Моделирование взаимодействия "тёмных" атомов скрытой массы с ядрами вещества

Студент группы М20-115:

Бикбаев Т.Э.

Научный руководитель, д.ф.-м.н., проф.:

Хлопов М.Ю.

Научный консультант, к.ф.-м.н., доц.:

Майоров А.Г.

Сценарии гипотетических, стабильных, электрически заряженных частиц.

В данной работе мы рассматриваем сценарий составной скрытой массы, в которой гипотетические, стабильные, реликтовые, лептоноподобные, массивные частицы X с зарядом -2n (где n это натуральное число) избегают экспериментального открытия, потому что они связаны кулоновским взаимодействием с n ядрами первичного гелия в нейтральные атомоподобные состояния XHe (X–гелия), называемые "тёмными" атомами.

В случае n=1, частица X называется O^{--}, а тёмный атом, - O-гелием.

$$O^{--} + He^4 \rightarrow (OHe) + \gamma$$

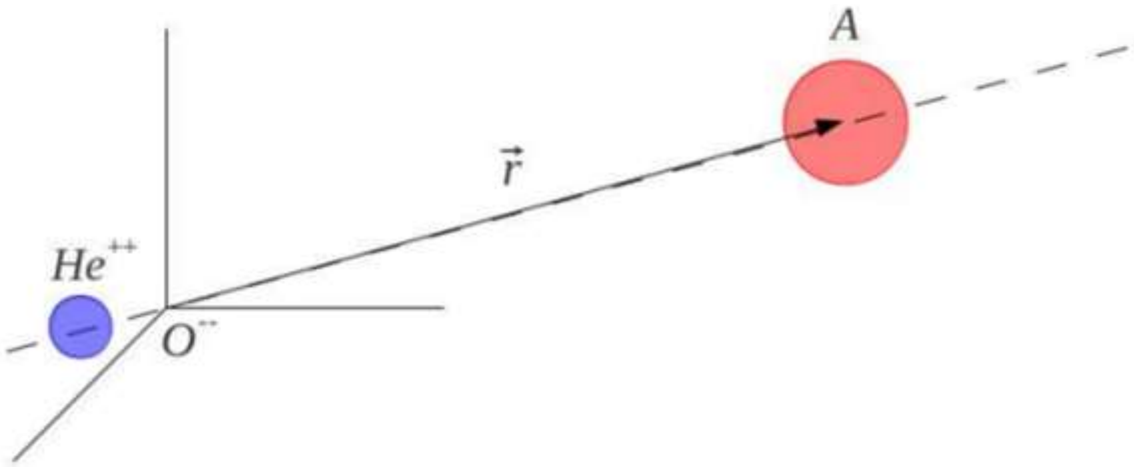


Иллюстрация ”тёмного“ атома OHe и внешнего ядра вещества A

Структура связанного состояния X-гелия.

Структура связанного состояния X-гелия зависит от значения параметра:

$$a = Z_{\boldsymbol{\alpha}} Z_X \boldsymbol{\alpha} A m_p R_{nHe}$$

- При 0 < a < 1 связанное состояние выглядит как атом Бора с дважды отрицательно заряженной частицей O^{--} в остове и ядром He, движущимся по боровской орбите.

$$I_0 = \frac{Z_{O^{--}}^2 Z_{He}^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ} \qquad R_b = \frac{\hbar c}{Z_{O^{--}} Z_{He} m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

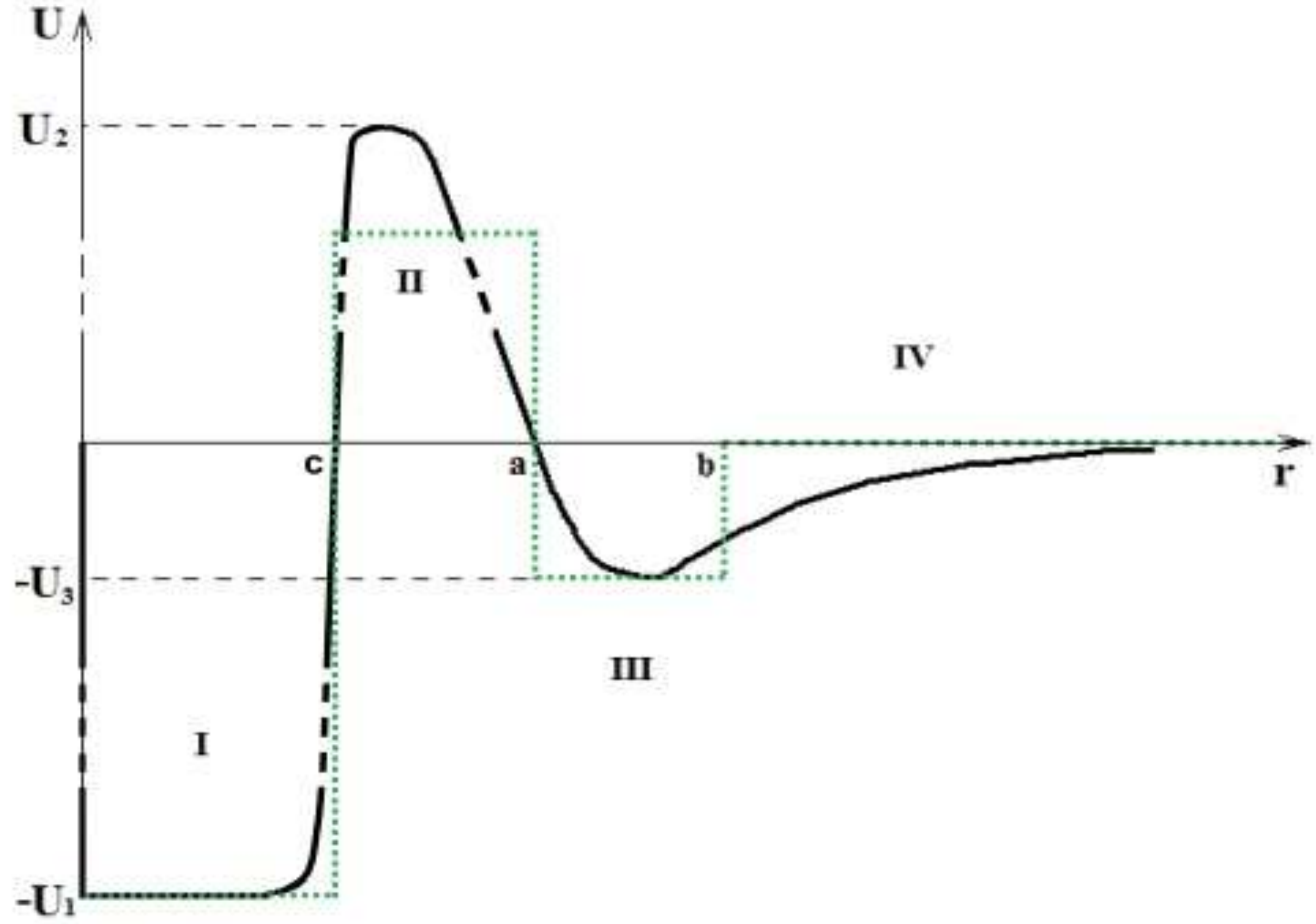
- При 1 < a < ∞ связанные состояния выглядят как атомы Томсона, в которых тело ядра nHe колеблется вокруг тяжелой отрицательно заряженной частицы X.

Модель XHe и решение проблемы прямых поисков частиц скрытой массы.

Результаты экспериментов DAMA/NaI и DAMA/LIBRA можно объяснить годичными модуляциями энерговыделения при формировании низкоэнергетического связанного состояния XHe с ядрами.

Детектор	Ядра	A	Z	Температура	Обнаружение
DAMA (/NaI +/LIBRA)	Na I Tl	23 127 205	11 53 81	300 K	8.9 σ
CoGeNT	Ge	70-74	32	70 K	2.8 σ
CDMS	Ge (Si)	70-74 (28-30)	32 (14)	Криогенный	–
XENON100	Xe	124-134	54	Криогенный	–

Существование низкоэнергетического связанного состояния XHe с ядрами и доминантность упругих процессов в сценарии XHe основывается на гипотезе о наличии потенциального барьера в процессах взаимодействия XHe с ядрами, требующей корректного квантово-механического обоснования.



Эффективный потенциал взаимодействия XHe с ядром вещества

Численное моделирование взаимодействия "тёмного" атома с ядром вещества.

Численная модель

Подход восстановления траекторий частиц

Модель Бора

Модель Томсона

Подход восстановления потенциала в каждой точке

Решение уравнения Шрёдингера в системе XHe - Ядро

Эффект Штарка.

$$\vec{\delta} = \frac{Z_\alpha \vec{E}}{Z_X 4/3\pi\rho} + \frac{\vec{F}_\alpha^N}{e Z_X 4/3\pi\rho}$$

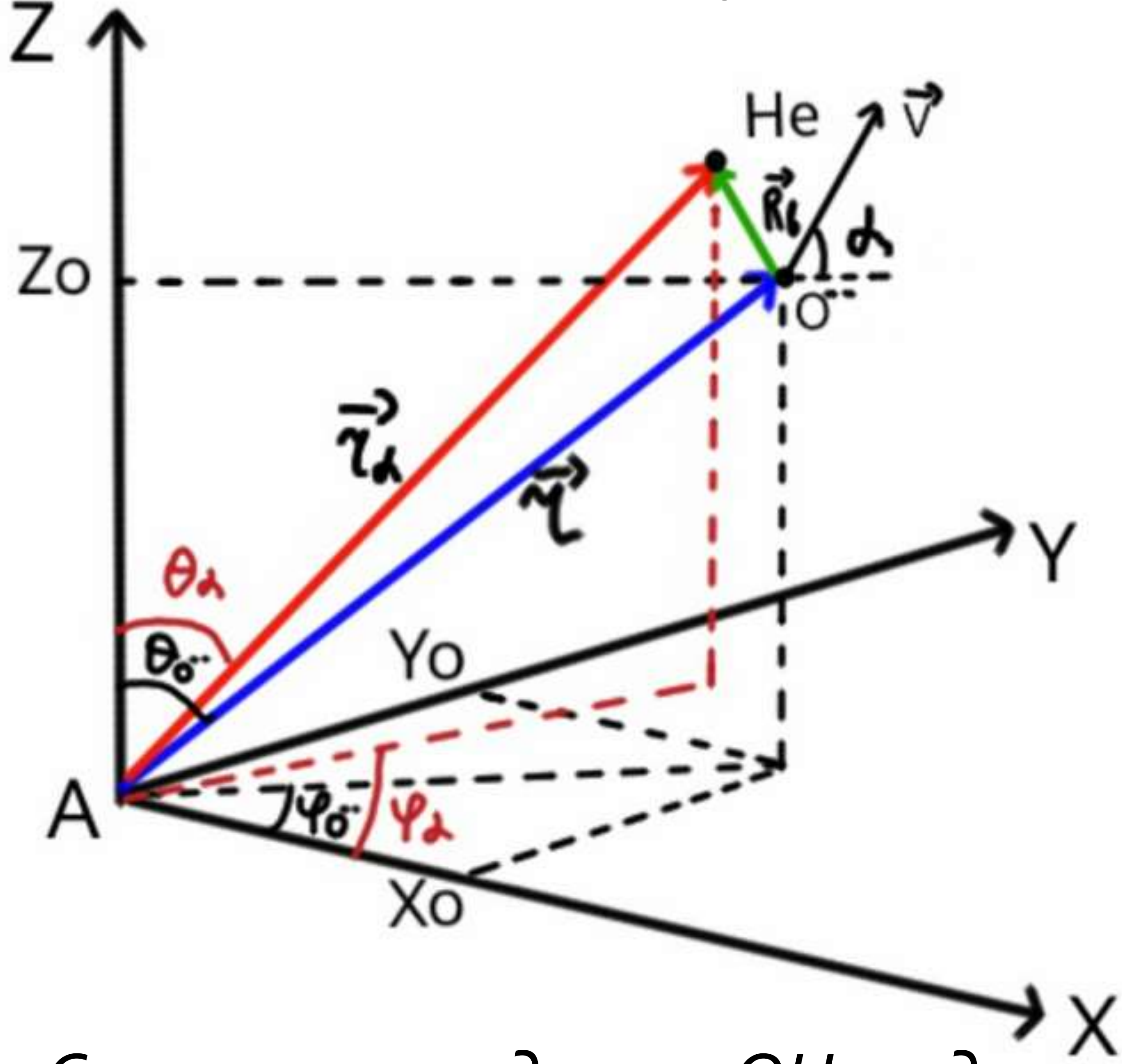
$$\rho = \frac{Z_\alpha e}{4/3\pi R_{nHe}^3}$$

