Исследование динамики взаимодействия кластера ПЧД со звездами

Выполнил:

Пугачев С.О.

Научный руководитель:

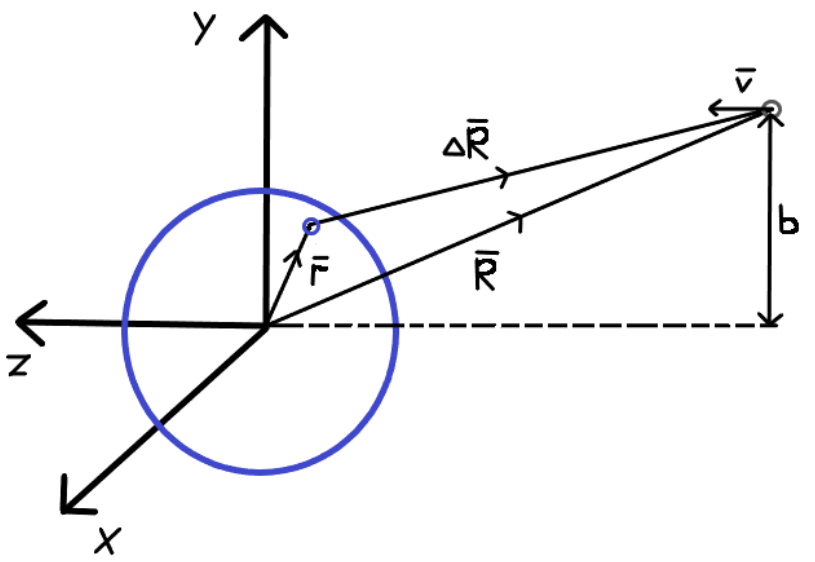
к.ф.-м.н., Белоцкий К.М.

Введение

В данной работе рассматривается рассеяние кластера на звездах внутри их скопления. Здесь рассматриваются динамические эффекты присущие не к одиночным ПЧД, а к кластерам ПЧД.

В ходе работы будут получены выражения для изменения внутренней энергии кластера в приближениях, что кластер покоится, звезда налетает на него, и в обратном приближении, когда кластер движется, а звезда покоится.

Взаимодействие кластера со звездой



координаты ПЧД - $\mathbf{r} = (x, y, z)$

координаты звезды - $\mathbf{R} = (0, b, vt)$

$$\Delta\mathbf{v} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{Gm_\star}{\Delta R^3} \Delta\mathbf{R} dt = \frac{2Gm_\star}{v} \frac{-x\mathbf{e}_x + (b-y)\mathbf{e}_y}{x^2 + (b-y)^2}$$

Взаимодействие кластера со звездой

$$E_i = \sum_i \frac{m_i \mathbf{v}_i^2}{2} + U$$ - энергия кластера до взаимодействия

$$E_f = \sum_i \frac{m_i(\mathbf{v}_i + \Delta\mathbf{v}_i)^2}{2} + U$$ - энергия кластера после взаимодействия

$$\Delta E = \sum_i \frac{m_i(\mathbf{v}_i + \Delta\mathbf{v}_i)^2}{2} + U - \sum_i \frac{m_i \mathbf{v}_i^2}{2} - U = \sum_i \frac{m_i(2\mathbf{v}_i\Delta\mathbf{v}_i + \Delta\mathbf{v}_i{}^2)}{2}$$

Изменение энергии кластера в системе покоя

$$\Delta E = \frac{1}{2}\sum_i m_i \Delta \mathbf{v}_i^2 = \frac{1}{2}\int \mathrm{d}^3\mathbf{r}\,\rho(\mathbf{r})(\Delta\mathbf{v})^2$$

