

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»  
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 53.05, 53.07

**ОТЧЁТ**  
**О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ**  
**ОЦЕНКА ВКЛАДА ПОГРЕШНОСТИ ПФР ПРИ**  
**ИЗМЕРЕНИИ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ УГЛОВЫХ**  
**КОЭФФИЦИЕНТОВ В ПРОЦЕССАХ ЛЕПТОННОГО**  
**РАСПАДА W-БОЗОНА В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ATLAS**

Научный руководитель

\_\_\_\_\_ Д. Е. Пономаренко

Выполнил

\_\_\_\_\_ Г. А. Толкачёв

Москва 2022

# Оглавление

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Введение</b>  | <b>2</b>  |
| <b>1 Основные сведения</b>   | <b>4</b>  |
| 1.1 Стандартная модель . . . . .                                   | 4         |
| 1.2 Процесс Дрелла-Яна . . . . .                                   | 6         |
| 1.3 Дифференциальное сечение процесса Дрелла-Яна . . . . .         | 7         |
| 1.4 Внутренняя структура протонов . . . . .                        | 12        |
| 1.4.1 Глобальный анализ КХД . . . . .                              | 14        |
| <b>2 Экспериментальная установка</b>                               | <b>16</b> |
| 2.1 Большой адронный коллайдер . . . . .                           | 16        |
| 2.2 Детектор ATLAS . . . . .                                       | 18        |
| 2.2.1 Система координат . . . . .                                  | 19        |
| <b>3 Методика измерения угловых коэффициентов <math>A_i</math></b> | <b>21</b> |
| 3.1 Метод моментов . . . . .                                       | 21        |
| 3.2 Система покоя Коллинза-Сопера . . . . .                        | 22        |
| 3.3 Метод максимального правдоподобия . . . . .                    | 23        |
| <b>4 Используемые данные</b>                                       | <b>27</b> |
| 4.1 Критерии на отбор событий . . . . .                            | 30        |
| <b>5 Измерение угловых коэффициентов</b>                           | <b>34</b> |
| 5.1 Исследование PDF погрешностей . . . . .                        | 35        |
| 5.1.1 Результаты . . . . .   | 36        |
| <b>Заключение</b>  | <b>39</b> |
| Список использованных источников . . . . .                         | 40        |

# Введение

Исследования в физике элементарных частиц привели к созданию теории взаимодействия частиц на субъядерном уровне, которую принято называть Стандартной моделью (СМ). На протяжении нескольких десятилетий экспериментальные данные подтверждают справедливость данной теории и ее предсказательную силу. Однако, не смотря на точность прогнозов СМ, эта модель обладает рядом недостатков и нерешенных проблем, которые не позволяют считать ее окончательной теорией.

В рамках проверки предсказаний СМ при больших энергетических масштабах, а также для поиска новой физики, выходящей за рамки СМ, осуществляется глобальная программа экспериментальных исследований на различных ускорительных комплексах, в частности, в одном из многоцелевых экспериментов на Большом адронном коллайдере ATLAS[1]. Традиционным направлением является изучение закономерностей рождения пар лептонов при аннигиляции кварк-антикварковой пары посредством обмена переносчиками электрослабого взаимодействия – процесса Дрелла – Яна[2]  $qq \rightarrow V + X$ , где  $V = Z, W$  или  $\gamma^*$ . Процессы подобного рода интересны для изучения на ускорителе ЛHC по ряду причин. Во-первых, это проверка теоретических расчетов и увеличение точности измерения сечений процесса Дрелла – Яна. Сравнение предсказываемых значений с измеренными в эксперименте позволяет оценить наше понимание процесса Дрелла – Яна и осуществить поиск отклонений от предсказаний СМ, а также стимулирует дальнейшие вычисления в рамках пертурбативной теории КХД. Во-вторых, процесс Дрелл-Яна имеет достаточно простую сигнатуру, которая обеспечивает как высокую эффективность регистрации лептонов конечного состояния, так и достаточное подавление фоновых событий. Большая статистика производства  $W$  и  $Z$  бозонов на ЛHC позволяет с большой точностью произвести измерение дифференциальных сечений рождения леп-

тонных пар в процессах Дрелла-Яна, а также исследовать угловые распределения в зависимости от кинематических переменных. При рассмотрении процесса Дрелл-Яна можно изучить эффекты лептон-адронных корреляций. Эта корреляции могут быть описаны набором адронных структурных функции  $A_i$ . В СМ имеются свободные параметры, которые не предсказываются этой теорией. Измеряя коэффициенты  $A_i$ , можно ограничить один из этих свободных параметров. А именно, коэффициенты  $A_3$  и  $A_4$  связаны со слабым углом смешивания  $\sin^2\theta_W^{eff}$ , который связывает между собой массы  $W$  и  $Z$  бозонов. Помимо прочего, интерес вызывает соотношение Лама-Тунга[3–5]  $A_0 = A_2$ , нарушение которого в более высоких порядках теории возмущений может служить доказательством влияния вакуума КХД на корреляции спина и импульса.

На сегодняшний день имеется несколько результатов работ по измерению угловых поляризационных коэффициентов для лептонного распада  $W$  бозона[6]. Однако, ни одна из работ не предоставляет полный набор измеренных угловых коэффициентов  $A_i$ . Это связано с трудностью полной реконструкции  $W$  бозона, из за нейтрино в конечном состоянии, который не регистрируется напрямую детектором ATLAS. Однако, согласно работе [7] полный набор угловых коэффициентов  $A_i$  в лептонном распаде  $W$  бозона может быть измерен.

На первичном этапе анализа требуется проводить измерения угловых коэффициентов  $A_i$  с использованием данных, которые полностью соответствуют Монте-Карло симуляциям при этом имеют статистическую погрешность экспериментальных данных. Целью данной работы является оценка вклада погрешности PDF для угловых поляризационных коэффициентов  $A_i$ .

# Глава 1

## ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

### 1.1 Стандартная модель

Стандартная модель (СМ)[8] является одной из важнейших теоретических конструкций в физике элементарных частиц, которая позволяет теоретически предсказать свойства различных процессов в физике элементарных частиц. В рамках Стандартной модели имеется 2 типа элементарных частиц: бозоны и фермионы.

Фермионы имеют полуцелый спин, поэтому описываются статистикой Ферми-Дирака. Сами фермионы делятся на две подгруппы: кварки и лептоны. Считается, что лептоны это частицы, не участвующие в сильных взаимодействиях и не имеющие внутренней структуры. Все они имеют спин, равный  $1/2$ . Лептоны делятся на электрически заряженные частицы ( $e, \mu, \tau$ ) и электрически нейтральные частицы - нейтрино ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ). Каждому заряженному лептону ставится в соответствие свое нейтрино, вместе с которым они образуют семейство лептонов. Известно, что в Стандартной модели существует три лептонных семейства:

$$(\nu_e, e^-)(\nu_\mu, \mu^-)(\nu_\tau, \tau^-)$$

Все лептонные семейства сохраняются в процессах, описываемых Стандартной моделью.

Кварки являются массивными частицами, имеющие электрический и цветовой заряд, в настоящее время известно шесть различных ароматов

кварков:  $u, d, c, s, t, b$ . Кварки, как и лептоны, образуют три семейства:

$$(u, d)(c, s)(t, b)$$

Кварки, как и лептоны, имеют спин  $1/2$ . Все кварки имеют электрически заряд. Электрический заряд  $u, c, t$  кварков, равен  $+2/3$ , а у кварков  $d, s, b$ , равен  $-1/3$  в единицах элементарного заряда. Помимо электрического заряда у кварков имеется цветовой заряд. Цветовой заряд условно обозначают за красный, синий и зеленый. Сильные взаимодействия между кварками обусловлены наличием у кварков этих цветовых зарядов. Помимо сильного взаимодействия кварки могут участвовать в слабых и электромагнитных взаимодействиях. Кварки не могут существовать в несвязанном состоянии, поэтому существуют бесцветные системы, состоящие из нескольких кварков - адроны. Всем частицам Стандартной модели ставится в соответствии античастица, у которых противоположный электрически заряд, но масса и спин такая же.

Помимо фермионов в Стандартную модель входят калибровочные бозоны, являющиеся переносчиками трех фундаментальных взаимодействий, входящих в Стандартную модель. Переносчиком электромагнитного взаимодействия является безмассовый фотон  $\gamma$ . За слабое взаимодействия отвечают  $W^\pm$  и  $Z^0$  бозоны, которые имеют массу. А за сильное взаимодействие между частицами отвечают 9 безмассовых глюонов. Калибровочные бозоны имеют спин 1, поэтому описываются статистикой Бозе-Эйнштейна.

Для завершения построения Стандартной модели, необходимо ввести бозон Хиггса. Именно за счет взаимодействия с полем Хиггса частицы обретают массу. Стандартная модель построена на локальной калибровочной симметрии

$$SU(3)_c \oplus SU(2)_L \oplus U(1)_Y,$$

спонтанно нарушаемой за счет скалярного Хиггсова поля с ненулевым вакуумным средним до

$$SU(3)_c \oplus U(1)_{em}.$$

После спонтанного нарушения симметрии все фермионы приобретают массу, кроме нейтрино. Приобретают массу бозоны группы  $SU(2)_L \oplus U(1)_Y$ , кроме фотона. Глюоны остаются безмассовыми, т.к. цветовая симметрия

не нарушена.

## 1.2 Процесс Дрелла-Яна

Класс процессов, характеризующиеся кварками в начальном состоянии, лептонами в конечном состоянии и бозоном в промежуточном состоянии называют процессами Дрелла-Яна[2]. Процессы Дрелла-Яна разделяют на два типа по величине заряда промежуточного бозона: нейтральный ток с  $\gamma$  или  $Z$  и заряженный ток с  $W$ .

Процессы Дрелла-Яна с участием нейтрального тока имеют наиболее удобную для измерения сигнатуру. Это связано с тем, что в конечном состоянии такого процесса имеются два лептона, которые регистрируются системой детекторов с большой точностью, чем, например, струи. До недавнего времени считалось, что ситуация с заряженным током хуже из-за невозможности однозначной реконструкции полярного угла нейтрино, которое не регистрируется напрямую на детекторе ATLAS. Однако, согласно статье [7] процесс Дрелл-Яна с заряженным током может быть так же хорошо изучен как и с нейтральным током. На рисунке 1.2.1 показан процесс взаимодействия двух  $pp$  протонов с жестким процессом аннигиляции кварка  $u$  и антикварка  $\bar{d}$  в промежуточный  $W^+$  бозон с его последующим распадом на позитрон  $e^+$  и нейтрино  $\nu$ .

Процесс Дрелла-Яна, а именно  $p + N \rightarrow \mu^+ \mu^- + X$  впервые был зарегистрирован на ускорителе AGS(Alternating Gradient Synchrotron)[9]. После чего этот класс процессов продолжали исследовать на установка Fermilab Dimuon Spectrometr[10], а также на экспериментах на ускорителе Tevatron. Главными целями исследований процессов Дрелл-Яна были измерения квантовых распределений партонов в адроне и электрослабых параметров СМ. Исследование процесса Дрелла-Яна проводится и в наше время. На сегодняшний день, основными локациями по изучению процесса Дрелла-Яна являются эксперименты большого адронного коллайдера ATLAS[11], LHSb[12], CMS[13]. Например, во время второго сеанса набора данных в результате протон-протонных столкновений на эксперимента ATLAS рождалось огромное число  $W$  и  $Z$  бозонов. Такая большая статистика в производстве  $Z$  и  $W$  может гарантировать измерение электросла-

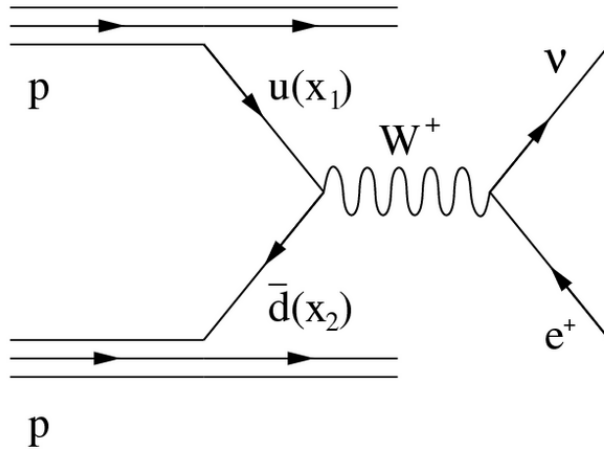


Рисунок 1.2.1 – Схематическое изображение процесса Дрелла-Яна при протон-протонном взаимодействии.