$$\vec{F}_\alpha^N = -\frac{\frac{U_0}{p}\exp\left(\frac{r_{A\alpha} - R_A - R_{nHe}}{p}\right)\frac{\vec{r}_{A\alpha}}{r_{A\alpha}}}{\left(1 + \exp\left(\frac{r_{A\alpha} - R_A - R_{nHe}}{p}\right)\right)^2}$$

$$U_{St} = e Z_\alpha E \delta$$

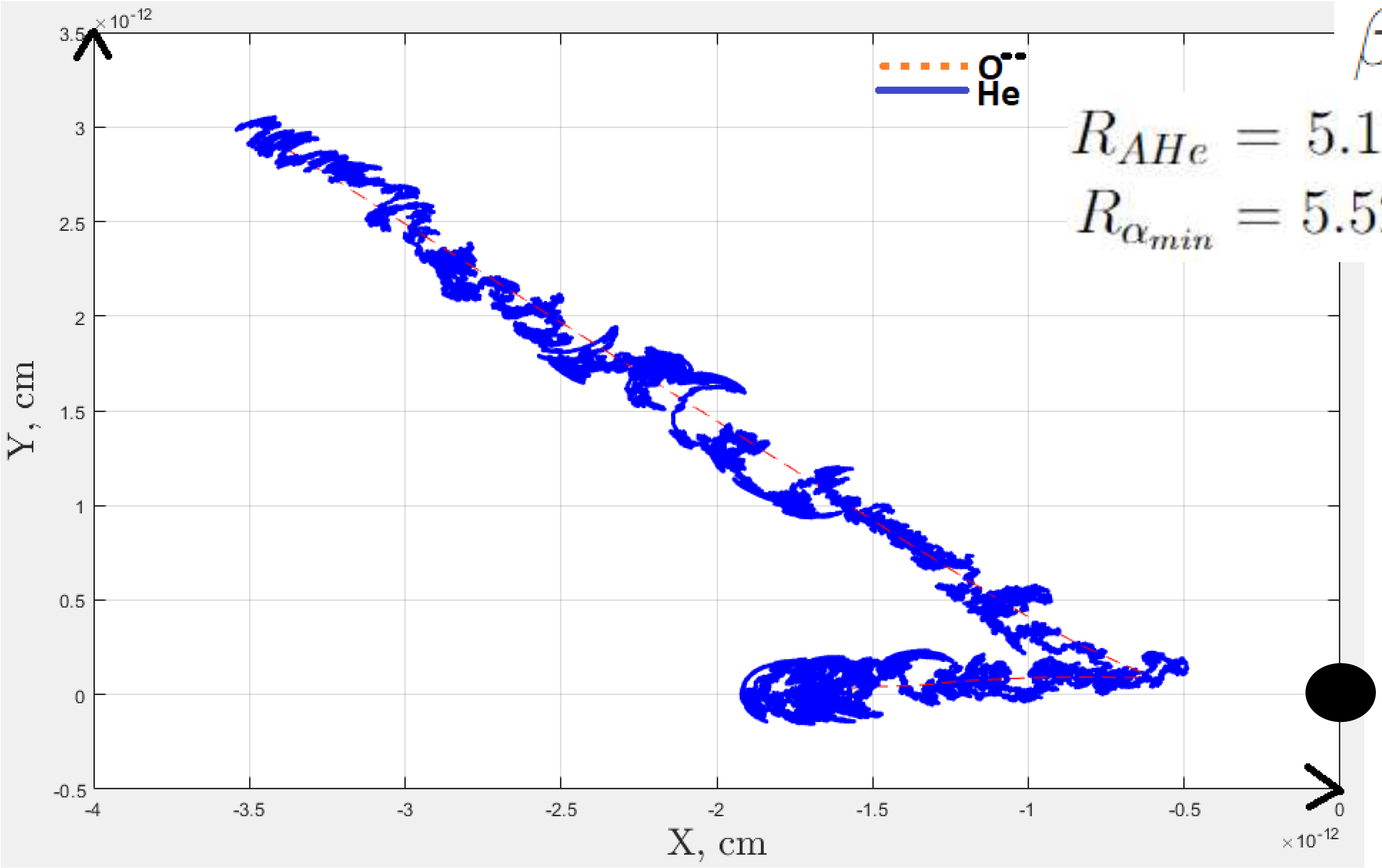
$$\vec{F}_{St} = -\operatorname{grad} U_{St}$$

Модель Бора.



Система координат ОНе–ядро

Нулевой прицельный параметр.



$$\beta = 0.$$

$$R_{AHe} = 5.1730 \text{ fm.}$$

$$R_{\alpha_{min}} = 5.5213 \text{ fm.}$$

Траектория движения альфа-частицы и частицы O^{--} в плоскости XY

Величина дипольного момента в модели Бора.

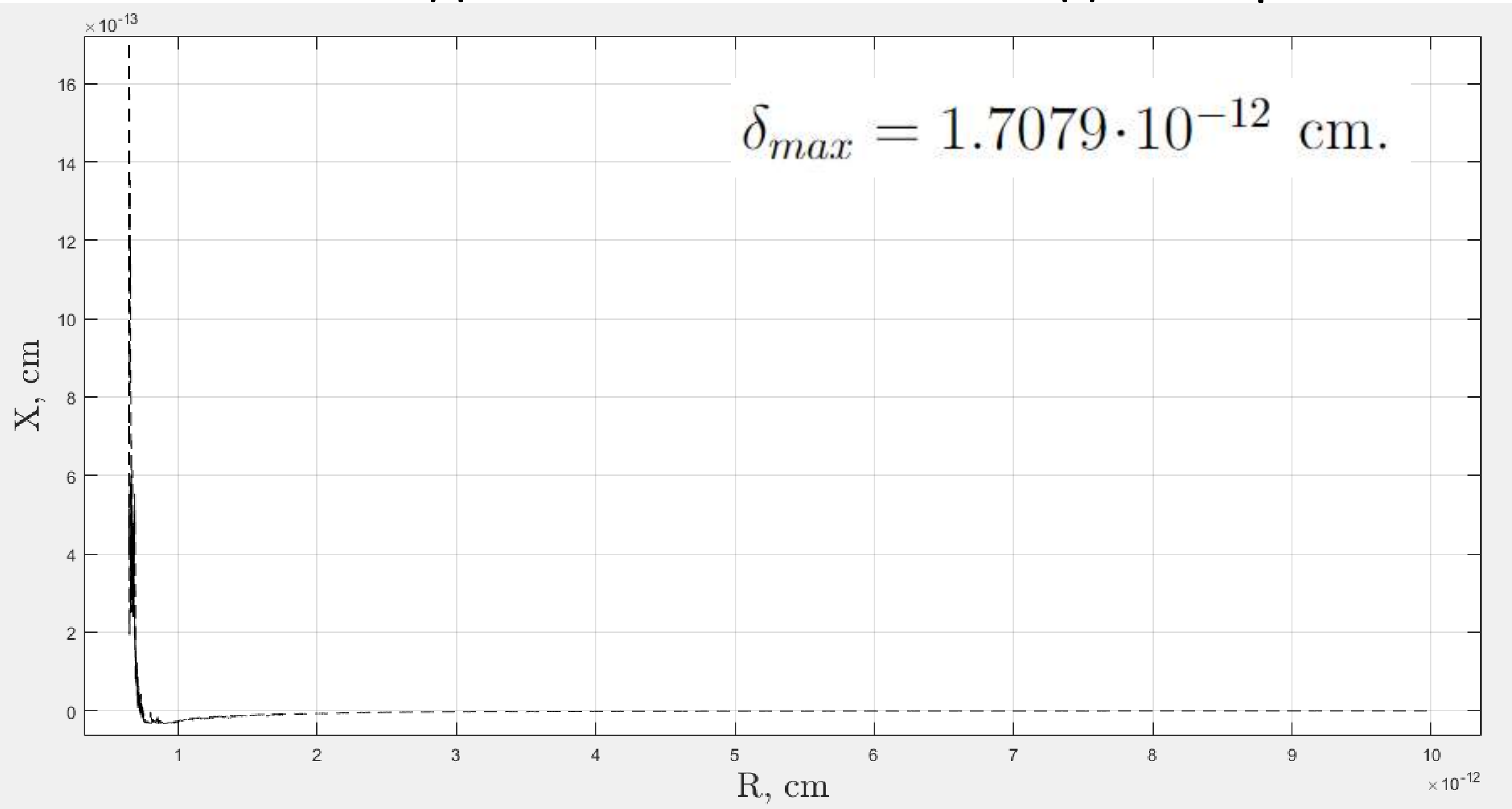
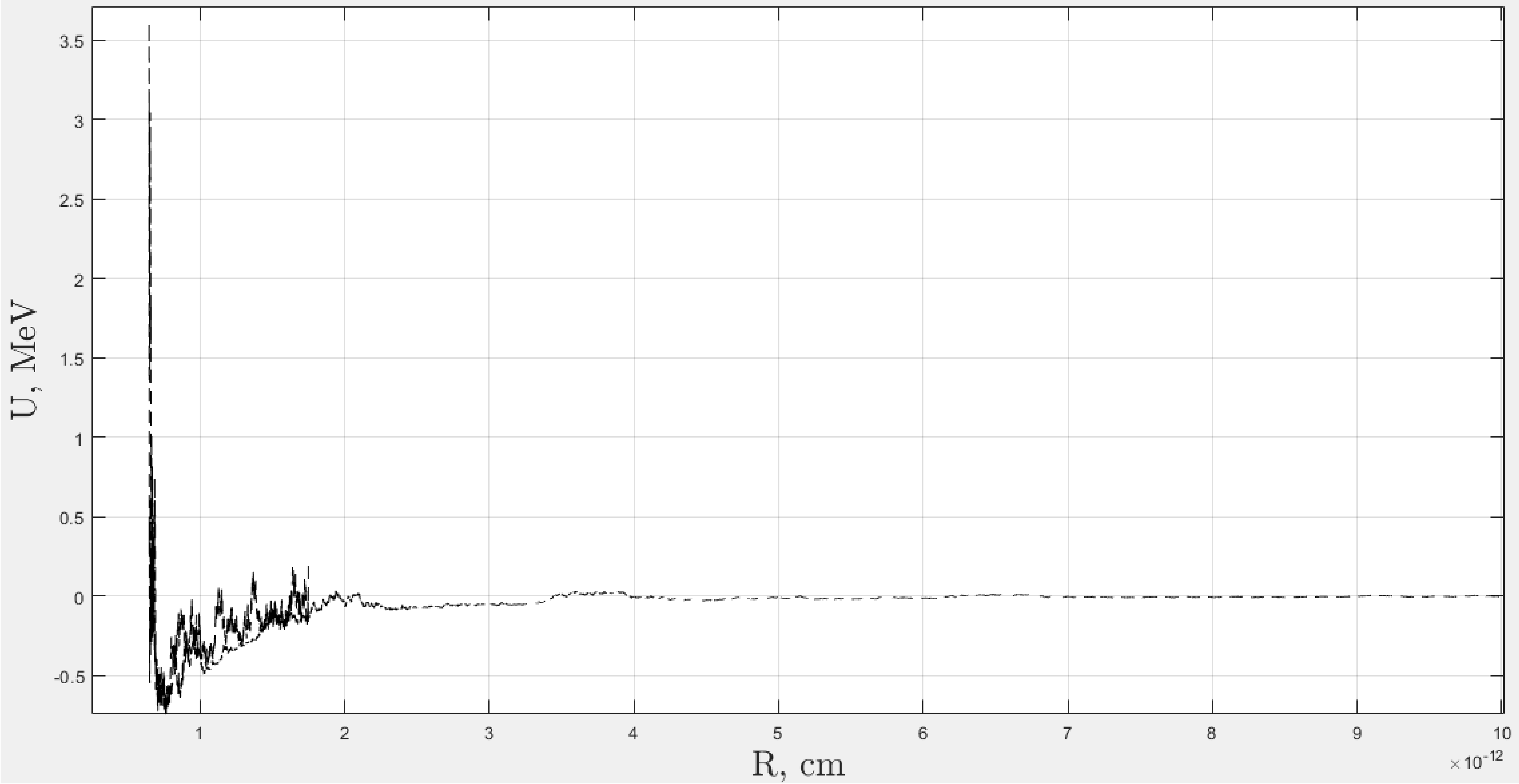
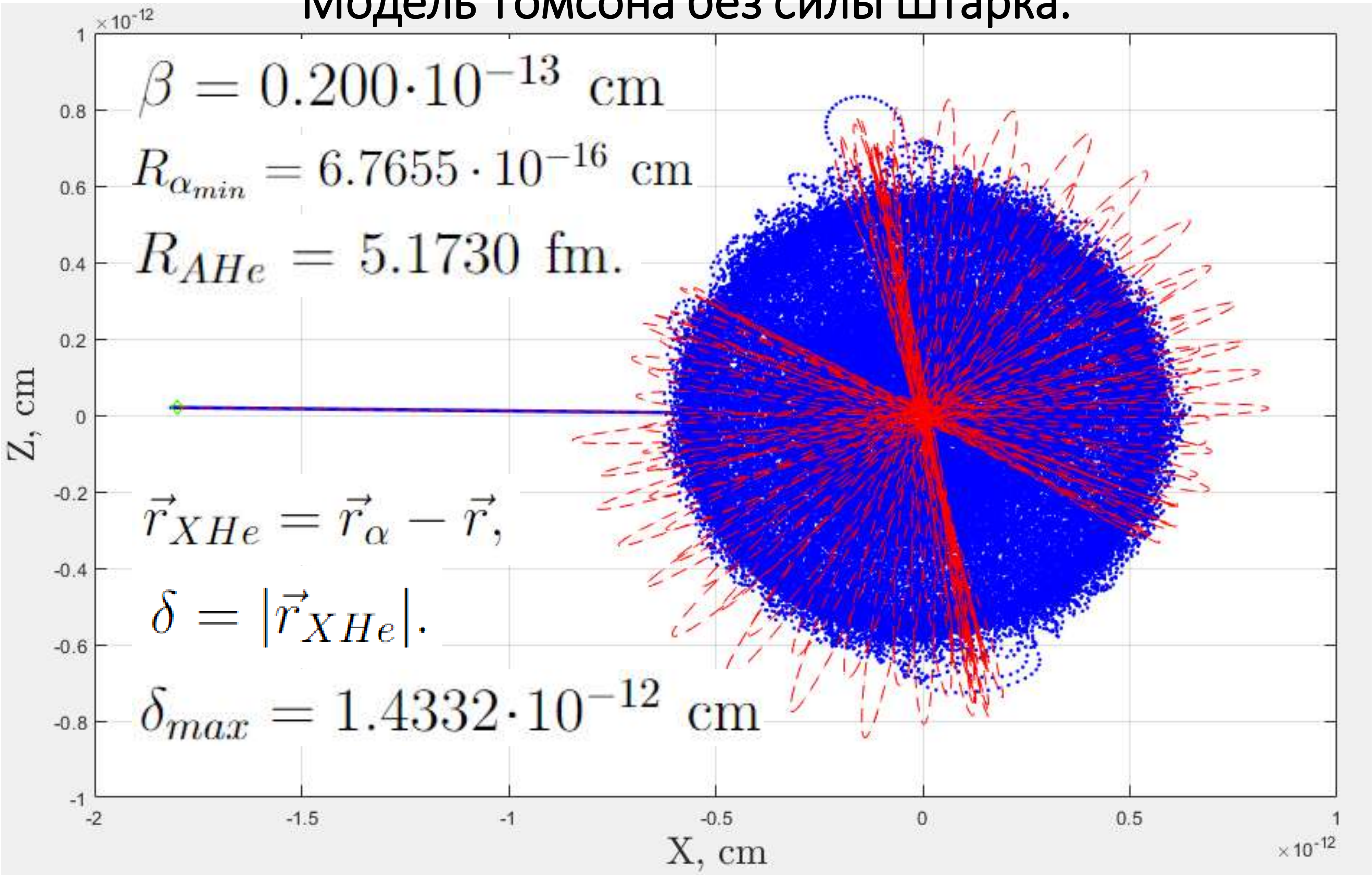