$$x = r\cos\phi\sin\theta$$

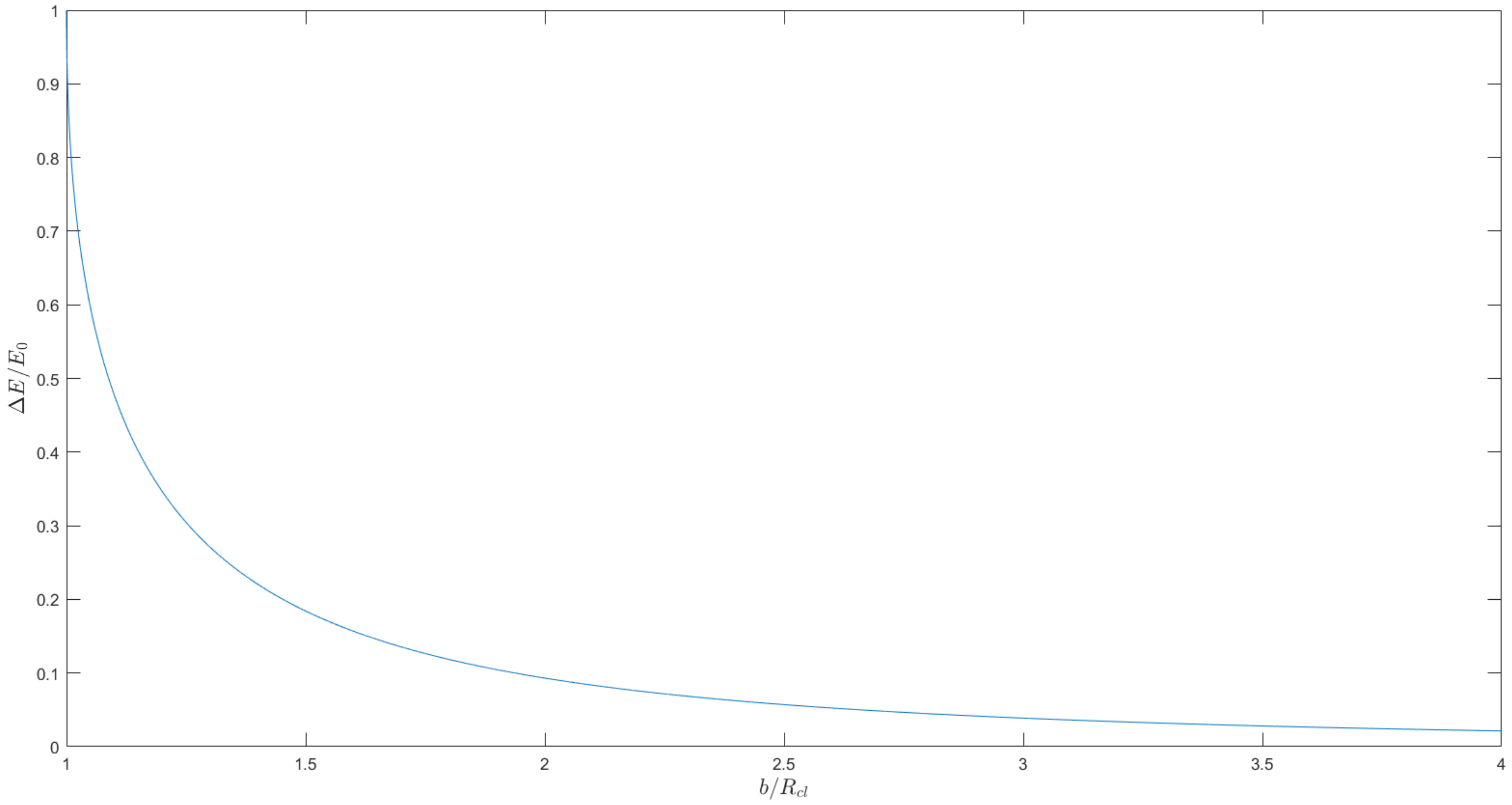
$$y = r\sin\phi\sin\theta$$

$$\Delta E = 2\left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho\int \mathrm{d}^3\mathbf{r}\frac{1}{r^2\sin^2\theta + b^2 - 2br\sin\phi\sin\theta}$$

$$= 2\left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho\int_0^{R_{cl}} r^2\mathrm{d}r\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}\frac{d\phi}{r^2\sin^2\theta + b^2 - 2br\sin\phi\sin\theta}$$

$$= 8\pi\left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho\left[R_{cl} - \sqrt{b^2 - R_{cl}^2}\arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{b^2 - R_{cl}^2}}\right)\right]$$

