклассический подход	6
1 Электрический потенциал X – гелия	7
2 Эффект Штарка	8
3 Результаты полуклассического подхода с ядерной силой типа Саксона-Вудса	9
4 Ядерная сила с учётом неточности взаимодействующих ядер	10
III Уравнение Шрёдингера для ядра гелия	13
1 Одномерное уравнение Шрёдингера для атома O -гелия	14
2 Двумерное уравнение Шрёдингера для атома водорода	15
IV Заключение	16
Список использованных источников	20

ВВЕДЕНИЕ

Важной, фундаментальной и актуальной задачей современной физики является исследование скрытой массы, которая составляет примерно 25% от всей плотности энергии Вселенной. Согласно космологии, которая даёт наблюдательные доказательства существования скрытой массы, она является небарионной и не может быть объяснена Стандартной моделью (СМ) физики элементарных частиц. Поэтому, в последние десятилетия активно разрабатывались теории, расширяющие СМ и имеющие преимущество в решении её внутренних проблем. Например, широко рассматривались суперсимметричные (SUSY) обобщения СМ. SUSY модели привлекательны решением проблемы расходимости массы бозона Хиггса и могут предложить стабильные частицы на роль кандидатов скрытой массы [1, 2].

Таким образом, если скрытая масса состоит из частиц, то они предсказываются вне рамок СМ. Самым важным для этих частиц, для того, чтобы они могли являться кандидатами на роль скрытой массы, формирующей крупномасштабную структуру Вселенной, кроме того, что они должны быть стабильными, насыщать измеренную плотность скрытой массы и отделяться от плазмы и излучения, по крайней мере, до начала этапа доминирования обычного вещества, является то, что все кандидаты на роль частиц скрытой массы так или иначе должны отражать какую-то дополнительную, новую симметрию микромира [3, 4]. Наиболее популярной является модель, в которой элементарные слабовзаимодействующие массивные частицы (от английского WIMP, Weakly Interacting Massive Particle) предлагаются как частицы скрытой массы.

Однако, SUSY частицы до сих пор не обнаружены на LHC, как и WIMP, которые также не обнаруживаются в ходе прямых подземных поисков скрытой массы. Поэтому, ученые предлагают альтернативные версии таких частиц [2, 5–7]. Всё это подталкивает исследовать более обширную область физики за пределами СМ и, в частности, рассмотреть возможные несуперсимметричные решения, сокращающие расходимость массы бозона

Хиггса и дающие объяснение физической природы скрытой массы. Такое решение может быть предоставлено моделями составного Хиггса, например, в данной работе рассматривается подобная модель на основе гипотезы Walking Technicolor (WTC). WTC также может привести к новому подходу в рассмотрении скрытой массы, раскрывающий её составной характер [8–10].

В частности, предполагается, что могут существовать стабильные, электрически заряженные частицы. В WTC заряд частиц "новой" физики не фиксирован. Но есть ограничения на дробные заряды, так как свободные кварки не наблюдаются. Важной проблемой для сценариев гипотетических, стабильных, электрически заряженных частиц является их отсутствие в окружающем нас веществе. Если они существуют, то должны быть связаны с обычным веществом и образовывать аномальные изотопы (с аномальным отношением Z/A). Основная трудность для этих сценариев состоит в подавлении обилия положительно заряженных частиц, связанных с электронами, которые ведут себя как аномальные изотопы водорода или гелия. Серьезные экспериментальные ограничения на такие изотопы, особенно на аномальный водород, очень жёстко ограничивают возможность стабильных положительно заряженных частиц [11]. Поэтому положительно заряженные частицы не подходят в качестве частиц скрытой массы.

Эта проблема также неразрешима, если модель предсказывает стабильные частицы с отрицательным, нечётным зарядом. Такие частицы связываются с первичным гелием в $+1$ заряженные ионоподобные системы, которые рекомбинируют с электронами в атомы аномального водорода [12].

В связи с чем стабильные отрицательно заряженные частицы могут иметь только заряд -2 – будем обозначать их O^{--} (в общем случае $-2n$, где n – натуральное число, будем обозначать их X) [13].

В данной работе мы рассматриваем сценарий составной скрытой массы, в которой гипотетические стабильные частицы O^{--} (X) избегают экспериментального открытия, потому что они формируют с первичным гелием нейтральные атомоподобные состояния OHe (X – гелия), называемые "тёмными" атомами [14]. Поскольку все эти модели также предсказывают соответствующие $+2n$ зарядовые античастицы, космологический сценарий должен обеспечить механизм их подавления, что, естественно, может иметь

место в зарядово-асимметричном случае, соответствующем избытку $-2n$ заряженных частиц [2]¹. Тогда их положительно заряженные античастицы могут эффективно аннигилировать в ранней Вселенной. Существуют различные модели, в которых предсказываются такие стабильные $-2n$ заряженные частицы [15–17].

В WTC может генерироваться $-2n$ заряженных стабильных техночастиц в избытке по сравнению с их $+2n$ заряженными партнерами, уравновешенными переходами сфалеронов с избытком барионов. Связь между превышением $-2n$ и барионной асимметрией может объяснить наблюдаемое соотношение плотностей барионной материи и скрытой массы.

I. "ТЁМНЫЕ" АТОМЫ X-ГЕЛИЯ

"Темный" атом - это система состоящая из $-2n$ заряженных частиц (в случае $n = 1$, это O^{--}), связанная кулоновской силой с n ядрами ${}^4\text{He}$. Структура соответствующего связанного состояния зависит от значения параметра $a = Z_\alpha Z_X \alpha A m_p R_{n\text{He}}$. Где α - это постоянная тонкой структуры, Z_X и Z_α - зарядовые числа частицы X и n ядер He соответственно, m_p - масса протона, A это массовое число n -ядра He, а $R_{n\text{He}}$ это радиус соответствующего ядра.

При $0 < a < 1$ связанное состояние выглядит как атом Бора с отрицательно заряженной частицей в остове и ядром, движущимся по боровской орбите. При $1 < a < \infty$ связанные состояния выглядят как атомы Томсона, в которых тело ядра колеблется вокруг тяжелой отрицательно заряженной частицы.

Когда $Z_\alpha = 2$, а $Z_X = -2$. α -частица в такой модели является точечной и движется по боровскому радиусу. Тогда энергия связи $O\text{He}$ для точечного заряда ${}^4\text{He}$ определяется выражением:

$$I_0 = \frac{Z_X^2 Z_\alpha^2 \alpha^2 m_{\text{He}}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ}, \quad (1)$$

где m_{He} - масса α -частицы.

¹Электрический заряд этого избытка компенсируется соответствующим избытком положительно заряженных барионов, так что электронеutrальность Вселенной сохраняется

Боровский радиус вращения He в “тёмных” атомах OHe равен [18]:

$$R_b = \frac{\hbar c}{Z_X Z_\alpha m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см.} \quad (2)$$

Во всех моделях X -гелия X ведет себя как лептон или как специфический кластер тяжелых кварков новых семейств с подавленным адронным взаимодействием [19]. А существующее ограничение на массу этого типа частиц, согласно ускорителю LHC, составляет около 1ТэВ [20].