бых процессов с высокой точностью.

Изучение процессов Дрелла-Яна, в основном, включает в себя измерение сечения рождения пары лептонов. Данные измерения, не только позволяют проверить теоретические значения, вычисляемые в настоящее время в NNLO (англ., Next-to-Next Leading Order), но и стимулирует дальнейшее развитие вычислений в рамках пертурбативной КХД теории. Изучая данные процессы, измеряют партонные функции, которые описывают внутреннюю структуру адрона. Помимо прочего, изучение процессов Дрелла-Яна позволяет выполнить измерение слабого угла смешивания  $\sin^2_W^{eff}$  [14]. С помощью данного измерения проверяются предсказания СМ, отклонения от которой может указывать на существование новой физики за рамками СМ. Кроме того, большая статистика лептонных распадов  $W$  и  $Z$  бозонов предоставляет возможность использовать эти процессы для оценки качества работы детектора и мониторинга светимости.

### 1.3 Дифференциальное сечение процесса Дрелла-Яна

Сечение процесса Дрелла-Яна может быть вычислено в рамках кварк-партонной модели. В рамках кварк-партонной модели, партоны являются



составными частями адронов. Партонами являются глюоны, валентные и морские кварки. И несмотря на то, что в КХД запрещаются несвязанные состояния кварков и глюонов, в данном случае все партоны могут быть рассмотрены как отдельные частицы, которые независимо могут принимать участие в взаимодействиях в результате столкновений с другими адронами или же лептонами. Часть импульса адрона, приходящийся на каждый партон может быть охарактеризована функцией распределения партонов в адроне. Партонная функция распределения, обозначенная как  $f_a^{h_1}(x_1, \mu_F^2)$ , означает плотность вероятности того, что партон  $a$  в адроне  $h_1$  при переданном импульсе  $Q^2$  имеет долю импульса  $x_1$  адрона на энергетическом масштабе, который задается параметром шкалы факторизации КХД  $\mu_F$ . Малые области переданного импульса  $Q^2$  соответствуют непertурбативной области, в которой прямое выделение партонных функций остаётся невозможным, тем не менее, благодаря теореме факторизации[15] может быть обеспечено отделение пертурбативной области от непertурбативной.

Сечение представляется свёрткой функций распределений партонов в протоне и вычисляемого в КХД сечения жесткого процесса[16]:

$$\frac{d\sigma^{h_1 h_2}}{dp_T^2 dy d\Omega^*} = \sum_{a,b} \int dx_1 dx_2 f_a^{h_1}(x_1, \mu_F^2) f_b^{h_2}(x_2, \mu_F^2) \frac{sd\hat{\sigma}_{ab}}{dt du d\Omega^*}(x_1 P_1, x_2 P_2, \alpha_s(\mu_R^2)), \quad (1.1)$$

партонное сечение  $\sigma_{ab}$ , вычисляется по порядку малости сильной константы связи КХД  $\alpha_s(\mu_R)$ , где  $\mu_R$  — энергетический масштаб перенормировки. За переменные  $p_T$  и  $y$  обозначаются поперечный импульс и быстрота промежуточного  $W$  бозона, а за  $d\Omega^* = d\cos\theta d\phi$  телесный угол, где  $\theta$  и  $\phi$  полярный и азимутальный угол в системе покоя бозона. Переменные  $P_1$  и  $P_2$  являются четырёх-импульсами протонов. За  $s, u$  и  $t$  обозначаются мандельштамовские переменные, которые определяются как  $s = (p_1 + p_2)^2$ ,  $t = (p_1 - q)^2$ ,  $u = (p_2 - q)^2$ , где  $p_1 = x_1 P_1$  и  $p_2 = x_2 P_2$  — импульсы партонов, а  $q$  переданный импульс, соответственно. Суммирование в формуле 1.1 производится по всем ароматам партонов  $a, b = q, \bar{q}, g$ .

Формально, дифференциальное сечение процесса Дрелла-Яна может быть представлено как свертка адронного  $H_{\mu\nu}$  и лептонного тензора  $L_{\mu\nu}$ , которая описывает лептон-адронные корреляции. Угловая зависимость мо-

жет быть получена путем представления девяти спиральных сечений, которые отвечают ненулевым комбинациям матричных элементов поляризационной матрицы плотности бозона[17]. Таким образом, угловая зависимость в системе покоя  $W$  бозона может быть задана девятью спиральными сечениями:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2 dy d\cos\theta d\phi} = \sum_{\alpha \in M} g_\alpha(\theta, \phi) \frac{3}{16\pi} \frac{d\sigma^\alpha}{dp_T^2 dy}, \quad (1.2)$$

$$M = \{U + L, L, T, I, P, A, 7, 8, 9\},$$

где  $g_\alpha(\theta, \phi)$  - гармонические полиномы второго порядка, а  $d\sigma^\alpha$  сечения с заданной спиральностью, которые представляют собой линейные комбинации элементов поляризации матрицы плотности. Для  $\alpha = L + U$  сечение  $d\sigma^\alpha$  соответствует сечению неполяризованных бозонов, в то время как для всех остальных  $\alpha \in M$ , сечения  $d\sigma^\alpha$  обозначают различные вклады для калибровочных бозонов с различной поляризацией[18].

$$\begin{aligned} g_{U+L}(\theta, \phi) &= 1 + \cos^2(\theta), \\ g_L(\theta, \phi) &= 1 - 3\cos^2(\theta), \\ g_T(\theta, \phi) &= 2\sin^2(\theta)\cos(2\phi), \\ g_I(\theta, \phi) &= 2\sqrt{2}\sin^2(2\theta)\cos(\phi), \\ g_P(\theta, \phi) &= 2\cos(\theta), \\ g_A(\theta, \phi) &= 4\sqrt{2}\sin(\theta)\cos(\phi), \\ g_7(\theta, \phi) &= 2\sin^2(\theta)\cos(2\phi), \\ g_8(\theta, \phi) &= 2\sqrt{2}\sin^2(2\theta)\cos(\phi), \\ g_9(\theta, \phi) &= 4\sqrt{2}\sin(\theta)\cos(\phi), \end{aligned} \quad (1.3)$$

Спиральные сечения  $d\sigma^{U+L, L, T, I, 9}$  получают вклад от частей адронного тензора, сохраняющие  $P$  четность, в то время как в сечения  $d\sigma^{P, A, 7, 8}$  пропорциональны частям адронного тензора, которые нарушают  $P$  четность, т.е. они меняют знак при преобразовании  $P$  четности. А так как угловые коэффициенты  $g_{P, A, 9}$  тоже меняют знак при преобразовании  $P$  четности, то угловые распределения включающие спиральные сечения  $d\sigma^{U+L, L, T, I, P, A}$  будут  $P$  четными. Кроме того, спиральные сечения  $\sigma^{7, 8, 9}$  являются  $T$ -нечетными.

Каждое индивидуальное спиральное сечение зависит от констант связи  $W$ -бозона с кварками и лептонами следующим образом:

$$\begin{aligned}
d\sigma^{U+L,L,T,I} &\propto (u_l^2 + a_l^2)(u_q^2 + a_q^2), \\
d\sigma^{P,A} &\propto u_l a_l u_q a_q, \\
d\sigma^{7,8} &\propto u_l a_l (u_q^2 + a_q^2), \\
d\sigma^9 &\propto u_q a_q (u_l^2 + a_l^2),
\end{aligned} \tag{1.4}$$

здесь  $u_q(u_l)$  и  $a_q(a_l)$  являются векторными и аксиально векторными константами связи промежуточного бозона с кварками(лептонами).

Помимо данного выражения, дифференциальное сечение можно выразить через безразмерные угловые коэффициенты, которые являются отношением сечения с определенной поляризацией к не поляризованному сечению:

$$\begin{aligned}
A_0 &= \frac{2d\sigma^L}{d\sigma^{U+L}} & A_1 &= \frac{2\sqrt{2}d\sigma^I}{d\sigma^{U+L}}, & A_2 &= \frac{4d\sigma^T}{d\sigma^{U+L}} & A_3 &= \frac{4\sqrt{2}d\sigma^A}{d\sigma^{U+L}}, \\
A_4 &= \frac{2d\sigma^P}{d\sigma^{U+L}} & A_5 &= \frac{2d\sigma^7}{d\sigma^{U+L}}, & A_6 &= \frac{2\sqrt{2}d\sigma^8}{d\sigma^{U+L}} & A_7 &= \frac{4\sqrt{2}d\sigma^9}{d\sigma^{U+L}}.
\end{aligned} \tag{1.5}$$

Таким образом, дифференциальное сечение может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma}{dp_T^2 dy d\Omega^*} &= \frac{3}{16\pi} \frac{d\sigma^{U+L}}{dp_T^2 dy} \\
&\left[ (1 + \cos^2 \theta) + \frac{1}{2} A_0 (1 - 3 \cos \theta) + A_1 \sin 2\theta \cos \phi \right. \\
&+ \frac{1}{2} A_2 \sin^2 \theta \cos 2\phi + A_3 \sin \theta \cos \phi + A_4 \cos \theta \\
&\left. + A_5 \sin^2 \theta \sin 2\phi + A_6 \sin 2\theta \sin \phi + A_7 \sin \theta \sin \phi \right].
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Формула 1.6 дифференциального сечения является точной во всех порядках теории возмущений КХД и КЭД. Дифференциальное сечение можно

записать в следующем виде:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2 dy d\Omega^*} = \frac{3}{16\pi} \frac{d\sigma^{U+L}}{dp_T^2 dy} \left[ (1 + \cos^2 \theta) + \sum_{i=0}^7 P_i(\cos\theta, \phi) A_i(p_T, y) \right], \quad (1.7)$$

где как  $P_i(\cos\theta, \phi)$  представлены полиномы при соответствующих им угловых коэффициентах. Сами угловые коэффициенты  $A_i$  являются зависимыми от кинематических переменных промежуточного бозона, а именно:  $p_T$ -поперечного импульса и  $y$  - быстроты. Данная зависимость определяется выбором оси  $z$  системы покоя промежуточного бозона. В случае  $W$  бозона, углы  $\theta$  и  $\phi$  соответствуют заряженному лептону процесса лептонного распада  $W \rightarrow l\nu_l$ . Используя представление с спиральными сечениями мы тем самым разделил динамическую информацию адронной системы и кинематику лептонов. Таким, образом вся адронная физика данного процесса косвенным образом описывается угловыми коэффициентами, отделенными от хорошо понятной лептонной и бозонной физики.

В случае когда поперечный импульс бозона стремится к нулю значения всех угловых коэффициентов также стремится к нулю, кроме  $A_4$ , который, помимо прочего, остается ненулевым в лидирующем порядке КХД. Согласно теоретическим оценкам ожидается, что коэффициенты  $A_0$  и  $A_2$  будут расти с ростом поперечного импульса  $W$ -бозона и достигнут насыщения при значениях близких к единице для очень высоких поперечных импульсов. Коэффициенты от  $A_5$  до  $A_7$  будут близки к нулю. Наличие в угловом распределении слагаемых, нарушающих  $P$  честность, а именно,  $A_3$  и  $A_4$  приводит к пространственной асимметрии распределений лептонов. При интегрировании уравнения по азимутальному углу  $\phi$  теряется информация о всех угловых коэффициентах, кроме  $A_0$  и  $A_4$ . В коэффициент  $A_3$  наибольший вклад вносит процесс кварк-глюонного взаимодействия, поэтому его измерение может быть использовано для ограничений глюон-партонных функций распределения. С помощью коэффициента  $A_4$ , можно определить величину асимметрии по полярному углу вылета лептона. В качестве параметра асимметрии обычно используют величину асимметрии «вперед-назад»  $A_{FB} = 3/8A_4$ . Асимметрию вылета «вперед-назад» можно

выразить через соответствующие число событий вылета лептона «вперед»  $\cos\theta^* > 0$  и «назад»  $\cos\theta^* < 0$ :

$$\begin{aligned}
 A_{FB} &= \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}, \\
 \sigma_F &= \int_0^1 \frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} d\cos\theta^*, \\
 \sigma_B &= \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} d\cos\theta^*,
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Асимметрия вылета «вперед-назад» является одним из важнейших инструментов для изучения спиновой структуры взаимодействий с обменом промежуточным  $W$  бозоном. Данная величина связана с  $(V - A)$  структурой слабых токов и чувствительная к значениям векторных и аксиально-векторных констант связи, поэтому данная величина может быть использована для поиска разнообразных гипотетических вкладов новой физики: дополнительных измерений, внутренней структуры кварков и лептонов, супер-симметричных частиц, новых нейтральных калибровочных бозонов и др., Помимо прочего, с помощью коэффициента  $A_4$  можно произвести измерение слабого угла смешивания  $\sin\theta_W^{eff}$ .

