

# Структура деформированных атомных ядер

Исполнитель темы  
студент группы Б19-102

Д. А. Ситьков

Научный руководитель  
д.ф.-м.н., проф.

А. Л. Барабанов

НИЯУ «МИФИ»

30 мая 2022 г.

# Деление атомных ядер

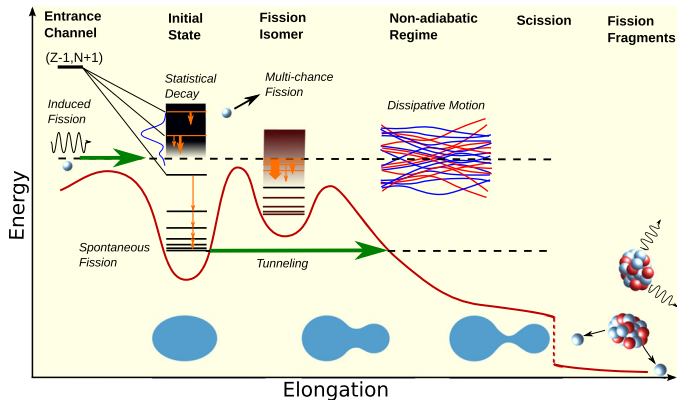


Рисунок 1 — Схематическое изображение особенностей, присущих процессу ядерного деления (*Michael Bender et al., — J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., v. 47, iss. 11, 113002, 2020*).

# Параметризация поверхности ядра

Поверхность ядра при деформации параметризуется в цилиндрической системе координат.

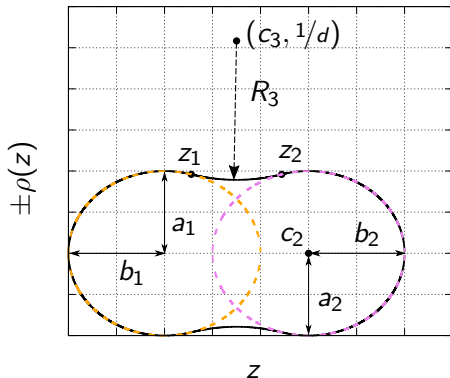


Рисунок 2 — Параметры, определяющие поверхность ядра.

# Параметризация поверхности ядра

Поверхность ядра при деформации параметризуется в цилиндрической системе координат.

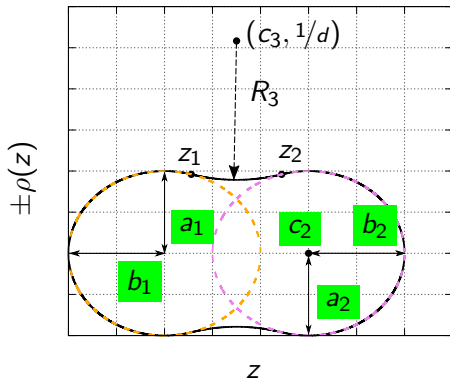


Рисунок 3 — Известные величины.

## Параметризация поверхности ядра

Поверхность ядра при деформации параметризуется в цилиндрической системе координат.

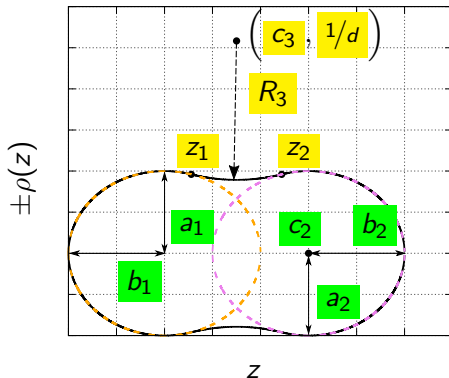


Рисунок 4 — Величины, определяющиеся из системы уравнений.