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в модели Бора при нулевом прицельном параметре



Суммарный потенциал взаимодействия между OHe и ядром-мишенью Na в зависимости от радиус-вектора частицы O^{--} при нулевом прицельном параметре

Модель Томсона без силы Штарка.



Траектории движения He и частицы O^{--} в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре в модели Томсона без силы Штарка

Добавление силы Штарка в модель Томсона.

$$\vec{r}_{XHe} = \vec{r}_{\alpha} - \vec{r},$$

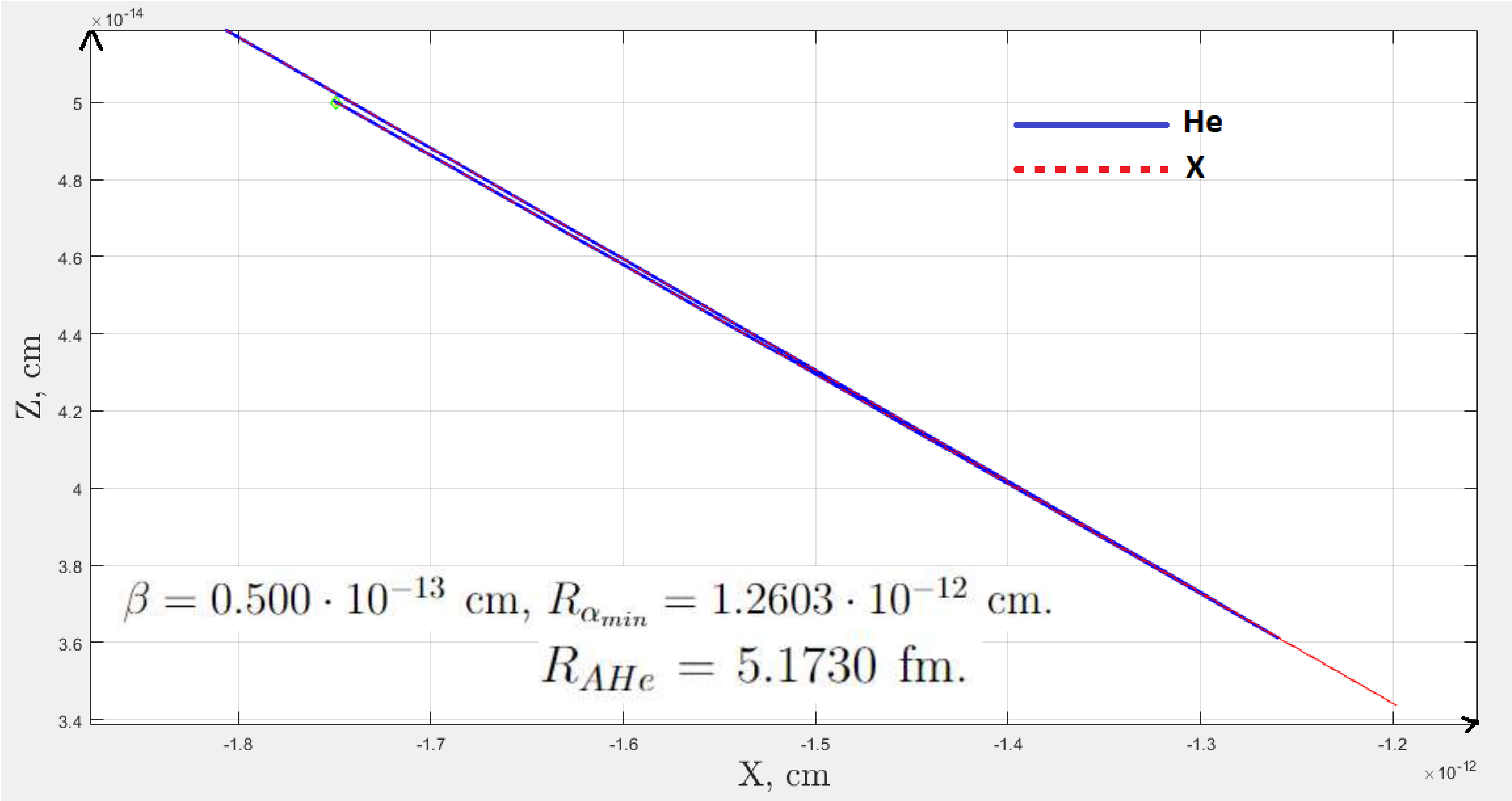
$$\delta = |\vec{r}_{XHe}|.$$

$$U_{St_{i+1}} = F^{e}_{i+1_{\alpha}} |\vec{r}_{XHe_{i+1}}|,$$