Интересным для исследований является отношение Лама-Тунга  $A_0 = A_2[3-5]$ , которое сохраняется в лидирующем порядке КХД, однако, нарушается в более высоких порядках КХД. Одним из объяснений данного явления может служить влияние вакуума КХД на корреляции спина и импульса.

## 1.4 Внутренняя структура протонов

Первые указания на нетривиальную внутреннюю структуру протона были получены в новаторских экспериментах Хофштадтера и др. [19][20]. В этих экспериментах, исследуя отклонения от простых формул рассеяния Мотта для точечных частиц, можно было бы решить проблему конечного размера протона. В результате многочисленных измерений было определено распределение плотности электрического заряда в разных ядрах.

Хотя результат экспериментов Хофштадтера уже намекал на лежащую в основе подструктуру, серьезная возможность того, что протон явля-

ется составным, возникла только позже, с идеями, выдвинутыми независимо Цвейгом[21] и Гелл-Манном[22] в 1964 году. Постулируя существование трех "тузов" (термин Цвейга) или "кварков" (термин Гелл-Манна) с дробным электрическим зарядом, барионным числом и спином  $1/2$ , сложную структуру мультиплетов адронов и мезонов можно было бы объяснить довольно компактным способом. Однако Цвейг и Гелл-Манн были по понятным причинам осторожны в интерпретации этих объектов как физических частиц конечной массы, а не просто удобных математических структур, в частности, учитывая, что механизм связывания таких кварков вместе не был понят, а стабильные кварки не были обнаружены экспериментально.

После этого в 1967 году были проведены новые эксперименты по глубокому неупругому рассеянию (DIS) на линейном ускорителе SLAC с энергией 20 ГэВ. Было показано, что в отличие от упругого лептонно-протонного рассеяния, два форм-фактора, связанных с поперечным сечением DIS, так называемые структурные функции, были независимы от  $Q^2$  [23],[24]. Это свидетельствует о том, что взаимодействие электрона происходит на точечных объектах, содержащихся внутри протона, это также продемонстрировало свойство инвариантности формфакторов (Скейлинг Бьёркена), предсказанное Бьоркеном в 1969 году [25].

Эти наблюдения привели Фейнмана к введению партонной модели [26]. Эта концепция, развитая далее в [27], естественным образом объясняет наблюдаемое поведение масштабирования Бьоркена. В то же время Каллан и Гросс показали [28], что структурные функции DIS подчиняются простому соотношению для случая кварковых составляющих со спином  $1/2$ , что также подтверждается данными [29]. Таким образом, эти партоны были естественным образом связаны с "составляющими" кварками Гелл-Манна и Цвейга. Последующая демонстрация асимптотической свободы в 1973 году в сильно взаимодействующих неабелевых калибровочных теориях [30], [31] дала простое объяснение наблюдаемому отсутствию свободных кварков посредством процесса конфаймента. Таким образом модель КХД-партона стала общепринятым подходом для описания процессов рассеяния в сильных взаимодействиях.

Центральным компонентом этой модели партона КХД являются распределения вероятностей импульса, переносимого этими партонами, из-

вестные как функции распределения партона (PDF). Первые исследования были сосредоточены на разработке простых моделей для этих объектов на основе ограниченного доступного экспериментального материала.

Далее была предложена идея о подборе с параметризованного набора PDF функций. Так в работах [32] и [33] была представлена общая форма параметризации и выполнена подгонка с 4 параметрами. По мере увеличения объема и типа данных форма параметризации PDF функций становилась все более общей. Проводились измерения в лидирующем порядке (LO), а далее и в последующем после лидирующего (NLO). К этому времени появилась стратегия "глобального анализа КХД" [34], в котором особое внимание уделялось подбору множества наборов экспериментальных данных из различных процессов, чтобы разделить PDF функции отвечающих различным ароматам.

Стратегия "глобального анализа КХД" развивается по сей день и помимо значения самой PDF сегодня в анализе возможно использовать связанные с ними неопределенности. На сегодняшний день для проведения "глобального анализа КХД" помимо DIS используют измерения в процессах Дрелла-Яна, в процессах с участием струй, рождением фотонов, топ кварка и др. Кроме того, были сделаны ценные теоретические разработки, которые повышают надежность глобальных анализов. Развитием и разработкой PDF занимаются несколько независимых групп, такие как: STEQ [35], NNPDF [36], MSHT/MRST/MSTW/ММНТ [37] и др. Которые в своих работах используют различные параметризации и различные техники вычисления погрешностей и проч. Использование того или иного набора PDF или комбинации нескольких наборов PDF зависит от преследуемых целей анализа, в котором необходимо учесть те или иные функции. Полный список рекомендаций по использованию наборов PDF в анализе данных на БАК второго сеанса набора данных собран в [38].

### 1.4.1 Глобальный анализ КХД

Глобальный анализ PDF подразумевает использование экспериментальных данных многих физических процессов, а также уравнений эволюции партона для построения универсальных распределений, которые наилучшим образом соответствуют экспериментальным данным. Эти распре-

деления затем могут быть использованы для прогнозирования всех других физических наблюдений на энергетическом масштабе превосходящем тот, который доступен в настоящее время.

Основная идея глобальной анализа КХД заключается в подсчете глобальной функции  $\chi^2$  между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными. Когда корреляции между экспериментальными систематическими ошибками недоступны,  $\chi^2$  как функция параметров PDF задается формулой:

$$\chi^2(\alpha) = \sum_k^{N_{pt}} \frac{1}{\sigma_k^2} (D_k - T_k(\alpha))^2, \quad (1.9)$$

где  $N_{pt}$  - количество точек данных, а  $\sigma_k$  - полная экспериментальная погрешность, полученная путем сложения квадратов статистических и систематических ошибок. В этом выражении  $T_k(\alpha)$ - теоретические предсказания, выраженные в терминах параметров PDF функций  $a = \{a_1, \dots, a_n\}$ , а  $D_k$  - центральные значения экспериментальных измерений. На практике в уравнение 1.9 включают корреляционные погрешности. После задания функции 1.9, для получения наилучшей оценки истинного набора PDF, производится нахождение параметров  $a^0 = \{a_1^0, \dots, a_n^0\}$ , которые минимизируют эту функцию.

Наиболее эффективный подход при изучении неопределенности в глобальном анализе данных является квадратичное разложение функции  $\chi^2$  вблизи ее глобального минимума. Таким образом можно получить матрицу Гессиана[39] или матрицу ошибок.

$$H_{ij}(a^0) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_i \partial a_j} \Big|_{a=a^0}, \quad (1.10)$$

Собственные вектора матрица Гессиана играют центральную роль. Они используются для создания базисного набора собственных векторов PDF, из которых могут быть получены соответствующие погрешности для всех физических предсказаний.



## Глава 2

# Экспериментальная установка

В этой главе описывается экспериментальная установка, с использованием данных с которой было проведено исследование. В разделе 2.1 описывается ускорительная установка - Большой адронный коллайдер. В разделе 2.2.1 рассказывается о устройстве и работе детектора ATLAS.

### 2.1 Большой адронный коллайдер

Большой адронный коллайдер (БАК) на сегодняшний день является самым большим и самым мощным ускорителем частиц. Схема его устройства представлена на рисунке 2.1.1. Сам ускоритель является синхротро-

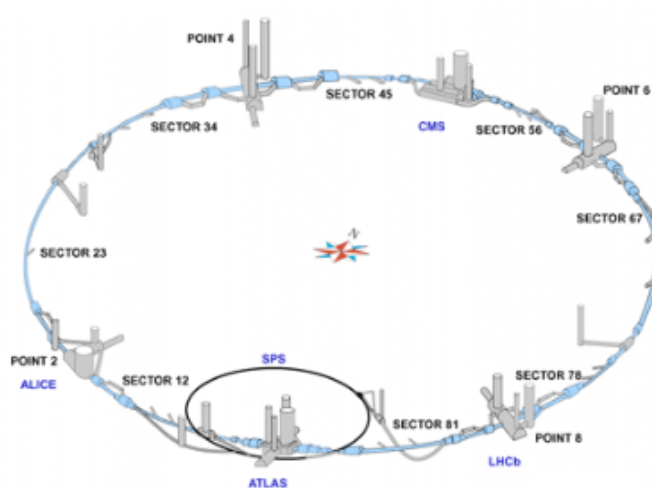


Рисунок 2.1.1 – Схема ускорительного комплекса ЦЕРН

ном, который разгоняет протоны, либо тяжелые ионы по кольцу длиной 26.7 км. В отличие от своего предшественника - ускорителя LEP, БАК имеет более низкие энергетические потери на синхротронное излучение. Благодаря этому при разгоне частиц можно достичь более высоких энергий. При проектировании коллайдера был рассчитан на столкновение протонов с энергией 14 ТэВ и на столкновение ядер свинца с энергией 10 ТэВ в системе центра масс.

Режим работы БАК состоит из нескольких сеансов (RUN), между которыми производится усовершенствование аппаратуры и детекторов, благодаря чему при каждой новой сессии запуска БАК увеличивается энергия столкновения частиц и светимость коллайдера. Во время каждого сеанса работы БАК детекторы набирают данные. До 2021 года на БАКе было 2 сеанса. Первый сеанс набора данных длился с конца 2009 года по 2012 год с энергией столкновения пучков 7 ТэВ и 8 ТэВ. За время первого сеанса наборо-

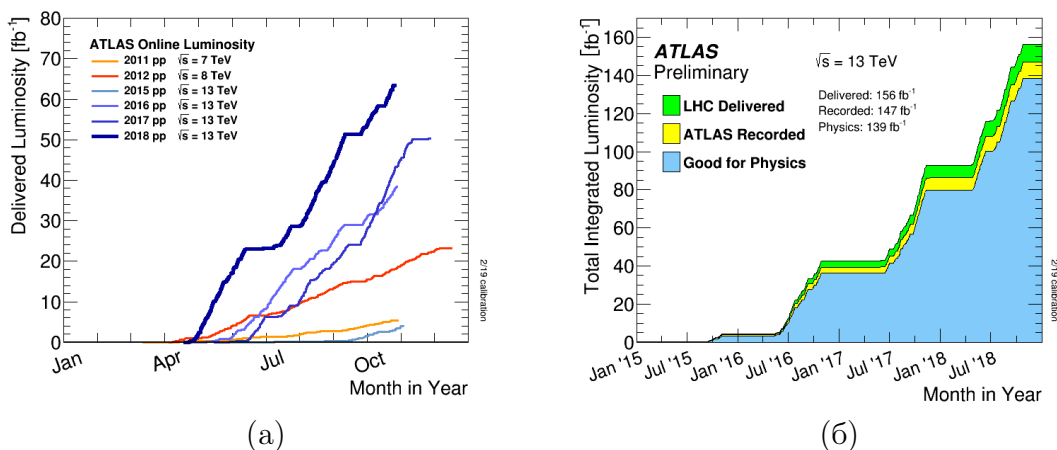


Рисунок 2.1.2 – Интегральная светимость набранная экспериментом ATLAS. Слева показана светимость набранная во время первого сеанса работы (а) в 2011 (оранжевый), в 2012 (красным) и во время второго сеанса работы в 2015-2018(синий.) Справа приведена светимость набранная во время второго сеанса работы (б) в 2015 - 2018 годах, где указана светимость предоставленная ускорителем (зеленый), светимость события непосредственно записанных детектором(жёлтый) и данные с светимостью, сертифицированные как данные хорошего качества (синий) во время стабильных пучков в p-p столкновениях.

ра данных была набрана статистика с интегральной светимостью 30 фб<sup>-1</sup>. Второй сеанс набора данных продолжался с 2015 года по 2018 год, энергия столкновения составляла 13 ТэВ. За второй сеанс работы БАК была

набрана статистика с интегральной светимостью  $139 \text{ фб}^{-1}$ . В дальнейшем планируется третий сеанс набора данных с энергией  $14 \text{ ТэВ}$ .