Существование гипотезы X -гелия важно, поскольку она может объяснить противоречивые результаты экспериментов по прямому поиску скрытой массы из-за особенностей взаимодействия “тёмных” атомов с веществом подземных детекторов [21]. Например, положительные результаты по обнаружению частиц скрытой массы в таких экспериментах, как *DAMA/NaI* и *DAMA/LIBRA*, которые вступают в кажущееся противоречие со всеми остальными экспериментами, например с *XENON100*, *LUX*, *CDMS*, дающими отрицательный результат.

Основная проблема с атомами XHe заключается в том, что их составляющие могут слишком сильно взаимодействовать с веществом. Это происходит потому, что X -гелий имеет незранированное ядерное притяжение к ядрам вещества. Это, в свою очередь, может привести к разрушению связанной системы атомов скрытой массы и образованию аномальных изотопов. Существуют очень строгие экспериментальные ограничения на концентрацию этих изотопов в земной почве и морской воде [11]. Чтобы избежать проблемы перепроизводства аномальных изотопов, предполагается, что эффективный потенциал взаимодействия между XHe и ядром материи будет иметь барьер, препятствующий слиянию He и/или X с ядром (см. рисунок 1). Эта задача сформулирована как задача трех тел и не имеет точного аналитического решения. Таким образом, в данной работе предлагается численный подход для описания данного взаимодействия, в котором мы пытаемся построить численную модель для восстановления формы соответствующего эффективного потенциала.

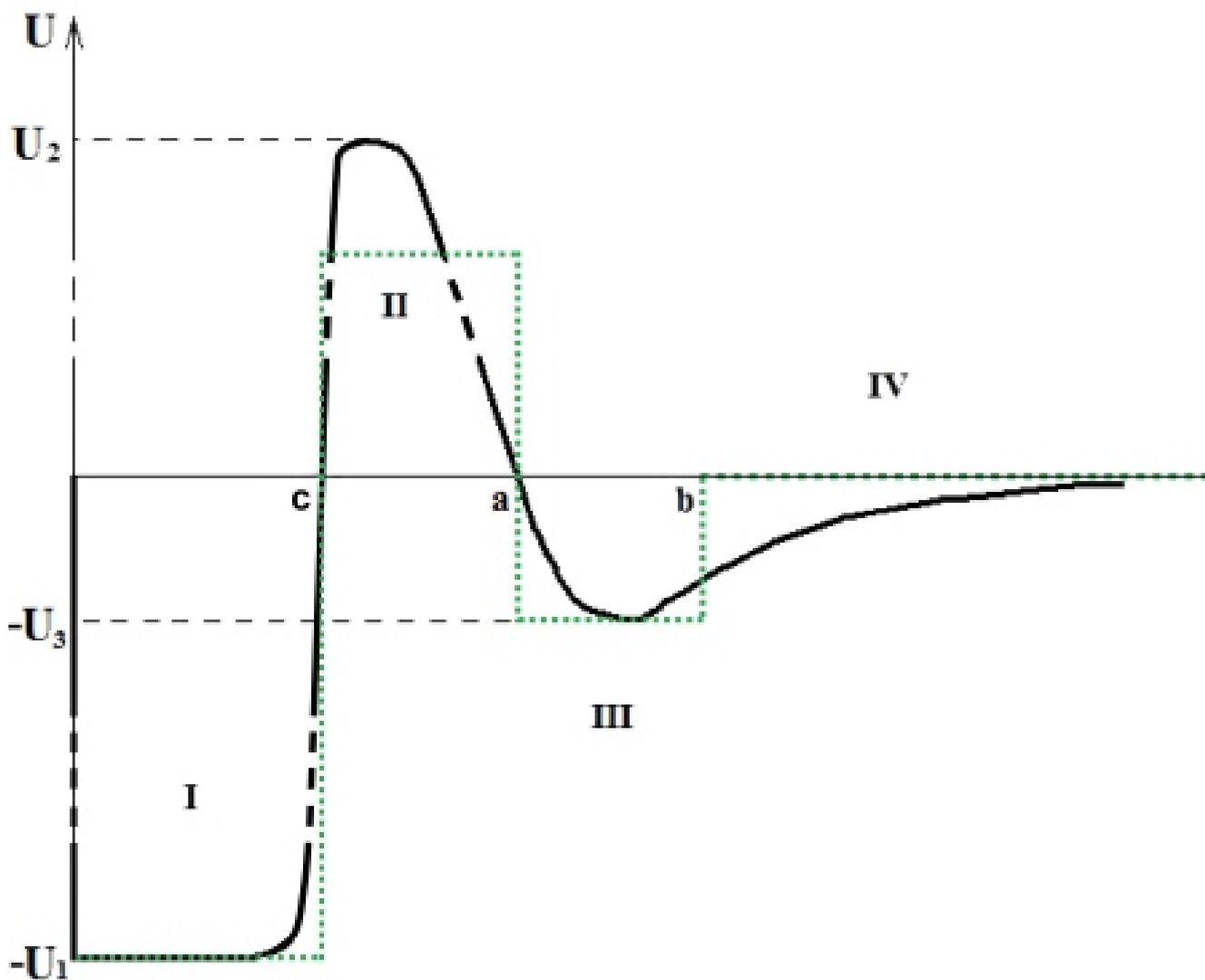


Рисунок 1 — Эффективный потенциал взаимодействия между XHe и ядром вещества [18]

II. ПОЛУКЛАССИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Для восстановления эффективного потенциала взаимодействия между XHe и ядром вещества в каждой точке необходимо учесть все типы взаимодействия существующие в данной системе трёх тел. Мы должны учитывать электромагнитное взаимодействие между "тёмным" атомом XHe и ядром, ядерное взаимодействие между гелием и ядром вещества, а также необходимо учесть эффект Штарка возникающий во внешнем, переменном электрическом поле, создаваемым ядром вещества, который приводит к поляризации XHe .

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ X – ГЕЛИЯ

Для получения электрического потенциала создаваемого "тёмным" атомом XHe , в который мы поместим ядро вещества, нужно решить самосогласованное уравнение Пуассона для пробной волновой функции $\psi = \frac{e^{-r/r_0}}{\sqrt{\pi r_0^3/2}}$, где r_0 свободный параметр:

$$\frac{1}{r}(\phi r)'' = -4\pi e \left(n_p + \frac{Z_X e^{-2r/r_0}}{\pi r_0^3} \right), \quad (3)$$

где $e n_p$ это плотность заряда nHe :

$$e n_p = \begin{cases} \frac{e Z_\alpha}{4} & \text{для } r < R_{nHe}, \\ \frac{4}{3} \pi R_{nHe}^3 & \\ 0 & \text{для } r > R_{nHe}. \end{cases} \quad (4)$$

Таким образом, решая это уравнение мы получили потенциал создаваемый атомом XHe , состоящем из конечного ядра nHe и частицы X , с учётом экранирующего действия частицы X на ядро nHe :

$$\phi = \begin{cases} -e Z_X e^{-2r/r_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) & \text{для } r > R_{nHe}, \\ -e Z_X e^{-2r/r_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) + \frac{e Z_X}{r} + \frac{e Z_\alpha}{R_{nHe}} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2 R_{nHe}^2} \right) & \text{для } r < R_{nHe}. \end{cases} \quad (5)$$

Потенциальная энергия электрического взаимодействия XHe с ядром равна:

$$U_{XHe}^e = e Z_A \phi, \quad (6)$$

где Z_A это зарядовое число ядра вещества.

