

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 53.05, 53.07

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
КОМПАКТНЫЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ В
КАЧЕСТВЕ ИСТОЧНИКА ПЕРВИЧНЫХ ЧЕРНЫХ ДЫР

Студент _____ М. А. Краснов

Научный руководитель _____ В. В. Никулин

Москва 2022

Содержание

Содержание	1
1 Введение	2
2 Модель	3
3 Эффективное скалярное поле	4
4 Доменные стенки	7
5 Инфляционная генерация доменных стенок	10
6 Образование первичных черных дыр	13
7 Заключение	15
Список использованных источников	16

Цель работы

Исследование возможности полностью гравитационного образования первичных черных дыр (ПЧД) в рамках квадратичной $f(R)$ -гравитации с тензорными поправками на постинфляционной стадии развития Вселенной - рехиттинге.

1 Введение

Дополнительные измерения обычно изучаются в рамках физики элементарных частиц [1], например в контексте объединения взаимодействий [2; 3], объяснения природы полей Стандартной Модели [4], поиска их проявлений в ускорительных экспериментах [5; 6]. В данной статье исследуется одно из возможных космологических последствий — показывается, что компактные дополнительные измерения могут быть причиной образования первичных черных дыр сразу после окончания космологической инфляции.

Известно, что одной из центральных задач теорий с компактными дополнительными измерениями является обеспечение их компактификации и стабилизации [7] в процессе космологической эволюции. Это возможно сделать, например, введением дополнительных скалярных полей [8] или $f(R)$ -модификацией гравитации [9; 10]. Последний подход особенно многообещающий, поскольку квадратичная $f(R)$ -гравитация Старобинского [11; 12] даёт наиболее хорошее соответствие наблюдательным ограничениям на параметры космологической инфляции [13]. Кроме того, в многомерной $f(R)$ -гравитации, процессы космологической инфляции и компактификации являются проявлением общей гравитационной динамики в различных подпространствах [14].

Возможности $f(R)$ -гравитации широко изучаются [15; 16], они предлагают решение многих космологических проблем [17–20]. Одна из проблем, которую может решить $f(R)$ -гравитация — существование первичных черных дыр. Сегодня первичное происхождение некоторых открытых черных дыр (квазаров при малых z [21; 22], ЧД промежуточных масс, обнаруженных гравитационно-волновыми обсерваториями [23]) горячо обсуждается [24; 25]. В данной работе мы демонстрируем, как в моделях

$f(R)$ -гравитации, в результате инфляционной динамики, могут возникать первичные черные дыры.

Идея предлагаемого нами механизма основывается на известной возможности образования доменных стенок в процессе космологической инфляции с последующим коллапсом их в первичные черные дыры [26; 27]. Образование таких доменных стенок требует наличия скалярного поля с нетривиальным потенциалом, содержащим несколько вакуумов. Именно такое эффективное скалярное поле возникает в многомерных $f(R)$ -моделях в картине Эйнштейна [10; 14; 28]. Это поле управляет размером компактного дополнительного пространства, а различные его вакуумы отвечают разным Вселенным. В работе мы рассчитываем параметры образуемых полем доменных стенок и приходим к заключению, что появившись на стадии инфляции, во время рехиттинга, они будут сразу коллапсировать в ПЧД. Для удаленного наблюдателя в картине Йордана появление таких ПЧД интерпретируется как проявление нетривиальной $f(R)$ -гравитационной динамики многомерного пространства. Возникшие ПЧД будут быстро расти в процессе дальнейшей космологической эволюции из-за аккреции и способны превратиться в наблюдаемые сверхмассивные квазары при малых z .

2 Модель

Рассмотрим теорию модифицированной гравитации — $f(R)$, включающую квадратичные поправки (в том числе тензорные) к скаляру Риччи и содержащую $D = 4 + n$ измерений. Она описывается действием¹

$$S[g_{\mu\nu}] = \frac{m_D^{D-2}}{2} \int d^{4+n}x \sqrt{|g_D|} [f(R) + c_1 R_{AB} R^{AB} + c_2 R_{ABCD} R^{ABCD}] ,$$

$$f(R) = a_2 R^2 + R - 2\Lambda_D , \quad (1)$$

где m_D — многомерная масса Планка, далее мы будем везде работать в единицах $m_D \equiv 1$. При этом многомерное пространство представим как прямое произведение $\mathbb{M} = \mathbb{M}_4 \times \mathbb{M}_n$, где \mathbb{M}_4 — четырехмерное пространство,

¹В этой работе мы используем следующие соглашения для тензора кривизны Римана $R_{\mu\nu\alpha}^\beta = \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\beta - \partial_\nu \Gamma_{\mu\alpha}^\beta + \Gamma_{\sigma\alpha}^\beta \Gamma_{\nu\mu}^\sigma - \Gamma_{\sigma\nu}^\beta \Gamma_{\mu\alpha}^\sigma$, а тензор Риччи определен следующим образом: $R_{\mu\nu} = R_{\mu\alpha\nu}^\alpha$

\mathbb{M}_n – компактное дополнительное пространство с n измерениями:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - e^{2\beta(t)} d\Omega_n^2, \quad (2)$$

где в $g_{\mu\nu}$ – 4-мерная метрика \mathbb{M}_4 , β – функция размера, а $d\Omega_n^2$ – объем максимально симметричного компактного доп. пространства с положительной кривизной \mathbb{M}_n .