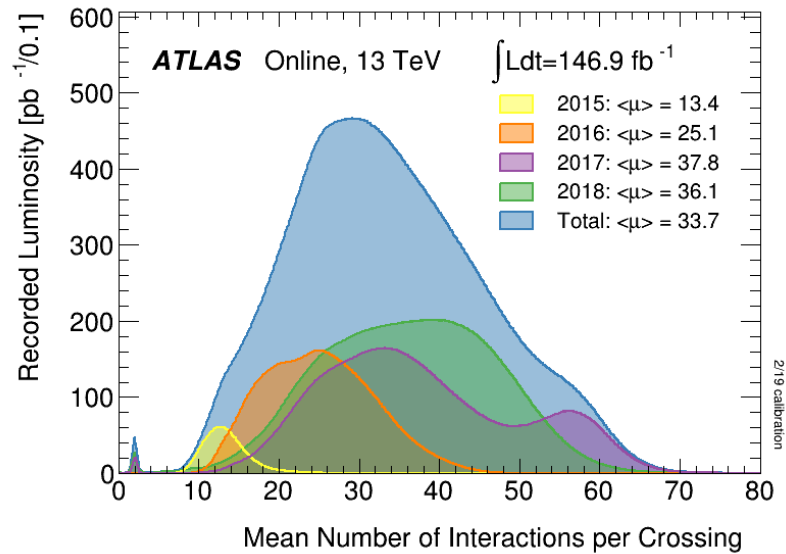


Рисунок 2.1.3 – На рисунке показана набранная светимость на эксперименте ATLAS в зависимости от количества взаимодействий при столкновении. Маленький пик слева отвечает данным, которые были набраны в режиме с низким средним числом взаимодействий  $\langle \mu \rangle$  при столкновении в 2017 и 2018 годах. Среднее значение  $\langle \mu \rangle \approx 2$  для данных с низким  $\langle \mu \rangle$ .

В работе были использованы данные, которые были набраны на детектора ATLAS в 2017 и 2018 году во время специального режима набора данных с интегральной светимостью  $340 \text{ пб}^{-1}$  и низким средним числом взаимодействий при столкновении  $\langle \mu \rangle$  (см. главу 4).

## 2.2 Детектор ATLAS

ATLAS (от англ. A Toroidal LHC ApparatuS) — один из четырёх основных экспериментов на коллайдере LHC в Европейской Организации Ядерных исследований CERN в городе Женева (Швейцария). Детектор ATLAS является комплексной детекторной установкой, которая состоит из нескольких типов под-детекторов расположенных цилиндрическими слоями вокруг оси трубы ускорителя, симметрично по отношению к направлению движения встречных пучков частиц и с практически полным покрытием по телесному углу вокруг точки столкновения. Схема детектора с обозначением основных элементов показана на рисунке 2.2.1. Детектор

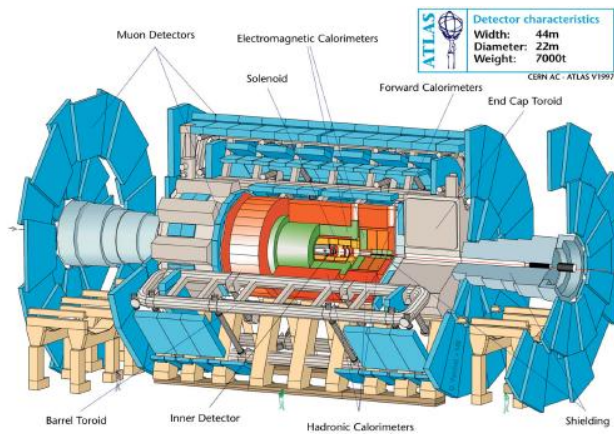


Рисунок 2.2.1 – Детектор ATLAS

состоит из нескольких частей. Для восстановления треков и импульсов заряженных частиц используется внутренний детектор, окруженный сверхпроводящим магнитом, создающим магнитное поле 2 Тл. Заряженные частицы идентифицируются по изгибам их траектории в магнитном поле и таким образом восстанавливается их заряд и импульс. С помощью системы калориметров происходит измерение энергии частиц. Фотоны и электроны высаживают свою энергию в электромагнитном калориметре, в то время как энергия адронов измеряется в адронном калориметре. Мюоны и нейтрино единственные типы частиц пролетающие весь детектор, однако в отличие от мюонов оставляющих треки в мюонном спектрометре, нейтрино пролетают детектор не оставляя следов. Для регистрации мюонов на периферии детектора находится мюонный спектрометр, который предназначен для измерения импульса мюонов. Для отбора событий используется система триггеров. Регистрация нейтрино на детекторе ATLAS не предусмотрена. Поэтому импульс нейтрино может быть представлен как дисбаланс суммарного импульса в поперечной плоскости, а модуль этого вектора может быть представлен как потерянная поперечная энергия.

### 2.2.1 Система координат

Для описания экспериментальных данных с эксперимента ATLAS используется прямоугольная правосторонняя система координат, в которой начало отсчета расположено в номинальной точке столкновения в центре детектора. Ось  $z$  направлена параллельно направлению пучков в трубе ускорителя и плоскость  $x - y$  ему перпендикулярна, причем вектор оси  $x$

смотрит в центр БАК, а вектор оси  $y$  смотрит вверх. Кроме того, используется и цилиндрическая система координат. Полярный угол  $\theta$  отсчитывается от положительного направления оси  $z$ . Азимутальный угол  $\phi$  отсчитывается вокруг оси пучка относительно положительного направления оси  $x$ . Часто используются Лоренц-инвариантные переменные относительно направления пучка, например быстрота:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}, \quad (2.1)$$

которая в ультрарелятивистском приближении ( $E \gg m$ ) переходит в псевдобыстроту:

$$\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}. \quad (2.2)$$

Псевдобыстрота зависит только от полярного угла  $\theta$ . Значение  $\eta = 0$  соответствует поперечной плоскости  $x-y$ , а  $\eta = \pm\infty$  направлению пучка. Угловое расстояние между частицами и треками выражается псевдобыстротно-азимутальным углом:

$$\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}. \quad (2.3)$$

Исходя из определения цилиндрической системы координат, поперечный импульс и энергия равны:

$$p_T = |\vec{p}| \sin \theta = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \quad (2.4)$$

$$E_T = E \sin \theta = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}. \quad (2.5)$$

## Глава 3

# Методика измерения угловых коэффициентов $A_i$

### 3.1 Метод моментов

Метод моментов[16] используется для оценки неизвестных параметров распределения, основанный на предполагаемых свойствах его моментов. Суть метода заключается в нахождении числовых параметров теоретического распределения через моменты, оценённые по выборке.

$$\langle P_i(\cos\theta, \phi) \rangle = \frac{\int P_i(\cos\theta, \phi) d\sigma(\cos\theta, \phi) d\cos\theta d\phi}{\int d\sigma(\cos\theta, \phi) d\cos\theta d\phi} \quad (3.1)$$

Таким образом, используя свойство ортогональности полиномов  $P_i$  в формуле дифференциального сечения 1.6, можно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned} \langle \frac{1}{2}(1 - 3\cos^2\theta) \rangle &= \frac{3}{20}(A_0 - \frac{2}{3}), & \langle \sin 2\theta \cos\phi \rangle &= \frac{1}{5}A_1, \\ \langle \sin^2\theta \cos 2\phi \rangle &= \frac{1}{10}A_2, & \langle \sin\theta \cos\phi \rangle &= \frac{1}{4}A_3, \\ \langle \cos\theta \rangle &= \frac{1}{4}A_4, & \langle \sin^2\theta \sin 2\phi \rangle &= \frac{1}{5}A_5, \\ \langle \sin 2\theta \sin\phi \rangle &= \frac{1}{5}A_6, & \langle \sin\theta \sin\phi \rangle &= \frac{1}{4}A_7. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Измеряя угловые распределения лептонов в процессах Дрелла-Яна, можно произвести оценку на угловые коэффициенты  $A_i$ .

## 3.2 Система покоя Коллинза-Сопера

Так как угловые коэффициенты  $A_i$  являются зависимыми от кинематических переменных  $p_T$  и  $y$  бозона, то их значение зависит от выбора направления оси  $z$  система покоя бозона. Для изучения процессов Дрелла-Яна часто используется система покоя Коллинза-Сопера[40], которая и будет использована в работе. Выбор системы координат покоя Коллинза-Сопера в работе обусловлен тем, что она является наиболее чувствительной к угловым коэффициентам  $A_i$ . Система покоя Коллинза-Сопера определяется

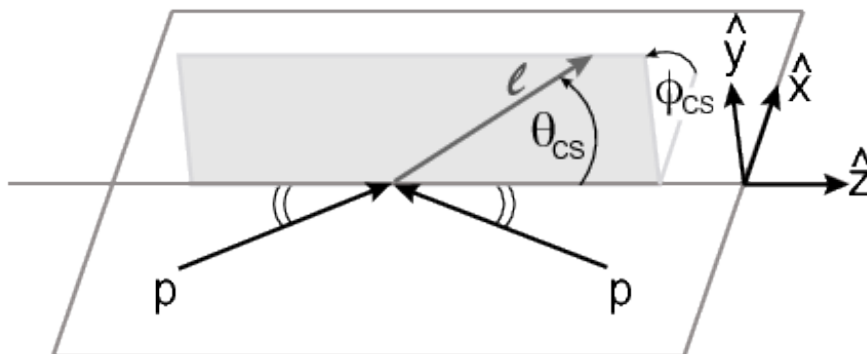


Рисунок 3.2.1 – Иллюстрация системы покоя Коллинза-Сопера. Система покоя представляет из себя систему покоя  $W$  бозона, в которой ось  $z$  направлена вдоль направления  $W$  бозона. Ось  $z$  делит пополам угол между импульсами двух протонов. Ось  $y$  перпендикулярна плоскости, в которой находятся импульсы протонов. Ось  $x$  ортогональна плоскости  $yz$ . Углы определяются следующим образом:  $\theta_{CS}$ -угол между одним из лептонов и осью  $z$ , а  $\phi_{CS}$  - угол между плоскостью  $xz$  и плоскостью лептона.

как система покоя промежуточного бозона. Если значение поперечного импульса  $W$  бозона больше нуля, то направления родительских протонов не будет является коллинеарными в системе покоя бозона. Ось  $z$  определяется в системе покоя бозона таким образом, что она делит пополам углом между импульсом одного из протонов и обратным импульсом второго. Направление оси  $z$  определяется знаком импульса бозона, т.е. выбирается по направлению вылета промежуточного бозона. Для завершения построения системы координат ось определяют как вектор нормали к плоскости, охва-

тываемой двумя входящими импульсами протонов в системе покоя бозона, а ось  $x$  выбирается таким образом, чтобы завершить построение декартовой правосторонней системы координат. Полярный  $\theta^{CS}$  и азимутальный  $\phi^{CS}$  отсчитываются относительно одного из лептонов, который был образован в результате распада промежуточного бозона. В случае нулевого поперечного импульса пары лептонов направление оси  $y$  является произвольным. В данной работе ориентация азимутального угла  $\phi^{CS}$  определяется таким образом, чтобы значения коэффициентов  $A_3$  и  $A_4$  были положительными.

Для процесса  $Z \rightarrow l^+l^-$  косинус полярного угла  $\cos\theta^{CS}$  может быть получен непосредственно через импульсы лептонов.

$$\begin{aligned} \cos\theta^{CS} &= \frac{p(l^+l^-)}{\|p(l^+l^-)\|} \frac{2(P_1^+P_2^- - P_1^-P_2^+)}{m(l^+l^-)\sqrt{(m^2(l^+l^-) + p_T^2(l^+l^-))}}, \\ P_i^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(E_i \pm p_{z,i}), \end{aligned} \quad (3.3)$$

переменные  $E_i$  и  $p_{z,i}$  - энергия и продольный импульс лептона ( $i = 1$ ) и антилептона ( $i = 2$ ), а  $p(l^+l^-)$  продольный импульс лептонной пары, соответственно. Для лептонного распада  $W$  бозона в работе используется такое же определение системы координат. Полярный  $\theta^{CS}$  и азимутальный  $\phi^{CS}$  определяют ориентацию заряженного лептона.

