

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное учреждение

высшего образования

«Национальный исследовательский ядерный университет

«МИФИ» (НИЯУ МИФИ)

УДК 539.12.01

**ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ**

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ И
КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЯВЛЕНИЯ
МНОГОЗАРЯДНЫХ ЧАСТИЦ В МОДЕЛЯХ
СОСТАВНОГО БОЗОНА ХИГГСА**

Научный руководитель

д.ф.-м.н., профессор

_____ М. Ю. Хлопов

Выполнил

_____ Д. О. Сопин

Москва 2022

Оглавление

1	Введение	2
2	Механизмы сфалеронных переходов	3
2.1	Особенности сфалеронных переходов после ЭСФП	3
2.2	Особенности сфалеронных переходов до ЭСФП	5
3	Сфалеронный переход после ЭСФП	6
4	Сфалеронный переход до ЭСФП	8
5	Закалка	10
5.1	Общее уравнение	10
5.2	Определение скорости сфалеронных переходов	11
5.3	Зависимости от температуры во Вселенной Фридмана	11
6	Заключение	12
	Список использованных источников	13

1 Введение

Часть Стандартной Модели (СМ), связанная с механизмом Хиггса, продолжает представлять значительный интерес как с точки зрения эксперимента, так и с точки зрения теоретического описания. Решение проблемы расходимости массы хиггсовского бозона, как и самой физической природы шкалы нарушения симметрии электрослабого взаимодействия связывалось с суперсимметрией, но отрицательный результат поиска суперсимметричных частиц на коллайдере может означать несуперсимметричное решение этой проблемы в моделях составного бозона Хиггса. В этом случае составляющие хиггсовского бозона могут быть заряженными и связываться в стабильные многозарядные частицы, которые, обладая также $SU(2)$ зарядами, могут участвовать в сфалеронных переходах, устанавливавших баланс избытка этих частиц и барионной асимметрии.

Работа, начатая в прошлом семестре, была продолжена. Более детально были рассмотрены сфалеронные переходы в модели 4-го поколения с u -зарядом [1–5].

В представленной работе уточнён ряд вопросов, связанных со свойствами частиц 4-го поколения и механизмами сфалеронных переходов. Коротко рассмотрены варианты модификаций уравнений, связывающих химические потенциалы. Изучены особенности переходов при высоких температурах (до электрослабого фазового перехода). В частности рассмотрен процесс закалки тяжёлых кварков.

Таблица 1 — Основные свойства частиц 4-ого поколения.

Частица	Масса	Заряд q	Заряд u	Новое лептонное число	Новое барионное число
U	~ 1 ТэВ	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
D	~ 1 ТэВ	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$
E	~ 1 ТэВ	-1	1	1	0
N	~ 50 ГэВ	0	1	1	0

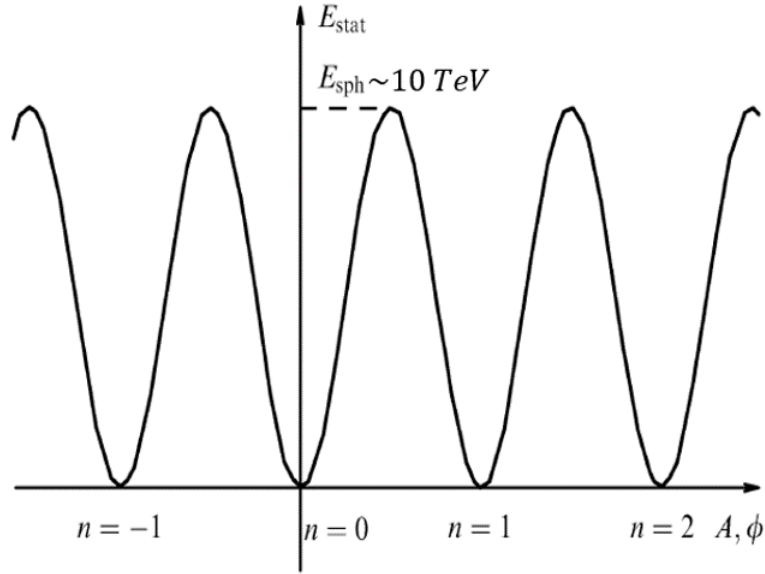


Рисунок 1 — Конфигурационное пространство теории. Вакуумы с различными барионными числами разделены потенциальными барьерами. Седловая точка функционала энергии соответствует сфалеронному решению уравнений.