Изменение энергии кластера в системе покоя



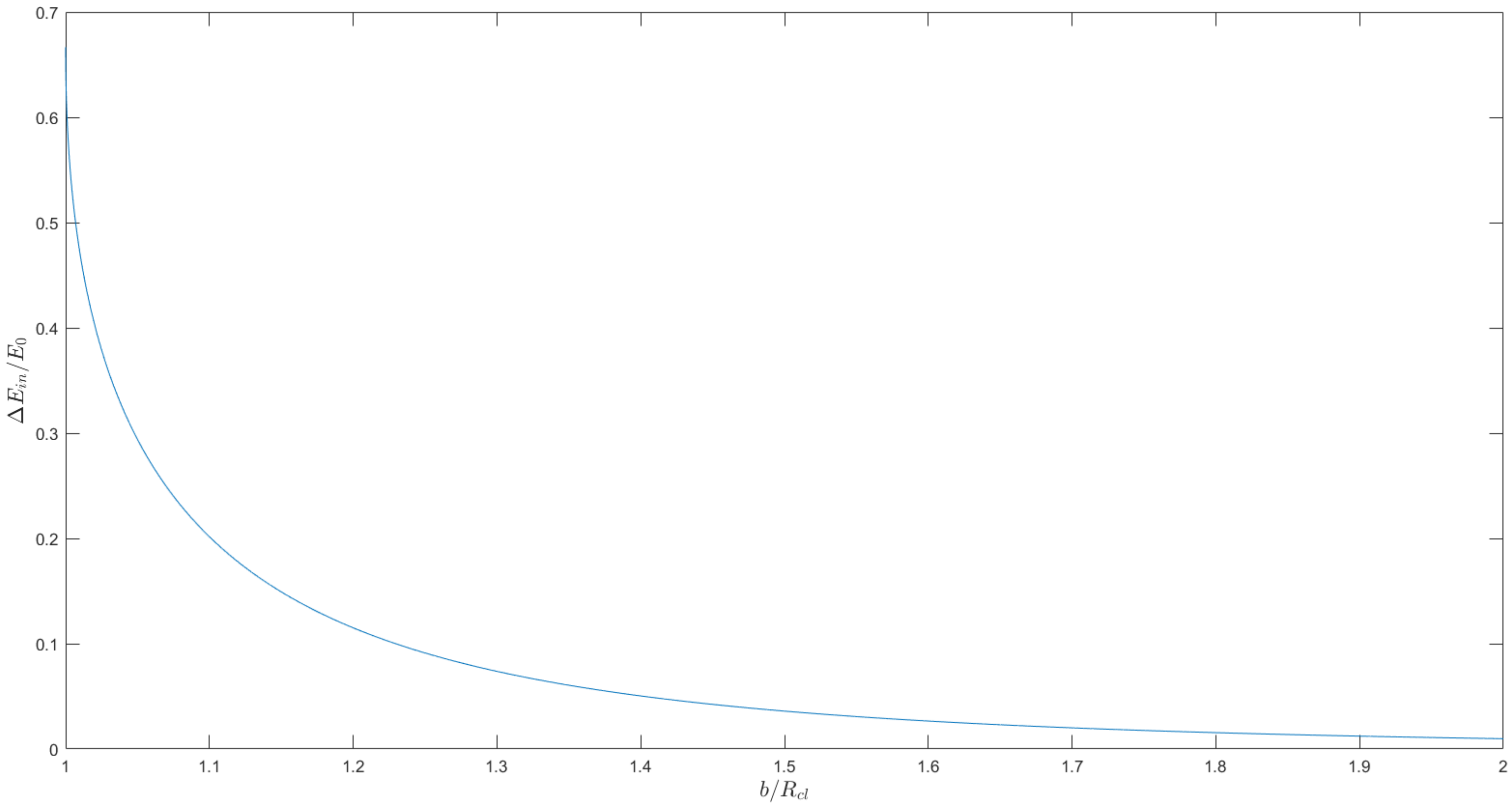
Изменение внутренней энергии кластера

$$\Delta\mathbf{v}_{CM} = \frac{1}{M_{cl}}\int\limits_0^{R_{cl}} \rho r^2 \mathrm{d}r \int\limits_0^{\pi} \sin\theta \mathrm{d}\theta \int\limits_0^{2\pi} \Delta\mathbf{v} \mathrm{d}\phi = \frac{2Gm_\star}{vb}\mathbf{e}_y$$