### 3.3 Метод максимального правдоподобия

Для получения коэффициентов  $A_i$  в работе используется метод максимального правдоподобия. Суть метода заключается в построении функции правдоподобия и нахождении такого значения оценки на параметр, при котором значение функции правдоподобия принимает максимальное значение. Для построения функции правдоподобия задается набор интересующих параметров, каждому из которых соответствует шаблонное распределение. В данной работе шаблонные распределения определяются гармоническими полиномами в формуле 1.6. Помимо прочего, вводится еще один параметр, который является общим для всех шаблонных распределений и соответствует неполяризованному дифференциальному сечению. Измерение коэффициентов  $A_i$  производится в трехмерном пространстве



трех кинематических переменных  $(\cos\theta_{CS}^{Reco}, \phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W})$ , каждая из которых разбита на интервалы. В работе синус полярного угла  $\sin\theta_{CS}^{Reco}$  и азимутальный угол  $\phi_{CS}^{Reco}$  разбиты на 8 интервалов, а поперечный импульс  $p_T^{Reco,W}$  на 11.

Во время регистрации частиц происходит искажение угловых распределений, так как полное фазовое пространство является, по сути, недопустимым из-за ограничений на область, где детектируются частицы, а также из-за эффективности регистрации детектора. Таким образом, измеренные угловые распределения лептонов уже не будут описываться заданной формулой 1.6, а также не будет выполняться ортогональность полиномов в методе моментов (см. раздел 3.1). Поэтому необходимо построить набор таких шаблонных распределений для измерений, чтобы учесть искажения в угловых распределениях, вносимых неполнотой фазового пространства детектора и его эффективностью. Для построения таких шаблонов необходимо совершить преобразование из полного фазового пространства на генераторном уровне в реконструированное пространство. Под генераторным фазовым пространством подразумевается пространство, в котором не учтено неполное покрытие регистрации частиц и эффективность детектора.

Введем набор наблюдаемых величин в полном фазовом пространстве на генераторном уровне за  $t$ . Набор наблюдаемых величин  $t$  может быть описан с помощью функции плотности вероятности  $f(t)$ . Тогда набор реконструированных случайных величин можно обозначит как  $r$ , а соответствующую им функцию плотности вероятности как  $g(r)$ . Таким образом, связь функций плотности вероятности  $g(r)$  и  $f(t)$  может быть представлена в виде:

$$g(r) = \int f(t)p(r|t)dt, \quad (3.4)$$

где  $p(r|t)$  условная вероятность наблюдать реконструированные значения  $r$  при заданных наблюдаемых  $t$  в генераторном пространстве. Таким же образом можно связать между собой полиномы в генераторном и реконструированном пространстве. Обозначим набор наблюдаемых величин в генераторном фазовом пространстве как  $t = \{\cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}, p_T^{Truth,W}\}$ , а набор реконструированных величин  $r = \{\cos\theta_{CS}^{Reco}, \phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W}\}$ . Тогда полиномы реконструированного пространства могут быть выражены через

полиномы в полном фазовом пространстве на генераторном уровне следующим образом:

$$P_{ij}(r|p_T^{Truth,W} \in (\Delta p_T^{Truth,W})_j) = \int_{(\Delta p_T^{Truth,W})_j} \int_{\cos\theta_{CS}^{Truth}} \int_{\phi_{CS}^{Truth}} P_i(\cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}) p(r|t) dt \quad (3.5)$$

где индекс  $i$  определяет номер полинома, а  $j$  номер интервала разбиения поперечного импульса  $p_T^{Truth,W}$ .

Функция плотности вероятности в полном фазовом пространстве на генераторном уровне может быть представлена в виде:

$$f_j(\cos\theta_{cs}^{Truth}, \phi_{cs}^{Truth}) = \sigma_j \left\{ P_8(\cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}) + \sum_{i=0}^8 A_{ij}^{ref} P_i(\cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}) \right\}, \quad (3.6)$$

где набор референсных угловых коэффициентов  $A_i^{Ref}$  для сигнальных событий вычисляется с помощью метода моментов (см. раздел 3.1) в генераторном фазовом пространстве,  $\sigma_j$  соответствует неполяризованному дифференциальному сечению, интегрированному по  $\cos\theta_{CS}^{Truth}$  и  $\phi_{CS}^{Truth}$ . Условная вероятность  $p(r|t)$  может быть получена из Монте-Карло симуляций следующим образом:

$$p^{MC}(r|t) = \frac{w^{evt}(r, t)}{f_j(\cos\theta_{cs}^{Truth}, \phi_{cs}^{Truth})}, \quad (3.7)$$

где за  $w^{evt}(r, t)$  обозначено произведение всех коррекционных весов, применяемых к данному событию. Если события Монте-Карло стимуляций распределены согласно формуле разложения сечения по полиномам 1.6, то сумма функций  $p^{MC}(r|t)$  по всем событиям будет давать единицу. Таким образом, можно представить набор шаблонных распределений  $T_{ij}$ , измеряемых в каждом интервале  $(m, k, l)$  переменных  $(\cos\theta_{CS}^{Reco}, \phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W})$  как

сумму по всем событиям в измеряемом интервале переменной  $p_T^{Truth,W}$ :

$$T_{ij}^{mkl} = \sum_{evt \in \Delta_{jmkl}} P_i(\cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}) \frac{w^{evt}(r, t)}{f_j(\cos\theta_{cs}^{Truth}, \phi_{cs}^{Truth})}, \quad (3.8)$$

$$\Delta_{jmkl} = (\Delta p_T^{Truth,W})_j, (\Delta \cos\theta_{CS}^{Reco})_m, (\Delta \phi_{CS}^{Reco})_k, (\Delta p_T^{Reco,W})_l,$$

Таким образом, все измерения проводятся в реконструированном пространстве. Важно отметить, что используя такой подход, погрешности для угловых коэффициентов остаются Пуассоновскими.

Помимо шаблонных распределений, которые соответствуют сигнальным процессам, необходимо учесть вклад фоновых шаблонных распределений в функции правдоподобия. Вклад фоновых электромагнитных процессов обозначим как  $T_{EW}^n(\cos\theta_{CS}^{Reco}, \phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W})$ .

Таким образом, число ожидаемых событий в трехмерном интервале  $n = (m, k, l)$  реконструированных переменных  $(\cos\theta_{CS}^{Reco}, \Delta\phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W})$ , где  $m, k = 0, \dots, 7, l = 0, \dots, 10$ , с учетом сигнальных и фоновых шаблонов может быть выражено как:

$$N_{exp}^n = \sum_j^{N_{pT}^{bins}} \sigma_i [T_{8,j}^n + \sum_{i=0}^7 A_{ij} T_{ij}^n] + T_{EW}^n + T_{QCD}^n, \quad (3.9)$$

где за  $T_{8,j}^n$  обозначается вклад от полинома  $P_8 = 1 + \cos^2\theta$  формулы 1.6, который, в свою очередь, связан с неполяризованным сечением.

Функция правдоподобия определяется стандартным способом в виде произведения распределения Пуассона для каждого измеряемого интервала  $n$ :

$$\mathcal{L}(A, \sigma, \theta|N) = \prod_n^{bins} Pois(N_{obs}^n | N_{exp}^n(A_{ij}, \sigma_j)) \prod_k^{NPs} G(\theta_k), \quad (3.10)$$

где за  $N_{obs}^n$  обозначено наблюдаемое число событий в экспериментальных данных, а функция  $G(\theta_k)$  учитывает систематические погрешности, которые задаются как мешающие параметры  $\theta_k$ .

## Глава 4

# Использованные данные

Экспериментальные данные, используемые в работе, были записаны на детекторе ATLAS в 2017 и 2018 году во время режима набора данных с интегральной светимостью  $340 \text{ пб}^{-1}$  и с низким значением  $\langle\mu\rangle$  (см. раздел 2), в столкновении протон-протонных пучков с суммарной энергией 13 ТэВ. При использовании данных с низким  $\langle\mu\rangle$  увеличивается эффективность регистрации частиц, снижается количество КХД фона, который не полностью может быть сгенерирован Монте-Карло генераторами. Помимо прочего, использование данных с низким значением  $\langle\mu\rangle$  для процессов Дрелла-Яна с участием промежуточного  $W$  бозона является особенно важным, так как это позволяет лучше изолировать поперечную потерянную энергию  $E_T^{miss}$ , которая ассоциируется с нейтрино.

Смоделированные данные, используемые в работе, были получены методом Монте-Карло с помощью генераторов Pythia[41] и Sherpa[42] и прошли всю цепочку реконструкций, на условии реальных протон-протонных столкновений эксперимента ATLAS режима с низким  $\langle\mu\rangle$ .

На предварительном этапе работы необходимо произвести настройку программного обеспечения `Aidy` для совместной работы с библиотекой `LHAPDF`, которая позволяет получить погрешности для определенного набора ПФР. Для работы с библиотекой `LHAPDF` необходимо добавить новые переменные в набор Монте-Карло данных. Так как процесс получения новой версии всего набора Монте-Карло данных требует много времени, то в работе для предварительной оценки использовался набор данных содержащий 60 тысяч сигнальных событий распадов  $W^+ \rightarrow e^+ \nu$  с новыми переменными, которые необходимы для перевзвешивания. Далее в работе

планируется использование полного набора данных Монте-Карло.

Каждому процессу соответствует свой уникальный номер. Список Монте-Карло данных, использованных в работе, приведен в таблице 4.0.1

| Процесс                   | Номер  | Генератор           | Сечение [пб] |
|---------------------------|--------|---------------------|--------------|
| $W^+ \rightarrow e\nu$    | 361100 | PowhegPythia8EvtGen | 11610.0      |
| $W^+ \rightarrow \mu\nu$  | 361101 | PowhegPythia8EvtGen | 11610.0      |
| $W^+ \rightarrow \tau\nu$ | 361102 | PowhegPythia8EvtGen | 11610.0      |
| $W^- \rightarrow e\nu$    | 361103 | PowhegPythia8EvtGen | 8630.0       |
| $W^- \rightarrow \mu\nu$  | 361104 | PowhegPythia8EvtGen | 8630.0       |
| $W^- \rightarrow \tau\nu$ | 361105 | PowhegPythia8EvtGen | 8630.0       |
| $Z \rightarrow ee$        | 361106 | PowhegPythia8EvtGen | 1910.0       |
| $Z \rightarrow \mu\mu$    | 361107 | PowhegPythia8EvtGen | 1910.0       |
| $Z \rightarrow \tau\tau$  | 361108 | PowhegPythia8EvtGen | 1910.0       |
| Diboson                   | 363356 | Sherpa_221_PDF30    | 15.56        |
| Diboson                   | 363358 | Sherpa_221_PDF30    | 3.433        |
| Diboson                   | 363359 | Sherpa_221_PDF30    | 24.72        |
| Diboson                   | 363360 | Sherpa_221_PDF30    | 24.72        |
| Diboson                   | 363489 | Sherpa_221_PDF30    | 11.42        |
| Diboson                   | 364250 | Sherpa_221_PDF30    | 1.252        |
| Diboson                   | 364253 | Sherpa_221_PDF30    | 4.583        |
| Diboson                   | 364254 | Sherpa_221_PDF30    | 12.50        |
| Diboson                   | 364255 | Sherpa_221_PDF30    | 3.235        |
| Top                       | 410013 | PhPy8EG_P2012       | 35.82        |
| Top                       | 410014 | PhPy8EG_P2012       | 33.99        |
| Top                       | 410470 | PhPy8EG             | 831.8        |
| Top                       | 410642 | PhPy8EG             | 36.99        |
| Top                       | 410643 | PhPy8EG             | 22.17        |
| Top                       | 410644 | PowhegPythia8EvtGen | 2.027        |
| Top                       | 410645 | PowhegPythia8EvtGen | 1.268        |

Таблица 4.0.1 – Список каналов, использованных в генераторе Монте-Карло при моделировании данных с низкой светимостью.

Для сравнения Монте-Карло и реальных данных выполнена нормировка на светимость. Для более точного согласия с распределениями из данных использованы коррекционные коэффициенты, которые учитывают неточности в моделирование Монте-Карло и геометрию детектора. Коэффициенты коррекции, использованные в работе предоставляются Combined Performance (CP) Groups эксперимента ATLAS [43].