2 Механизмы сфалеронных переходов

Частота сфалеронных переходов и их направление (соотношение "прямых" и "обратных" процессов) в значительной степени зависит от рассматриваемого промежутка времени (температур). В меньшей степени меняются и уравнения, связывающие химические потенциалы частиц.

Рассмотрим особенности, присущие описанию сфалеронных переходов, в периоды до и после электрослабого фазового перехода (ЭСФП).

2.1 Особенности сфалеронных переходов после ЭСФП

После ЭСФП введу нарушения $SU(2)$ симметрии химический потенциал стандартного бозона Хигга μ_0 должен быть положен равным нулю [6].

Также после ЭСФП частицы Стандартной Модели преобретают массу, однако она мала в сравнении с температурой, а потому ей можно пренебречь. Исключением является достаточно тяжёлый t кварк, чья масса всё-таки должна быть учтена в уравнениях.

Введу того, что температура среды на данном этапе значительно ниже высоты потенциального барьера, существует несколько способов его

преодолеть.

Распад очень тяжёлых частиц.

В случае, если масса нестабильной частицы превышает энергию сфалерона ($M_F > \frac{m_W}{\alpha_W} \sim 10 \text{ TeV}$ [7]), процесс её распада может спровоцировать переход.

В [8] кратко рассмотрен этот сценарий без уточнения природы частиц. Показано, что таким образом возможно обеспечить требуемую асимметрию, если только ЭСФП является переходом первого рода.

В рассматриваемой модели, однако, подходящих частиц нет.

Туннелирование.

Квантовая система может протуннелировать через потенциальный барьер. Однако такой процесс сильно подавлен фактором $\exp\left(-\frac{16\pi^2}{g_W^2}\right) \sim 10^{-173}$ для вакуума).

Столь сильное подавление не позволяет рассматривать данный способ как основной или вносящий какой-либо значимый вклад в нарушение законов сохранения барионных и лептонных чисел.

Классический.

Наиболее интересен оказывается классический способ преодоления барьера. За счёт тепловых флуктуаций система приобретает температуру, достаточную для перехода в топологически неэквивалентный исходному минимум.

Качественно этот вариант рассмотрен в 4-ой главе обзора [9]. Авторы, помимо прочего, опираются на расчёты, произведённые в [8; 10]. В данных работах рассматриваются сфалеронные переходы при температурах $\sim 0.1 - 1 \text{ ТэВ}$.

Так в работе [8] оценена температура закалки переходов (при которой время между ними сравнивается с хаббловским) T^* в бозонном приближении: фермионными флуктуациями авторы пренебрегают.

Вероятность перехода была найдена с точностью до независимого от температуры множителя C , который может быть найден из интегрирования по путям для конкретной модели. Так классический переход оказывается подавлен всего-лишь бoльцмановским фактором:

$$\Gamma_{Sph} = CT \exp\left(-\frac{E_{Sph}}{T}\right). \quad (1)$$

При помощи данной особенности авторы статьи получают температуру $T^* \sim 200$ ГэВ. Введу того что точное значение E_{Sph} неизвестно, данное значение может варьироваться в пределах 150-250 ГэВ [11].

Вторая же работа [10] посвящена вычислению этой вероятности для SU(2) модели ($\sin^2 \theta_W = 0$). В частности найден независимый от температуры множитель C .

2.2 Особенности сфалеронных переходов до ЭСФП

До ЭСФП ситуация во многом отлична. Так химический потенциал стандартного бозона Хигга μ_0 более не обязан быть равным нулю. Однако вследствие ненарушенной SU(2) симметрии должна быть равной нулю сумма проекций изоспина Q_3 [6].

Ещё одно отличие состоит в том, что на данном этапе развития Вселенной частицы SM не имеют массы. В то же время, так как частицы 4-ого поколения особенно массивны, можно предположить, что их массы обеспечиваются каким-то иным механизмом. Точная его природа не уточняется в данной работе.

При температурах близких к ЭСФП способы преодоления потенциального барьера остаются теми же, однако при более высоких температурах потенциальный барьер исчезает.