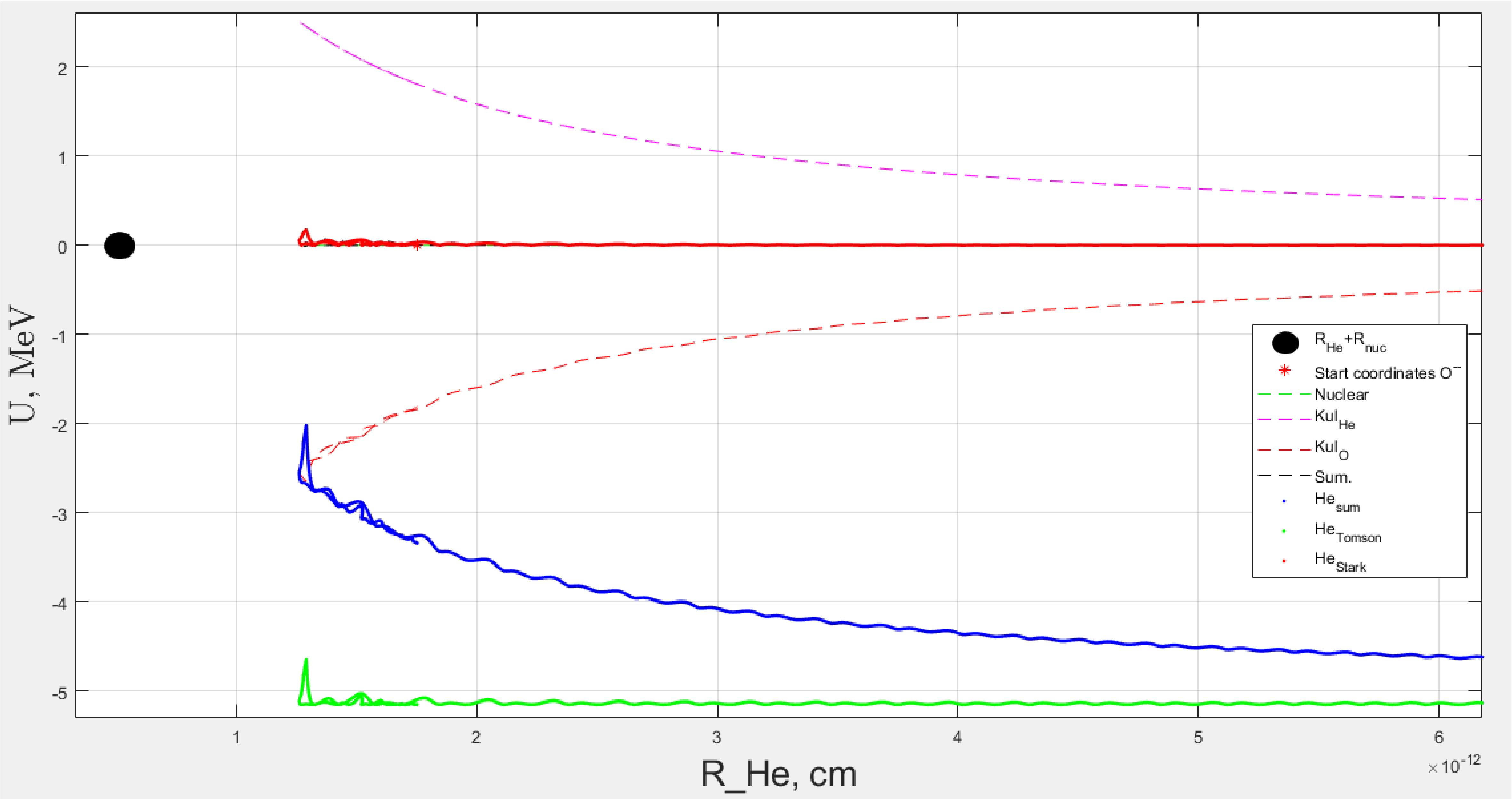
$$h_i = |\vec{r}_{\alpha_{i+1}}| - |\vec{r}_{\alpha_i}|,$$

$$F_{i+1_{St}} = -\frac{U_{St_{i+1}} - U_{St_i}}{h_i}.$$

Упругое взаимодействие.



Траектории движения nHe и частицы X, при n=1, в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре, для упругого взаимодействия



Графики потенциала Кулона, между He и ядром, между O^{--} и ядром, между He и O^{--}, Штарка, суммарного, действующего на He, и суммарного эффективного в зависимости от расстояния между He и ядром при упругом взаимодействии

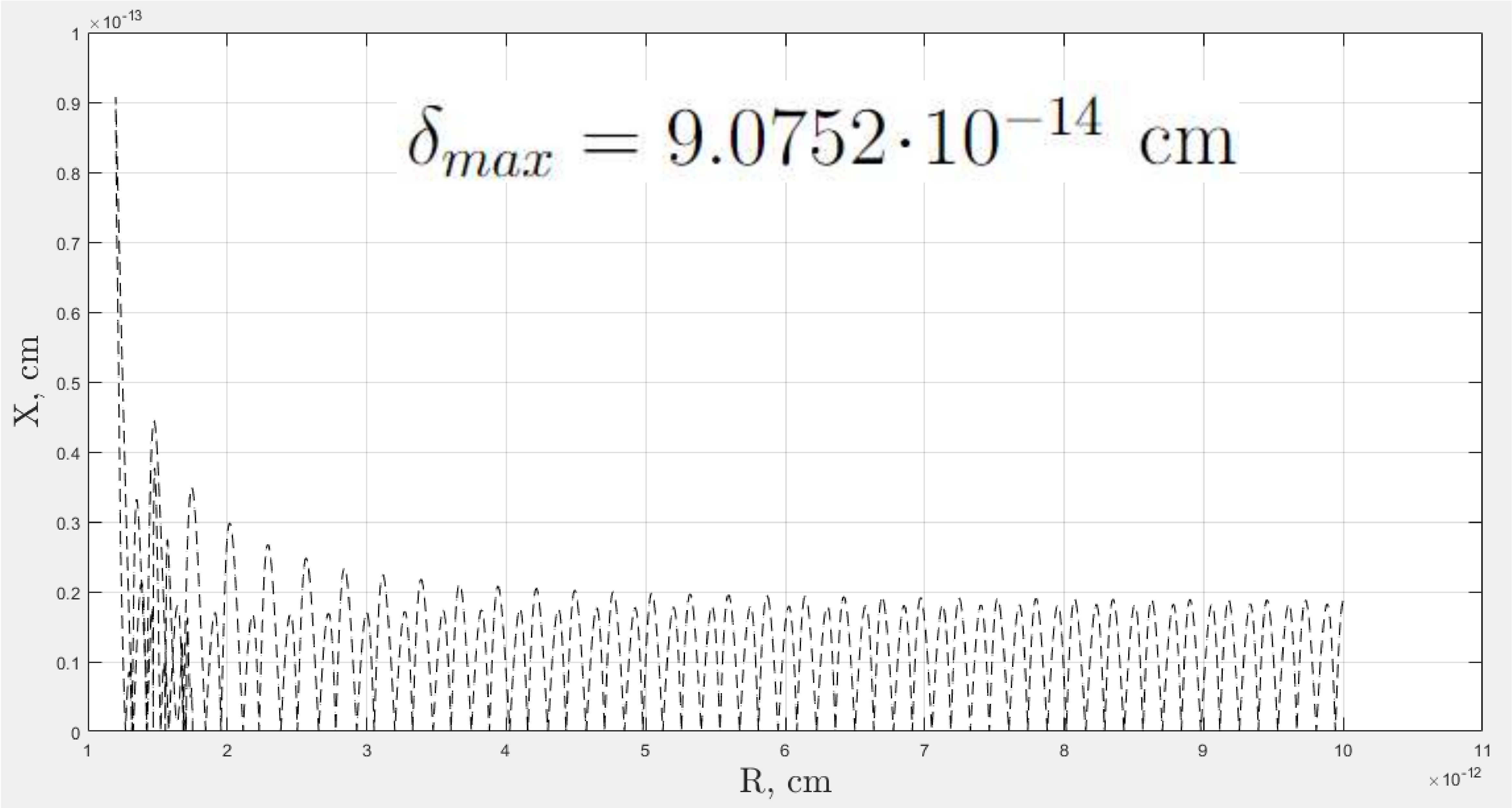
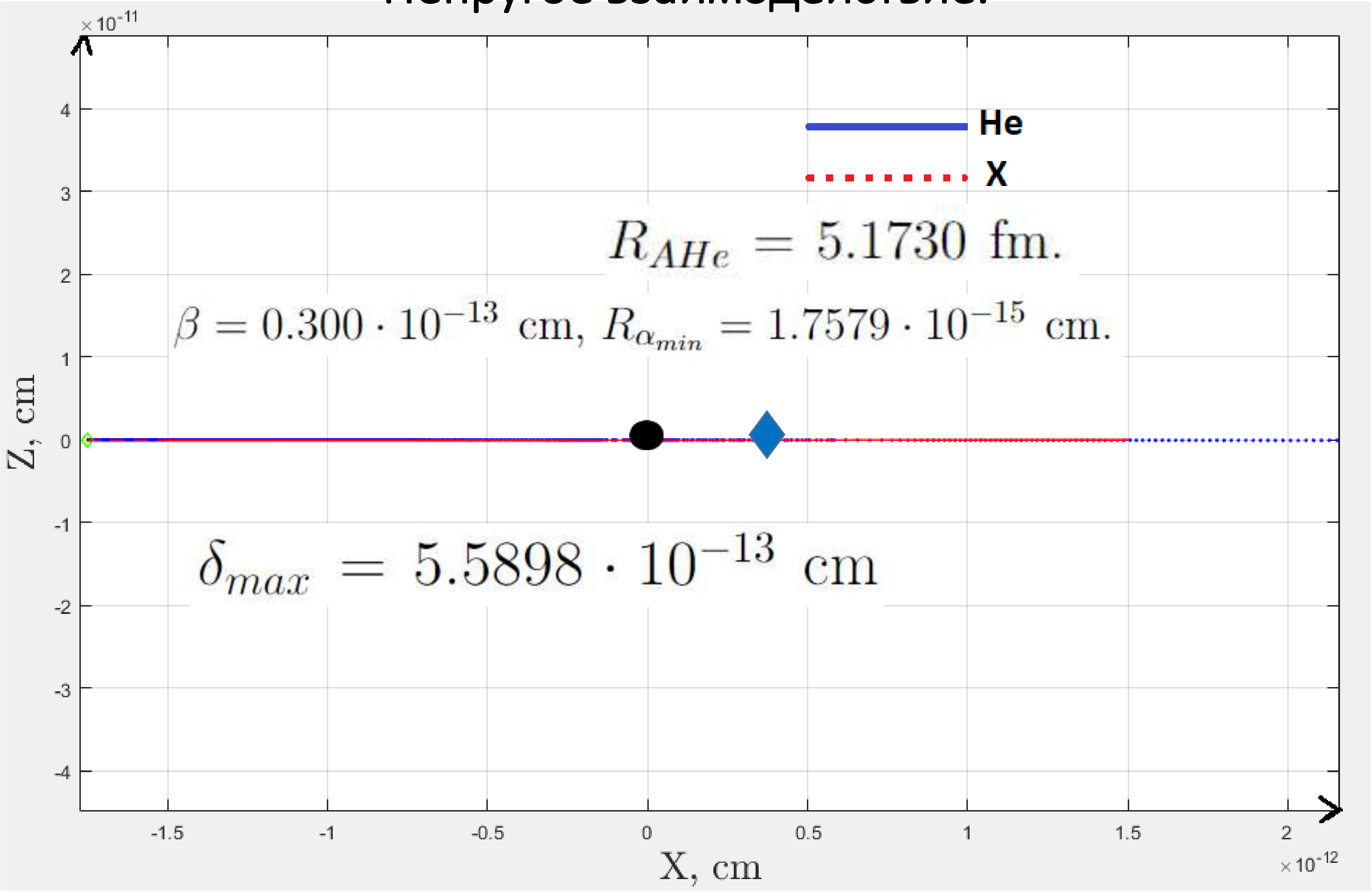
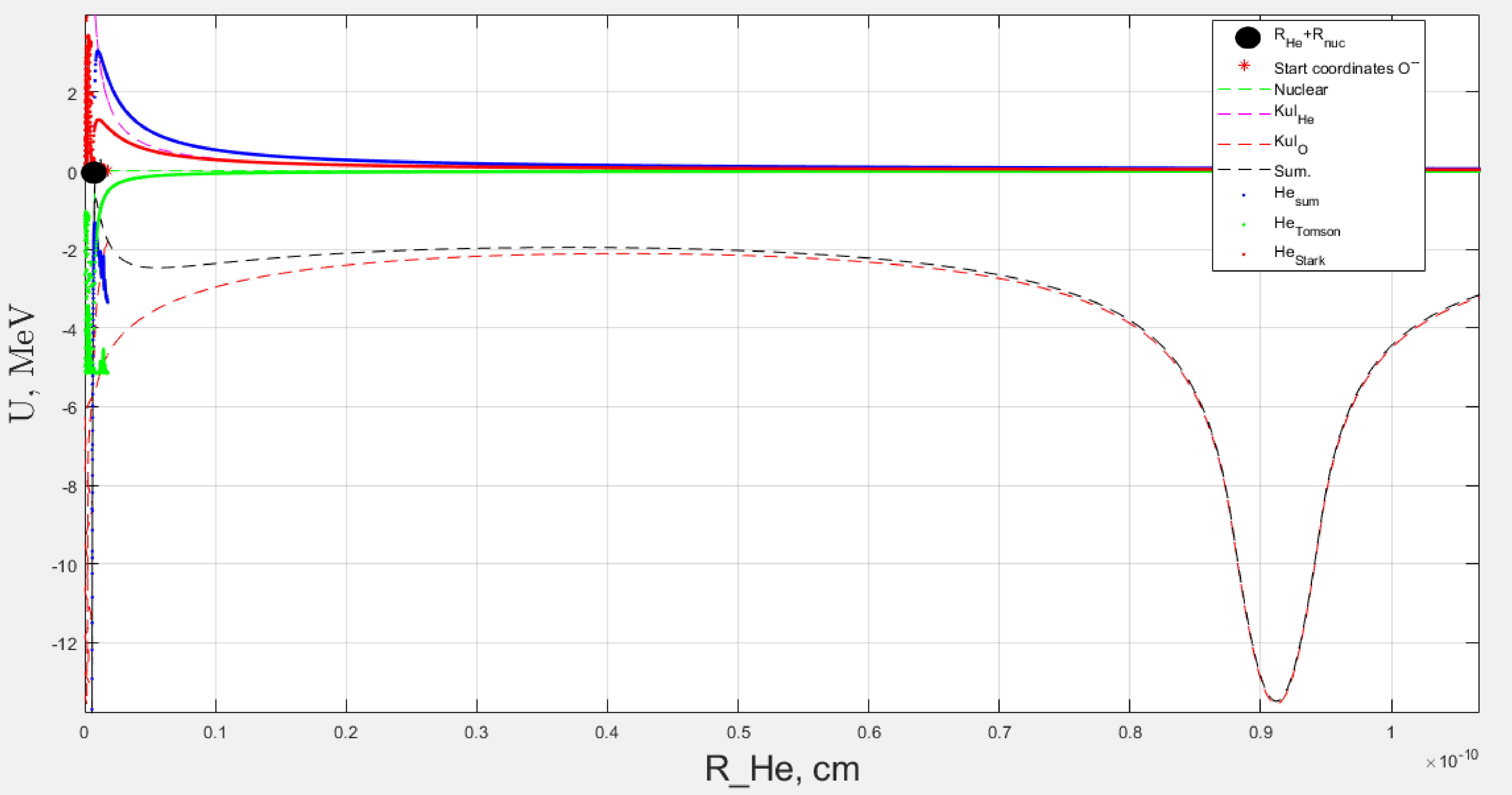