2. ЭФФЕКТ ШТАРКА

Предполагается, что взаимодействие медленных атомов X -гелия с ядрами может приводить к их низкоэнергетическому связыванию. Захват „тёмных“ атомов в это связанное состояние приводит к соответствующему выделению энергии, наблюдаемому как ионизационный сигнал в детекторе *DAMA*. Неизбежным следствием этого является появление в веществе детектора *DAMA/NaI* или *DAMA/LIBRA* аномальных сверхтяжелых изотопов натрия, масса которых примерно в сорок раз больше, чем у обычных изотопов этих элементов. Таким образом, низкоэнергетическое связанное состояние XHe –ядро должно представлять собой осциллирующую систему трёх тел.

Известно, что в переменном, внешнем электрическом поле, созданном ядром-мишенью, должен наблюдаться эффект Штарка, который приводит к поляризации XHe , что должно вызывать его притяжение. В нашей полуклассической численной модели это можно сделать включением дипольного момента взаимодействия δ , вызванного эффектом Штарка. Таким образом, включив вручную δ в численную модель, мы вычисляли потенциал Штарка, который задаётся с помощью того же дипольного момента. δ появляется за счёт действия ядерной силы и силы Кулона на ядро nHe со стороны внешнего ядра, которые уравниваются силой Кулона между частицами атома скрытой массы, отсюда можно получить выражение для δ :

$$\vec{\delta} = \frac{Z_\alpha \vec{E}}{Z_X 4/3\pi\rho} + \frac{\vec{F}_\alpha^N}{e Z_X 4/3\pi\rho} \quad (7)$$

где \vec{E} это напряжённость внешнего электрического поля, а $\rho = \frac{Z_\alpha e}{4/3\pi R_{nHe}^3}$ это плотность заряда ядра nHe .

Ядерное взаимодействие между ядром nHe и ядром вещества опре-

деляется силой типа Саксона-Вудса, \vec{F}_α^N :

$$\vec{F}_\alpha^N = -\frac{\frac{U_0}{p} \exp\left(\frac{r_{A\alpha} - R_A - R_{nHe}}{p}\right) \vec{r}_{A\alpha}}{\left(1 + \exp\left(\frac{r_{A\alpha} - R_A - R_{nHe}}{p}\right)\right)^2}, \quad (8)$$

где R_A радиус ядра вещества, $r_{A\alpha}$ расстояние между nHe и ядром вещества, U_0 глубина потенциальной ямы, p - постоянный параметр.

Потенциал Штарка вычисляется следующим образом: $U_{St} = eZ_\alpha E\delta$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ПОЛУКЛАССИЧЕСКОГО ПОДХОДА С ЯДЕРНОЙ СИЛОЙ ТИПА САКСОНА-ВУДСА

Используя полученные результаты были построены графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между nHe и ядром вещества для $n = 1$, то есть для атома OHe . В качестве внешнего ядра рассматривались ядра натрия и йода (см. рисунки 2 и 3).