$$\Delta E_{CM} = \frac{M_{cl}\Delta\mathbf{v}_{CM}^2}{2} = \left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \frac{2M_{cl}}{b^2} \qquad E = E_{in} + E_{CM}$$

$$\Delta E_{in} = \Delta E - \Delta E_{CM} = 8\pi\left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho\left[R_{cl} - \sqrt{b^2 - R_{cl}^2}\,\arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{b^2 - R_{cl}^2}}\right) - \frac{R_{cl}^3}{3b^2}\right]$$

Изменение внутренней энергии кластера



Изменение внутренней энергии в единицу времени

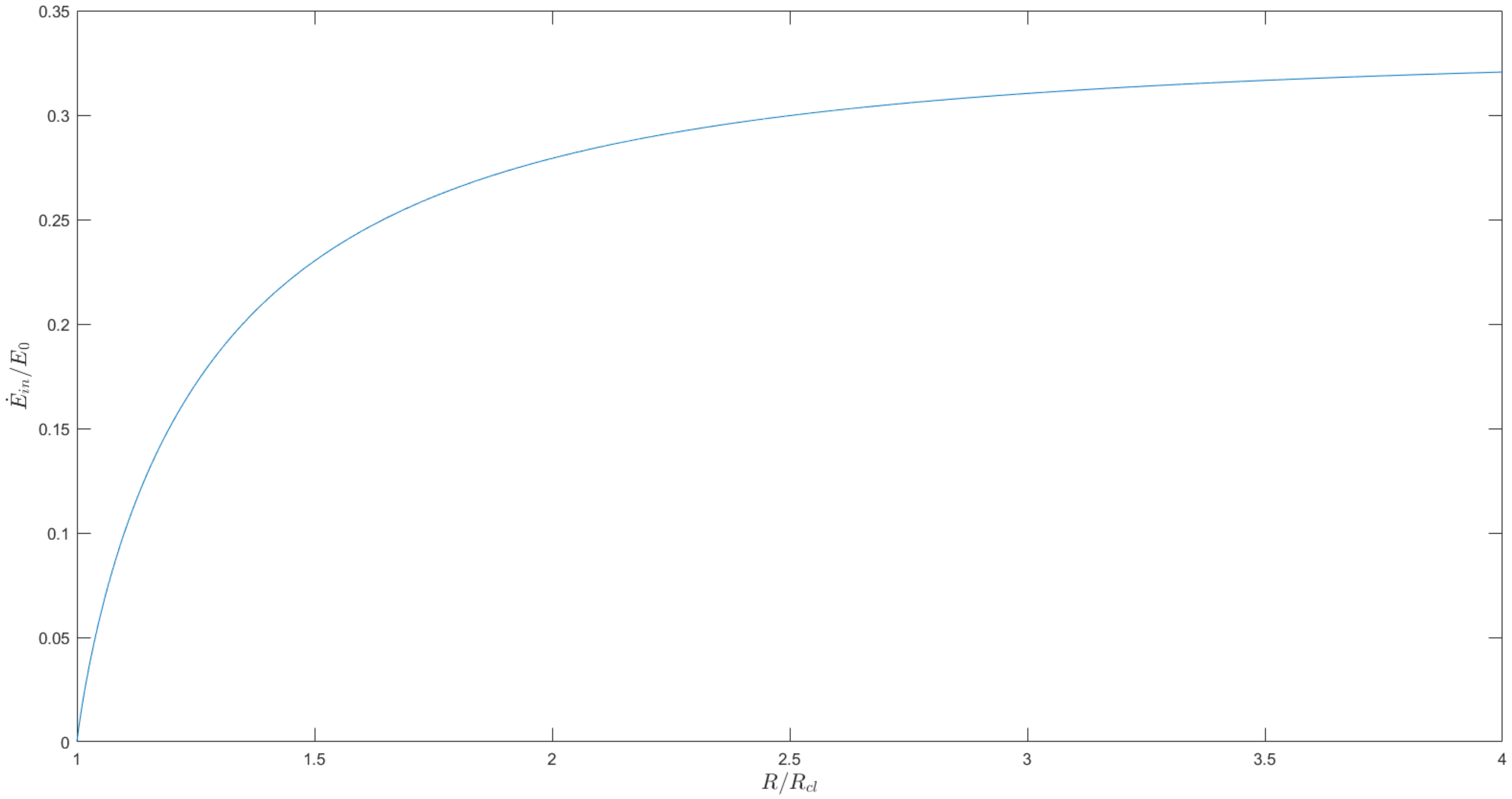
Теперь когда мы знаем какую внутреннюю энергию кластер получает от одной звезды, мы можем просуммировать по всем встречам со звездами, которые происходят с частотой $n_\star v \cdot 2\pi b db$ в единицу времени:

$$\dot{E}_{in} = 16\pi^2 \left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho n_\star v \left[\int\limits_{R_{cl}}^{R} R_{cl} b \mathrm{d}b - \int\limits_{R_{cl}}^{R} \sqrt{b^2 - R_{cl}^2} \arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{b^2 - R_{cl}^2}}\right) b \mathrm{d}b \right.$$

$$\left. - \int\limits_{R_{cl}}^{R} \frac{R_{cl} \mathrm{d}b}{3b}\right]$$

$$= \frac{16}{3}\pi^2 \left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho n_\star v \left[R_{cl}(R^2 - R_{cl}^2) - (R^2 - R_{cl}^2)^{3/2} \arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{R^2 - R_{cl}^2}}\right)\right]$$

Изменение внутренней энергии в единицу времени от размера системы



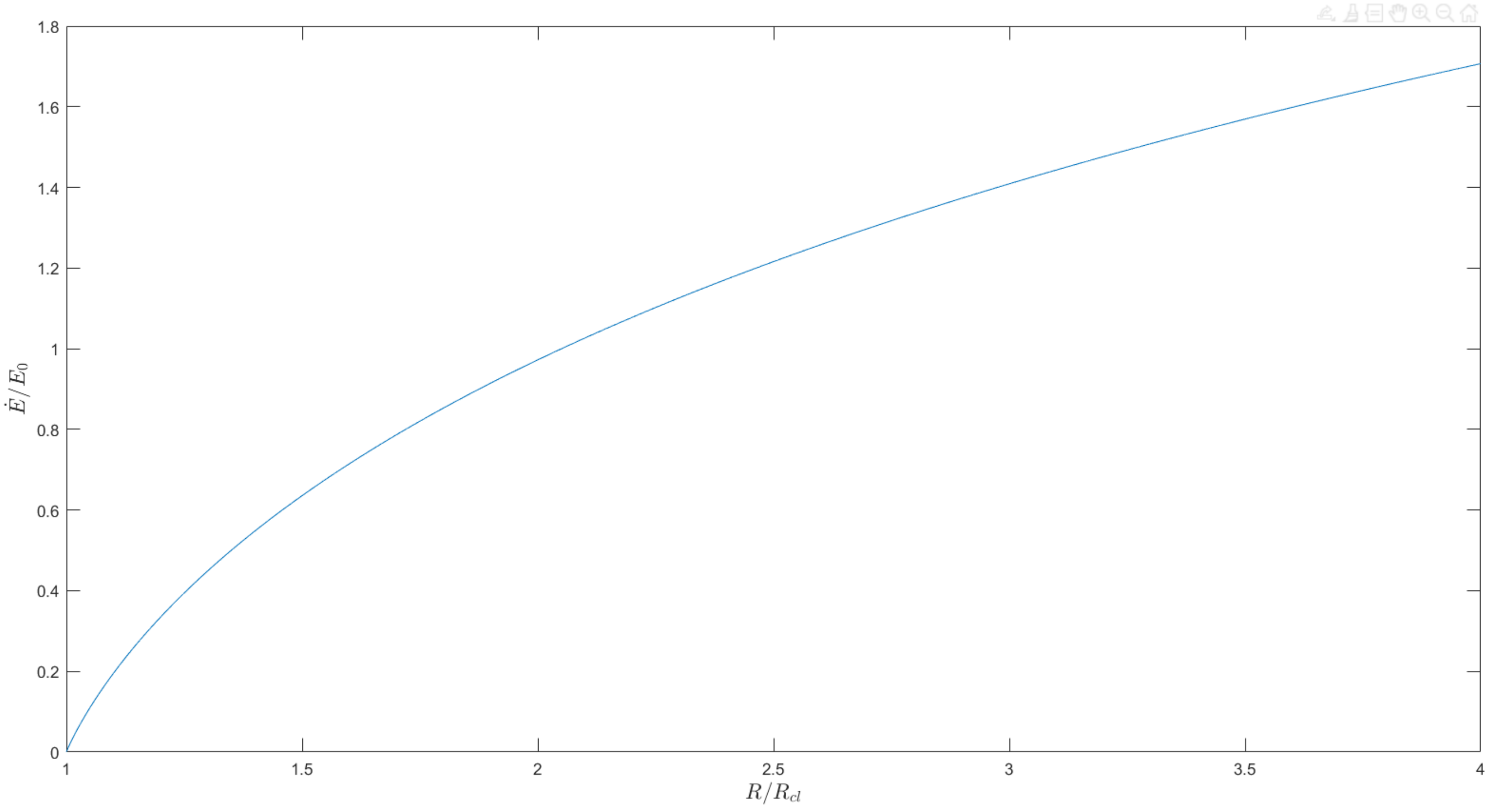
Изменение полной энергии в единицу времени