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в модели Томсона при упругом рассеянии и ненулевом прицельном параметре

Непругое взаимодействие.

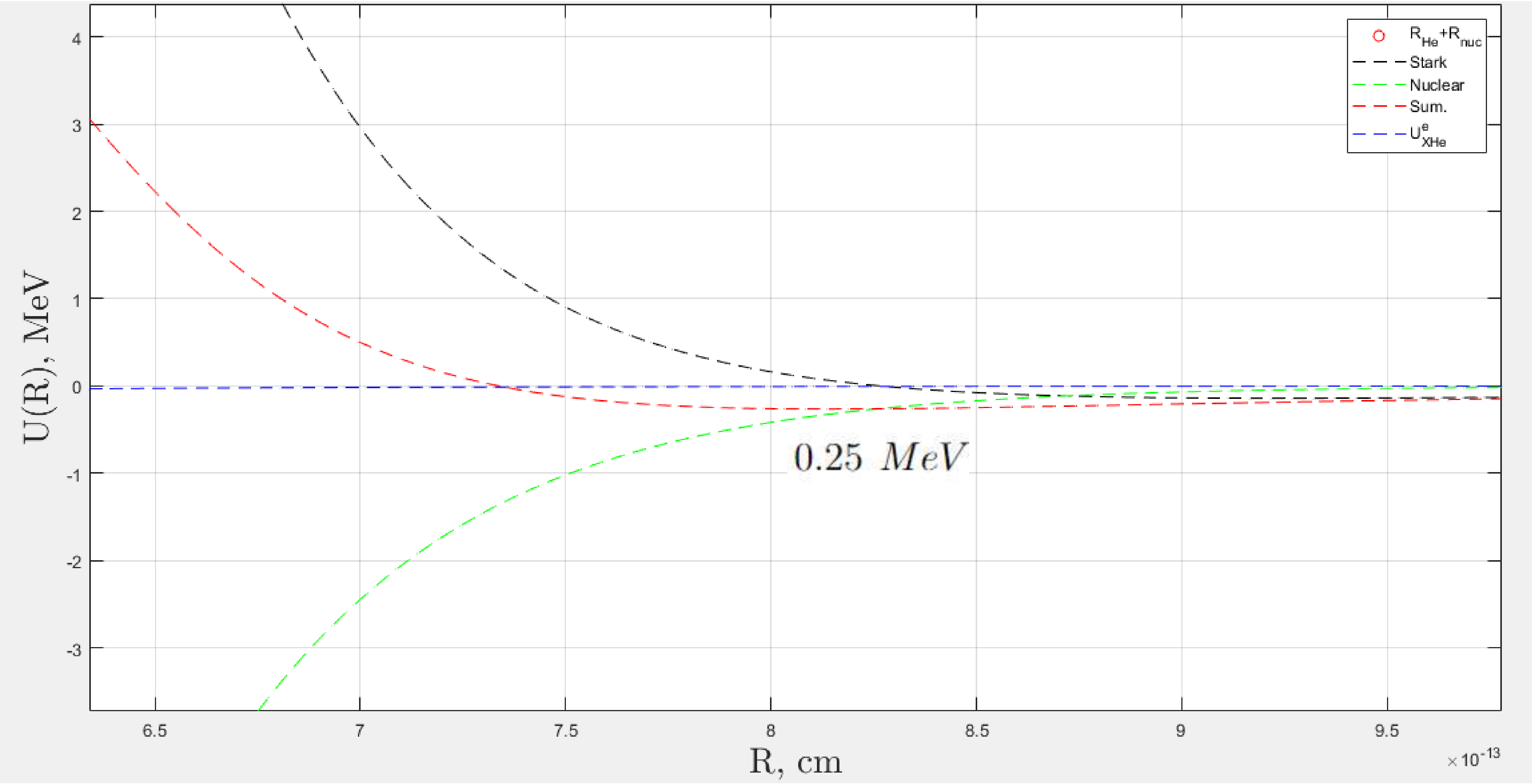


Траектории движения nHe и частицы X, при n=1, в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре, для неупругого взаимодействия



Графики потенциала Кулона, между He и ядром, между O^{--} и ядром, между He и O^{--}, Штарка, суммарного, действующего на He, и суммарного эффективного в зависимости от расстояния между He и ядром при неупругом взаимодействии

Подход восстановления потенциалов с ядерной силой типа Саксона-Вудса.



Графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U^{e}_{XHe}, потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром Na

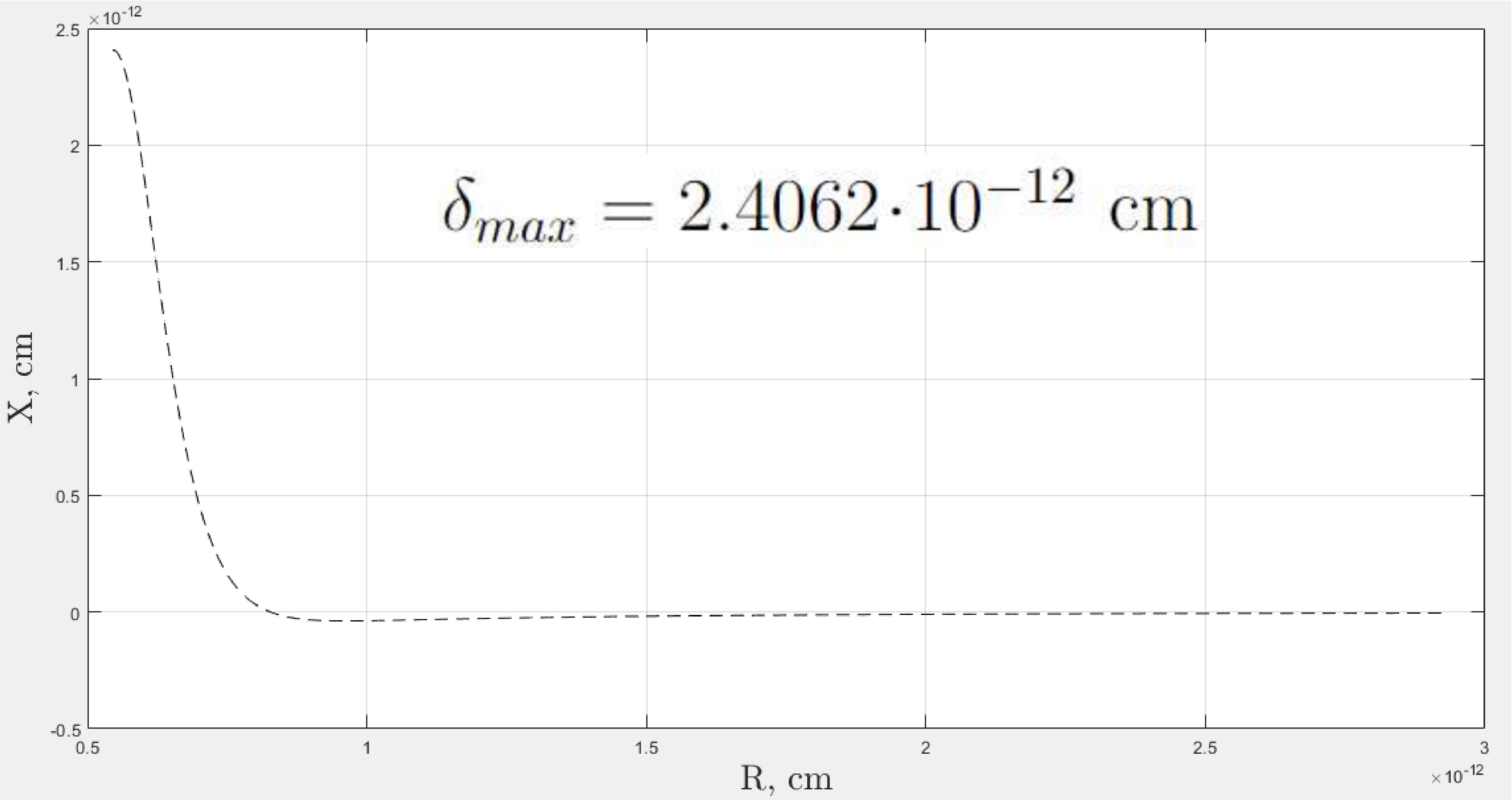
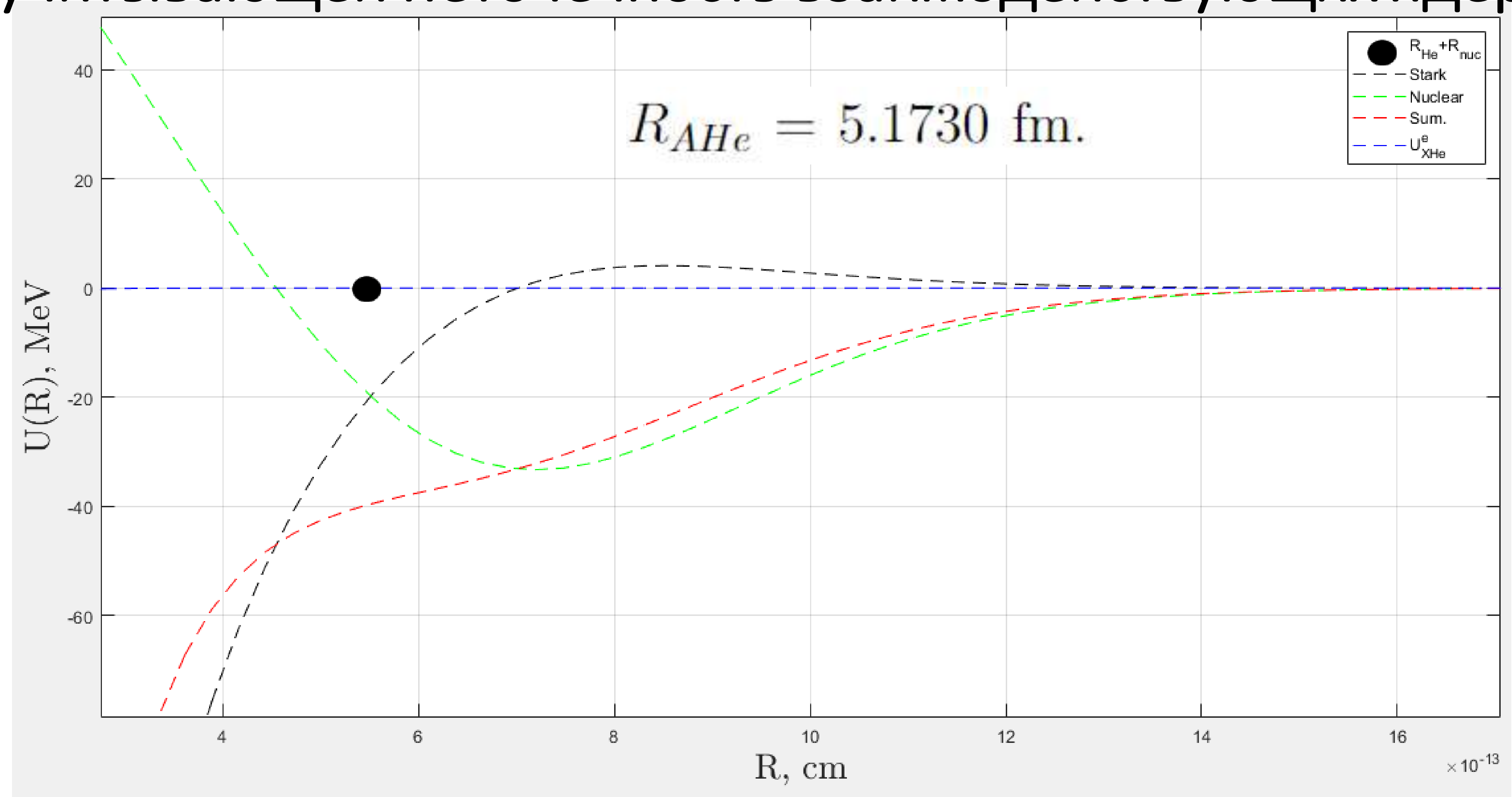