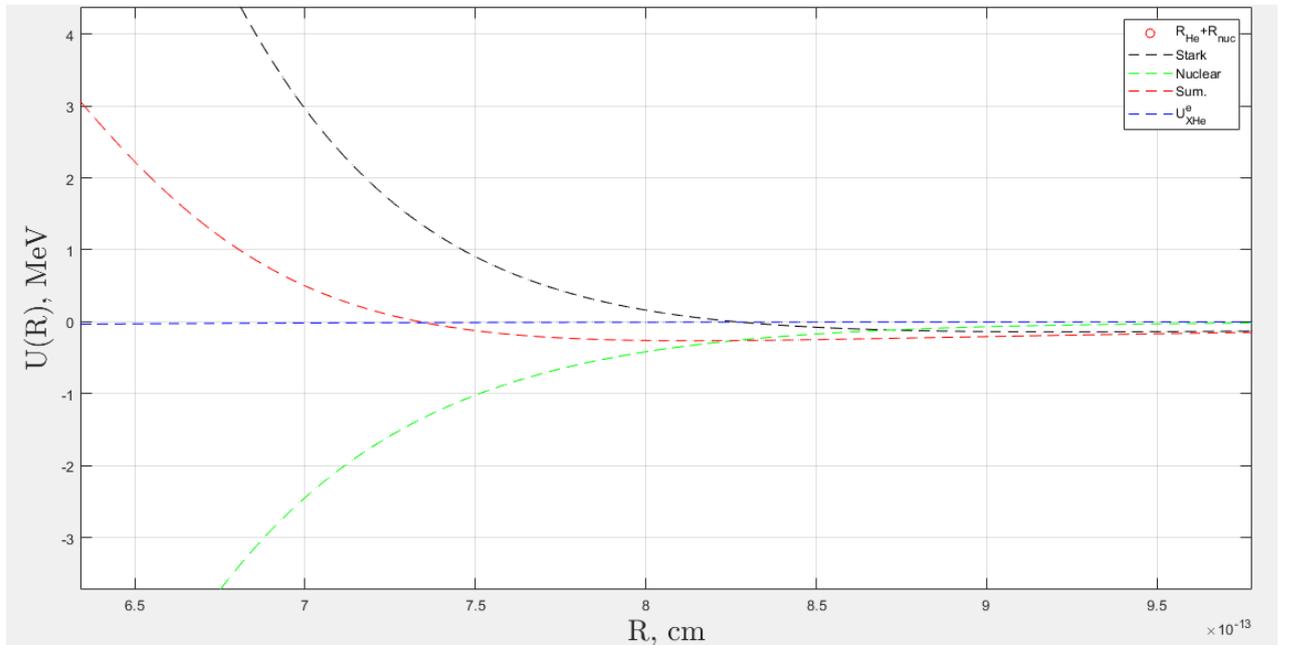


Рисунок 2 — Графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром Na

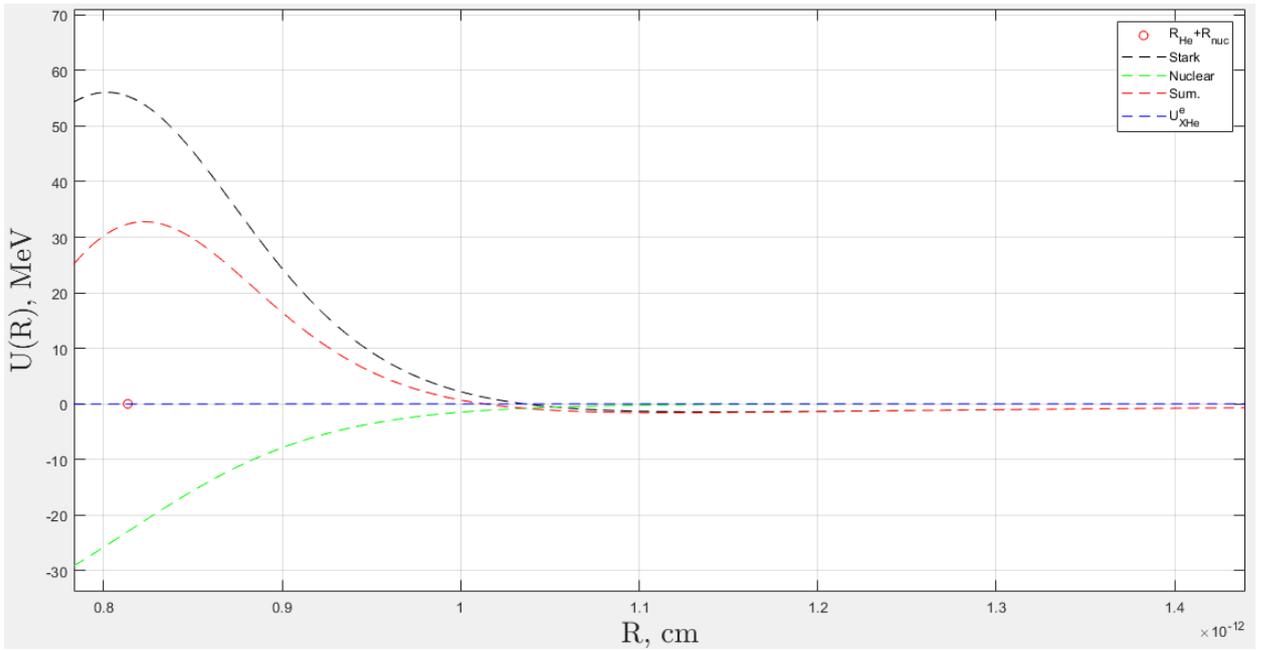


Рисунок 3 — Графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром I

На рисунках 2 и 3 зелёной, голубой, серой и красной пунктирными линиями показаны графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала соответственно в зависимости от расстояния между ядром гелия атома OHe и ядром вещества, красным кружком показана сумма радиусов ядра гелия и ядра вещества. На рисунке 2 и 3 суммарный потенциал качественно повторяет ожидаемую форму эффективного потенциала взаимодействия OHe с ядром вещества, можно видеть связанное состояние с энергией около 0.25 MeV на рисунке 2 и с энергией около 1.5 MeV на рисунке 3.

4. ЯДЕРНАЯ СИЛА С УЧЁТОМ НЕТОЧЕЧНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЯДЕР

Используя результаты полученные в статье [22], мы, в нашем полуклассическом подходе расчёта эффективного потенциала взаимодействия XHe с ядром вещества, заменили ядерный потенциал Саксона-Вудса, который в общем не учитывает конечные размеры взаимодействующих ядер, на ядерный потенциал, который рассчитывается по формуле 22 из статьи [22]. При выводе этой формулы учтены плотности нуклонов взаимодействующ-

щих ядер, плотность двойной ядерной системы, из-за небольшого перекрытия ядер пренебрегается спиновым взаимодействием, оба ядра рассматриваются как сферические. В результате, численным методом, используя ранее упомянутую формулу, были вычислены ядерные потенциалы взаимодействия между гелием и ядрами натрия и йода. Далее, используя разностную схему, были рассчитаны соответствующие ядерные силы, чтобы с их помощью по формуле 7 данной работы получить значения дипольного момента, с помощью которых, в свою очередь, был рассчитан потенциал Штарка.

Используя полученные результаты были построены графики зависимости соответствующего неточечного ядерного потенциала, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром вещества для атома OHe скрытой массы. В качестве внешнего ядра рассматривались ядра натрия и йода (см. рисунки 4 и 5).

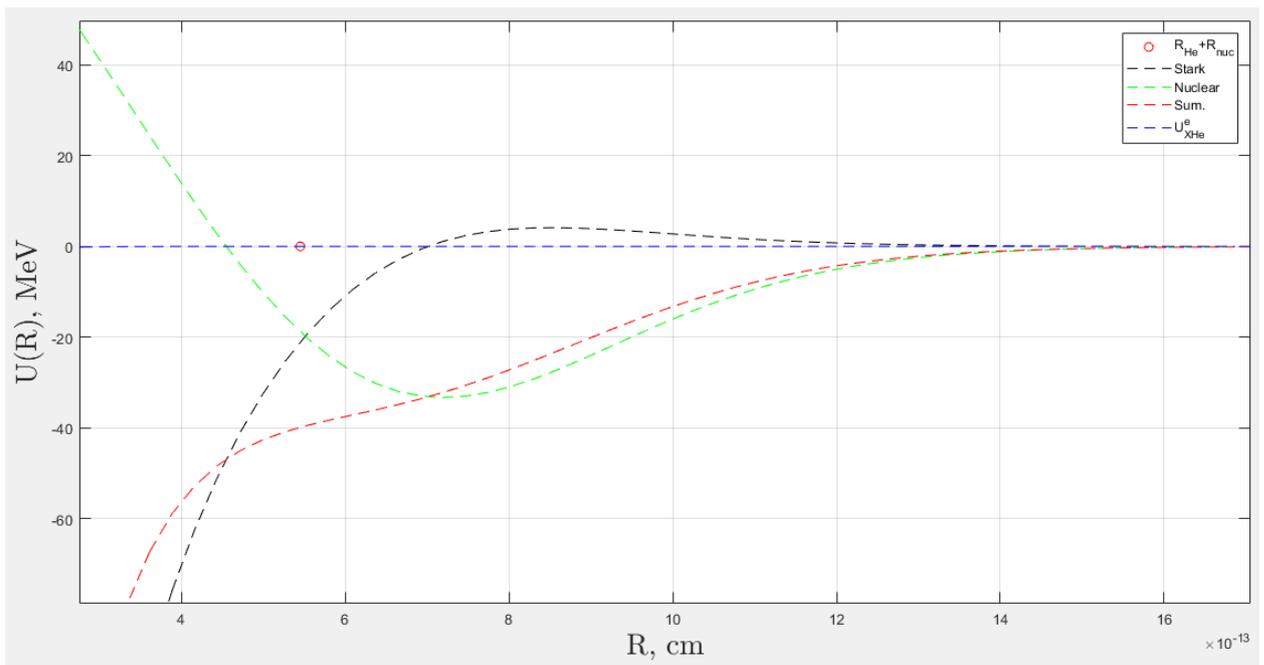


Рисунок 4 — Графики зависимости неточечного ядерного потенциала, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром Na