## Параметризация поверхности ядра

Параметризация, представленная *M. Mirea*, — *Romanian Reports in Physics*, v. 59, iss. 2, 2007:

$$\rho(z) = \begin{cases} \rho_1(z) = b_1 \sqrt{1 - \left(\frac{z}{a_1}\right)^2}, & z \leq z_1 \\ \rho_3(z) = -\operatorname{sgn}\left(\frac{1}{d}\right) \sqrt{R_3^2 - (z - c_3)^2} + \frac{1}{d}, & z_1 < z < z_2 \\ \rho_2(z) = b_2 \sqrt{1 - \left(\frac{z - c_2}{a_2}\right)^2}, & z \geq z_2. \end{cases}$$

# Параметризация поверхности ядра

Величины  $1/d, R_3, c_3, z_1, z_2$  определяются из *нелинейной* системы уравнений:

- $\rho(z) \in C[-a_1, a_2 + c_2]$  — 2 уравнения;

# Параметризация поверхности ядра

Величины  $1/d$ ,  $R_3$ ,  $c_3$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  определяются из *нелинейной* системы уравнений:

- $\rho(z) \in C[-a_1, a_2 + c_2]$  — 2 уравнения;
- $\rho'(z) \in C(-a_1, a_2 + c_2)$  — 2 уравнения;



## Параметризация поверхности ядра

Величины  $1/d$ ,  $R_3$ ,  $c_3$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  определяются из *нелинейной* системы уравнений:

- $\rho(z) \in C[-a_1, a_2 + c_2]$  — 2 уравнения;
- $\rho'(z) \in C(-a_1, a_2 + c_2)$  — 2 уравнения;
- $\int_{-a_1}^{a_2+c_2} \rho^2(z) dz = 4/3 \cdot a_1 b_1^2 + 4/3 \cdot a_2 b_2^2$  — 1 уравнение.

# Симметричная деформация ядра

Два симметричных осколка  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 1$

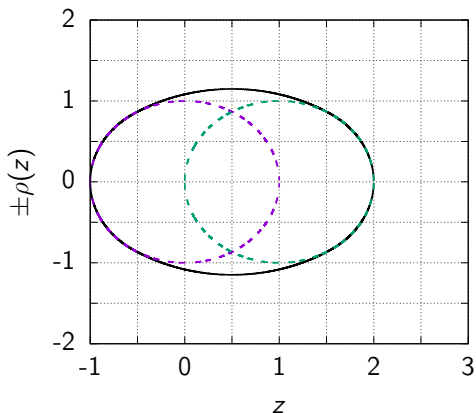


Рисунок 5 — Положение второго осколка  $c_2 = 1,0$

# Симметричная деформация ядра

Два симметричных осколка  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 1$

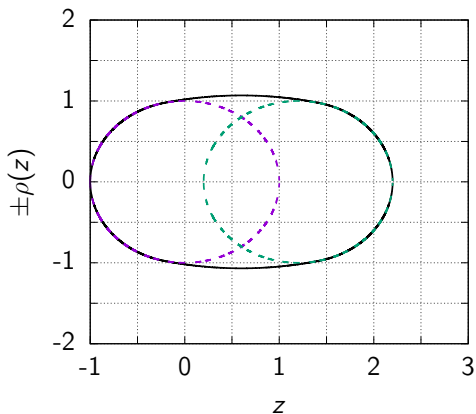


Рисунок 6 — Положение второго осколка  $c_2 = 1,2$

# Симметричная деформация ядра

Два симметричных осколка  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 1$

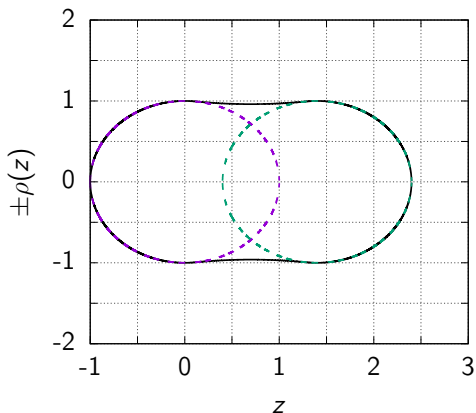


Рисунок 7 — Положение второго осколка  $c_2 = 1,4$

## Симметричная деформация ядра

Два симметричных осколка  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 1$