Более того при очень высоких температурах переходы между состояниями с различными барионными и лептонными числами могут быть в состоянии термодинамического равновесия. Если масса тяжёлых кварков \bar{U} достигает нескольких ТэВ, то такое равновесие приводит к экспоненциальной малости избытка данных частиц. В таком случае возникает вопрос о моменте закалки, когда сфалеронные переходы из равновесия выпадают.

"Выпадение" можно отследить с помощью закалки анти-кварков 4-го поколения \bar{U} . Действительно, из-за сохранения у-заряда и стабильности кварка U и 4-го нейтрино N, единственным процессом, уменьшающим количество данных частиц оказывается "обратный" сфалеронный переход. Можно ожидать, что из-за своей большой массы рассматриваемые частицы должны закаляться первыми.

Ответу на данный вопрос о закалке посвящена секция 5 данной работы.

3 Сфалеронный переход после ЭСФП

Рассмотрение сфалеронных переходов, основанное на химических потенциалах позволяет оценить вклад частиц в относительную плотность Вселенной с точностью до некоторой функции температуры. Этой функцией является зависящая от частоты переходов концентрация какого-либо типа частиц. Для удобства сравнения с наблюдениями, выбрана концентрация барионов n_b .

Сфалеронные переходы после ЭСФП уже были рассмотрены в работе прошлого семестра. Однако должны быть исправлены некоторые неточности, допущенные в ней. К тому же полученные результаты оставляли некоторые вопросы открытыми.

Основные уравнения на химические потенциалы, полученные из условий сфалеронного перехода, Q- и у-нейтральности а также выражений для плотностей барионных и лептонных чисел, остаются неизменными:

$$3(\mu_{uL} + 2\mu_{dL}) + \mu + (\mu_{\bar{U}R} + 2\mu_{\bar{D}R}) + \mu'_R = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} Q = 0 = & 2(2 + \sigma_t)(\mu_{uL} + \mu_{uR}) - 3(\mu_{dL} + \mu_{dR}) - \\ & - 2\sigma_U(\mu_{\bar{U}L} + \mu_{\bar{U}R}) + \sigma_D(\mu_{\bar{D}L} + \mu_{\bar{D}R}) - \\ & - 3(\mu_{iL} + \mu_{iR}) + \sigma_E(\mu_{\bar{E}L} + \mu_{\bar{E}R}) - 4\mu_W - 2\mu_-, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} Y = 0 = & \sigma_U(\mu_{\bar{U}L} + \mu_{\bar{U}R}) + \sigma_D(\mu_{\bar{D}L} + \mu_{\bar{D}R}) - \\ & - \sigma_E(\mu_{\bar{E}L} + \mu_{\bar{E}R}) - \sigma_N(\mu_{\bar{N}L} + \mu_{\bar{N}R}), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} B = (2 + \sigma_t)(\mu_{uL} + \mu_{uR}) + 3(\mu_{dL} + \mu_{dR}) = \\ = (10 + 2\sigma_t)\mu_{uL} + 6\mu_W, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
L &= \Sigma(\mu_{\nu_i L} + \mu_{\nu_i R} + \mu_{iL} + \mu_{iR}) = \\
&= 4\mu + 6\mu_W,
\end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
-FB &= \sigma_U(\mu_{\bar{U}L} + \mu_{\bar{U}R}) + \sigma_D(\mu_{\bar{D}L} + \mu_{\bar{D}R}) = \\
&= 2(\sigma_U + \sigma_D)\mu_{\bar{U}R} - 2\sigma_D\mu_W,
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
-L' &= \sigma_E(\mu_{\bar{E}L} + \mu_{\bar{E}R}) + \sigma_N(\mu'_{L} + \mu'_{R}) = \\
&= 2(\sigma_E + \sigma_N)\mu'_{R} - 2\sigma_E\mu_W.
\end{aligned} \tag{8}$$

Как и ранее данная система может быть дополнена следующими из определений плотностей выражениями:

$$\frac{FB}{B} \approx \frac{1}{3} \frac{m_p}{m_U} \frac{\Omega_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}}{\Omega_b}, \tag{9}$$

$$B \approx \frac{6}{gT^2} \frac{\rho_c \Omega_b}{m_p}, \tag{10}$$

$$\Omega_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}} \approx \frac{3}{\rho_c} \frac{g_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}} m_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}}{T^2} \mu_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}R} \sigma_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}, \tag{11}$$

где в (9) и (11) использовано приближение $m_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}} \approx 3 m_{\bar{U}}$, а в (10) считается, что $m_b = m_p$.