На рисунках 4 и 5 зелёной, голубой, серой и красной пунктирными линиями показаны графики зависимости неточечного ядерного потенциала, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала соответственно в зависимости от расстояния между ядром гелия атома OHe и ядром вещества, красным кружком показана сумма радиусов ядра гелия и ядра

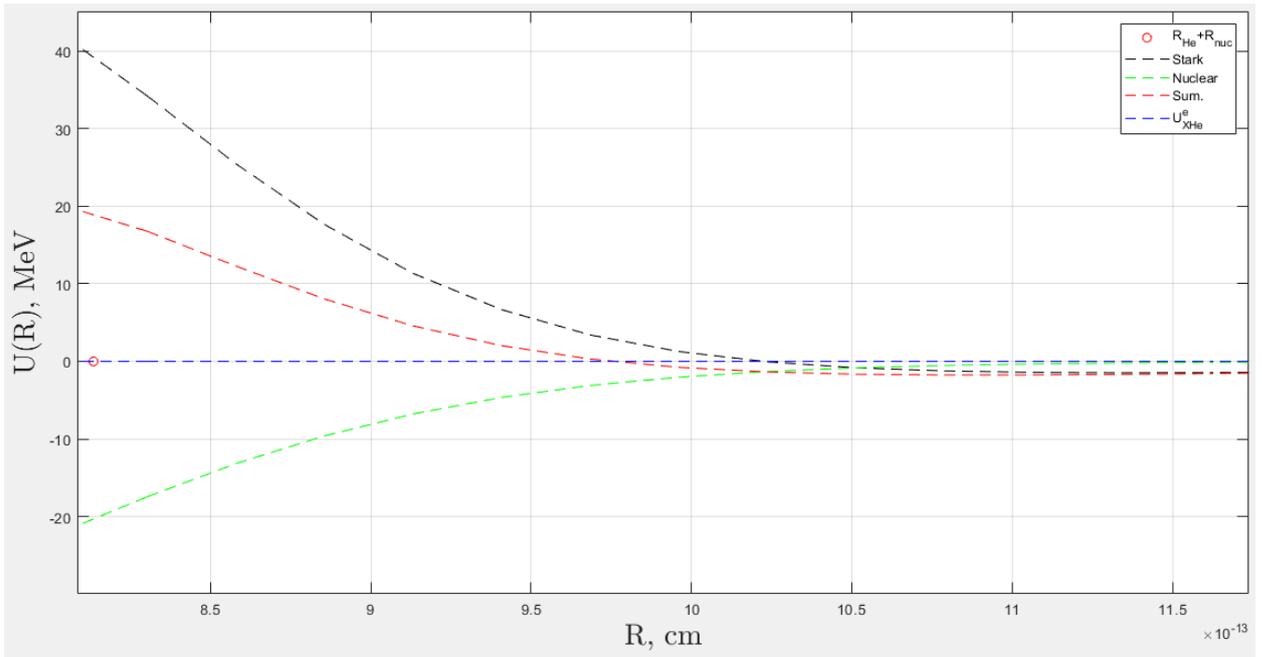


Рисунок 5 — Графики зависимости неточечного ядерного потенциала, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром I

вещества. На рисунке 5 суммарный потенциал качественно повторяет ожидаемую форму эффективного потенциала взаимодействия OHe с ядром вещества, можно видеть связанное состояние с энергией около $1.75 MeV$.

При взаимодействии с ядром Na на рисунке 4 форма суммарного потенциала взаимодействия значительно отличается от ожидаемой. В пределах неопределенности параметров ядерной физики существует диапазон, в котором энергия связи в системе $OHe - Na$ находится в интервале 2-4 КэВ [2,23], что является достаточно тонким эффектом, который при нашем достаточно грубом расчёте эффекта Штарка полуклассическим способом мог быть утерян.

Поэтому, для улучшения точности результатов нашего расчёта эффективного потенциала взаимодействия нужно решить уравнение Шрёдингера для гелия в системе $OHe - ядро$, чтобы квантово-механическим способом вычислить поляризацию атома скрытой массы и таким образом более точно рассчитать потенциал Штарка.

III. УРАВНЕНИЕ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ ЯДРА ГЕЛИЯ

Рассматриваемая нами задача трёх тел представляет собой систему OHe – ядро, начало системы координат находится в центре частицы O^{--} , которая взаимодействует с ядром He силой Кулона и образует с ним связанную систему атома скрытой массы, который находится во внешнем неоднородном электрическом поле, создаваемом третьей частицей, являющейся ядром элемента с зарядовым числом Z_A , приближающемся к данной системе, при этом сильно взаимодействуя с He .

Гамильтониан ядра гелия, можно представить в виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U}, \quad (9)$$

где \hat{H}_0 это гамильтониан изолированного (не подверженного внешним воздействиям) атома OHe скрытой массы.

Введём следующие вектора: \vec{r} , \vec{R}_{OA} и \vec{R}_{HeA} , где \vec{r} это вектор взаимного расстояния между частицей O^{--} и ядром гелия, \vec{R}_{OA} – радиус-вектор внешнего ядра, а \vec{R}_{HeA} это вектор проведённый из центра ядра гелия до центра внешнего ядра. Причём только \vec{r} и \vec{R}_{OA} являются независимыми, соответственно \vec{R}_{HeA} равен:

$$\vec{R}_{HeA} = \vec{R}_{OA} - \vec{r}. \quad (10)$$

Запишем чему равны \hat{H}_0 и \hat{U} в полярной системе координат:

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_{He}}\Delta_{r,\phi} - \frac{4e^2}{r}, \quad (11)$$

$$\hat{U} = \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|). \quad (12)$$

где $U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$ потенциал ядерного взаимодействия, который мы будем брать в виде потенциала Саксона-Вудса.

Таким образом, зафиксировав положение ядра вещества, т.е. зафик-

сировав значение вектора \vec{R}_{OA} , можно получить множество двумерных уравнений Шрёдингера для каждого положения внешнего ядра. Следовательно, необходимо решить следующие двумерные уравнения Шрёдингера:

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \quad (13)$$

Или

$$\Delta_{r,\phi}\Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2} \left(E + \frac{4e^2}{r} - \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} - U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) \right) \Psi = 0. \quad (14)$$

При помощи разностной схемы, представляя оператор Гамильтона в виде матрицы, можно численно вычислить собственные значения оператора, которые равны энергиям гелия E , и собственные вектора, которые являются Ψ - функциями He , для каждого положения внешнего ядра обычного вещества.

Для этого, помимо представления оператора Лапласа в виде матрицы, также необходимо воостановить вид потенциала, в котором находится ядро гелия, для каждого значения \vec{R}_{OA} :

$$U_{He} = -\frac{4e^2}{r} + \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|). \quad (15)$$

На рисунке 6 показан пример потенциала взаимодействия гелия в системе OHe – ядро для фиксированного расстояния между ядром гелия и ядром Na , \vec{R}_{HeA} , в декартовой системе координат.

1. ОДНОМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ АТОМА O-ГЕЛИЯ

Для начала мы рассмотрели одномерный \hat{H}_0 , то есть одномерный гамильтониан изолированного (не подверженного внешним воздействиям) атома OHe скрытой массы. И представив оператор \hat{H}_0 в виде матрицы, численно вычислили собственные значения оператора Гамильтона, которые равны энергиям гелия E в атоме OHe , и его собственные вектора, т.е.

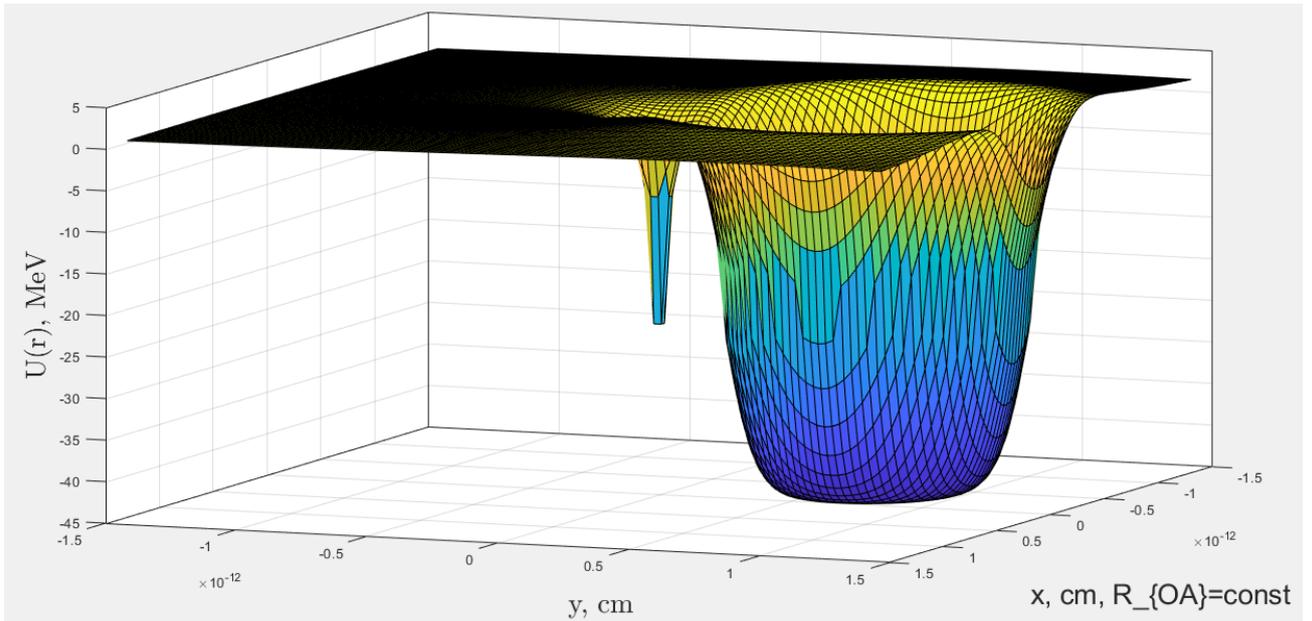


Рисунок 6 — Потенциал взаимодействия гелия в системе $ONe - Na$ при фиксированном \vec{R}_{HeA} в декартовой системе координат

решили следующее одномерное уравнение Шрёдингера:

$$\hat{H}_0 \Psi = E \Psi \quad (16)$$

Или

$$\Delta_r \Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2} \left(E + \frac{4e^2}{r} \right) \Psi = 0. \quad (17)$$

На рисунке 7 представлен дискретный спектр энергий ядра гелия в атоме скрытой массы ONe , который хорошо согласуется с теоретическими вычислениями.

2. ДВУМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ АТОМА ВОДОРОДА

После решения одномерного уравнения Шрёдингера для атома ONe , мы рассмотрели двумерное уравнение Шрёдингера для атома скрытой массы, взяв гамильтониан изолированного атома ONe , \hat{H}_0 , записанный в формуле 11, но переписав его в декартовой системе координат. Так как можно провести аналогию между атомом водорода и изолированным атомом ONe , имеющими практически идентичный оператор Гамильтона, для проверки правильности работы алгоритма, решающего соответствующее двумерное

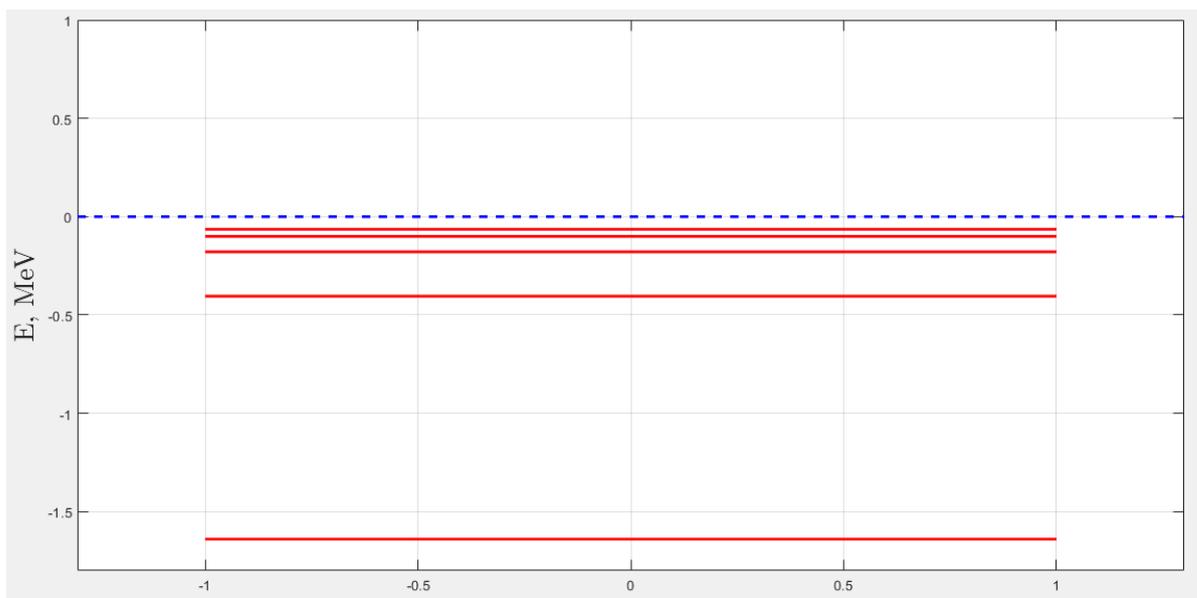


Рисунок 7 — Спектр энергий ядра гелия в атоме OHe

уравнение Шрёдингера, мы провели расчёт для атома водорода. В результате были построены распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода, т.е. плотности вероятности нахождения электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел.