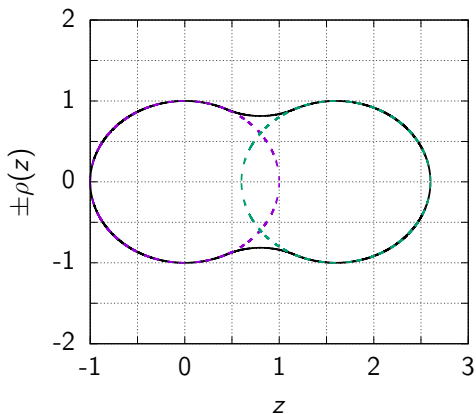


Рисунок 8 — Положение второго осколка  $c_2 = 1,6$

## Симметричная деформация ядра

Два симметричных осколка  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 1$

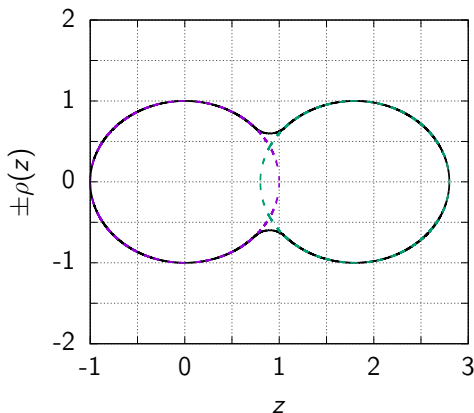


Рисунок 9 — Положение второго осколка  $c_2 = 1,8$

## Симметричная деформация ядра

Два симметричных осколка  $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 1$

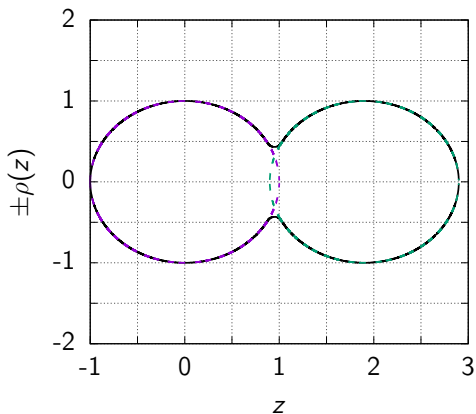


Рисунок 10 — Положение второго осколка  $c_2 = 1,9$

# Потенциал Вудса-Саксона

Для сферического ядра радиуса  $R$ :

$$V_{\text{WS}}^0(\rho) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left[\frac{\rho - R}{a}\right]}$$



# Потенциал Вудса-Саксона

Для сферического ядра радиуса  $R$ :

$$V_{WS}^0(\rho) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left[\frac{\rho - R}{a}\right]}$$

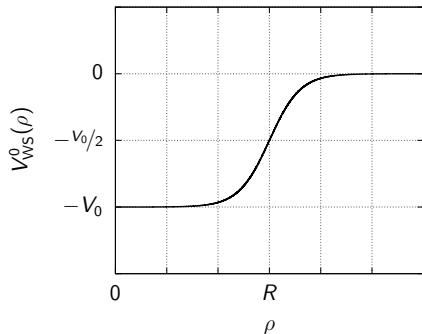


Рисунок 11 — Потенциал Вудса-Саксона.  $V_0$  — глубина потенциала,  $a$  — параметр диффузности.

# Модифицированный потенциал Вудса-Саксона

Поле, в котором движутся  
нуклоны:

$$V_{WS}(\rho, z) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left[\frac{\Delta(\rho, z)}{a}\right]}.$$

# Модифицированный потенциал Вудса-Саксона

Поле, в котором движутся нуклоны:

$$V_{WS}(\rho, z) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left[\frac{\Delta(\rho, z)}{a}\right]}.$$

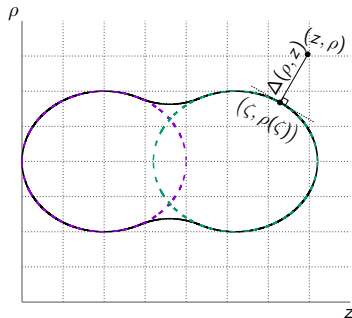


Рисунок 12 — Связь потенциала и поверхности ядра.