Для проведения измерений угловых коэффициентов  $A_i$  в работе используется методика, описанная в главе 3. Для применения данной методики измерения необходимо использовать набор Монте-Карло симуляции в двух различных фазовых пространствах. Одним из них является генераторное фазовое пространство. Вторым является реконструированное фазовое пространство, в котором в отличие от генераторного учтена эффективность детектора, а также неполное покрытие по углам при регистрации частиц. В работе использовался только электронный канал распада  $W$  бозона.

## 4.1 Критерии на отбор событий

Для проведения измерений угловых коэффициентов  $A_i$  в реконструированном фазовом пространстве были применены критерии на отбор событий. Критерий на отбор событий включает в себя ограничение на поперечный импульс  $p_T$  лептона больше 25 ГэВ. Данный отбор проводится для подавления большого количества КХД фона, который расположен преимущественно в мягкой части спектра. Критерий на отбор событий включает в себя ограничение по псевдобыстроте  $|\eta| < 2.47$  и  $1.37 < |\eta| < 1.52$ . Данные ограничения связаны с неполным покрытием детектором ATLAS диапазоном по псевдобыстроте. Для улучшения выделения лептонов от других, например, не интересующих нас частиц или струй, к лептонам применяется отбор на изоляцию. Трековая изоляция рассчитывается как сумма поперечных импульсов всех треков в конусе размера  $\Delta R = \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2}$ , кроме трека самого лептона, и делится на импульс лептона. Трековая изоляция характеризует активность вокруг трека в трековом детекторе. Для фоновых частиц активность вокруг трека выше. В работе используется трековая изоляция в конусе  $\Delta R = 0.2$ , равная  $ptvarcone20/p_T < 0.1$ . Калориметрическая изоляция рассчитывается как сумма поперечной энергии в конусе  $\Delta R$ , кроме поперечной энергии самого лептона, деленная на импульс лептона. Калориметрическая изоляция характеризует активность в калориметре. Для фоновых частиц активность в калориметре вокруг трека выше. В работе используется калориметрическая изоляция в конусе  $\Delta R = 0.2$ ,

|                            |                          |
|----------------------------|--------------------------|
| $p_T$                      | $> 25\text{ГэВ}$         |
| $ d_0\text{significance} $ | $< 5$                    |
| $\Delta Z * \sin\theta$    | $< 0.5$                  |
| $ \eta $                   | $< 2.47$ , без 1.37-1.52 |
| $ptvarcone20/p_T$          | $< 0.1$                  |
| $topoetcone20/p_T$         | $< 0.05$                 |
| Число лептонов             | 1                        |

Таблица 4.1.1 – Критерии отбора событий

равная  $topoetcone20/p_T < 0.05$ . Также применяется критерий на качество трека частицы  $|d_0\text{significance}| < 5$  и  $\Delta Z * \sin\theta < 0.5$ , которые характеризуют

близость трека частицы к первичной вершине.

Было выполнено сравнение кинематических распределений лептонов для экспериментальных и Монте-Карло данных (см. рисунок 4.1.1 и см. рисунок 4.1.2). По распределениям на рисунках 4.1.1 и 4.1.2 видно, что наибольший вклад в распределения вносит сигнальный процесс распада  $W$  бозона в электрон 69.18 %. Помимо сигнального процесса присутствуют

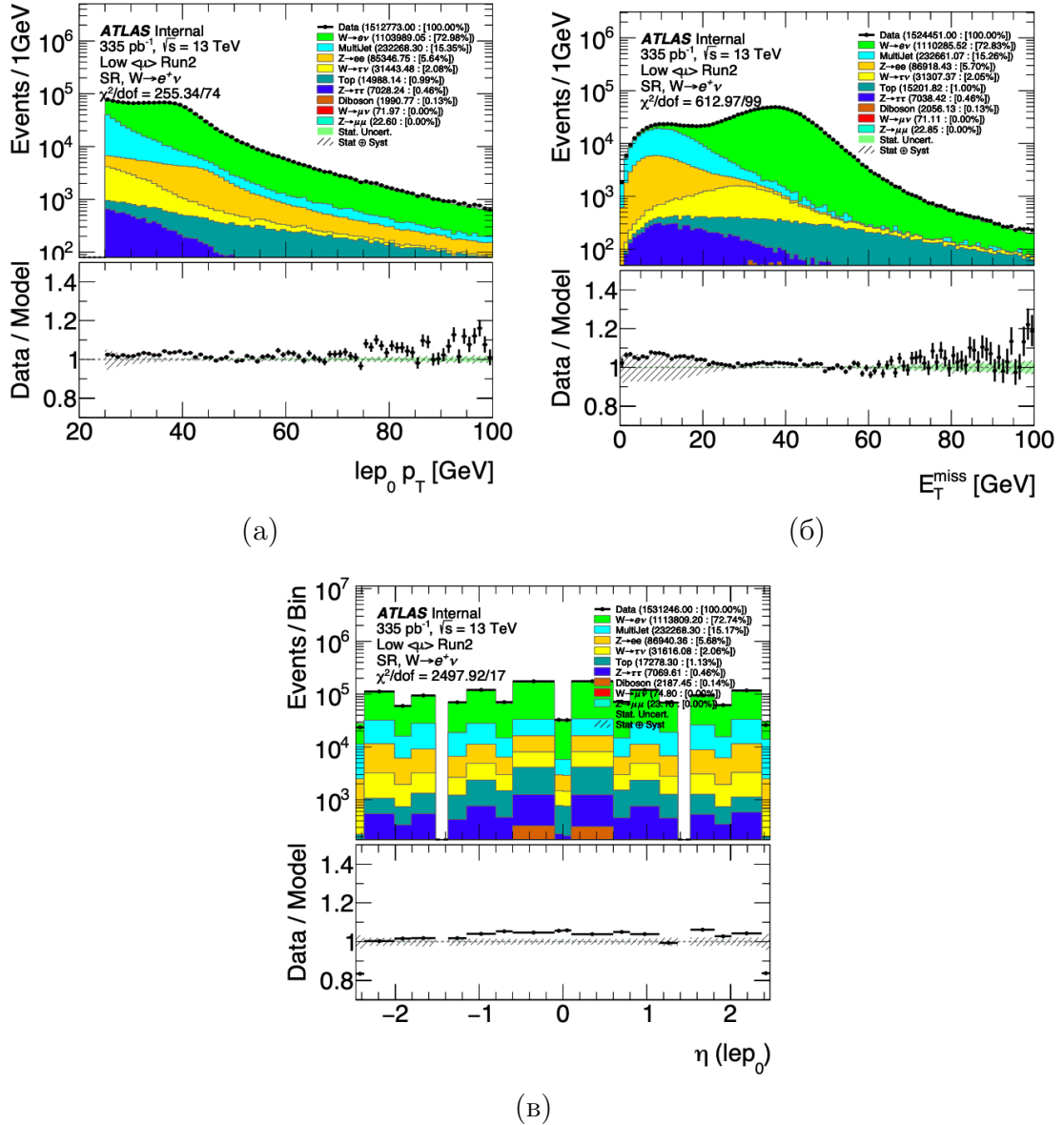


Рисунок 4.1.1 – Сравнение реальных и Монте-Карло данных сигнального региона для переменных: поперечный импульс лептон (а), потерянной энергии (б) , псевдобыстроты лептона (в).

фоновые электромагнитные и КХД процессы. Наибольший вклад в фоновые события 15% вносит КХД фон. Также большой вклад в фоновые события 6.18 % вносит процесс распада  $Z$  в электрон-позитронную пару. Вклад



$Z$  бозона в фоновые процессы происходит из-за того, что иногда один из лептон не удается зарегистрировать. Это происходит из-за попадания лептона, например, в пространство, не покрытое детектирующими системами  $1.37 < \eta < 1.52$ . Поэтому в конечном состоянии может быть зарегистрирован только один лептон от распада  $Z$  бозона. В таком случае, распад  $Z$  бозона имеет похожую сигнатуру с лептонным распадом  $W$  бозона. Процессы распадов  $W$  бозона в лептоны другого поколения, также вносят вклад в итоговые распределения 2.12 %. На представленных отношениях в ки-

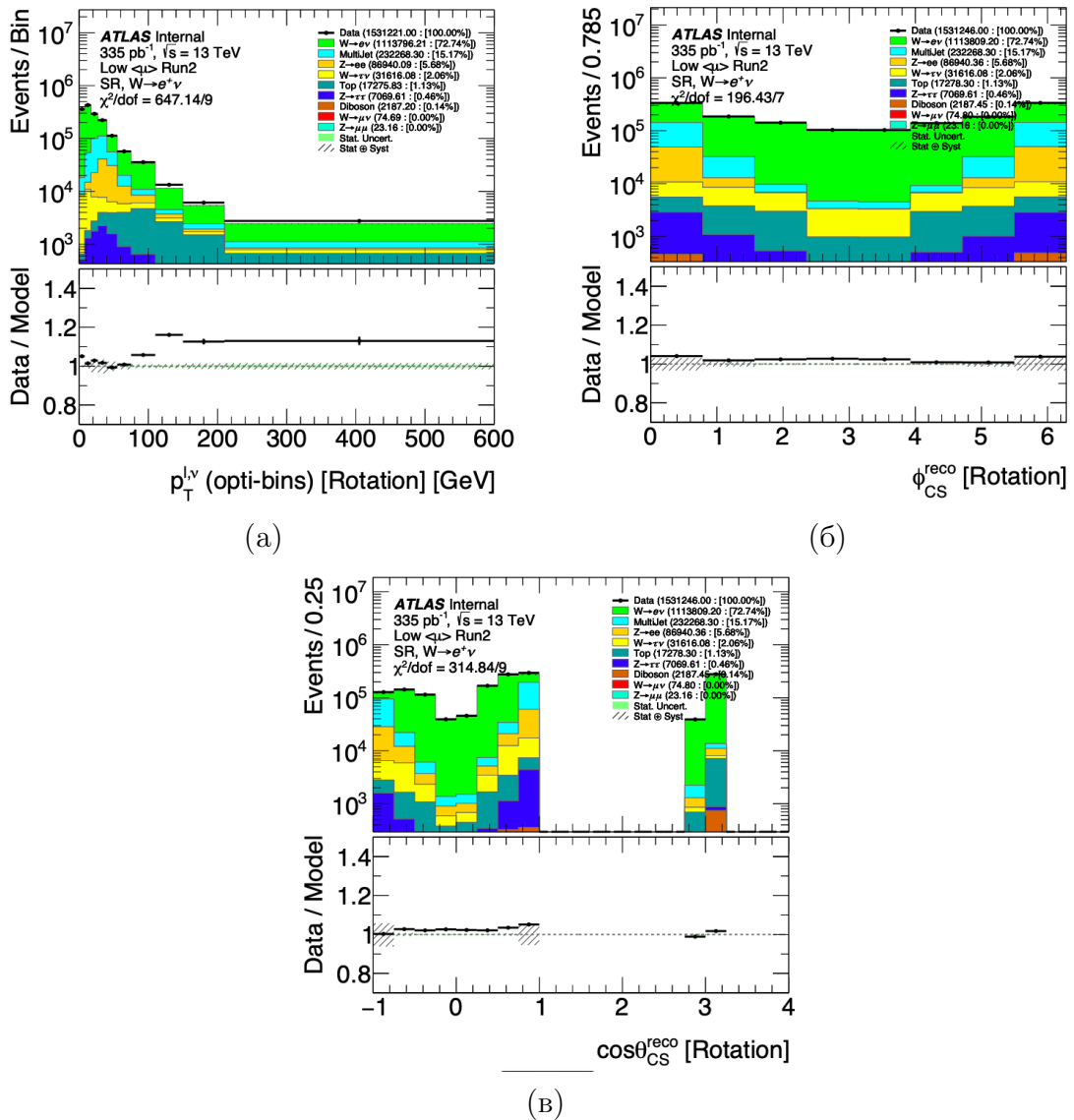


Рисунок 4.1.2 – Сравнение реальных и Монте-Карло данных региона для переменных: импульс импульс  $W$  (а), азимутальный угол в системе покоя Коллинза-Сопера (б) , синус полярного угла в системе покоя Коллинза-Сопера (в).