На рисунке 8 показаны распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел, рассчитанные численным алгоритмом. На рисунке 9 показаны теоретические распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел. Видно, что численный расчёт довольно хорошо соответствует теоретическим распределениям.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривается гипотеза составной скрытой массы, в которой гипотетические стабильные частицы с зарядом $-2n$ образуют нейтральные атомоподобные состояния XHe с первичными ядрами гелия. X -гелий будет взаимодействовать с ядрами обычного вещества и специфика этого взаимодействия может объяснить некоторые факты, наблюдаемые в экспериментах.

Гипотеза XHe не может работать, если на некотором расстоянии между XHe и ядром не возникнет отталкивающего взаимодействия, и ре-

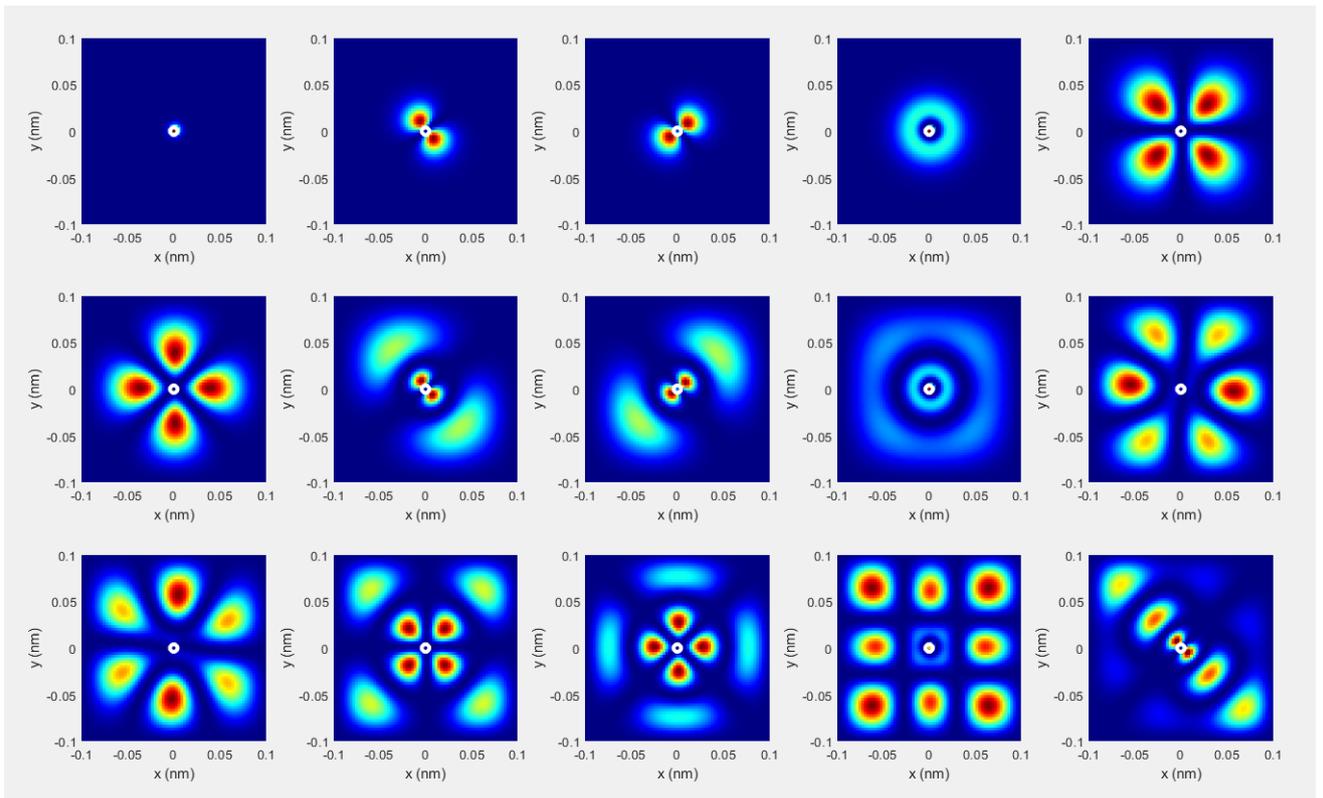


Рисунок 8 — Численный расчёт распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел

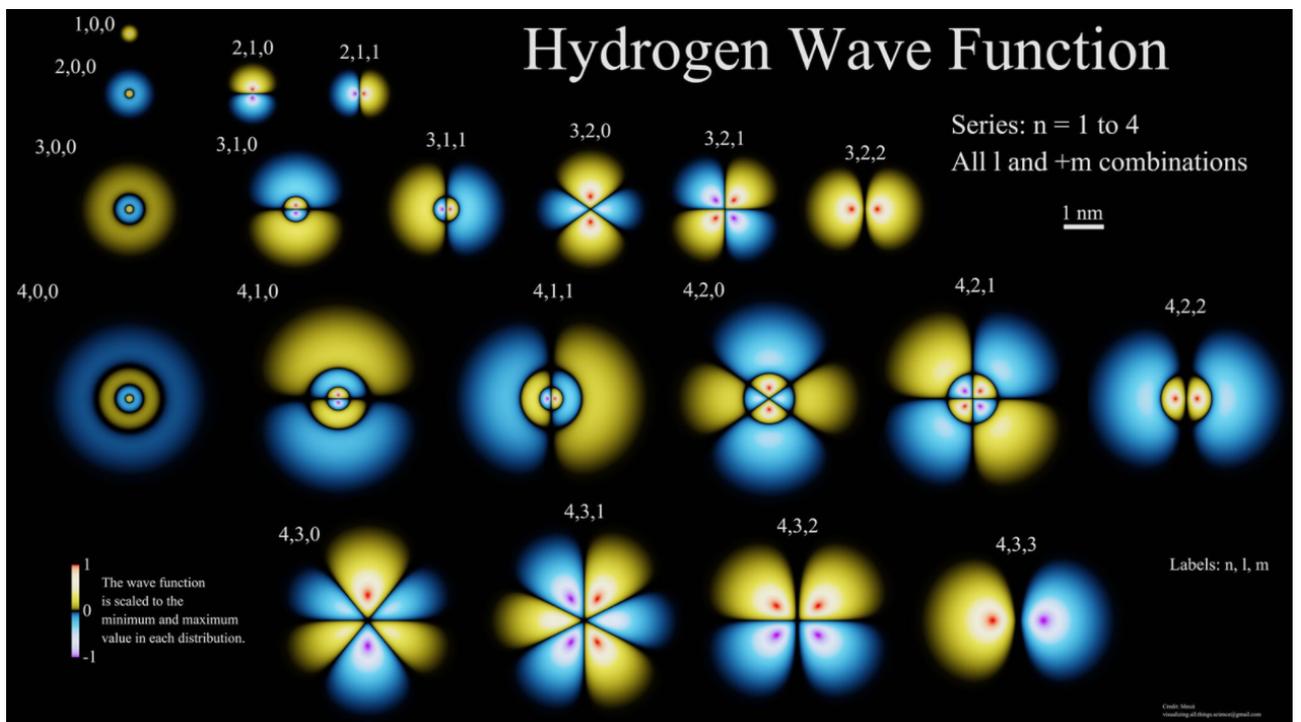


Рисунок 9 — Теоретические распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел

шение данной проблемы является жизненно важным для дальнейшего существования модели атома XHe скрытой массы [12]. Чтобы избежать про-

блемы перепроизводства аномальных изотопов, предполагается, что эффективный потенциал взаимодействия между XHe и ядром материи будет иметь барьер, препятствующий слиянию He и/или X с ядром. Эта задача сформулирована как задача трех тел и не имеет точного аналитического решения. Таким образом, в данной работе предлагается численный подход для описания данного взаимодействия, в котором мы пытаемся последовательно строить численную модель для восстановления формы соответствующего эффективного потенциала. Такая численная модель строится в данной работе в двух приближениях: в полуклассическом и квантово-механическом. Эти модели описывают систему из трех взаимодействующих друг с другом посредством кулоновских и ядерных сил, заряженных частиц.

При моделировании в полуклассическом приближении форма эффективного потенциала взаимодействия XHe с ядром вещества качественно удовлетворяет ожидаемой: наблюдается Кулоновский барьер и связанное состояние в системе XHe – ядро. Однако, при учёте неточности в ядерной силе для ядра Na форма эффективного потенциала взаимодействия значительно отличается от ожидаемой. В пределах неопределенности параметров ядерной физики существует диапазон, в котором энергия связи в системе OHe – Na находится в интервале 2-4 КэВ [2, 23], что является достаточно тонким эффектом, который при нашем достаточно грубом расчёте эффекта Штарка полуклассическим способом мог быть утерян.

В связи с чем, для улучшения точности результатов расчёта эффективного потенциала взаимодействия был рассмотрен квантово-механический подход, который подразумевает под собой попытку решить уравнение Шрёдингера для гелия в системе OHe – ядро, чтобы квантово-механическим способом вычислить поляризацию атома скрытой массы и таким образом более точно рассчитать потенциал Штарка. Были решены одномерное и двумерное уравнения Шрёдингера для атома OHe , также восстановлена форма потенциала взаимодействия гелия в системе OHe – ядро. Однако, данный подход ещё не доведён до конца и в будущем планируется применить алгоритм для расчёта двумерного уравнения Шрёдингера в системе OHe – ядро, используя восстановленный потенциал взаимодействия, после чего необходимо будет рассчитать поляризацию атома OHe и вычислив

потенциал Штарка построить суммарный потенциал взаимодействия, в котором помимо потенциала Штарка также учитывается ядерный потенциал и потенциал электромагнитный.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] M. Khlopov: Cosmological Reflection of Particle Symmetry, *Symmetry*, **8**, 81 –121 (2016)
- [2] M. Khlopov: Fundamental particle structure in the cosmological dark matter, *International Journal of Modern Physics A*. **28**, 1330042 (2013)
- [3] M.Yu. Khlopov in *Cosmion-94*, Eds. M.Yu.Khlopov et al. (Editions frontieres, 1996) P. 67; M. Y. Khlopov in hep-ph/0612250, p 51.
- [4] M.Y.Khlopov, *Bled Workshops in Physics* **8**, 114 (2007); in arXiv:0711.4681, p. 114; M. Y. Khlopov and N. S. MankocBorstnik, *ibid*, p. 195.
- [5] G. Bertone, D. Hooper, J. Silk: Particle dark matter: evidence, candidates and constraints, *Physics Reports* **405**, 279 – 390 (2005)
- [6] M. Y. Khlopov: Dark matter reflection of particle symmetry, *Modern Physics Letters A*. **32**, 1740001 (2017)
- [7] P. Scott: *Searches for Particle Dark Matter: An Introduction*, (2011), e-Print: arXiv:1110.2757.
- [8] M. Yu. Khlopov, C. Kouvaris: Composite dark matter from a model with composite Higgsboson, *Phys. Rev.* **78**, 065040 (2008)
- [9] D. Fargion, M. Yu. Khlopov: Tera-leptons' shadows over Sinister Universe, *Gravitation Cosmol.* **19**, 219 (2013)
- [10] M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, and E. Yu. Soldatov: Towards nuclear physics of OHe darkmatter, *Bled Workshops Phys.* **12**, 94 (2011)
- [11] J. R. Cudell, M. Y. Khlopov, Q. Wallemacq: The nuclear physics of OHe, *Bled Workshops Physics* **13**, 10 –27 (2012)

- [12] M. Yu. Khlopov: 10 years of dark atoms of composite dark matter, Bled Workshops Physics **16**, 71 –77 (2015)
- [13] O. V. Bulekov, M.Yu.Khlopov, A. S. Romaniouk, Yu. S. Smirnov: Search for Double Charged Particles as Direct Test for Dark Atom Constituents, Bled Workshops in Physics **18**, 11-24 (2017)
- [14] M. Y. Khlopov: Conspiracy of BSM physics and cosmology, Bled Workshops in Physics, V.20 PP.21-35 (2019), e-Print: arXiv: 1911.03294.
- [15] K. M. Belotsky, M. Y. Khlopov, K. I. Shibaev: Composite Dark Matter and its Charged Constituents, Grav.Cosmol., V.12 PP.93-99, (2006), arXiv:astro-ph/0604518
- [16] M. Y. Khlopov, C. A. Stephan, D. Fargion: Dark matter with invisible light from heavy double charged leptons of almost-commutative geometry?, Classical and Quantum Gravity **23**, 7305 –7354 (2006)
- [17] M. Y. Khlopov, C. Kouvaris: Strong interactive massive particles from a strong coupled theory, Physical Review D **77**, PP. 065002 (2008)
- [18] M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, E. Yu. Soldatov: The dark atoms of dark matter, Prespace. J. **1**, 1403 –1417 (2010)
- [19] M. Y. Khlopov: Composite dark matter from 4th generation, JETP Letters **83**, 1 –4 (2006)
- [20] V. Beylin, M. Khlopov, V. Kuksa, N. Volchanskiy: New physics of strong interaction and Dark Universe, Universe **6**, 196 (2020)
- [21] R. Bernabei: Dark matter investigation by DAMA in Gran Sasso, International Journal of Modern Physics A **28**, 1330022 (2013)
- [22] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, R.V. Jolos, S.P. Ivanova, O.I. Melnikova: Effective nucleus-nucleus potential for calculation of potential energy of a dinuclear system, Int.J.Mod.Phys.E **5** 191-216 (1996)
- [23] M. Y. Khlopov: Physics of dark matter in the light of dark atoms, Modern Physics Letters A. **26**, 2823 –2839 (2011)