Решая данную систему, придём к следующему выражению:

$$\Omega_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}} = \frac{18m_{\bar{U}}g_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}}{m_p} \frac{\sigma_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}\sigma_D(\sigma_E + \sigma_N)}{gs_1 + g_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}s_2} \Omega_b, \tag{12}$$

где $s_1 = (\sigma_U + \sigma_D)(\sigma_E + 1)\sigma_N + (\sigma_E + \sigma_N)(7\sigma_D + \sigma_U(3\sigma_D + 10))$,

$s_2 = 3\sigma_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}((\sigma_D + \sigma_N)(\sigma_E + 1) + (\sigma_E + \sigma_N)(\sigma_D + 10))$

Для численной оценки следует учесть, что анти-кластер при спине $3/2$ имеет число степеней свободы $g_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}} = 4$, в то время как для протонов - основных носителей барионного числа $g = 2$.

Были рассмотрены несколько модифицированных вариантов этих уравнений. Так, к примеру, при первом взгляде на уравнение (2) может показаться, что оно может быть разделено на два, относящихся к частицам

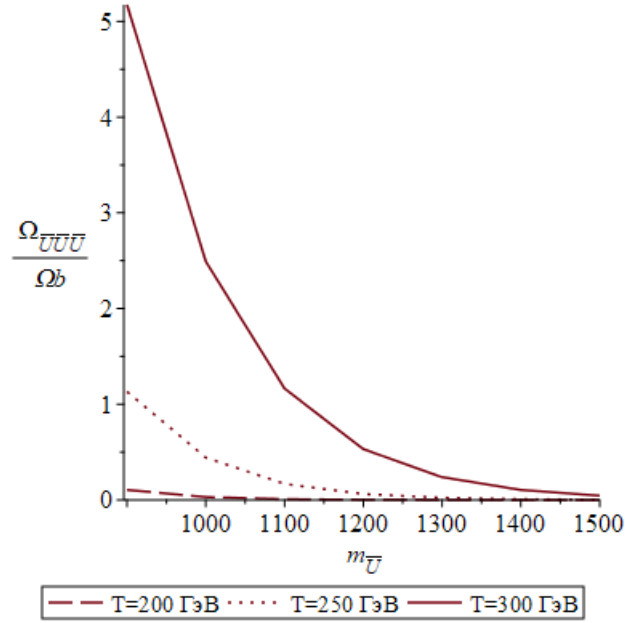


Рисунок 2 — Отношение генерируемых плотностей анти-класстеров и барионов для различных температур и масс тяжёлых кварков в простейшем приближении: $m_D = m_E = m_U$, $m_N = 50$ ГэВ.

СМ и частицам 4-го поколения соответственно:

$$\begin{cases} 9\mu_{uL} + \mu + 6\mu_W = 0 \\ 3\mu_{\bar{u}R} + \mu'_R - 2\mu_W = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Однако это не так. При таком рассмотрении уравнение (3) также должно распадаться на два, что делает систему переопределённой: единственное возможное решение - равенство всех химических потенциалов (и, соответственно, плотностей) нулю. очевидно, что такое решение не имеет физического смысла.

4 Сфалеронный переход до ЭСФП

Используя исходный вид уравнений (2)-(8) и условия, описанные в разделе 2.2, получим новую систему уравнений на химические потенциалы для

температур выше ЭСФП:

$$9\mu_{uL} + \mu + 3\mu_{\bar{U}R} + \mu'_R + 4\mu_W = 0, \quad (14)$$

$$Q = 0 = 6\mu_{uL} - 2\mu + 2(\sigma_D - 2\sigma_U)\mu_{\bar{U}R} + 2\sigma_E\mu'_R + \\ + (14 + 2\sigma_U + \sigma_D)\mu_0 - (18 + 2\sigma_D + \sigma_E)\mu_W \quad (15)$$

$$Y = 0 = 2(\sigma_U + \sigma_D)\mu_{\bar{U}R} - 2(\sigma_E + \sigma_N)\mu'_R + \\ + (\sigma_D - \sigma_U + \sigma_N - \sigma_E)\mu_0 - 2(\sigma_D + \sigma_E)\mu_W, \quad (16)$$

$$B = 12\mu_{uL} + 6\mu_W, \quad (17)$$

$$L = 4\mu + 6\mu_W, \quad (18)$$

$$-FB = 2(\sigma_D + \sigma_U)\mu_{\bar{U}R} + (\sigma_D - \sigma_U)\mu_0 - 2\sigma_D\mu_W, \quad (19)$$

$$-L' = 2(\sigma_E + \sigma_N)\mu'_R + (\sigma_E - \sigma_N)\mu_0 - 2\sigma_E\mu_W. \quad (20)$$

Упомянутое в разде 2.2 условие $Q_3 = 0$ даст ещё одно уравнение:

$$Q_3 = 0 = 3(\sigma_D - \sigma_U)\mu_{\bar{U}R} + (\sigma_E - \sigma_N)\mu'_R + (3\sigma_D + \sigma_E - 22) \quad (21)$$

Заметим теперь, что здесь не был зафиксирован смысл химических потенциалов. Так, возможны 2 случая:

- рассмотрение исключительно "прямых" переходов. В таком случае следует, исходя из свойств процесса, положить $B - L = 0$.
- рассмотрение "эффективных переходов" то есть учёт как "прямых" так и "обратных" процессов. В этом случае возникающий избыток плотности "замывается". Тогда при необходимо положить $B + L = a$, где $a \in [0, 2B]$: нижний предел соответствует термодинамическому равновесию, верхний - случаю "прямых" переходов.

Второй случай, очевидно, представляет больший интерес.

Имея введу дальнейшее использование, имеет смысл решать представленную систему относительно химического потенциала тяжёлого антикварка $\mu_{\bar{U}R}$. К сожалению, такое решение оказывается очень громоздким даже в простейшем приближении ($m_D = m_E = m_U$), в связи с чем не может быть выписано здесь.

5 Закалка

5.1 Общее уравнение

Вопрос о температуре закалки, поставленный в 2.2 при общем рассмотрении не отличается от вопроса о закалки любой другой частицы, рассмотренного, например в [12].

Время между сфалеронными переходами задаётся выражением

$$\tau = \frac{1}{\langle n_{Sph} \cdot \sigma_{Sph} \cdot v \rangle}. \quad (22)$$

Оно должно сравниваться с хаббловским временем:

$$H^{-1} = \frac{M_{Pl}^*}{T^2}, \quad (23)$$

где $M_{Pl}^* = \frac{1}{1.66\sqrt{g_*}}M_{Pl}$ - параметр, связанный с массой Планка и количеством степеней свободы.

Сечение может быть найдено по определению как

$$\langle \sigma_{Sph} v \rangle = \frac{\Gamma_{Sph}}{n_{Sph}}. \quad (24)$$

Таким образом, уравнение на температуру закалки имеет вид Γ_{Sph} .

$$\Gamma_{Sph} = \frac{T^2}{M_{Pl}^*}, \quad (25)$$

где Γ_{Sph} - скорость сфалеронных переходов - является неизвестной функцией температуры T и массы антикварков $m_{\bar{U}}$.

5.2 Определение скорости сфалеронных переходов

Скорость сфалеронных переходов в момент закалки может быть определена из уравнения Больцмана для расширяющейся Вселенной:

$$\frac{1}{a^3} \frac{d}{dt} (n_{\bar{U}} a^3) = \Gamma_{Sph} n_{\bar{U}}, \quad (26)$$

где Γ_{Sph} - эффективная скорость сфалеронных переходов, $n_{\bar{U}}$ - избыток концентрации антикварков, который, как и ранее, может быть выражен из распределения Ферми-Дирака [11; 13]:

$$n_{\bar{U}} = \frac{1}{6} g T^2 \mu_{\bar{U}R} \sigma \left(\frac{m_{\bar{U}}}{T} \right) \quad (27)$$

Подставив (27) в (26) найдём выражение для скорости Γ_{Sph} :

$$\Gamma_{Sph} = 2 \frac{\dot{T}}{T} + \frac{\dot{\mu}_{\bar{U}R}}{\mu_{\bar{U}R}} + \frac{\dot{\sigma}_U}{\sigma_U} + 3H, \quad (28)$$

где σ_U - неизвестная функция температуры, H - параметр Хаббла, чья зависимость от температуры может быть найдена, а функция $\mu_{\bar{U}R}$ неизвестна.