нематических распределениях (см. рисунок 4.1.1 и 4.1.2) отчетливо видно

отклонение смоделированных Монте-Карло данных от экспериментальных данных до 50 % в мягкой части поперечного импульса лептона  $p_T$  (см. рисунок 4.1.1a), потерянной энергии  $E_T^{miss}$  (см. рисунок 4.1.1б) и поперечного импульса  $W$  бозона  $p_T^W$  (см. рисунок 4.1.2a).

Используемые в данной работе генераторы Монте-Карло не могут надежно смоделировать КХД фон. Поэтому необходимо произвести оценку КХД фона с помощью метода оценки фона из данных. КХД фон был посчитан анализ группой и предоставлен в мою работу .

## Глава 5

# Измерение угловых коэффициентов

Для измерения коэффициентов  $A_i$ , как было описано в разделе 3, используется метод минимизации функции правдоподобия, которая задается с помощью шаблонных распределений. При измерении использовались данные описанные в главе 4. В работе производится оценка зависимости угловых коэффициентов  $A_i$  и их погрешностей в зависимости от диапазона переменной поперечного импульса  $W$  бозона  $p_T^W$ .

Первоначально измерение необходимо провести в статусе слепого анализа, поэтому вместо экспериментальных данных используются псевдоданные, которые полностью соответствуют Монте-Карло симуляции, при этом имеют статистическую погрешность экспериментальных данных. Используя данные, которые полностью соответствуют Монте-Карло симуляции можно сделать вывод о том, что полученные значения коэффициентов  $A_i$  будут согласоваться с теоретическими предсказаниями в указанном порядке КХД. Псевдо-данные используются для проверки работоспособности программного обеспечения, а также для выявления различных проблем, таких как сильно ограниченные мешающие параметры или большие корреляции между параметрами при измерении. Псевдо-данные используются для определения того, какие погрешности оказывают наибольшее влияние на интересующие нас параметры при измерении, до того как будут использованы экспериментальные данные.

## 5.1 Исследование PDF погрешностей

Целью анализа по измерению угловых поляризационных коэффициентов в первую очередь является сравнение результатов измерения с теоретическими предсказаниями. Для этих целей, согласно рекомендациям [38] необходимо использовать единичный набор PDF, а не различные комбинации нескольких наборов. Для первичной оценки PDF погрешностей был использован набор PDF CT10, который был предоставлен коллаборации STEQ[35]. Данный набор PDF хорошо себя зарекомендовал в анализе данных первого сеанса набора данных БАК, поэтому гарантированно может быть использован и в этом анализе. При оценке погрешностей PDF необходимо также учитывать погрешность, которая возникает в результате отличия  $\alpha_s$  зашитого в PDF данных Монте-Карло и  $\alpha_s$ , которую имеет желаемый набор PDF. Так как используемые данные Монте-Карло были симулированы с центральным значением набора CT10, то нет необходимости учитывать эту погрешность. Необходимость учитывания погрешностей PDF набора возникают из за наличия погрешностей параметров, использованных при проведении "глобального анализа КХД".

Набор CT10 включает в себя 26 собственных векторов матрицы Гессеана(см. раздел 1.4.1), каждый из которых имеет верхнюю и нижнюю вариацию, набор также содержит элемент отвечающий, центральному значению PDF для заданного аромата. Всего в наборе содержится 53 элементов. Каждый собственный вектор набора PDF задается как мешающий параметр в функцию максимального правдоподобия (см. раздел 3.3). Для задания мешающего параметра в функции правдоподобия необходимо иметь шаблоны, которые отвечают его верхней и нижней вариации. Получение таких шаблонов возможно произвести с помощью процесса перевзвешивания Монте-Карло данных. Коэффициент перевзвешивания для процесса первого порядка адрон-адронного взаимодействия из старого PDF  $xf(x; Q^2)$  в новый PDF  $xg(x; Q^2)$  определяется как:

$$w = \frac{x_1 g_{i/B_1}(x_1; Q^2)}{x_1 f_{i/B_1}(x_1; Q^2)} \cdot \frac{x_2 g_{i/B_2}(x_2; Q^2)}{x_2 f_{i/B_2}(x_2; Q^2)}, \quad (5.1)$$

В работе была использована библиотека LHAPDF6[44], которая содержит не

только различные наборы PDF от разных коллабораций, но также имеет удобный инструмент для проведения перевзвешивания и др.

### 5.1.1 Результаты

На рисунках 5.1.2 и продемонстрированы результаты сравнения PDF и статистической погрешностей для угловых поляризационных коэффициентов  $A_i$ . По данным распределениям отчетливо видно, что для всех угловых поляризационных коэффициентов погрешность PDF ниже чем статистическая погрешность данных. Для нормировочного коэффициента

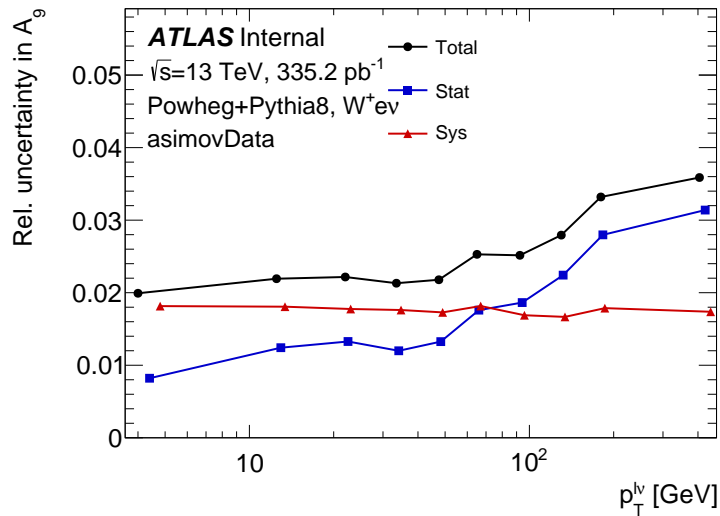
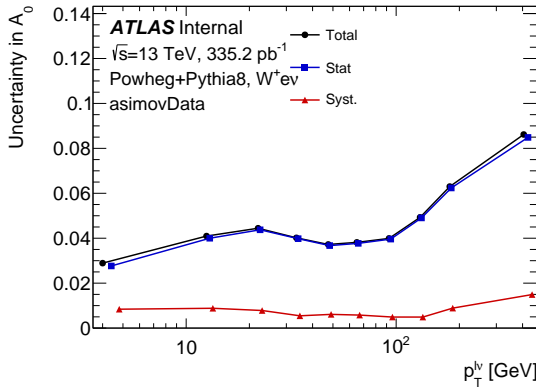


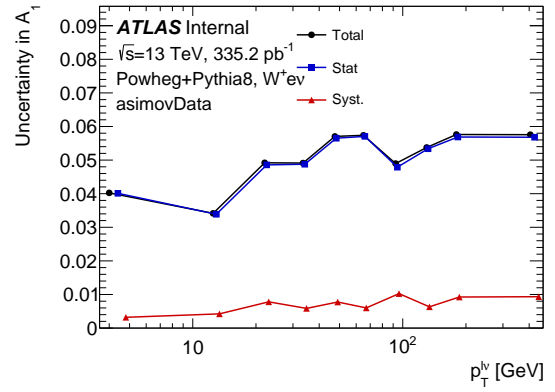
Рисунок 5.1.1 – Результаты сравнения PDF и статистической погрешностей для нормировочного коэффициента  $A_9$ .

(см. рисунок 5.1.1) погрешность PDF в мягкой части поперечного импульса больше чем статистическая погрешность. Однако, стоит напомнить, что используется не полный набор Монте-Карло данных. Поэтому, предполагается, что значение статистической погрешности изменится.

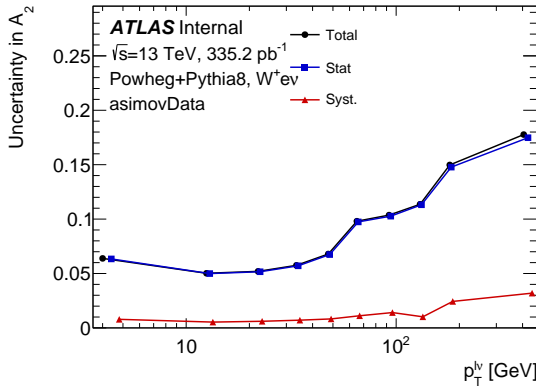
На рисунке 5.1.3 представлена корреляционная матрица для всех мешающих параметров, каждый из которых соответствует собственному вектору набора PDF CT10. По данной матрице видно, что большинство мешающих параметры не коррелируют между собой. Однако, отрицательную корреляцию имеют мешающие параметры соответствующие 9 и 10 собственному вектору из набора PDF.



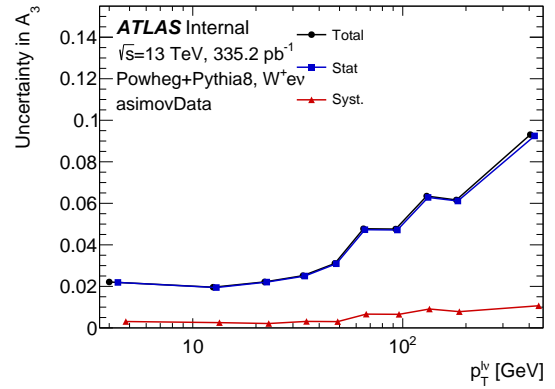
(a)



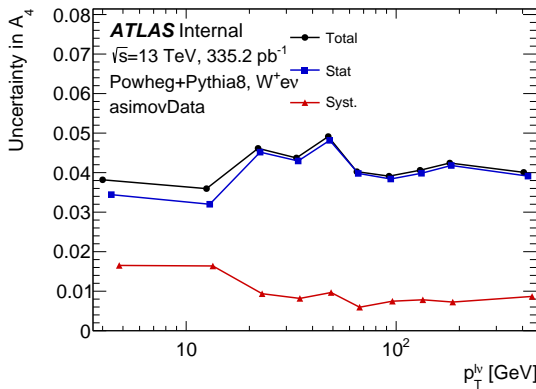
(б)



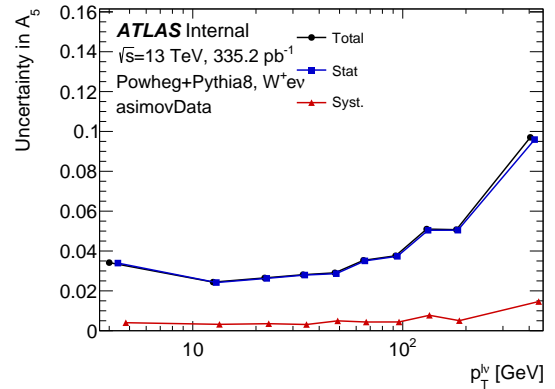
(B)



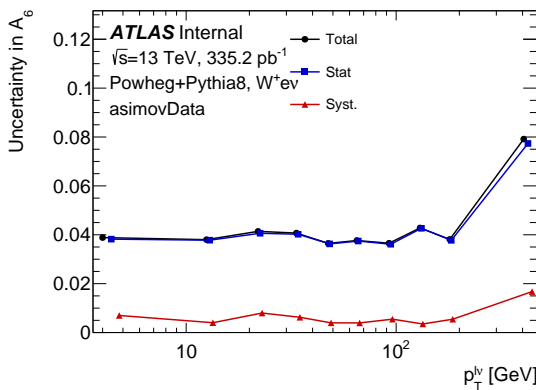
(Г)



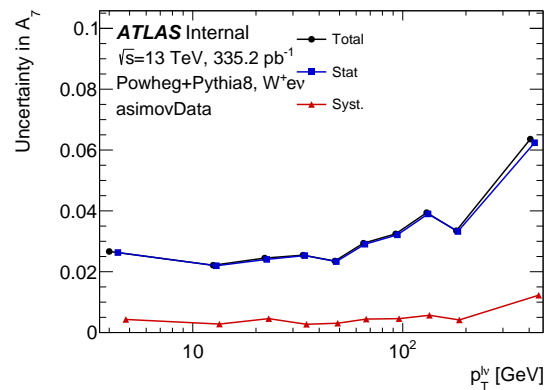
(Д)



(e)



(ж)



(з)

Рисунок 5.1.2 – Результаты сравнения PDF и статистической погрешностей для угловых поляризационных коэффициентов  $A_0 - A_7$ .