Различные варианты космологических сценариев, возникающих в данной теории модифицированной гравитации рассмотрены в работах [14; 28; 29]. Все они в итоге сводятся к получению некоторой эффективной теории поля, которую видит 4-мерный наблюдатель. Её свойства определяются параметрами лагранжиана (1). Процедура получения такой теории описана в [10].

Следуя этой процедуре, мы предполагаем максимальную симметричность дополнительного пространства \mathbb{M}_n , что приводит к скаляру Риччи дополнительного пространства $R_n = n(n-1)/e^{2\beta}$, где $e^\beta \equiv \rho$ – его радиус. Кроме того, приближение данной эффективной теории работает в области, где дополнительное пространство мало по сравнению с 4-мерным и медленно меняется:

$$R = R_4 + R_n + P_k, \quad P_k = 2n \partial^2 \beta + n(n+1)(\partial\beta)^2, \quad (3)$$

$$R_4, P_k \ll R_n.$$

где R_4, R_n – скаляры Риччи для $\mathbb{M}_4, \mathbb{M}_n$. Далее, при переходе к 4-мерию в (1), возникнет неминимальная связь между наблюдаемой 4-мерной гравитацией R_4 и 4-мерной метрикой [10], поэтому полученная теория будет записана в картине Йордана – будем использовать эту картину в качестве наблюдаемой [30] (в конце мы приведем все результаты к ней).

3 Эффективное скалярное поле

Минимальная связь между наблюдаемой 4-мерной гравитацией и 4-мерной метрикой достигается переходом к картине Эйнштейна, поэтому все вычисления будем проводить в ней. Тогда теория (1) сведется к эффективному лагранжиану, определяющему наблюдаемую 4-мерную физи-

ку при низких энергиях [14]:

$$S = \frac{m_4^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g_4} \operatorname{sign}(f') [R_4 + K(\phi)(\partial\phi)^2 - 2V(\phi)] , \quad (4)$$

где эффективная масса Планка в картине Эйнштейна: $m_4 = \sqrt{2\pi^{\frac{n+1}{2}}/\Gamma(\frac{n+1}{2})}$, а $g_4^{\mu\nu}$ — наблюдаемая 4-мерная метрика. При этом появившееся скалярное поле имеет смысл скаляра Риччи под пространства $\phi \equiv R_n$ для исходной теории (1).

Из (3) следует, что переход к эффективной теории справедлив только для значений поля $\phi \gg \phi_0 \sim R_4$, далее мы обсудим, какие параметры исходного лагранжиана (1) для этого требуются. Действие (4) содержит потенциал и нетривиальный кинетический член, которые выражаются через исходные параметры лагранжиана (1) (см. [14]):

$$K(\phi) = \frac{1}{4\phi^2} \left[6\phi^2 \left(\frac{f''}{f'} \right)^2 - 2n\phi \left(\frac{f''}{f'} \right) + \frac{n(n+2)}{2} \right] + \frac{c_1 + c_2}{f'\phi} , \quad (5)$$

$$V(\phi) = -\frac{\operatorname{sign}(f')}{2(f')^2} \left[\frac{|\phi|}{n(n-1)} \right]^{n/2} \left[f(\phi) + \frac{c_1 + 2c_2/(n-1)}{n} \phi^2 \right] . \quad (6)$$

Для целей данной работы рассмотрим случай 6-мерного дополнительного пространства $n = 6$ и выберем параметры $c_1 = -8000$, $c_2 = -5000$, $a_2 = -500$. При этих параметрах потенциальный член имеет два минимума, отвечающих различным вакуумам Вселенной. Значение потенциала в этих минимумах должно быть равно нулю для зануления 4-мерной космологической постоянной, что приводит к тонкой настройке параметра $\Lambda = -1/8(a + c_v/n) = 3/52000$, где $c_v = c_1 + 2c_2/(n-1)$, что составляет известную проблему [10]. В следующих разделах мы обсудим справедливость такого выбора параметров.