# Двухцентрковой осциллятор

Гамильтониан двухцентрковой осциллятора:

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \hat{T} + V(\rho, z).$$

# Двухцентрковой осциллятор

Гамильтониан двухцентрковой осциллятора:

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \hat{T} + V(\rho, z).$$

Симметричный осциллятор:

$$\omega_{(1,2)\rho} = \omega_{(1,2)z} \equiv \omega.$$

## Двухцентрковой осциллятор

Потенциал:

$$V(\rho, z) = \frac{m\omega^2 \rho^2}{2} + \frac{m\omega^2 (z_0 - |z|)^2}{2}, \quad \omega = \omega(z_0)$$

# Двухцентрковой осциллятор

Потенциал:

$$V(\rho, z) = \frac{m\omega^2 \rho^2}{2} + \frac{m\omega^2 (z_0 - |z|)^2}{2}, \quad \omega = \omega(z_0)$$

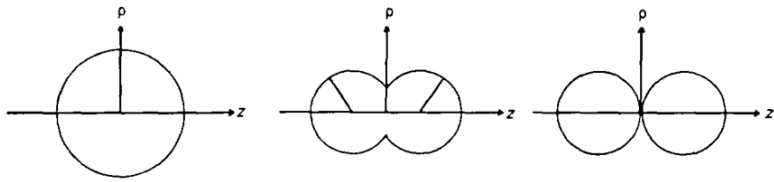


Рисунок 13 — Эквипотенциальные поверхности двухцентрковой симметричного осциллятора при его деформации.

## Аналитическое решение

Соответствующее уравнение Шрёдингера  $\hat{\mathcal{H}}_0\Phi = E\Phi$ :

$$\left( \nabla^2 - \frac{m^2\omega^2}{\hbar^2} (\rho^2 + z^2 - 2|z|z_0 + z_0^2) + \frac{2mE}{\hbar^2} \right) \Phi(\rho, z, \varphi) = 0.$$



## Аналитическое решение

Соответствующее уравнение Шрёдингера  $\hat{H}_0\Phi = E\Phi$ :

$$\left( \nabla^2 - \frac{m^2\omega^2}{\hbar^2} (\rho^2 + z^2 - 2|z|z_0 + z_0^2) + \frac{2mE}{\hbar^2} \right) \Phi(\rho, z, \varphi) = 0.$$

Разделяя переменные  $\Phi(\rho, z, \varphi) = \chi(\rho)\zeta(z)v(\varphi)$ , получаем квантовые числа:

$v(\varphi) \rightarrow n_\varphi$  — целое число,

$\chi(\rho) \rightarrow n_\rho$  — положительное целое число,

$\zeta(z) \rightarrow n_z$  — не обязательно целое число.

## Аналитическое решение

Общий вид функции  $\zeta(z)$ :

$$\begin{aligned} \zeta(z \geq 0) = & \exp\left(-\frac{m\omega^2}{2\hbar}(z \mp z_0)^2\right) \times \\ & \times \left[ C_{1,1'} \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}(z \mp z_0) {}_1F_1\left(\frac{1 \pm n_z}{2}, \frac{3}{2}, \frac{m\omega}{\hbar}(z \mp z_0)^2\right) + \right. \\ & \left. + C_{2,2'} {}_1F_1\left(-\frac{n_z}{2}, \frac{1}{2}, \frac{m\omega}{\hbar}(z \mp z_0)^2\right) \right]. \end{aligned}$$

## Аналитическое решение

Из условий  $\zeta(z) \in C^1(\mathbb{R})$ ,  $\zeta(\pm\infty) = 0$  и равенства  $[\hat{\mathcal{H}}_0, \hat{P}] = 0$  получим уравнения на  $n_z = n_z(z_0)$ :

$$[\zeta(z > 0) = \zeta(z < 0)]_{z=0},$$

$$\left[ \frac{d\zeta(z < 0)}{dz} = \frac{d\zeta(z > 0)}{dz} \right]_{z=0},$$

$$C_1 = -C_1', \quad C_2 = C_2' \quad \text{или} \quad C_1 = C_1', \quad C_2 = -C_2',$$

$$\frac{C_1}{2\Gamma\left(\frac{1-n_z}{2}\right)} + \frac{C_2}{\Gamma\left(-\frac{n_z}{2}\right)} = 0.$$

## Аналитическое решение

Энергия двухцентрового осциллятора (*P. Holzer, U. Mosel, and W. Greiner, — Nuclear Physics A, v. 138, iss. 2, 1969*):

$$E(z_0) = \hbar\omega(z_0) \cdot (n_z(z_0) + 2n_\rho + |n_\varphi| + 3/2).$$

## Аналитическое решение

Энергия двухцентрового осциллятора (*P. Holzer, U. Mosel, and W. Greiner, — Nuclear Physics A, v. 138, iss. 2, 1969*):

$$E(z_0) = \hbar\omega(z_0) \cdot (n_z(z_0) + 2n_\rho + |n_\varphi| + 3/2).$$

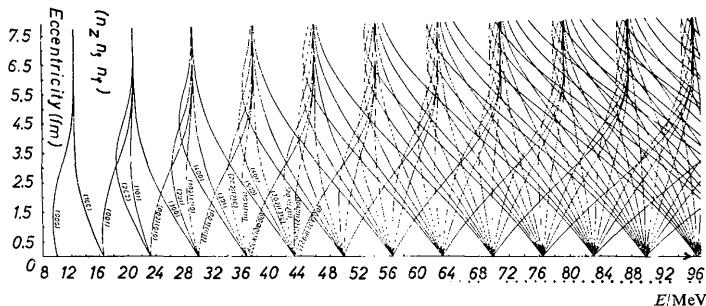


Рисунок 14 — Энергии двухцентрового осциллятора с квантовыми числами  $[n_z(z_0 = 0), n_\rho, n_\varphi]$  для ядра с  $A = 235$ , точкой деления  $z_0 \sim 6,3$  фм.

# Заключение

В ходе проделанной работы:

- изучена параметризация поверхности ядра  $\rho(z)$  при его деформации;

# Заключение

В ходе проделанной работы:

- изучена параметризация поверхности ядра  $\rho(z)$  при его деформации;
- исследована двухцентровая осцилляторная модель  $\rightarrow$  аналитические решения УШ с потенциалом  $V(\rho, z)$ .

# Заключение

В ходе проделанной работы:

- изучена параметризация поверхности ядра  $\rho(z)$  при его деформации;
- исследована двухцентровая осцилляторная модель  $\rightarrow$  аналитические решения УШ с потенциалом  $V(\rho, z)$ .

В дальнейшем планируется:

- численное решение уравнений сшивки функции  $\zeta(z) \rightarrow$  аналитический базис из СФ  $\Phi(\rho, z, \varphi)$ ;



# Заключение

В ходе проделанной работы:

- изучена параметризация поверхности ядра  $\rho(z)$  при его деформации;
- исследована двухцентровая осцилляторная модель  $\rightarrow$  аналитические решения УШ с потенциалом  $V(\rho, z)$ .

В дальнейшем планируется:

- численное решение уравнений сшивки функции  $\zeta(z) \rightarrow$  аналитический базис из СФ  $\Phi(\rho, z, \varphi)$ ;
- получение одночастичных ВФ и СЗ задачи с диагонализированным потенциалом Вудса-Саксона  $V_{WS}(\rho, z)$ .