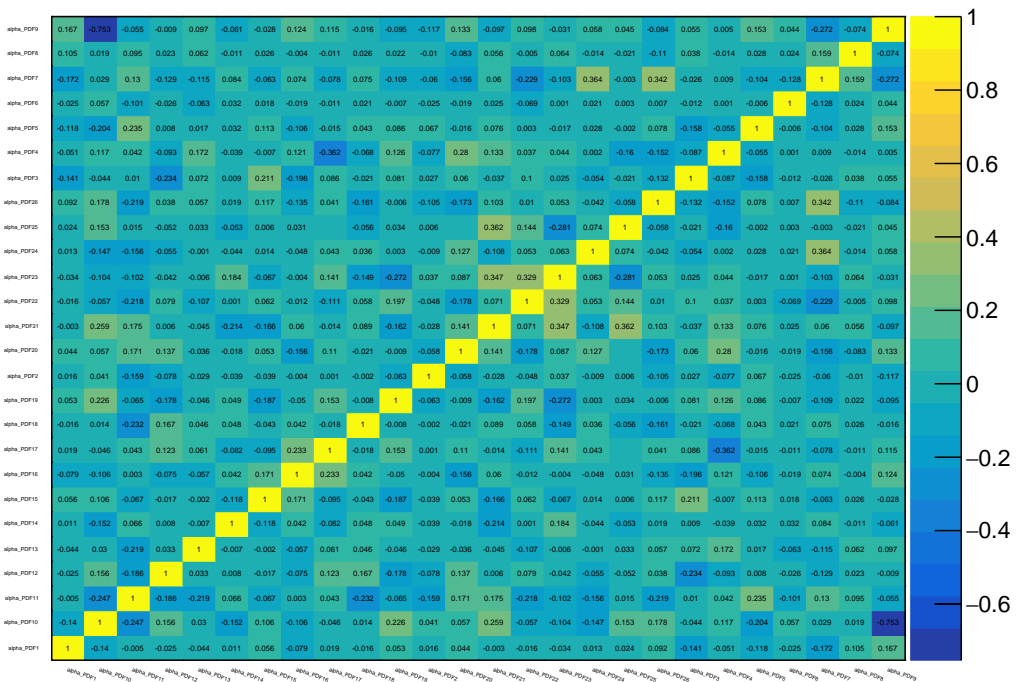


Рисунок 5.1.3 – Матрица корреляции для всех собственных векторов набора PDF.

# Заключение

В ходе работы были получены начальные сведения о партонных функциях, используемых в анализе данных на экспериментах БАК, стратегии глобального анализа КХД.

Для получения результатов измерения было проведено ознакомление с библиотекой LHAPDF[44], с помощью которой в работе производится перевешивание наборов партонных функций.

Выполнена настройка программного обеспечения *Aidy* для совместной работы с библиотекой LHAPDF. Был получен набор данных содержащий 60 тысяч сигнальных событий распадов  $W^+ \rightarrow e^+ \nu$  с новыми переменными, которые необходимы для перевешивания.

С помощью метода максимального правдоподобия были получены значения угловых коэффициентов  $A_i$  в каждом интервале поперечного импульса  $W$  бозона  $p_T^W$  с использованием псевдо-данных. Проведено сравнение PDF и статистической погрешностей. Построена матрица корреляции для всех собственных векторов набора PDF и указана корреляция мешающих параметров, отвечающих 9 и 10 собственному вектору набора PDF

На следующем шаге работы планируется использование всего набора Монте-Карло данных, включая Монте-Карло соответствующие процессам фоновых событий.



# СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Collaboration T. A.* The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider // Journal of Instrumentation. — 2008. — Т. 3, № 08. — S08003—S08003.
2. *Drell S. D., Yan T.-m.* Massive Lepton-Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High Energies // Physical Review Letters. — 1970. — Т. 25. — С. 316—320.
3. *Lam C. S., Tung W.-K.* Systematic approach to inclusive lepton pair production in hadronic collisions // Phys. Rev. D. — 1978. — Т. 18, вып. 7. — С. 2447—2461.
4. *Lam C. S., Tung W. K.* Structure function relations at large transverse momenta in Lepton-pair production processes // Physics Letters B. — 1979. — Т. 80. — С. 228—231.
5. *Lam C. S., Tung W.-K.* Parton-model relation without quantum-chromodynamic modifications in lepton pair production // Phys. Rev. D. — 1980. — Т. 21, вып. 9. — С. 2712—2715.
6. Measurement of the azimuthal angle distribution of leptons from  $W$  boson decays as a function of the  $W$  transverse momentum in  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV / D. Acosta [et al.] // Phys. Rev. D. — 2006. — Vol. 73. — P. 052002. — arXiv: [hep-ex/0504020](https://arxiv.org/abs/hep-ex/0504020).
7. *Richter-Was E., Was Z.*  $W$  production at LHC: lepton angular distributions and reference frames for probing hard QCD // Eur. Phys. J. C. — 2017. — Т. 77, № 2. — С. 111. — arXiv: [1609.02536](https://arxiv.org/abs/1609.02536) [hep-ph].

8. *Емельянов В. М.* Стандартная модель и её расширения. — НМ. : Физматлит, 2007. — С. 584.
9. *Lederman L. M., Pope B. G.* Production of Intermediate Bosons in Strong Interactions // *Phys. Rev. Lett.* — 1971. — Т. 27, вып. 11. — С. 765—768.
10. *Peng J. C., McGaughey P. L., Moss J. M.* Dilepton production at Fermilab and RHIC // RIKEN Symposium and Workshop on Selected Topics in Nuclear Collective Excitations (NUCOLEX 99). — 1999. — arXiv: [hep-ph/9905447](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9905447).
11. Measurement of the angular coefficients in  $Z$ -boson events using electron and muon pairs from data taken at  $\sqrt{s} = 8$  TeV with the ATLAS detector / G. Aad [et al.] // *JHEP.* — 2016. — Vol. 08. — P. 159. — arXiv: [1606.00689 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1606.00689).
12. *Weiden A. R.* Inclusive Low-Mass Drell-Yan Cross-Section at LHCb at  $\sqrt{s} = 8$  TeV / Weiden Andreas Robert. — 2020. — Presented 29 Jan 2020.
13. Study of Drell-Yan dimuon production in proton-lead collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 8.16$  TeV / A. M. Sirunyan [et al.] // *JHEP.* — 2021. — Vol. 05. — P. 182. — arXiv: [2102.13648 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/2102.13648).
14. Measurement of the forward-backward asymmetry of electron and muon pair-production in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV with the ATLAS detector / G. Aad [et al.] // *JHEP.* — 2015. — Vol. 09. — P. 049. — arXiv: [1503.03709 \[hep-ex\]](https://arxiv.org/abs/1503.03709).
15. *Collins J. C., Soper D. E., Sterman G. F.* Factorization of Hard Processes in QCD // *Adv. Ser. Direct. High Energy Phys.* — 1989. — Т. 5. — С. 1—91. — arXiv: [hep-ph/0409313](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0409313).
16. *Mirkes E., Ohnemus J. W* and  $Z$  polarization effects in hadronic collisions // *Phys. Rev. D.* — 1994. — Т. 50. — С. 5692—5703. — arXiv: [hep-ph/9406381](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9406381).
17. *Korner J. G., Mirkes E.* Polarization density matrix of high  $q(T)$  gauge bosons in high-energy proton - anti-proton collisions // *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.* / под ред. S. Narison. — 1991. — Т. 23. — С. 9—13.

18. *Mirkes E.* Angular decay distribution of leptons from W-bosons at NLO in hadronic collisions // Nuclear Physics B. — 1992. — T. 387, № 1. — C. 3–85. — ISSN 0550-3213.
19. *Hofstadter R., McAllister R. W.* Electron Scattering from the Proton // Phys. Rev. — 1955. — Vol. 98, issue 1. — P. 217–218.
20. *McAllister R. W., Hofstadter R.* Elastic Scattering of 188-Mev Electrons from the Proton and the Alpha Particle // Phys. Rev. — 1956. — Vol. 102, issue 3. — P. 851–856.
21. *Zweig G.* An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 2 // DEVELOPMENTS IN THE QUARK THEORY OF HADRONS. VOL. 1. 1964 - 1978 / ed. by D. B. Lichtenberg, S. P. Rosen. — 1964. — P. 22–101.
22. *Gell-Mann M.* A schematic model of baryons and mesons // Physics Letters. — 1964. — Vol. 8, no. 3. — P. 214–215. — ISSN 0031-9163.
23. High-Energy Inelastic  $e - p$  Scattering at  $6^\circ$  and  $10^\circ$  / E. D. Bloom [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1969. — Vol. 23, issue 16. — P. 930–934.
24. Observed Behavior of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering / M. Breidenbach [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1969. — Vol. 23, issue 16. — P. 935–939.
25. *Bjorken J. D.* Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum // Phys. Rev. — 1969. — Vol. 179, issue 5. — P. 1547–1553.
26. *Feynman R. P.* Very High-Energy Collisions of Hadrons // Phys. Rev. Lett. — 1969. — Vol. 23, issue 24. — P. 1415–1417.
27. *Bjorken J. D., Paschos E. A.* Inelastic Electron-Proton and  $\gamma$ -Proton Scattering and the Structure of the Nucleon // Phys. Rev. — 1969. — Vol. 185, issue 5. — P. 1975–1982.
28. *Callan C. G., Gross D. J.* High-Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current // Phys. Rev. Lett. — 1969. — Vol. 22, issue 4. — P. 156–159.
29. Inelastic Electron-Proton Scattering at Large Momentum Transfers and the Inelastic Structure Functions of the Proton / G. Miller [et al.] // Phys. Rev. D. — 1972. — Vol. 5, issue 3. — P. 528–544.

30. *Gross D. J., Wilczek F.* Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories // *Phys. Rev. Lett.* — 1973. — Vol. 30, issue 26. — P. 1343–1346.
31. *Politzer H. D.* Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? // *Phys. Rev. Lett.* — 1973. — Vol. 30, issue 26. — P. 1346–1349.
32. *McElhaney R., Tuan S. F.* Some Consequences of a Modified Kuti-Weisskopf Quark-Parton Model // *Phys. Rev. D.* — 1973. — Vol. 8, issue 7. — P. 2267–2272.
33. *Kuti J., Weisskopf V. F.* Inelastic Lepton-Nucleon Scattering and Lepton Pair Production in the Relativistic Quark-Parton Model // *Phys. Rev. D.* — 1971. — Vol. 4, issue 11. — P. 3418–3439.
34. *Morfín J. G., Tung W. K.* Parton distributions from a global QCD analysis of deep inelastic scattering and lepton-pair production // *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields.* — 1991.
35. CTEQ Collaboration. — URL: <https://www.physics.smu.edu/scalise/cteq/>.
36. NNPDF Collaboration. — URL: <http://nnpdf.mi.infn.it/>.
37. MSHT/MRST/MSTW/MMHT Collaboration. — URL: <https://www.hep.ucl.ac.uk/mmht/>.
38. PDF4LHC recommendations for LHC Run II / J. Butterworth [et al.] // *J. Phys. G.* — 2016. — Vol. 43. — P. 023001. — arXiv: [1510.03865](https://arxiv.org/abs/1510.03865) [[hep-ph](#)].
39. Uncertainties of predictions from parton distribution functions. II. The Hessian method / J. Pumplin [et al.] // *Phys. Rev. D.* — 2001. — Vol. 65, issue 1. — P. 014013.
40. *Collins J. C., Soper D. E.* Angular distribution of dileptons in high-energy hadron collisions // *Phys. Rev. D.* — 1977. — Vol. 16, issue 7. — P. 2219–2225.
41. *Sjostrand T., Mrenna S., Skands P. Z.* A Brief Introduction to PYTHIA 8.1 // *Comput. Phys. Commun.* — 2008. — Vol. 178. — P. 852–867. — arXiv: [0710.3820](https://arxiv.org/abs/0710.3820) [[hep-ph](#)].

42. Event Generation with Sherpa 2.2 / E. Bothmann [et al.] // SciPost Phys. — 2019. — Vol. 7, no. 3. — P. 034. — arXiv: [1905.09127](https://arxiv.org/abs/1905.09127) [hep-ph].
43. Combined Performance (CP) Groups. — URL: <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasProtected/AtlasPhysics>.
44. LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era / A. Buckley [et al.] // Eur. Phys. J. C. — 2015. — Vol. 75. — P. 132. — arXiv: [1412.7420](https://arxiv.org/abs/1412.7420) [hep-ph].