5.3 Зависимости от температуры во Вселенной Фридмана

Для решения уравнения (28) необходимо найти зависимости $H(T)$ и $t(T)$ для рассматриваемых температур. Предполагая, что справедлива Фридмановская модель расширяющейся Вселенной запишем уравнения на RD-стдии:

$$\begin{cases} H^2 = \frac{8}{3} \pi G \rho \\ \dot{\rho} = -3H(p + \rho) \\ p = \frac{1}{3} \rho \end{cases} \quad (29)$$

С их помощью, используя выражение (27), найдём следующие зависимости:

$$H_{RD} = \frac{1}{2t_{RD}} \quad (30)$$

$$t_{RD} = \frac{3}{4} \frac{M_{Pl}}{\sqrt{\pi} m_{\bar{U}} g} \frac{1}{T \sqrt{\mu_{\bar{U}R} \sigma_U}} \quad (31)$$

Таким образом, в уравнении (28) производные по времени могут быть заменены на производные по температуре. Вследствие этого, в его правой части остаётся единственная неизвестная величина - химический потенциал $\mu_{\bar{U}R}$.

6 Заключение

В работе этого семестра были более детально изучены механизмы сфалеронных переходов. Вследствие чего исправлен ряд неточностей в описании данных процессов после ЭСФП. Рассмотрены особенности сфалеронных переходов при высоких температурах. В частности найдено уравнение, позволяющее определить момент выпадения процесса из равновесия.

При рассмотрении было учтено, что до ЭСФП сфалеронные переходы происходят достаточно часто для поддержания равновесной концентрации тяжёлых кварков U . Это приводит к экспоненциальной малости последнего для масс частиц порядка нескольких TeV .

Список используемых источников

1. *Khlopov M.* New symmetries in microphysics, new stable forms of matter around us. — 2006. — July.
2. *Belotsky K., Khlopov M., Shibaev K.* Stable quarks of the 4th family? — 2008.
3. Effects of new long-range interaction: Recombination of relic Heavy neutrinos and antineutrinos / K. Belotsky [et al.] // Grav.Cosmol. — 2005. — Apr. — Vol. 11. — P. 27–33.
4. *Belotsky K., Khlopov M., Shibaev K.* Composite Dark Matter and its Charged Constituents // Grav.Cosmol. — 2006. — Apr. — Vol. 12. — P. 93–99.
5. *Belotsky K., Khlopov M., Shibaev K.* Stable matter of 4th generation: hidden in the universe and close to detection? // Particle Physics at the Year of 250th Anniversary of Moscow University. — 2006. — Окт.
6. *Harvey J. A., Turner M. S.* Cosmological baryon and lepton number in the presence of electroweak fermion-number violation // Phys. Rev. D. — 1990. — Ноябрь. — Т. 42, вып. 10. — С. 3344–3349.
7. *Klinkhamer F. R., Manton N. S.* A saddle-point solution in the Weinberg-Salam theory // Physical Review D. — 1984. — Т. 30. — С. 2212–2220.
8. *Kuzmin V., Shaposhnikov M., Rubakov V. A.* On the Anomalous Electroweak Baryon Number Nonconservation in the Early Universe // Physics Letters B. — 1985. — Т. 155. — С. 36.
9. *Рубаков В. А., Шапошников М. Е.* Электрослабое несохранение барионного числа в ранней Вселенной и в столкновениях частиц при высоких энергиях //. — 1996.

10. *Arnold P., McLerran L.* Sphalerons, small fluctuations, and baryon-number violation in electroweak theory // *Phys. Rev. D.* — 1987. — Июль. — Т. 36, вып. 2. — С. 581—595.
11. *Gudnason S. B., Kouvaris C., Sannino F.* Dark matter from new technicolor theories // *Physical Review D.* — 2006. — Ноябрь. — Т. 74, № 9.
12. *Горбунов Д. С., Рубаков В. А.* Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого Взрыва. — М. : ЛКИ, 2008.
13. *Khlopov M. Y., Kouvaris C.* Strong interactive massive particles from a strong coupled theory // *Physical Review D.* — 2008. — Март. — Т. 77, № 6.