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na

Подход восстановления потенциалов с ядерной силой учитывающей неточечность взаимодействующих ядер



Графики зависимости неточечного ядерного потенциала, U^{e}_{XHe}, потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром Na

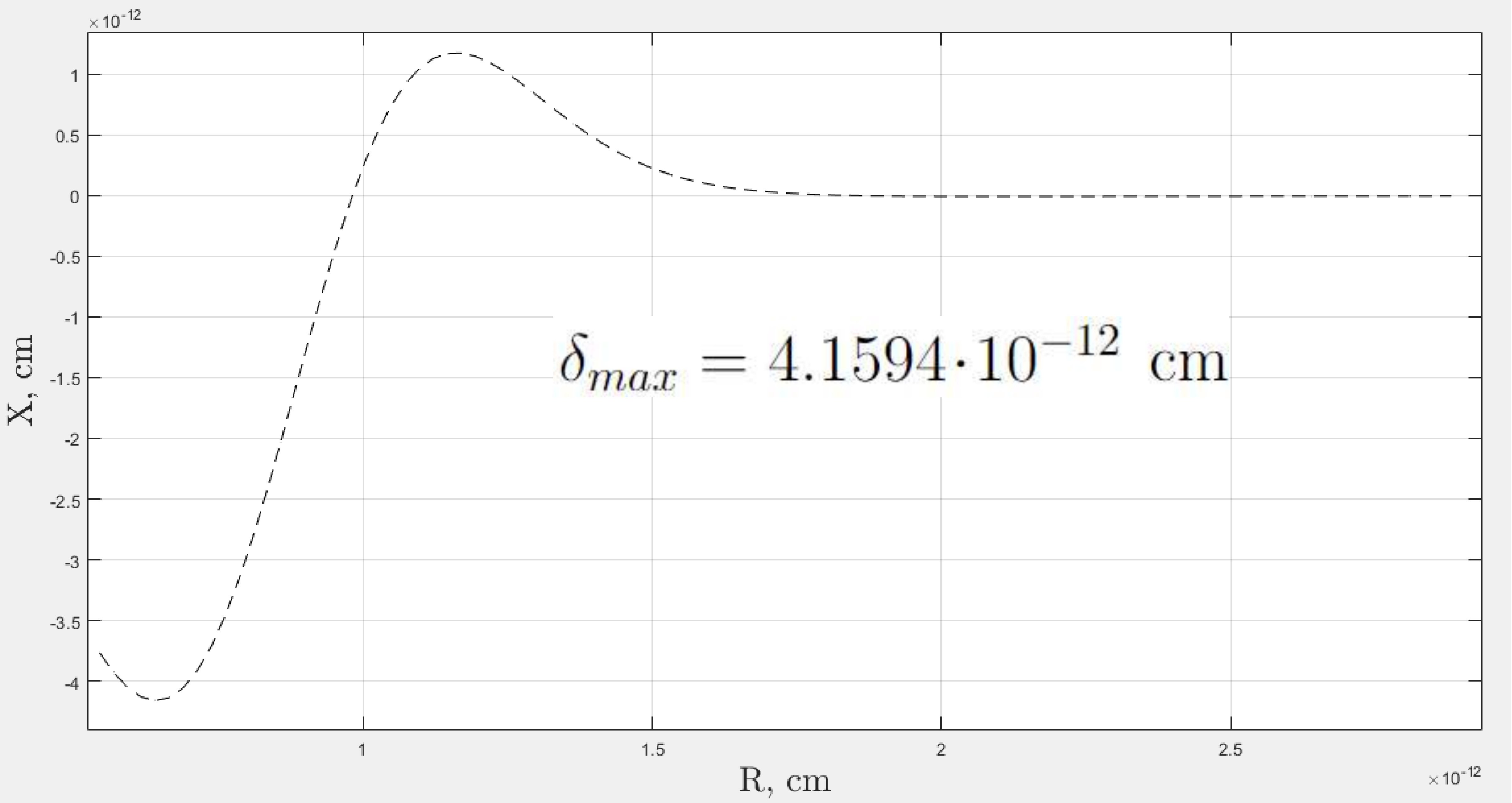


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na

Заключение

Можно не вводить "руками" поляризацию, но при этом теряется квантово-механическая связь в XHe или же можно сохранить эту связь, но тогда приходится неестественным способом, что влияет на точность результатов, вычислять длину дипольного момента. Поэтому, в модели Томсона необходимо ввести более строгую квантово-механическую связь между гелием и частицей X.

Из анализа величины длины дипольного момента в различных подходах и моделях видно, что поляризация атома скрытой массы тем больше, чем ближе он находится к ядру вещества и максимально возможное значение длины дипольного момента δ_{max} *"тёмного" атома при взаимодействии с ядром Na равняется порядка* 10^{-12} *см.*

Для улучшения точности результатов рассчёта эффективного потенциала взаимодействия необходимо рассмотреть квантово-механический подход, который подразумевает под собой решение уравнение Шрёдингера для гелия в системе OHe - ядро, чтобы квантово-механическим способом вычислить поляризацию атома скрытой массы и таким образом более точно рассчитать потенциал Штарка.

Спасибо за внимание!

$$U_N(R) = 2C_0 A_1 \left(\frac{\gamma^2}{\pi}\right)^{1/2} e^{-\gamma^2 R^2} \frac{1}{R} \int_0^\infty e^{-\gamma^2 r^2} \frac{\rho_2(r)}{\rho_{00}} \left[(F_{\rm in} - F_{\rm ex}) \left(\rho_2(r) \sinh(2\gamma^2 Rr) \right.\right.$$

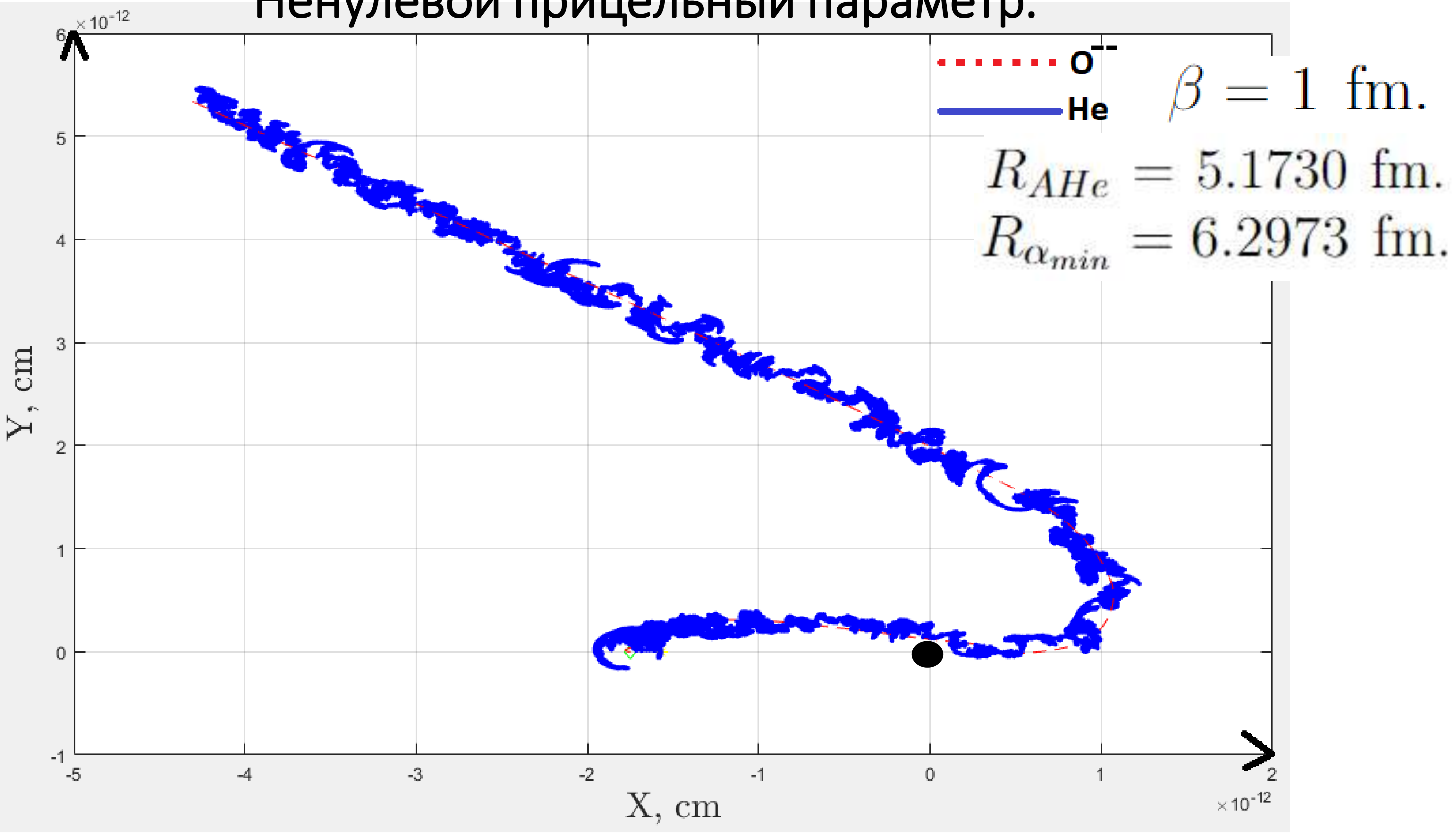
$$\left.\left. + \frac{A_1}{4} \left(\frac{\gamma^2}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\gamma^2(r^2+R^2)} \sinh(4\gamma^2 Rr) \right) + \rho_{00} F_{\rm ex} \sinh(2\gamma^2 Rr) \right] r dr \,. \quad (22)$$