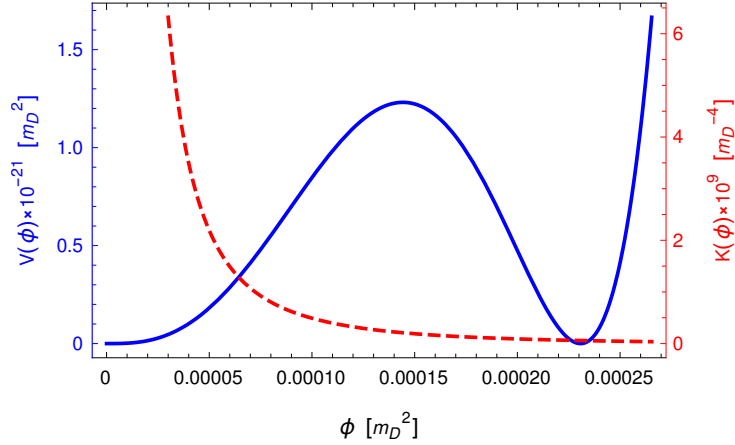


Рисунок 3.1 – Графики потенциального члена и кинетического множителя (5), (6) для выбранных параметров: $n = 6$, $c_1 = -8000$, $c_2 = -5000$, $a_2 = -500$. Левый минимум потенциала находится в точке $\phi = 0$, однако скатывание к нему за конечное время невозможно из-за возрастающего тормозного действия кинетического множителя, правый минимум находится в точке $\phi_{min} = 3/13000$.

Скатывание поля $\phi \equiv R_n$ в правый минимум потенциала (6) соответствует стабилизации компактного дополнительного пространства $R_n \neq 0$ (доп. пространство компактифицировано и имеет некоторый радиус ρ_0), и приводит к наблюдаемой космологии [14]. Наличие левого минимума $R_n \approx 0$ говорит о возможности реализации другого сценария (он исследуется в работе [29]), в котором дополнительное пространство нестабильно и расширяется вместе с основным до макроскопических размеров.

Нетривиальный кинетический множитель (5) существенно модифицирует характер эволюции поля $\phi(t)$ по сравнению со стандартной скалярно-полевой теорией, обеспечивая возрастающее торможение при скатывании в левый минимум (6). Можно упростить лагранжиан, сделав замену

$$\psi = m_4 \int_{\phi_0}^{\phi} \sqrt{K(\phi')} d\phi', \quad V(\psi) = m_4^2 V(\phi(\psi)), \quad (7)$$

в таком случае $d\phi/d\psi = 1/m_4 \sqrt{K(\phi)}$ и лагранжиан приводится к стандартной форме:

$$S = \frac{m_4^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g_4} R_4 + \int d^4x \sqrt{-g_4} \left[\frac{1}{2} (\partial\psi)^2 - V(\psi) \right], \quad (8)$$

где при $m_4^2 = 16\pi^3/15$ при выбранном $n = 6$. Условием для работы замены (7) является положительность $K(\phi)$ на исследуемом промежутке $\phi_0 < \phi < \phi_{min}$. В таком случае $\psi(\phi)$ монотонна и обратима (что требуется для нахождения потенциала в выражении (8)).

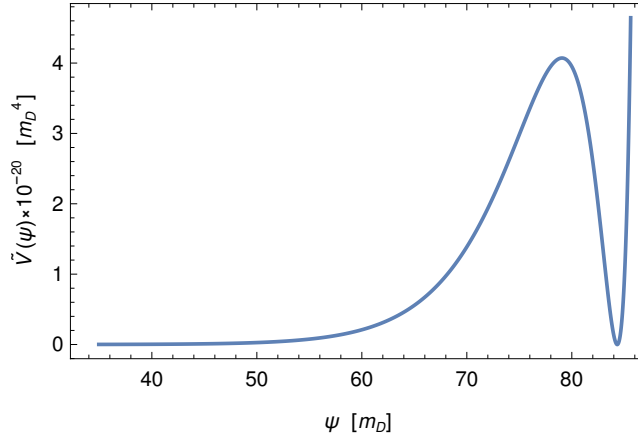


Рисунок 3.2 – График потенциального члена $V(\psi)$ для эффективной 4-мерной теории (8). Правый минимум находится в точке $\psi_{min} = 84.3$. При этом, строго говоря, левый минимум находится в точке $\psi = -\infty$, однако для наших целей достаточно очень точного приближения $\psi = 0$ (соответствующего $\phi = \phi_0$), до которого всё ещё работает эффективная теория (4). Максимальное значение потенциала в области перехода между вакуумами $V_{max} \approx 4.07 \cdot 10^{-20}$

4 Доменные стенки

Хорошо известно, что потенциалы наподобие (3.2), содержащие несколько минимумов (вакуумов), могут приводить к формированию нетривиальных полевых конфигураций [31] — "пузырей" одного вакуума внутри другого, окруженных доменной стенкой.

Исследуем такую конфигурацию, получив полевое уравнение для ψ из эффективного действия (8). Для простоты считаем её сферически сим-

метричной и статической, что дает уравнение:

$$\psi_{uu} + \frac{2\psi_u}{u} - V'(\psi) = 0, \quad (9)$$

которое при рассмотрении достаточно большого "пузыря" (так, чтобы его радиус был много больше характерной толщины доменной стенки $\psi_{uu} \gg 2\psi_u/u$) можно легко свести к уравнению первого порядка:

$$\partial_u \psi = \pm \sqrt{2V(\psi)}. \quad (10)$$

Характерное решение уравнения (10), соединяющее левый вакуум потенциала $V(\psi)$ с правым (Рис. 3.2), показано на Рис. 4.1 (синяя линия).

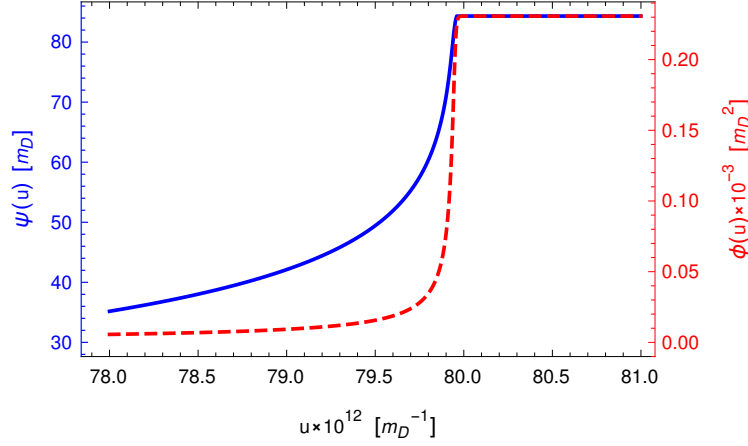


Рисунок 4.1 – Численное решение (9) при граничных условиях: $\psi(0) = 0$ — левый минимум $V(\psi)$ достигается внутри пузыря, $\psi(u \rightarrow \infty) = \psi_{min}$ — правый минимум $V(\psi)$ достигается для удаленного наблюдателя $u \rightarrow \infty$ (и формирует нашу Вселенную). На графиках: синяя линия — непосредственное решение $\psi(u)$; красная линия — соответствующая ему функция $\phi(u)$. В данном примере радиус "пузыря" $u_0 \approx 79.9 \cdot 10^{12}$.

Плотность энергии доменной стенки ε_ψ мы можем вычислить как компоненту T^{00} тензора энергии-импульса для лагранжиана скалярного поля ψ :

$$\varepsilon_\psi(u) = T^{00}(u) = \frac{\partial \mathcal{L}_\psi}{\partial (\partial_0 \psi)} \partial^0 \psi - \mathcal{L}_\psi g^{00} = \frac{1}{2} (\partial_u \psi)^2 + V(\psi) = 2V(\psi(u)). \quad (11)$$

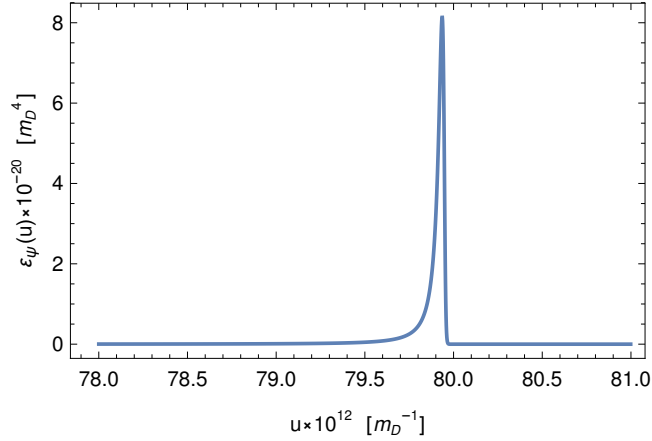


Рисунок 4.2 – Плотность энергии (11) для решения, представленного на Рис. 4.1. Толщина доменной стенки $\delta \sim 10^{11}$.

Интегрирование по радиальной координате (11) для полученного численного решения (Рис. 4.1) дает поверхностную плотность энергии доменной стенки в многомерных планковских единицах:

$$\sigma = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\psi}(u) du = \int_0^{\psi_{min}} \frac{2V(\psi)}{\psi_u} d\psi = \int_0^{\psi_{min}} \sqrt{2V(\psi)} d\psi = 5 \cdot 10^{-9} \quad (12)$$

Мы также можем оценить характерную толщину стенки δ , зная поверхностную плотность энергии:

$$\sigma = \int_0^{\infty} 2V(\psi) du \approx 2 \frac{V_{max}}{2} \delta \implies \delta \approx \frac{\sigma}{V_{max}} \approx 1.2 \cdot 10^{11}. \quad (13)$$

Доменные стенки, рассмотренные в данной работе, являются очень массивными, в результате чего они будут являться источником первичных черных дыр. Механизм образования и коллапса таких структур хорошо изучен в работах [26; 27] и приводит к возникновению первичных черных дыр широкого спектра масс в ранней Вселенной, что позволяет решить некоторые проблемы современной космологии.

5 Инфляционная генерация доменных стенок

Как было указано выше, скатывание поля ψ в правый минимум Рис. 3.2, создает наблюдаемую Вселенную. Для её образования требуется механизм космологической инфляции. В работе [14], показано, что само поле ψ может выступать в качестве инфлатона, удовлетворяя всем наблюдаемым ограничениям на него и делая механизм образования Вселенной чисто гравитационным (1) (без привлечения дополнительных полей материи). Дабы не усложнять наше рассмотрение, мы, тем не менее, будем считать космологическую инфляцию внешним процессом с характерным параметром Хаббла H .

Механизм инфляционного производства вышеописанных "пузырей" альтернативного вакуума, хорошо известен [26]. В результате многократных квантовых флуктуаций, поле ψ может быть перекинуто из области скатывания в правый минимум в область скатывания в левый минимум, в некотором регионе инфляционной Вселенной. Этот регион продолжает расти во время инфляции, пока поле ψ "заморожено" и его конечный размер определяется временем возникновения. После окончания инфляции и "разморозки" поля, в этом регионе Вселенной должен возникнуть пространственный "пузырь" (Рис. 4.1), окруженный эффективной доменной стенкой (в рассматриваемой модели (1) он на самом деле он является чисто гравитационным топологическим дефектом).

Несколько ограничений должны быть наложены на рабочую модель производства доменных стенок в рассмотренной $f(R)$ -гравитации:

- Во время космологической инфляции 4-мерное пространство $g_{\mu\nu}$ описывается метрикой де Ситтера с кривизной $R_4 = 12H^2$, где H — параметр Хаббла. Поэтому приближение (3) применимо только для значений поля $\phi \gg 12H^2$.
- Для генерации стенок посредством квантовых флуктуаций поля ψ (вблизи максимума потенциала 3.2) требуется его медленное скатывание: $m_\psi = \sqrt{V''(\psi_{vac})} \ll H$.
- Доменные стенки не должны быть слишком плотными, чтобы не доминировать над инфлатоном: $\varepsilon_\psi \ll \varepsilon_{inf} \sim H^2 m_4^2$.

- Флуктуации поля ψ во время инфляции должны быть не слишком большими, чтобы не допустить перепроизводства доменных стенок: $\delta\psi = H/2\pi \ll \psi$.

При выбранных нами ранее параметрах $a_2 = -500$, $c_1 = -8000$, $c_2 = -5000$ лагранжиана (1), все вышеуказанные ограничения выполняются для космологической инфляции с характерным масштабом $H \gg 10^{-11}$:

$$\begin{aligned}
\phi &\sim 10^{-6} - 10^{-4} \gg 12H^2 \sim 10^{-19}, \\
m_\psi &\sim 10^{-11} \ll H \sim 10^{-10}, \\
\varepsilon_\psi &\sim 10^{-20} \ll \varepsilon_{inf} \sim 10^{-19}, \\
\delta\psi &\sim 10^{-11} \ll \psi \sim 1.
\end{aligned} \tag{14}$$

Все оценки приведены для картины Эйнштейна при $n = 6$, для которой $m_4 = 5.75$, при этом там, где размерность не указана явно, все расчеты ведутся в системе $m_D \equiv 1$. Параметры a_2 , c_1 , c_2 лагранжиана (1) имеют размерность $[m_D^{-2}]$, космологическая постоянная Λ имеет размерность $[m_D^2]$.

В предыдущих секциях все расчеты были выполнены в картине Эйнштейна. В качестве физически наблюдаемой картины часто принято брать картину Йордана, в которой возможно управлять 4-мерным планковским масштабом $M_4 = \Omega(\phi_{\min})m_4$, регулируя размер доп. пространства. Космологическая инфляция должна описываться в физически наблюдаемой картине — то есть в картине Йордана (обозначим её индексом J):

$$S_{\text{inf}}^J = \int d^4x \sqrt{-g_4^J} \left[\frac{1}{2} (\partial\chi^J)^2 - U^J(\chi^J) \right], \tag{15}$$

где χ — инфлатон, потенциал которого определяет параметр Хаббла во время инфляции $H \sim \sqrt{GU(\chi)}$. Условия (14) были проверены для инфляции в картине Эйнштейна (обозначим её индексом E). Переход к ней из (15) известен [14; 32]:

$$g_{\mu\nu}^J = \Omega^{-2} g_{\mu\nu}^E, \quad \text{где} \quad \Omega^2 = e^{n\beta(\phi)} |f'(\phi)|. \tag{16}$$

Подставляя (16) в (15), получим действие, записанное в картине Эйн-

штейна:

$$\begin{aligned}
S_{\text{inf}}^J &= \int d^4x \sqrt{-g_4^E} \left[\frac{1}{2} \Omega^{-2} (\partial\chi^J)^2 - \Omega^{-4} U^J(\chi^J) \right] \approx \\
&\approx \int d^4x \sqrt{-g_4^E} \left[\frac{1}{2} (\partial\chi^E)^2 - U^E(\chi^E) \right] = S_{\text{inf}}^E, \tag{17}
\end{aligned}$$

где сделаны преобразования инфлатона $\chi^E = \Omega^{-1}\chi^J$ и его потенциала $U^E = \Omega^{-4}U^J$ к картине Эйнштейна. Здесь использован тот факт, что во время инфляции поле ϕ практически заморожено (14) и находится в области максимума потенциала, поэтому коэффициент $\Omega(\phi)$ можно считать постоянным и равным, $\Omega \approx \Omega(\phi_{\text{max}}) \sim \Omega(\phi_{\text{min}}) \sim 10^8$ для выбранных параметров.

Параметр Хаббла для инфлатона χ^E , наблюдаемого в картине в картине Эйнштейна, связан с параметром Хаббла для инфлатона χ^J , наблюдаемого в картине в картине Йордана следующим образом:

$$H^E \sim \sqrt{G U^E(\chi)} = \sqrt{G \Omega^{-4} U^J(\chi)} \sim \Omega^{-2} H^J. \tag{18}$$

Из этого, в соответствии с результатом, полученным выше (14) для картины Эйнштейна, следует, что $H^J > 10^5 \sim 10^{-4} [M_4] \sim 10^{14} [\text{GeV}]$ при выбранных параметрах. что согласуется с наблюдательными данными [13].

Грубо оценим, как выбор параметров исходной модели влияет на нижнюю границу параметра Хаббла H^J , при котором работает вышеописанный механизм появления доменных стенок. В силу размерности, параметры $a, c_1, c_2 \sim \lambda^{-2}$, где λ — некоторый энергетический масштаб. Из (14) видно, что самое сильное ограничение на H^E даёт масса поля $H^E \gg m_\psi = \sqrt{V_{\psi\psi}(\psi_{vac})} = V_{\phi\phi}(\phi_{vac})/K(\phi_{vac})$. Учитывая зависимость (5), (6) от параметров модели, получим $m_\psi \propto m_D^{-n/2} \lambda^{n/2+1}$, а для $\Omega \propto m_D^{n/2} \lambda^{-n/2}$. Тогда нижняя граница параметра Хаббла (при $n = 6$, в нашем случае) $H^J = \Omega^2 H^E \propto m_D^3 \lambda^{-2} \propto \lambda [M_4]$, где последний результат приведён к единицам $M_4 = \Omega m_4$.

6 Образование первичных черных дыр

Во время инфляционной стадии классическое движение скалярного поля ψ заморожено — это определяется неравенством 2 в (14). Если в процессе квантовых флуктуаций возникает заготовка для будущей доменной стенки (поле перепрыгивает на левый склон потенциала на Рис. 3.2), то в этом месте значения поля ψ должны лежать вблизи максимума потенциала, так как флуктуации малы (неравенство 4 в (14)). По окончании инфляции плотность энергии инфлатона падает (а, следовательно, и параметр Хаббла) — поле ψ размораживается и начинает быстро скатываться с максимума в минимумы потенциала (в левый минимум, для внутренней области и в правый для внешней). В процессе этого скатывания плотность энергии в области перехода постепенно растет $\sigma(t)$ до величины σ , вычисленной в предыдущих разделах. Кроме того, из-за постинфляционного расширения радиус области также растет $u_w(t) = u_0 a(t)$, где u_0 — радиус на конец инфляции, $a(t)$ — масштабный фактор. Из-за этого увеличивается масса образующейся доменной стенки $m_w(t) = 4\pi u_w(t)^2 \sigma(t)$ — растет её гравитационный радиус $u_g(t) = 2Gm_w(t)$. В определенный момент времени гравитационный радиус охватит всю доменную стенку $u_g(t_*) = u_w(t_*)$ и для внешнего наблюдателя образуется первичная черная дыра с массой $m_w(t_*)$.

Момент t_* охвата стенки гравитационным радиусом в нашей модели наступит задолго до достижения ею в результате скатывания окончательной плотности энергии σ . Это видно из отношения гравитационного радиуса к размеру стенки, если принять, что стенка имеет окончательную плотность энергии σ :

$$\frac{u_g}{u_w} = 8\pi G\sigma u_w > m_4^{-2}\sigma\delta \approx 16, \quad (19)$$

где использован тот факт, что радиус стенки всегда больше её толщины $u_w(t) > u_0 > \delta$. Отношение (19) остается много большим единицы при любых параметрах модели (1), удовлетворяющих ограничениям (14). Для удаленного наблюдателя рост радиуса горизонта u_g до размера стенки u_w приводит к гравитационному замедлению её времени и "замораживанию"

роста плотности энергии в момент пересечения. Поэтому масса образуемой ПЧД

$$M_{PВН} = m_w(t_*) = u_g(t_*)/2G = u_0 a(t_*)/2G. \quad (20)$$

Все описанные выше процессы происходят на очень коротком отрезке времени t_* , который существенно меньше характерного времени скатывания поля ψ в минимум потенциала, $t_* < \tau_\psi \sim \sqrt{V''(\psi_{\max})}^{-1} \sim 10^6$. Это время в нашей модели меньше, чем время инфляции $\tau_{\text{inf}} \approx 60 H^{-1} \sim 10^7$. Поэтому процесс скатывания поля ψ происходит на стадии рехитинга (как и для инфлатона), масштабный фактор на которой мы можем приближенно [33] считать $a(t_*) = ((\tau_{\text{inf}} + t_*)/\tau_{\text{inf}})^{\frac{\nu+2}{3\nu}} < ((\tau_{\text{inf}} + \tau_\psi)/\tau_{\text{inf}})^{\frac{\nu+2}{3\nu}} \sim (1 + 10^{-1})^{\frac{\nu+2}{3\nu}} \sim 1$, где ν — показатель степени в потенциале инфлатона.

Радиус u_0 определяется моментом образования на инфляционной стадии флуктуации, приводящей к последующему формированию стенки. Если флуктуация образуется на e -фолде N из N_{inf} , то её размер к окончанию инфляции будет $u_0 = H_{\text{inf}}^{-1} e^{N_{\text{inf}} - N}$. Для примера, допустим, что флуктуация в поле ψ , приводящая к образованию стенки, произошла на $N = 25$ e -фолде из $N_{\text{inf}} = 60$ при масштабе инфляции $H \sim 10^{14}$ GeV (что является характерными параметрами [13]) Тогда, сразу по окончании инфляции образуется ПЧД массой $M_{PВН} \sim u_0/2G = 4\pi M_4^2 H_{\text{inf}}^{-1} e^{35} \sim 10^{41}$ [GeV] $\sim 10^{-16}$ [M_\odot]. В течение дальнейшей космологической эволюции на стадии рехитинга такая ПЧД будет набирать массу в результате аккреции. Динамика этого процесса достаточно сложна и зависит от свойств стадии рехитинга [34]. Поскольку такие черные дыры образуются на сверххранном этапе, сразу после окончания инфляции, их масса может достигать многих солнечных масс, как показывают наши оценки.

Вычисление изначального спектра масс $N(M)$ описанных выше ПЧД сводится к вычислению спектра размеров генерируемых на инфляционной стадии флуктуаций поля ψ . Этот спектр $N(r)$ известен и вычислен в таких работах как [27; 35; 36]. В них исследовалась зависимость данного спектра от параметров инфляции и начального значения поля ψ_0 , с которым появляется современный горизонт. В этих работах было показано, что ширина спектра, характерные массы и общее число ПЧД сильно зависят от выбора ψ_0 .

Поэтому, подставляя $N(r) = N(2GM) \equiv N(M)$, получаем спектр

масс формируемых ПЧД. Мы не будем исследовать этот спектр в данной работе, так как её задача была продемонстрировать новый механизм формирования ПДЧ, возникающий (при определенном выборе параметров лагранжиана) в теориях $f(R)$ -гравитации.

7 Заключение

В данной работе было показано, что модели многомерной $f(R)$ -гравитации содержат в себе возможность производства первичных черных дыр на ранних стадиях космологической эволюции. Для удаленного наблюдателя в картине Йордана, появление таких черных дыр можно интерпретировать как проявление нетривиальной гравитационной динамики многомерного пространства после завершения космологической инфляции.

В данной работе эта гравитационная динамика сводится к динамике эффективного скалярного поля, рассматриваемого в картине Эйнштейна. В результате нетривиального потенциала скалярного поля, по завершению космологической инфляции происходит формирование доменных стенок, для которых возможность коллапса в первичные черные дыры хорошо известна. Показано, что эта возможность неизбежна в нашей модели для того диапазона параметров $f(R)$ -гравитации, которые одновременно удовлетворяют космологическим ограничениям и приводят к нетривиальному потенциалу эффективного скалярного поля.

Первичные черные дыры, возникающие в разработанном механизме, появляются на стадии рехитинга и затем будут активно расти за счет аккреции. Изучение процесса аккреции на стадии рехитинга будет следующим шагом в данном исследовании.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Feruglio F.* Extra dimensions in particle physics // The European Physical Journal C. — 2004. — Feb. — Vol. 33, S1. — s114–s128.
2. *Dienes K. R., Dudas E., Gherghetta T.* Grand unification at intermediate mass scales through extra dimensions // Nuclear Physics B. — 1999. — Vol. 537, no. 1–3. — P. 47–108.
3. *Hall L., Nomura Y.* Gauge unification in higher dimensions // Physical Review D. — 2001. — Vol. 64, no. 5. — P. 055003.
4. *Grobov A. V., Rubin S. G.* Higgs-Like Field and Extra Dimensions // International Journal of Theoretical Physics. — 2013. — July. — Vol. 52, no. 12. — P. 4283–4292.
5. *Hewett J., Spiropulu M.* PARTICLE PHYSICS PROBES OF EXTRA SPACETIME DIMENSIONS // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 2002. — Vol. 52, no. 1. — P. 397–424.
6. *Deuschmann N., Flacke T., Kim J. S.* Current LHC constraints on minimal universal extra dimensions // Physics Letters B. — 2017. — Aug. — Vol. 771. — P. 515–520.
7. *Witten E.* Instability of the Kaluza-Klein vacuum // Nuclear Physics B. — 1982. — Vol. 195, no. 3. — P. 481–492.
8. Classical stabilization of homogeneous extra dimensions / S. M. Carroll [et al.] // Physical Review D. — 2002. — July. — Vol. 66, no. 2.

9. *Rador T.* Acceleration of the Universe via $f(R)$ gravities and the stability of extra dimensions // Physical Review D. — 2007. — Mar. — Vol. 75, no. 6.
10. *Bronnikov K. A., Rubin S. G.* Self-stabilization of extra dimensions // Phys. Rev. D. — 2006. — Vol. 73, no. 12. — P. 124019.
11. *Starobinsky A. A.* A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity // Phys. Lett. — 1980. — Vol. B91. — P. 99–102.
12. *Vilenkin A.* Classical and quantum cosmology of the Starobinsky inflationary model // Physical Review D. — 1985. — Vol. 32, no. 10. — P. 2511.
13. Planck 2018 results. X. Constraints on inflation / Y. Akrami [et al.]. — 2018.
14. *Fabris J. C., Popov A. A., Rubin S. G.* Multidimensional gravity with higher derivatives and inflation // Physics Letters B. — 2020. — Vol. 806. — P. 135458.
15. *De Felice A., Tsujikawa S.* $f(R)$ Theories // Living Reviews in Relativity. — 2010. — June. — Vol. 13, no. 1.
16. *Capozziello S., De Laurentis M.* Extended Theories of Gravity // Physics Reports. — 2011. — Vol. 509, no. 4. — P. 167–321.
17. *Capozziello S., De Laurentis M.* The Dark Matter problem from $f(R)$ gravity viewpoint // Annalen der Physik. — 2012. — Oct. — Vol. 524.
18. *Bronnikov K. A., Konoplich R. V., Rubin S. G.* The diversity of universes created by pure gravity // Classical and Quantum Gravity. — 2007. — Feb. — Vol. 24, no. 5. — P. 1261–1277.
19. Inhomogeneous compact extra dimensions / K. Bronnikov [et al.] // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2017. — Oct. — Vol. 2017, no. 10. — P. 001–001.
20. *Bronnikov K. A., Popov A. A., Rubin S. G.* Inhomogeneous compact extra dimensions and de Sitter cosmology // The European Physical Journal C. — 2020. — Oct. — Vol. 80, no. 10.

21. Low-redshift quasars in the Sloan Digital Sky Survey Stripe 82. The host galaxies / R. Falomo [et al.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2014. — Mar. — Vol. 440, no. 1. — P. 476–493.
22. *Dokuchaev V., Eroshenko Y. N., Rubin S.* Origin of supermassive black holes // arXiv preprint arXiv:0709.0070. — 2007.
23. *The LIGO Scientific Collaboration T. V. C.* Search for intermediate mass black hole binaries in the first and second observing runs of the Advanced LIGO and Virgo network // Physical Review D. — 2019. — Sept. — Vol. 100, no. 6.
24. *Carr B., Kuhnel F.* Primordial Black Holes as Dark Matter Candidates // arXiv preprint arXiv:2110.02821. — 2021.
25. Primordial black holes confront LIGO/Virgo data: current situation / V. D. Luca [et al.] // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2020. — June. — Vol. 2020, no. 06. — P. 044–044.
26. *Rubin S., Khlopov M., Sakharov A.* Primordial Black Holes from Non-Equilibrium Second Order Phase Transition // Grav. Cosmol. — 2000. — June. — Vol. 6.
27. Clusters of Primordial Black Holes / K. M. Belotsky [et al.] // The European Physical Journal C. — 2019. — Mar. — Vol. 79, no. 3.
28. *Lyakhova Y., Popov A. A., Rubin S. G.* Classical evolution of subspaces // The European Physical Journal C. — 2018. — Vol. 78, no. 9. — P. 1–13.
29. *Bronnikov K. A., Rubin S. G.* Local regions with expanding extra dimensions // Physics. — 2021. — Vol. 3, no. 3. — P. 781–789.
30. *Capozziello S., Martin-Moruno P., Rubano C.* Physical non-equivalence of the Jordan and Einstein frames // Physics Letters B. — 2010. — Vol. 689, no. 4. — P. 117–121.
31. *Vilenkin A., Shellard E. P. S.* Cosmic strings and other topological defects. — Cambridge University Press, 1994.
32. *Domènech G., Sasaki M.* Conformal frame dependence of inflation // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2015. — Apr. — Vol. 2015, no. 04. — P. 022–022.

33. *Lazarides G.* Inflationary cosmology // *Cosmological Crossroads*. — Springer, 2002. — P. 351–391.
34. Primordial black hole formation during slow reheating after inflation / B. Carr [et al.] // *Physical Review D*. — 2018. — Vol. 97, no. 12. — P. 123535.
35. *Nikulin V., Grobov A., Rubin S.* A mechanism for protogalaxies nuclei formation from primordial black holes clusters // *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 934. — IOP Publishing. 2017. — P. 012040.
36. *Nikulin V., Rubin S., Khromykh L.* Formation of Primordial Black Hole Clusters from Phase Transitions in the Early Universe // *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*. — 2019. — Mar. — Vol. 46. — P. 97–99.