$$\dot{E} = 16\pi^2 \left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho n_\star v \left[\int_{R_{cl}}^{R} R_{cl} b \mathrm{d}b - \int_{R_{cl}}^{R} \sqrt{b^2 - R_{cl}^2} \arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{b^2 - R_{cl}^2}}\right) b \mathrm{d}b\right]$$

$$= \frac{16}{3}\pi^2 \left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho n_\star v \left[R_{cl}(R^2 - R_{cl}^2) + R_{cl}^3 \ln\frac{R}{R_{cl}}\right.$$

$$\left. - (R^2 - R_{cl}^2)^{3/2} \arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{R^2 - R_{cl}^2}}\right)\right]$$

Изменение полной энергии в системе покоя кластера



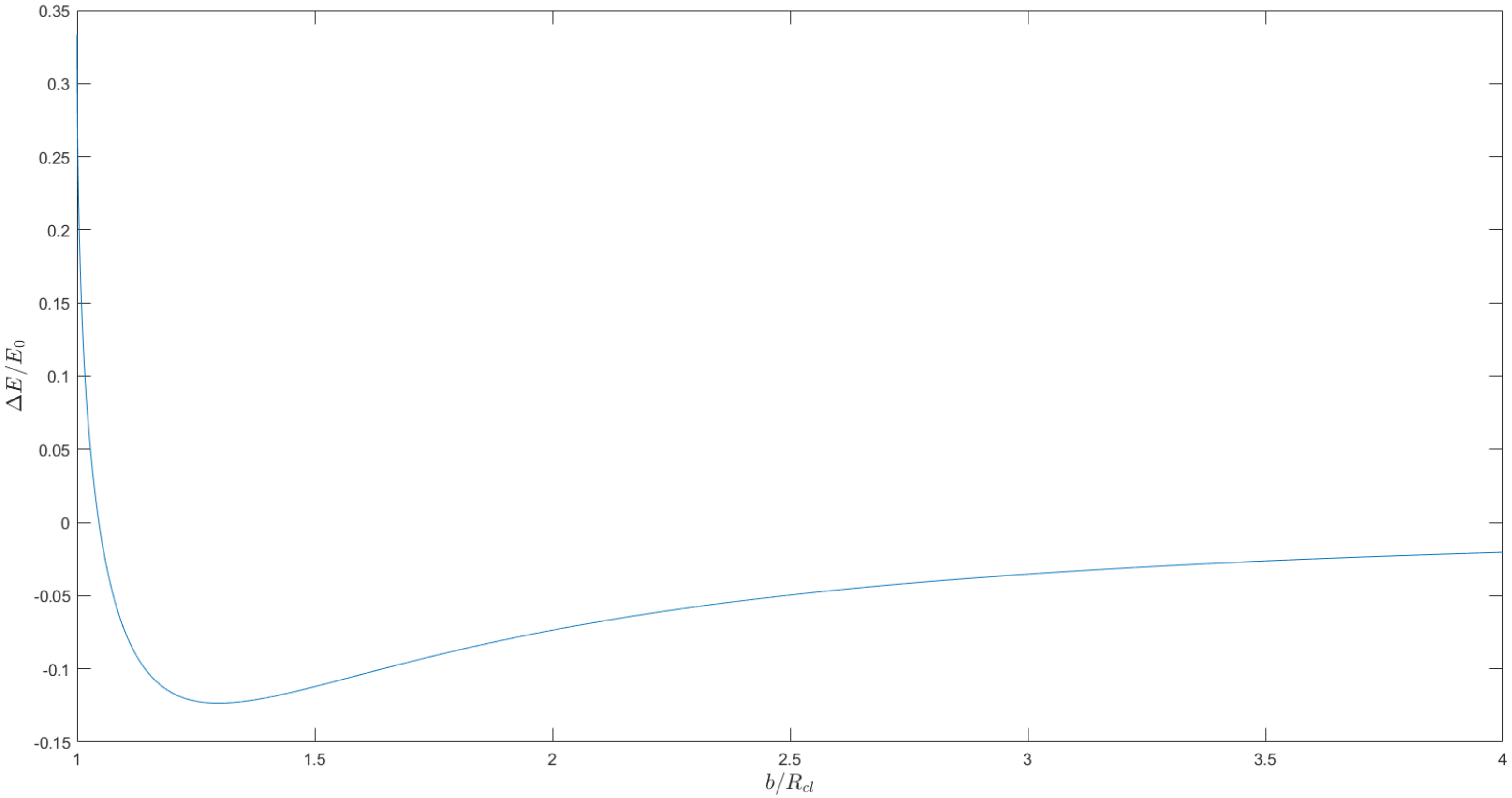
Изменение энергии в лабораторной системе

$$\Delta E = \Delta E_{in} + \Delta E_{CM}$$

$$\Delta E_{CM} = -\frac{M_{cl}\Delta \mathbf{v}^2_{CM}}{2} = -\left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \frac{2M_{cl}}{b^2}$$

$$\Delta E = 8\pi \left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho \left[R_{cl} - \sqrt{b^2 - R_{cl}^2}\arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{b^2 - R_{cl}^2}}\right) - \frac{2R_{cl}^3}{3b^2}\right]$$

Изменение энергии в лабораторной системе



Изменение энергии в единицу времени

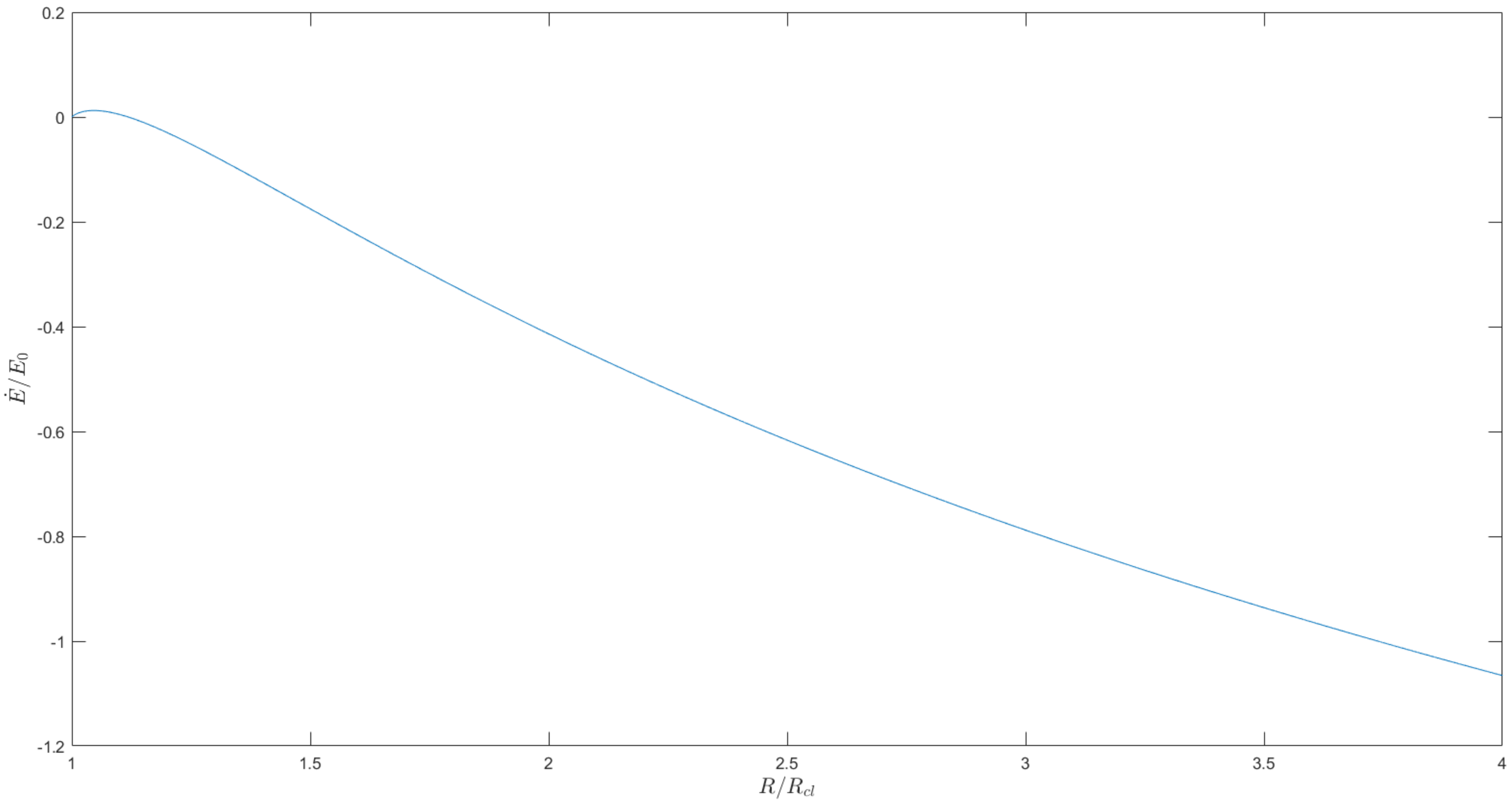
$$\dot{E} = 16\pi^2 n_\star v \left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho \left[R_{cl} \int\limits_{R_{cl}}^{R} b\mathrm{d}b \right.$$

$$- \int\limits_{R_{cl}}^{R} \sqrt{b^2 - R_{cl}^2} \arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{b^2 - R_{cl}^2}}\right) b\mathrm{d}b - \left. \int\limits_{R_{cl}}^{R} \frac{2R_{cl}^3 \mathrm{d}b}{3b} \right]$$

$$= 16\pi^2 n_\star v \left(\frac{Gm_\star}{v}\right)^2 \rho \frac{1}{3} \left[R_{cl}(R^2 - R_{cl}^2) - R_{cl}^3 \ln \frac{R}{R_{cl}} \right.$$

$$\left. - (R^2 - R_{cl}^2)^{3/2} \arctan\left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{R^2 - R_{cl}^2}}\right) \right]$$

Изменение энергии в единицу времени



Заключение

В данной работе изучалось взаимодействие кластера ПЧД со звездами. В ходе работы были получены выражения для изменения внутренней энергии кластера в приближениях, что кластер покоится, звезда налетает на него, и в обратном приближении, когда кластер движется, а звезда покоится. В результате этих приближений были получены полное изменение энергии кластера. Результаты показали, если кластер покоится, то в ходе взаимодействия со звездами он будет получать энергию, если кластер движется, то он будет терять энергию при большинстве прицельных параметров.

Спасибо за внимание!