$$U^e_{XHe} = eZ_A \phi$$

$$\frac{1}{r}(\phi r)'' = -4\pi e \left(n_p + \frac{Z_X e^{-2r/r_0}}{\pi r_0^3} \right) \quad e n_p = \begin{cases} \dfrac{eZ_\alpha}{\frac{4}{3}\pi R^3_{nHe}} & \text{для } r < R_{nHe}, \\ 0 & \text{для } r > R_{nHe}. \end{cases}$$

$$\phi = \begin{cases} -eZ_X e^{-2r/r_0} \left(\dfrac{1}{r_0} + \dfrac{1}{r} \right) & \text{для } r > R_{nHe}, \\ -eZ_X e^{-2r/r_0} \left(\dfrac{1}{r_0} + \dfrac{1}{r} \right) + \dfrac{eZ_X}{r} + \dfrac{eZ_\alpha}{R_{nHe}} \left(\dfrac{3}{2} - \dfrac{r^2}{2R^2_{nHe}} \right) & \text{для } r < R_{nHe}. \end{cases}$$

Ненулевой прицельный параметр.



Траектория движения альфа-частицы и частицы O^{--} в плоскости XY

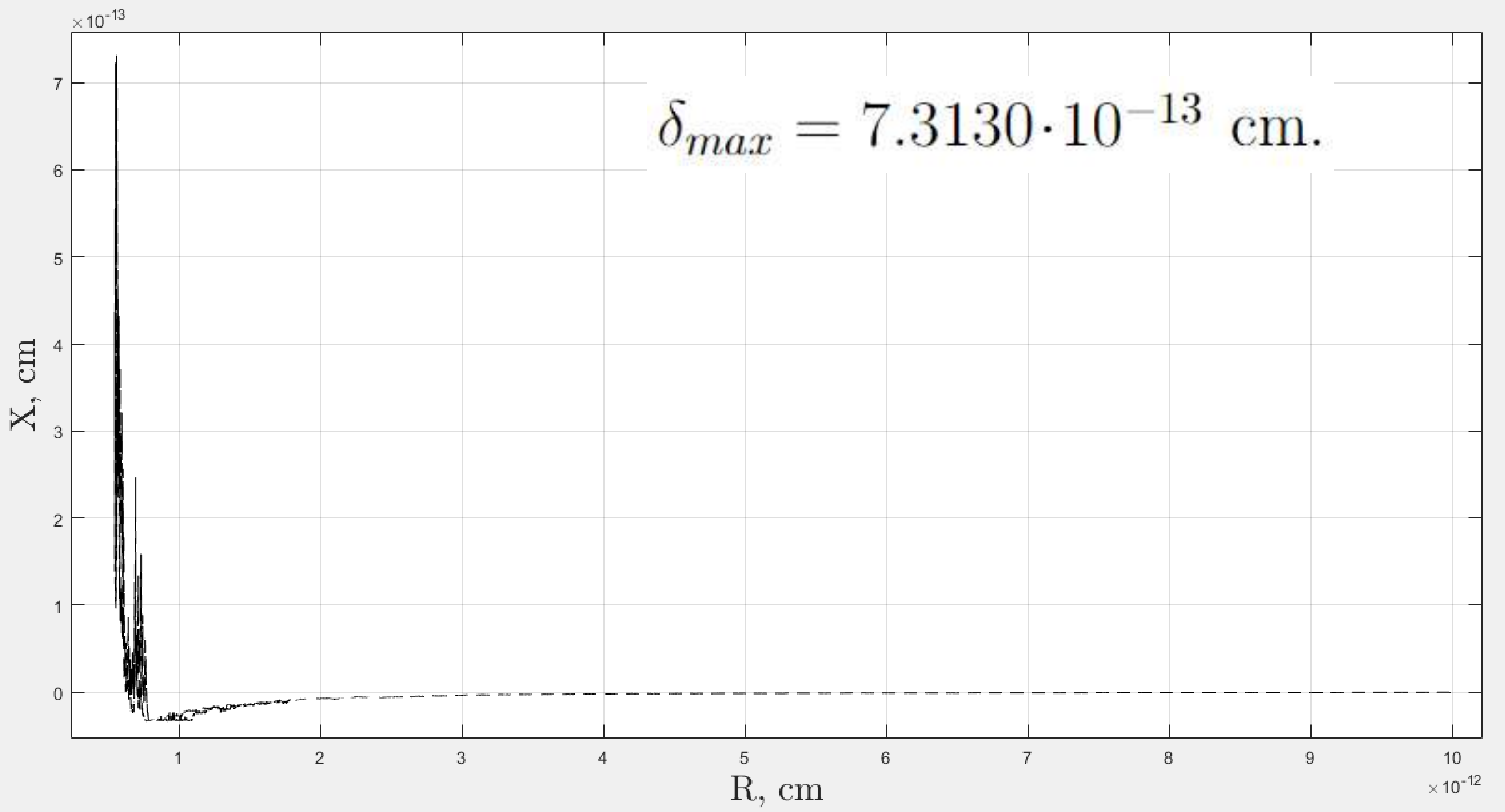
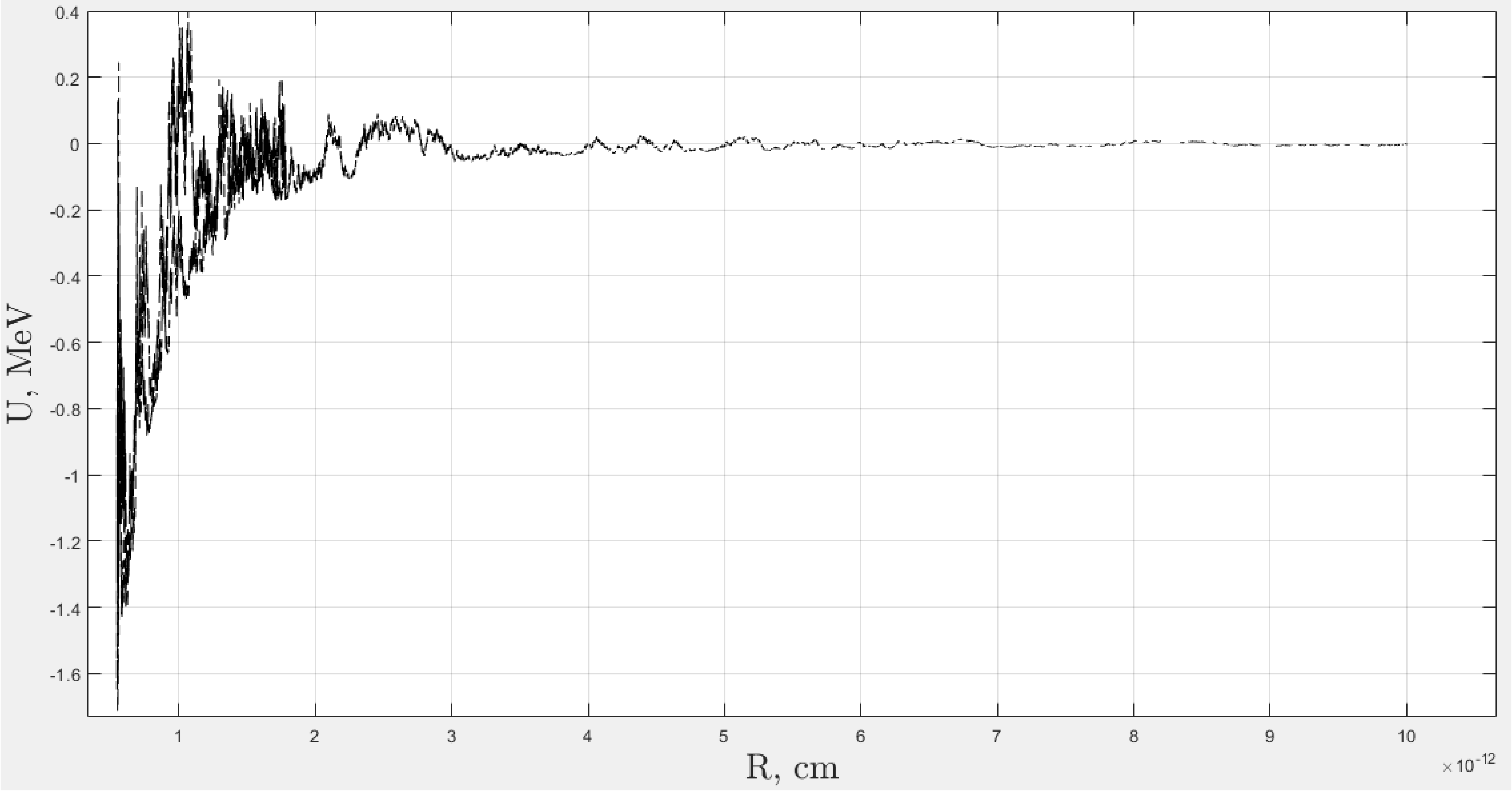


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в модели Бора при ненулевом прицельном параметре



Суммарный потенциал взаимодействия между OHe и ядром-мишенью Na в зависимости от радиус-вектора частицы O^{--} при ненулевом прицельном параметре

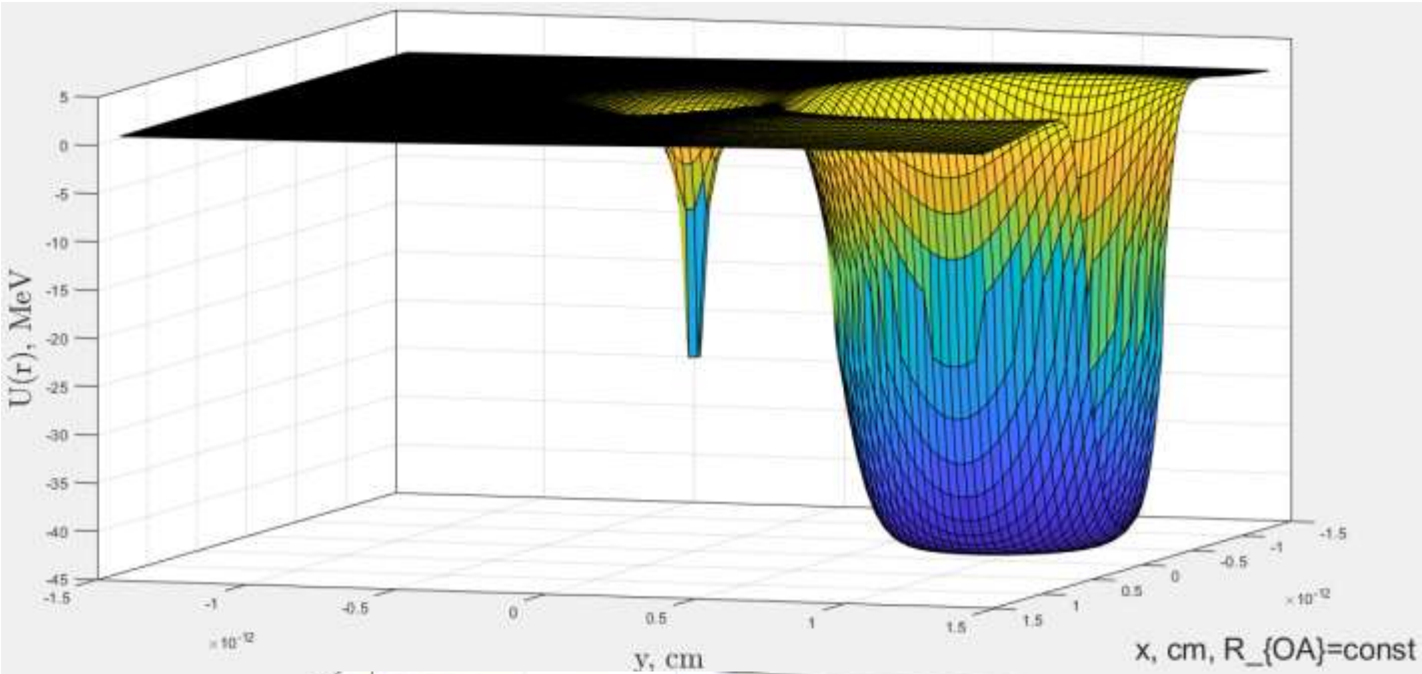
Уравнение Шрёдингера для ядра гелия.

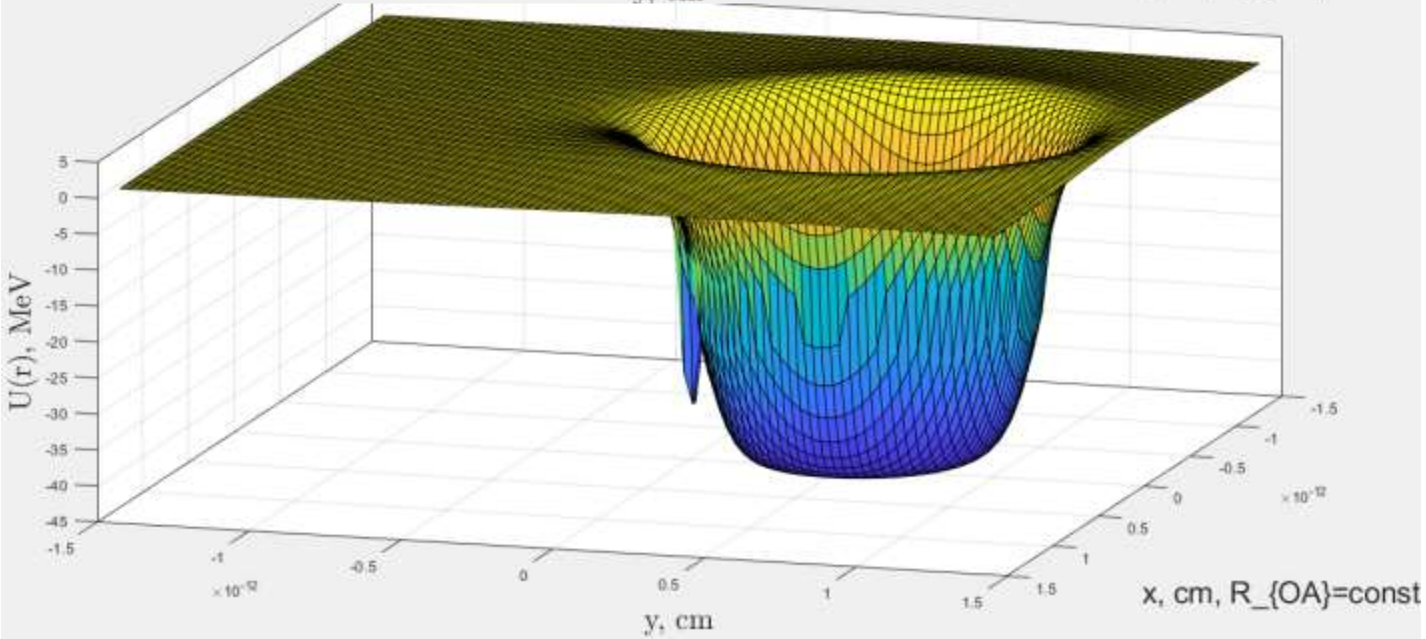
$$\vec{R}_{HeA} = \vec{R}_{OA} - \vec{r} \qquad \hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U} \qquad \hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_{He}}\Delta_{r,\phi} - \frac{4e^2}{r} \qquad \hat{U} = \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$

$$\Delta_{r,\phi}\Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2}\left(E + \frac{4e^2}{r} - \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} - U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)\right)\Psi = 0$$

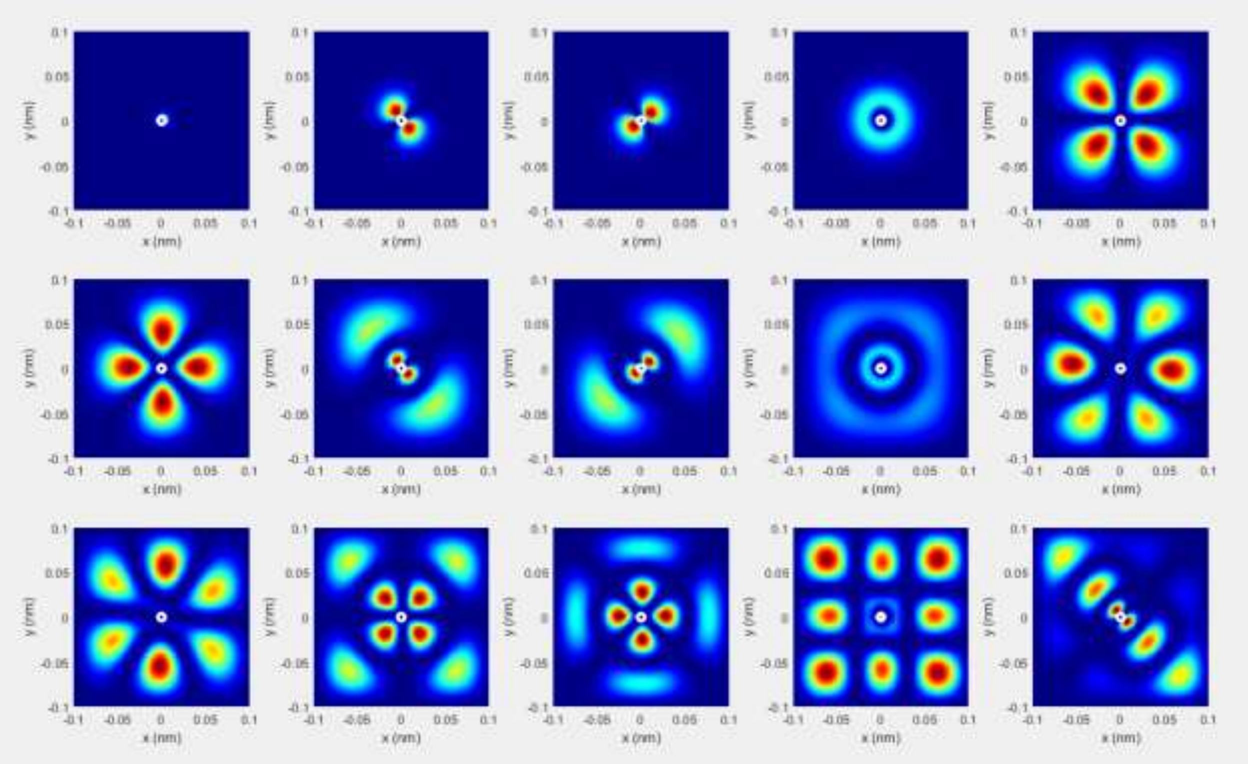
Потенциал взаимодействия гелия в системе OHe – ядро.

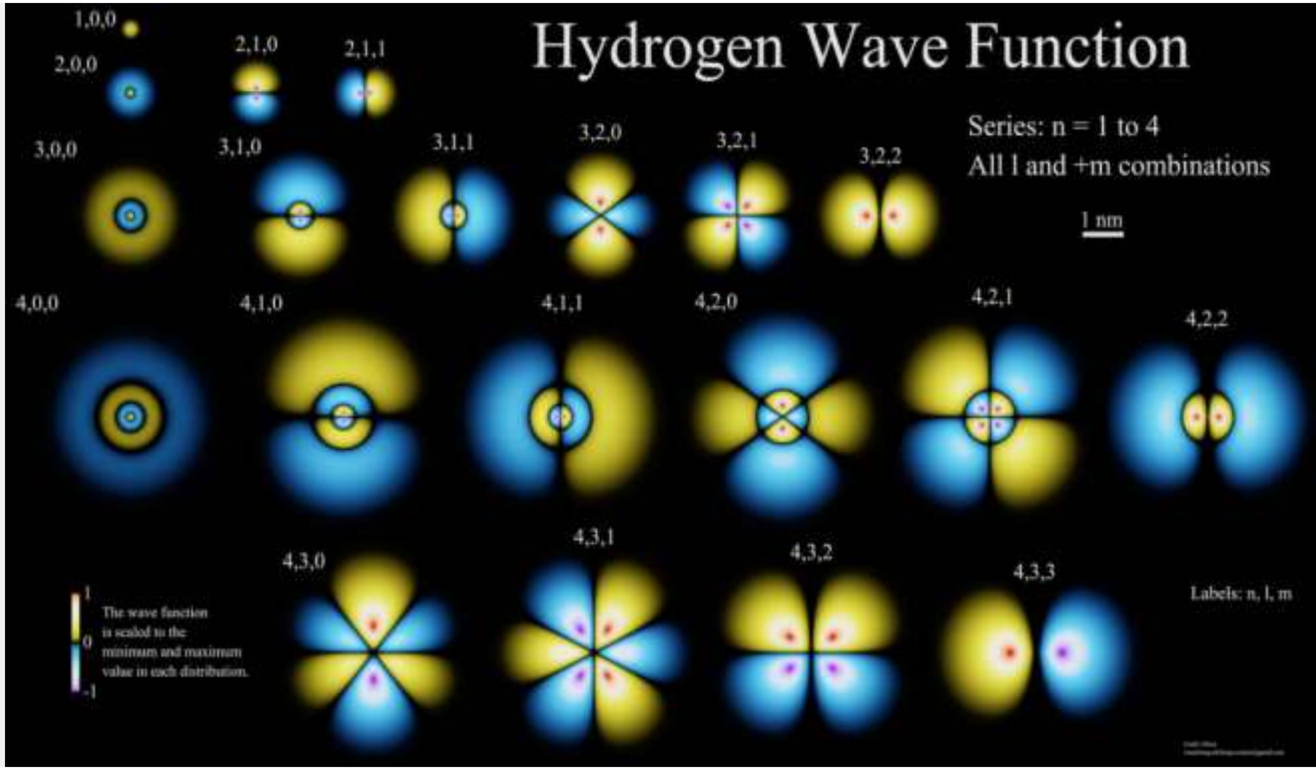




$$U_{He} = -\frac{4e^2}{r} + \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$

Двумерное уравнение Шрёдингера для атома водорода.





Численный расчёт распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел