



Разработка методов расчета и анализа спектров реакторных антинейтрино для фундаментальных и прикладных задач

Студент: Д. В. Попов

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор
М. Д. Скорохватов

Москва 2022



Мотивация, цель и задачи работы

Мотивация

- 1. Фундаментальная наука:** исследование нейтринных осцилляций - определение иерархии масс нейтрино;
Новая физика: поиск стерильных состояний нейтрино, исследование неунитарности матрицы смешивания PMNS, поиск нарушения Лоренц-ковариантности и т.д.
- 2. Прикладные приложения** – нейтринный метод мониторинга работы ядерного реактора;

Цель работы

Прецизионное изучение спектров реакторных антинейтрино.

Задачи

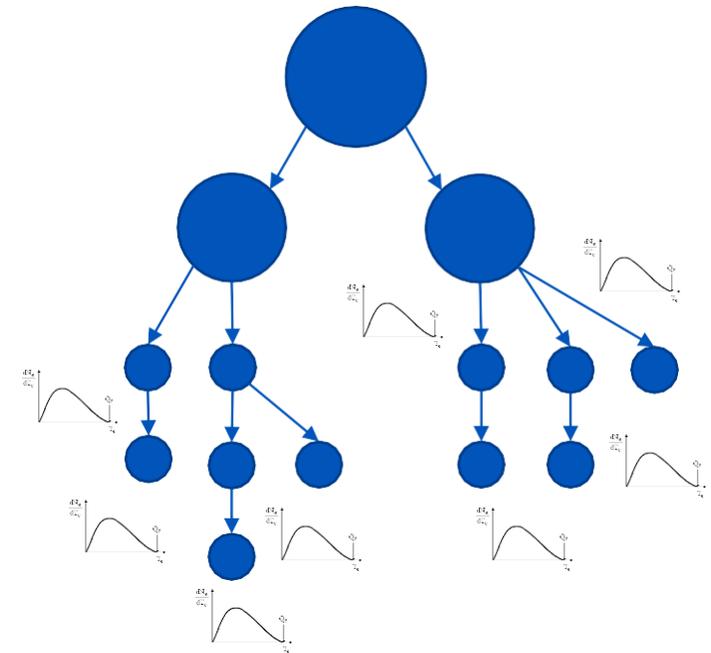
- Разработать алгоритм реконструкции спектров антинейтрино (модели конверсии КИ);
- Рассчитать спектры ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu в рамках модели КИ;
- Провести расчет и анализ неопределенностей модели КИ;
- Провести анализ наблюдаемых величин к вариациям в процедуре реконструкции;

Реакторные антинейтрино

- $\Phi_{\nu}(E_{\nu}, t) = \frac{N_f}{4\pi L^2} \rho_{\nu}(E_{\nu}, t)$ – поток реакторных антинейтрино;
 N_f - число делений тяжелых изотопов: ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu
- $\rho_{\nu}(E_{\nu}, t) = \alpha_5(t) \rho_{\nu}^5(E_{\nu}) + \alpha_8 \rho_{\nu}^8(E_{\nu}) + \alpha_9(t) \rho_{\nu}^9(E_{\nu}) + \alpha_1(t) \rho_{\nu}^1(E_{\nu})$ – кумулятивный спектр реакторных антинейтрино «в момент рождения»; α – доли делений.
- $\rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \sim \sum \omega_k \rho_{\nu}(E_{\nu}, Q_k, Z_k)$ – кумулятивный спектр антинейтрино продуктов деления i -ого изотопа ($i = 5$ (^{235}U), 8 (^{238}U), 9 (^{239}Pu), 1 (^{241}Pu));
- $\rho_{\nu}(E_{\nu}, Q_k, Z_k)$ – спектр антинейтрино одиночного бета-распада;

Методы расчета спектров реакторных антинейтрино:

1. Метод **ab initio** – прямое суммирование по всем возможным реализациям серий бета-распада продуктов деления тяжелых изотопов;
2. Метод **конверсии** – преобразование кумулятивных бета-спектров (измерены группой ILL в 80-ых годах) в спектры антинейтрино + данные НИЦ “КИ” 2021 – переоценка бета-спектров продуктов деления изотопов урана;



Процедура конверсии: модель КИ

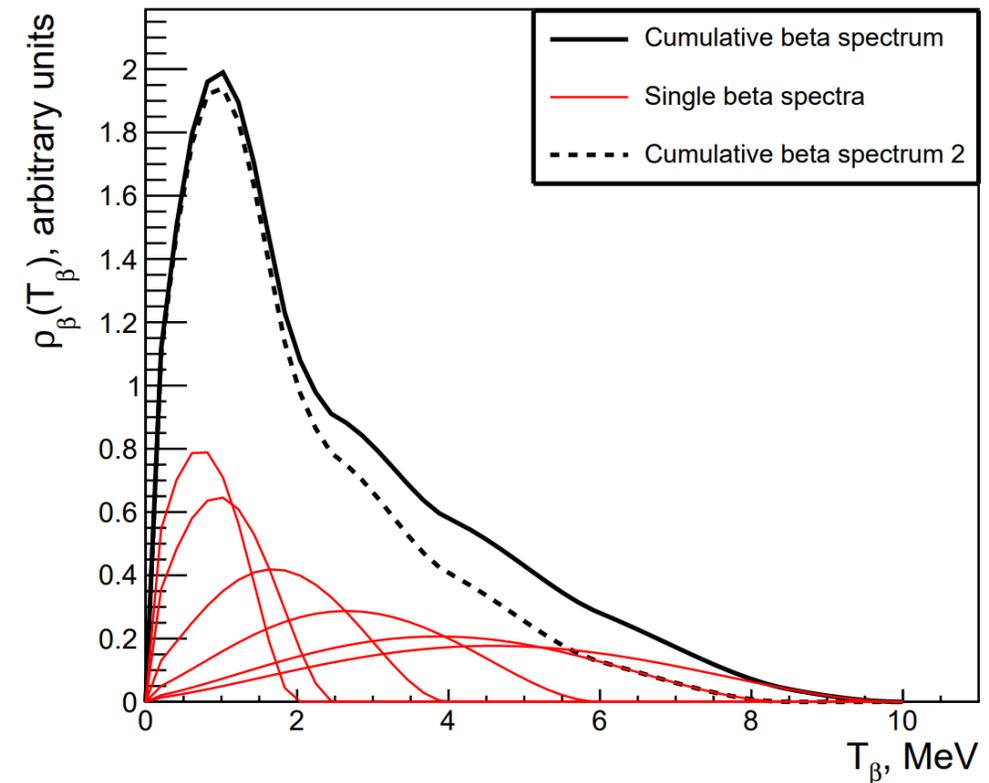
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q, Z) = k p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 F(Z, E_{\beta}) \Delta(E_{\beta}, Q)$ – одиночный разрешенный бета-спектр;
 Q – энергия реакции, $F(Z, E_{\beta})$ – функция Ферми, $\Delta(E_{\beta}, Q)$ – набор поправок модели КИ;
 $\rho_{\nu}(E_{\nu}, Q, Z) = \rho_{\beta}(Q - T_{\beta}, Q, Z)$ – связь одиночного бета-спектра со спектром антинейтрино;

Параметры, определяющие форму спектра:

Нормировочный коэффициент k , энергия бета-перехода Q . Заряд ядра Z заменяется эффективным зарядом $\langle Z \rangle(Q)$ с использованием ядерных баз данных.

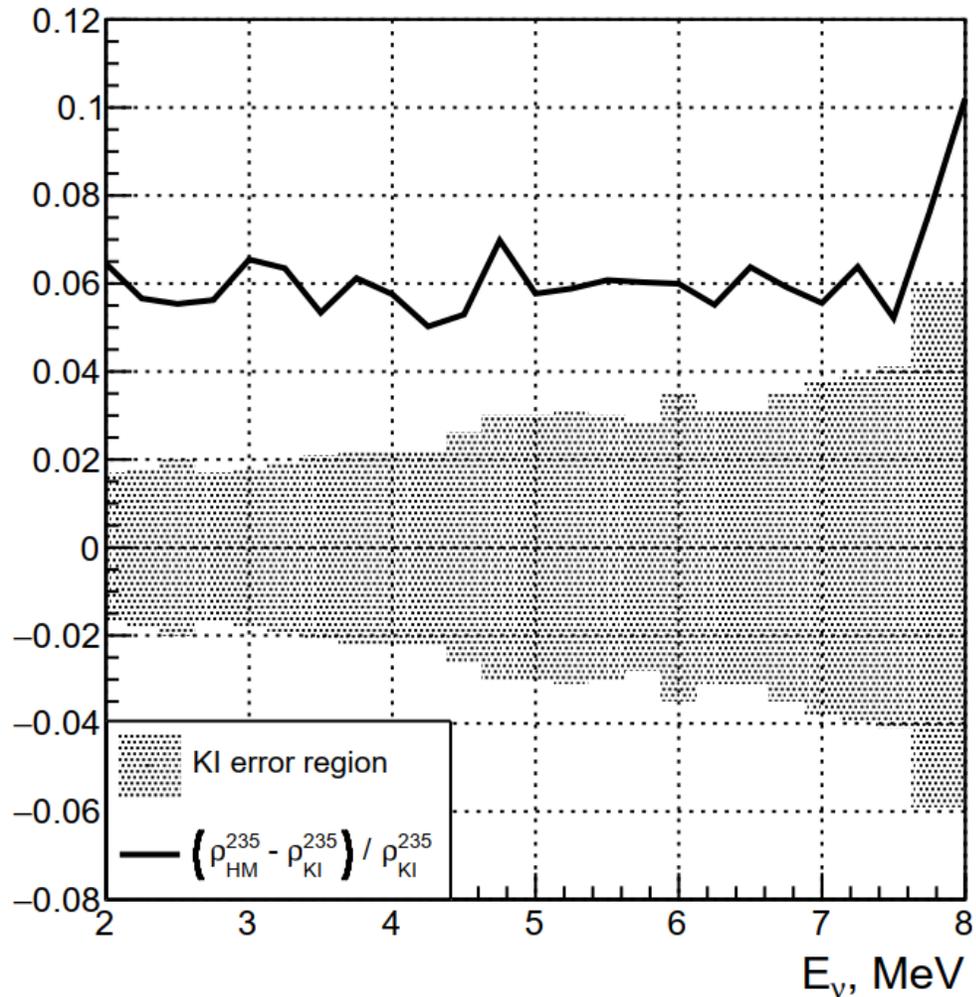
АЛГОРИТМ РЕКОНСТРУКЦИИ:

- 1) 10-15 синтетических бета-ветвей аппроксимируют спектр ILL по частям, начиная с жесткой области;
- 2) К исходному, фиксированному набору ветвей добавляются дополнительные, с заведомо меньшими весами. Их параметры определяются путем аппроксимации всего исходного кумулятивного бета-спектра целиком.
- 3) Полученный спектр усредняется по энергетическим интервалам шириной 250 кэВ.

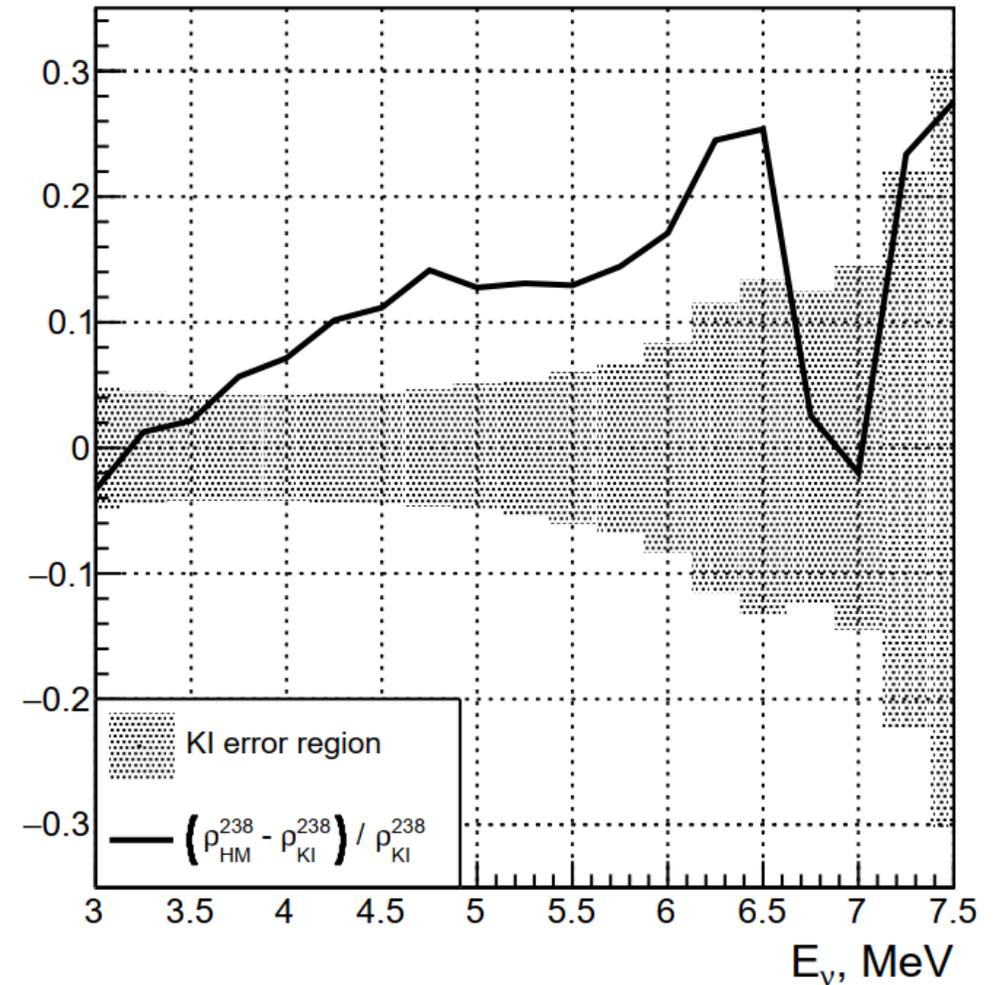


Полученные результаты, сравнение

^{235}U



^{238}U

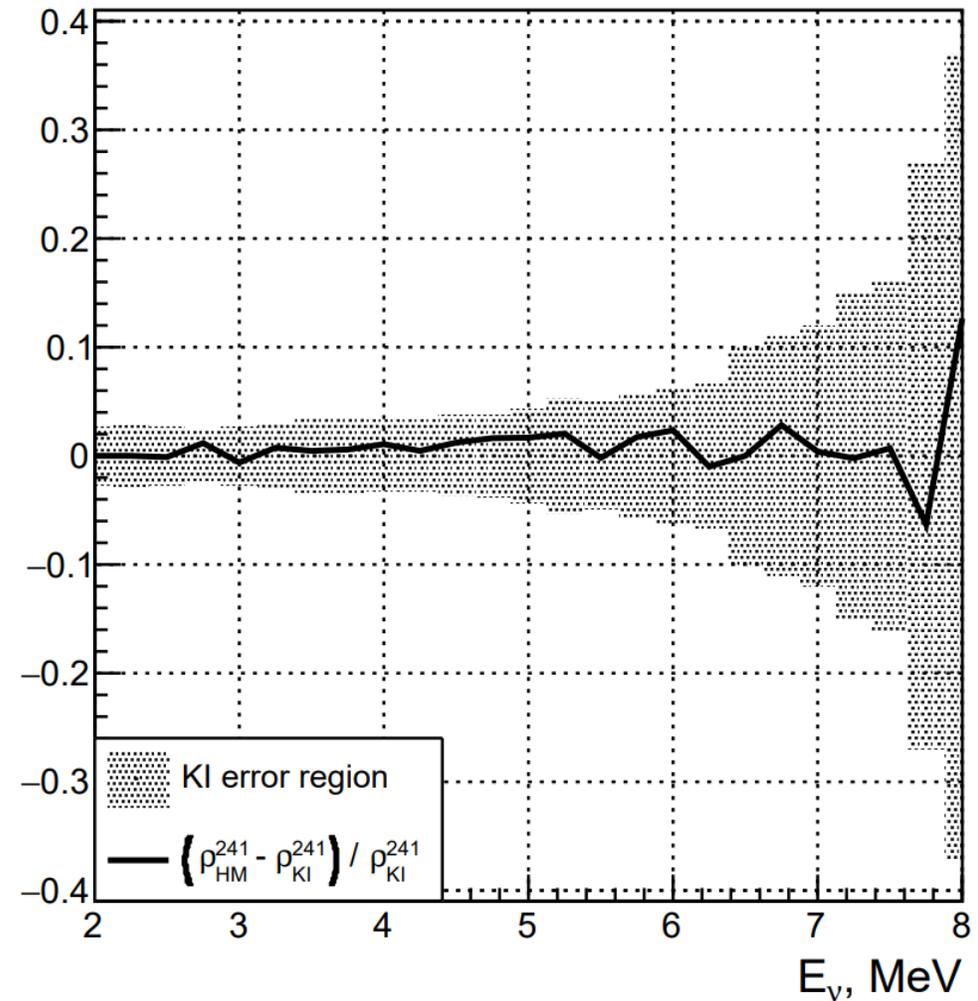
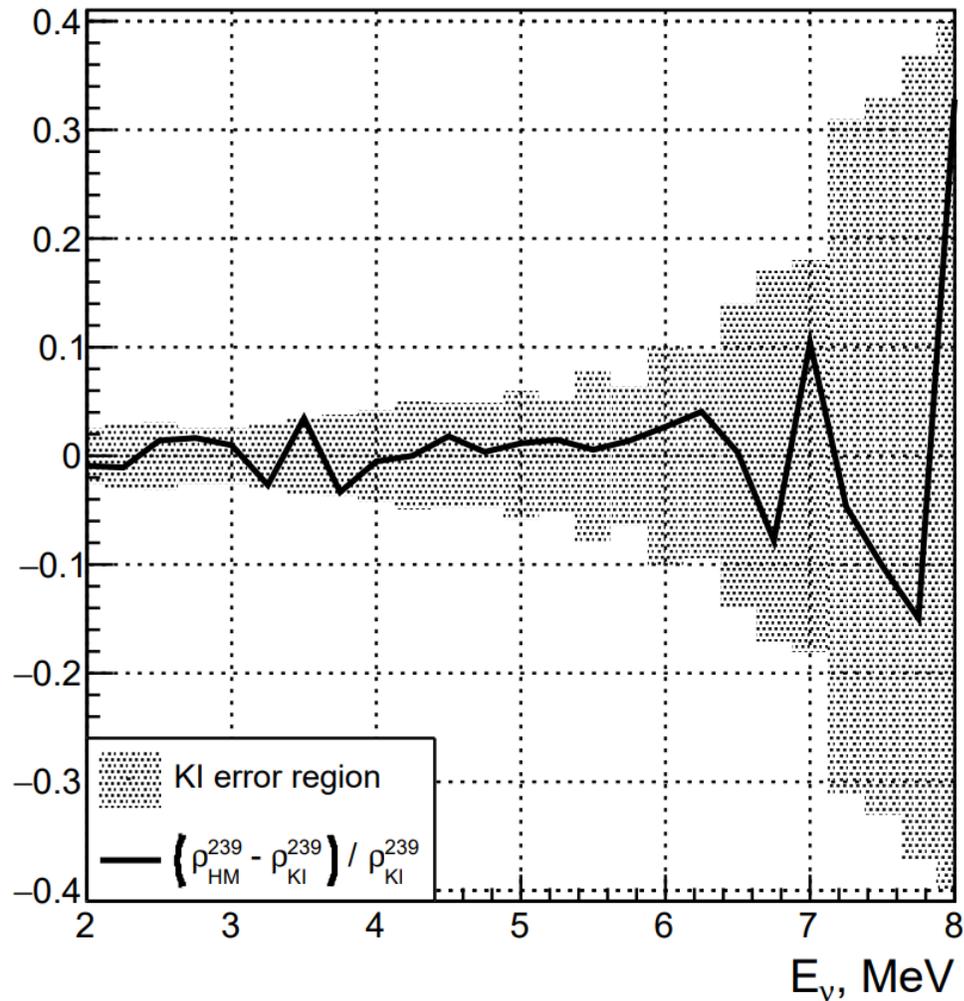


Ошибки даны на уровне достоверности 1σ (68%)

Полученные результаты, сравнение

^{239}Pu

^{241}Pu



Ошибки даны на уровне достоверности 1σ (68%)

Регистрация антинейтрино: ОБР

- $\Phi_{\nu}(E_{\nu}, t) = \frac{N_f}{4\pi L^2} \rho_{\nu}(E_{\nu}, t)$ [МэВ⁻¹ см⁻² сек⁻¹] – поток реакторных антинейтрино;
 N_f [дел сек⁻¹] – число делений тяжелых изотопов: ²³⁵U, ²³⁸U, ²³⁹Pu и ²⁴¹Pu;
- $\rho_{\nu}(E_{\nu}, t) = \sum \alpha_i(t) \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu})$ [МэВ⁻¹ дел⁻¹] – кумулятивный спектр реакторных антинейтрино «в момент рождения»;
- $\rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu})$ – кумулятивный спектр антинейтрино продуктов деления i -ого изотопа;

$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ – обратный бета-распад (ОБР)

$\frac{dN_{det}(T_e)}{dT_e} = \epsilon N_p \int \Phi_{\nu}(E_{\nu}) \frac{d\sigma_{OBR}(E_{\nu}, T_e)}{dT_e} dE_{\nu}$ [МэВ⁻¹ сек⁻¹] – наблюдаемый спектр позитронов ОБР;
 ϵ – эффективность регистрации, N_p – число протонов в мишени;

$\rho_e^{(i)}(T_e) = \int \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \frac{d\sigma_{OBR}(E_{\nu}, T_e)}{dT_e} dE_{\nu}$ [см² МэВ⁻¹ дел⁻¹] – спектр позитронов ОБР, порождаемый кумулятивным спектром реакторных антинейтрино i -ого изотопа «в момент рождения».

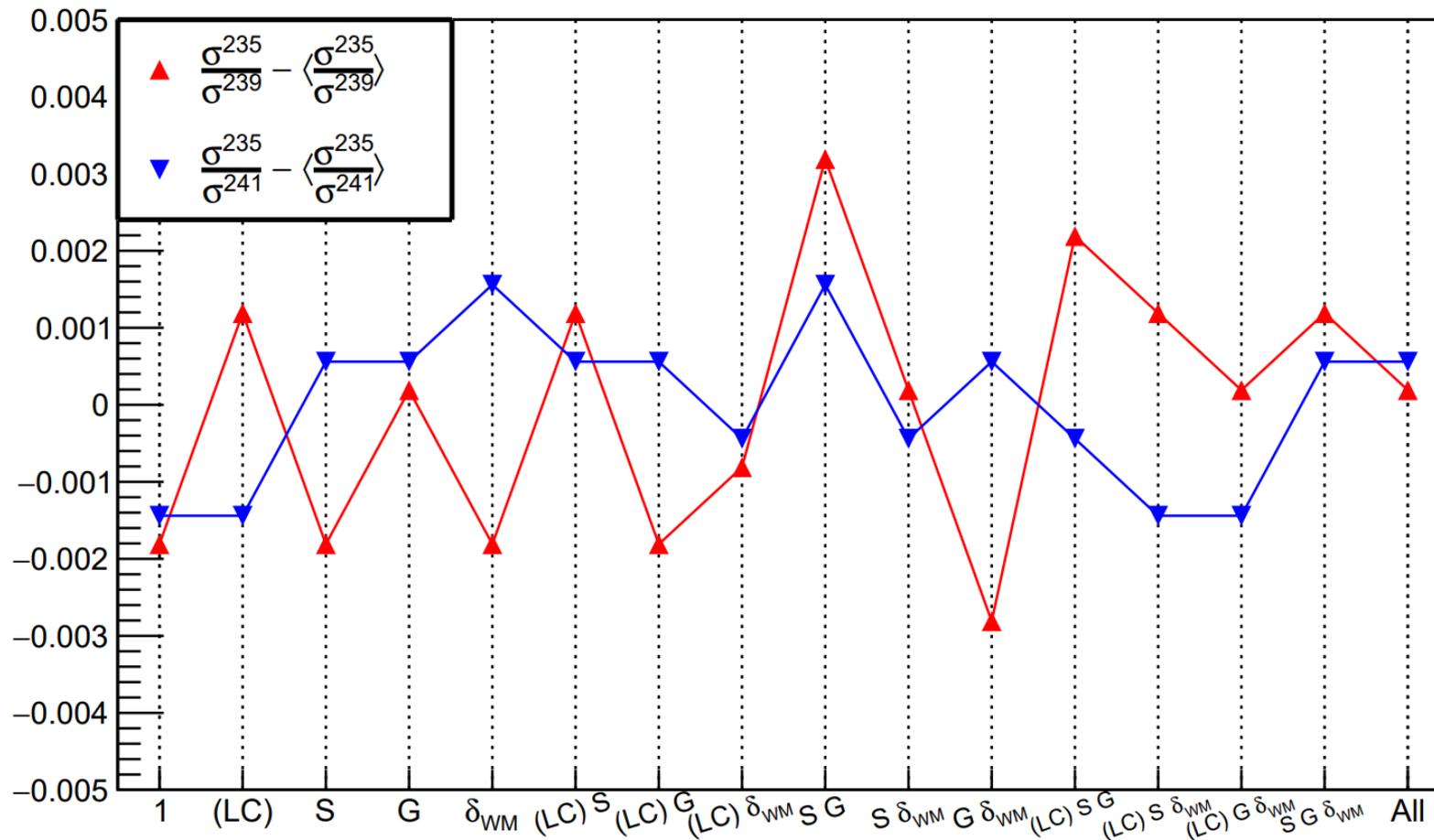
$\sigma^{(i)} = \int \rho_e^{(i)}(T_e) dT_e = \int \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \sigma_{OBR}(E_{\nu}) dE_{\nu}$ [см² дел⁻¹] – выход ОБР i -ого изотопа;

$$\frac{dN_{det}(T_e)}{dT_e} = \frac{\epsilon N_p N_f}{4\pi L^2} \sum_i \alpha_i \rho_e^{(i)}(T_e)$$

$$N_{det}(T_e) = \frac{\epsilon N_p N_f}{4\pi L^2} \sum_i \alpha_i \sigma^{(i)}$$

Устойчивость отношений выходов ОБР к процедуре конверсии: вклад поправок

$$\rho_{\beta}(T_{\beta}) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta}) \times (L \times C \times S \times G_{\beta} \times \delta_{WM})$$



- LC – поправка на конечные размеры ядер;
- S – поправка на экранирование;
- G_{β} – радиационная поправка;
- δ_{WM} – поправка на слабый магнетизм;

Исходные бета-спектры ILL фиксируются, возмущается процедура конверсии – «включаются» или «выключаются» различные поправки в различных комбинациях;

$$\left\langle \frac{\sigma_{235}}{\sigma_{239}} \right\rangle = 1.44, \quad \delta^{5/9} = 0.2\%$$

$$\left\langle \frac{\sigma_{235}}{\sigma_{241}} \right\rangle = 1.04, \quad \delta^{5/1} = 0.1\%$$

Погрешность отношения выходов ~3%
Разброс за счет вариаций поправок ~0.2%

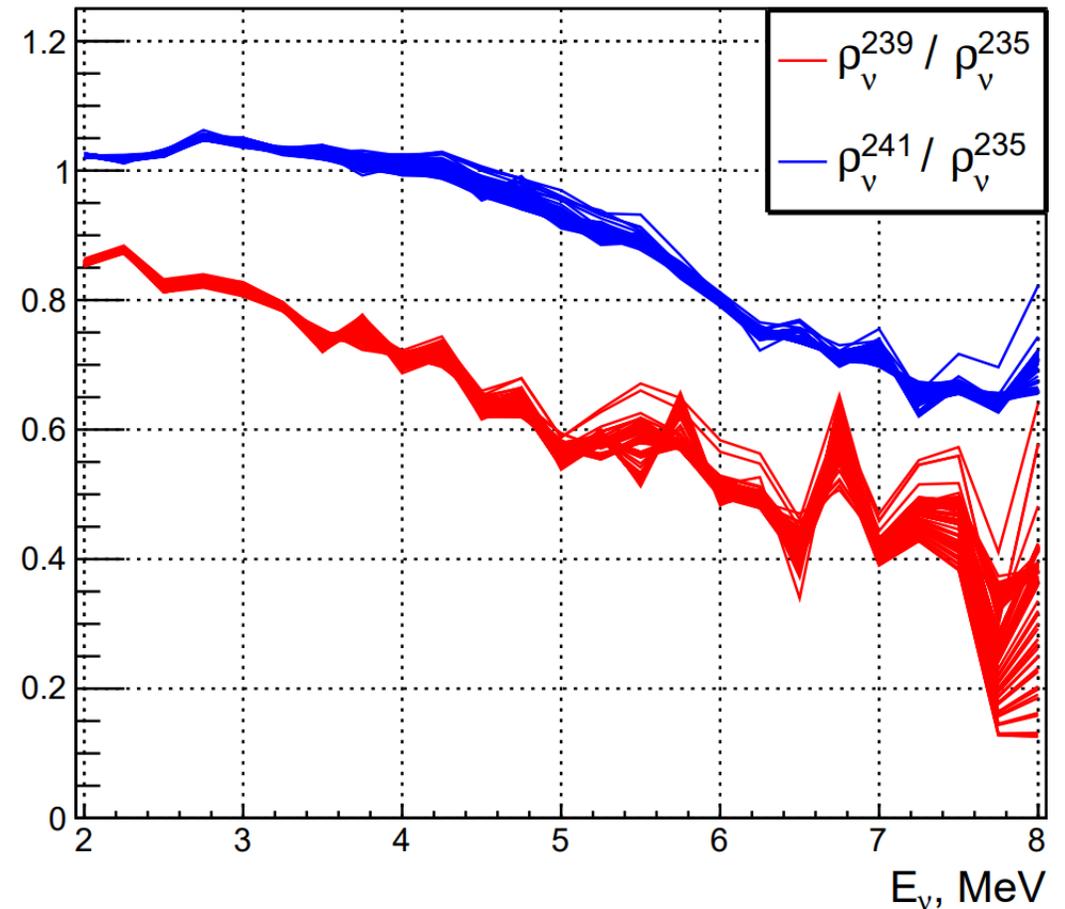
Устойчивость отношений к процедуре конверсии: вклад запрещенных переходов

$\rho_\beta(T_\beta) = k p_\beta E_\beta (Q - T_\beta)^2 F(Z, E_\beta) \sum \alpha_i(Q) C_i(E_\beta, Q) (1 + \delta_i(E_\beta, Z, Q))$ – бета-спектр смешанного типа;
 $\alpha_i(Q)$ – доля запрещенных переходов i -ого типа на данном энергетическом отрезке;
 $C_i(E_\beta, Q)$ – фактор формы (shape-фактор);

Рассматриваются однократно запрещенные переходы: неуникальные GT 0^- , 1^- и уникальные GT 2^-

Исходные кумулятивные бета-спектры фиксируются, возмущается процедура конверсии – вводятся запрещенные переходы с различными весами (набор поправок фиксируется, но для каждого типа запрета он различен).

Для разных комбинаций долей запрещенных переходов α_i (разыгрываются) проводится конверсия бета-спектра в спектр антинейтрино. На рисунке справа представлена реализация для 500 итераций.

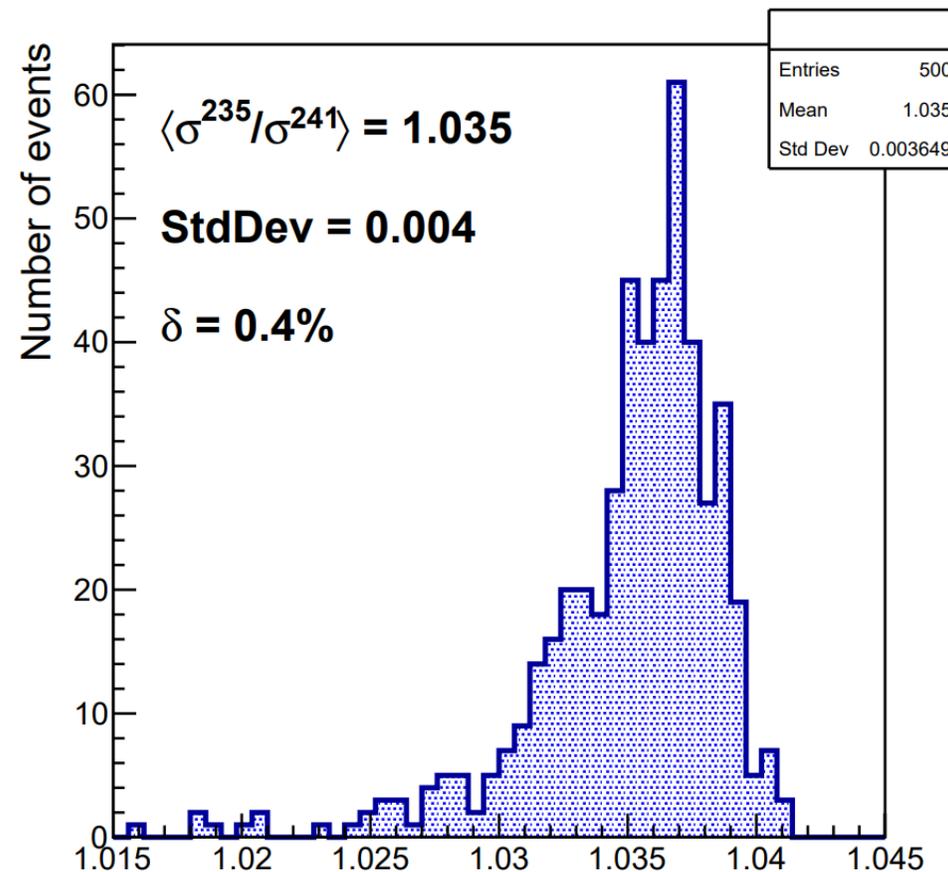
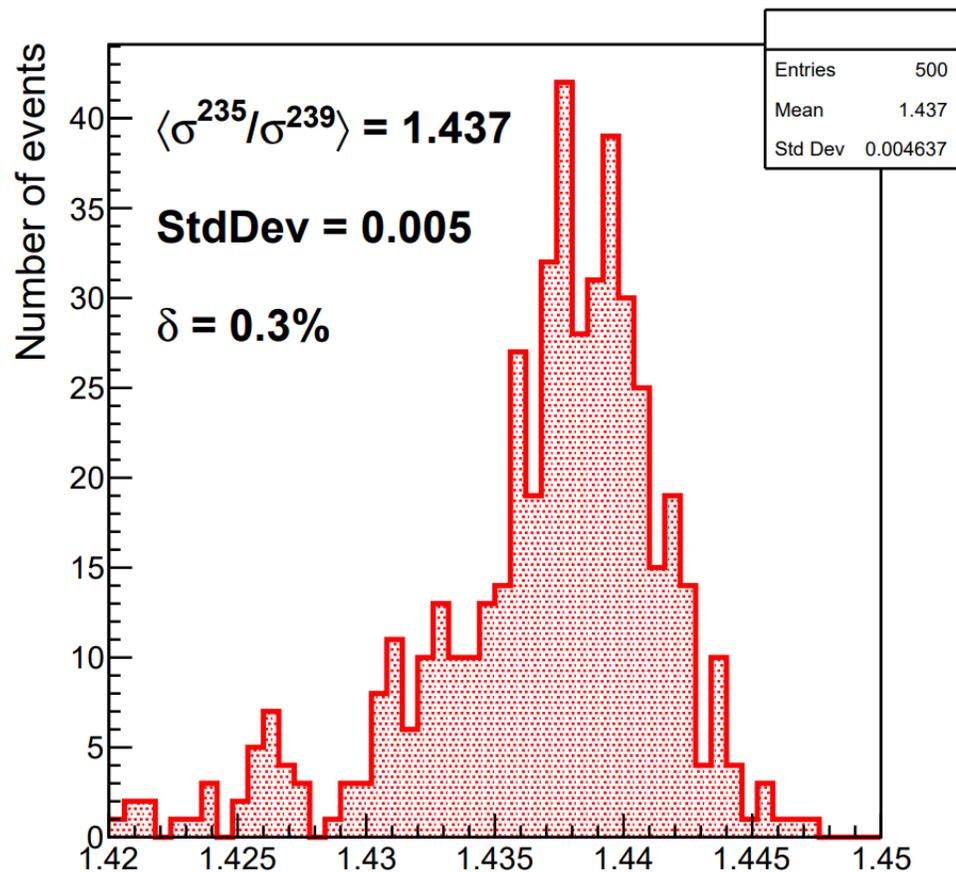


Устойчивость отношений к процедуре конверсии: вклад запрещенных переходов

$$\sigma^{(i)} = \int \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \sigma_{\text{ОБР}}(E_{\nu}) dE_{\nu} \quad [\text{см}^2 \text{ дел}^{-1}]$$

$\sigma^{235} / \sigma^{239}$

$\sigma^{235} / \sigma^{241}$



Погрешность отношения выходов ОБР ~3%

Разброс за счет учета запрещенных переходов ~0.4%

Заключение

- Разработана модель конверсии КИ для реконструкции спектров реакторных антинейтрино и их анализа;
- Показано, что вклады от различных поправок к одиночным подгоночным спектрам независимым образом влияют на величину выхода ОБР;
- **Показана устойчивость отношения выходов ОБР к процедуре конверсии и зависимость этого отношения только от отношения исходных кумулятивных бета-спектров;**
- С учетом спектральной поправки КИ, рассчитаны спектры реакторных антинейтрино продуктов деления изотопов ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu , отношение выходов $\sigma^{235}/\sigma^{239}$, которое согласуется с экспериментальными данными – решение проблемы реакторной антинейтринной аномалии.

Спасибо за внимание!



Дополнительные слайды



Зачем исследовать отношения?

$$\frac{\sigma^i}{\sigma^j} = F \left[\frac{\rho_v^{(i)} \sigma_{\text{ОБР}}}{\rho_v^{(j)} \sigma_{\text{ОБР}}} \right] = F \left[\frac{k^{(i)} \rho_\beta^{(i)} \sigma_{\text{ОБР}}}{k^{(j)} \rho_\beta^{(j)} \sigma_{\text{ОБР}}} \right] = F \left[\frac{\rho_\beta^{(i)}}{\rho_\beta^{(j)}} \right]$$

$$\rho_v(E_v, t) = \rho_v^5 \left[1 - \underbrace{\alpha_9(t) \left(1 - \frac{\rho_v^9}{\rho_v^5} \right)}_{\sim 0-30\%} - \underbrace{\alpha_8 \left(1 - \frac{\rho_v^8}{\rho_v^5} \right)}_{\sim 7\%} - \underbrace{\alpha_1(t) \left(1 - \frac{\rho_v^1}{\rho_v^5} \right)}_{\sim 0-2\%} \right]$$

$$\langle \sigma \rangle = \sigma^5 \left[1 - \alpha_9(t) \left(1 - \frac{\sigma^9}{\sigma^5} \right) - \alpha_8 \left(1 - \frac{\sigma^8}{\sigma^9} \right) - \alpha_1(t) \left(1 - \frac{\sigma^1}{\sigma^5} \right) \right]$$

Экспериментальное определение выхода σ^5 с большой точностью:

$$\sigma^5 = \frac{\langle \sigma \rangle}{(1 - \delta_8 - \delta_1) - \alpha_9 \left(1 - \frac{\sigma^9}{\sigma^5} \right)}$$

Задача мониторинга работы ядерного реактора – определение изотопного состава:

$$\widehat{\alpha}_9(t) = \frac{\frac{\langle \sigma \rangle(t)}{\sigma^5} - (1 + \delta_8)}{\frac{\sigma^9}{\sigma^5} - 1}$$

Зачем исследовать отношения? (2)

$$\frac{\sigma^i}{\sigma^j} = F \left[\frac{\rho_\nu^{(i)}}{\rho_\nu^{(j)}} \right] = F \left[\frac{k^{(i)} \rho_\beta^{(i)}}{k^{(j)} \rho_\beta^{(j)}} \right] = F \left[\frac{\rho_\beta^{(i)}}{\rho_\beta^{(j)}} \right]$$

Более строго:

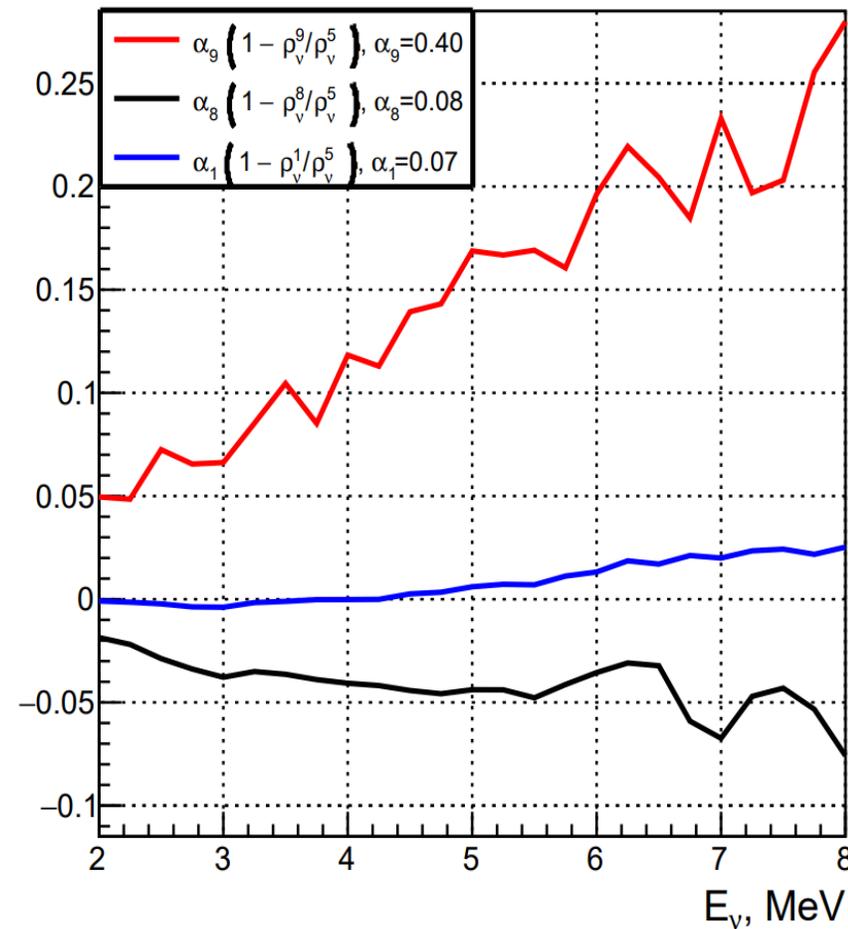
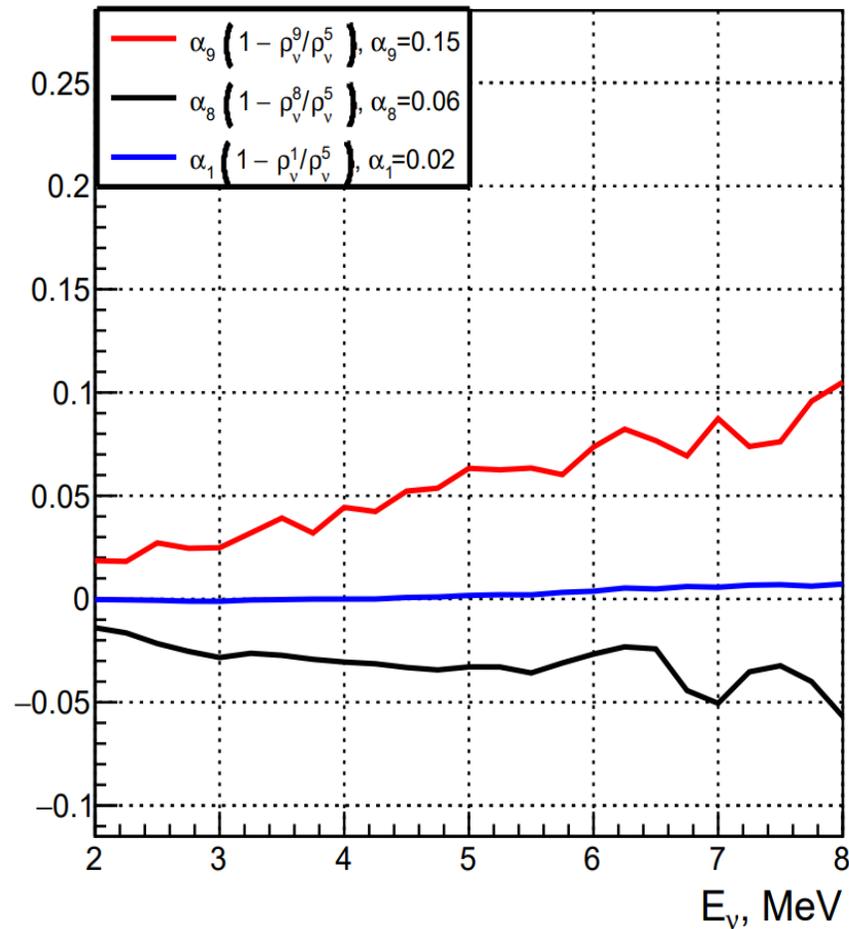
$$\frac{\sigma^i}{\sigma^j} = \frac{\int \rho_\nu^{(i)}(\varepsilon) \sigma_{\text{IBD}}(\varepsilon) d\varepsilon}{\int \rho_\nu^{(j)}(\varepsilon) \sigma_{\text{IBD}}(\varepsilon) d\varepsilon} = \frac{\int k^{(i)}(\varepsilon) \rho_\beta^{(i)}(\varepsilon) \sigma_{\text{IBD}}(\varepsilon) d\varepsilon}{\int k^{(j)}(\varepsilon) \rho_\beta^{(j)}(\varepsilon) \sigma_{\text{IBD}}(\varepsilon) d\varepsilon} = \frac{k^{(i)}(\varepsilon_1) \rho_\beta^{(i)}(\varepsilon_1) \sigma_{\text{IBD}}(\varepsilon_1)}{k^{(j)}(\varepsilon_2) \rho_\beta^{(j)}(\varepsilon_2) \sigma_{\text{IBD}}(\varepsilon_2)}$$

$\Delta E \rightarrow 0$; $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \rightarrow \varepsilon$

$$\frac{\sigma^i}{\sigma^j} = \frac{k^{(i)}(\varepsilon) \rho_\beta^{(i)}(\varepsilon)}{k^{(j)}(\varepsilon) \rho_\beta^{(j)}(\varepsilon)} = \frac{\rho_\beta^{(i)}(\varepsilon)}{\rho_\beta^{(j)}(\varepsilon)}$$

Эволюция компонент спектра реакторных антинейтрино

$$\rho_\nu(E_\nu, t) = \rho_\nu^5 \left[1 - \alpha_9(t) \left(1 - \frac{\rho_\nu^9}{\rho_\nu^5} \right) - \alpha_8 \left(1 - \frac{\rho_\nu^8}{\rho_\nu^5} \right) - \alpha_1(t) \left(1 - \frac{\rho_\nu^1}{\rho_\nu^5} \right) \right]$$



О реконструкции спектра антинейтрино продуктов деления ^{238}U



$\rho_{\nu}^{(i)}(E) = k(E) \rho_{\beta}^{(i)}(E)$; $k(E)$ – универсальная для всех изотопов функция пересчета;

Имеем $\rho_{\beta}^{(238)}(E)$ – измерен в Техническом университете

Мюнхена (TUM), см. работу

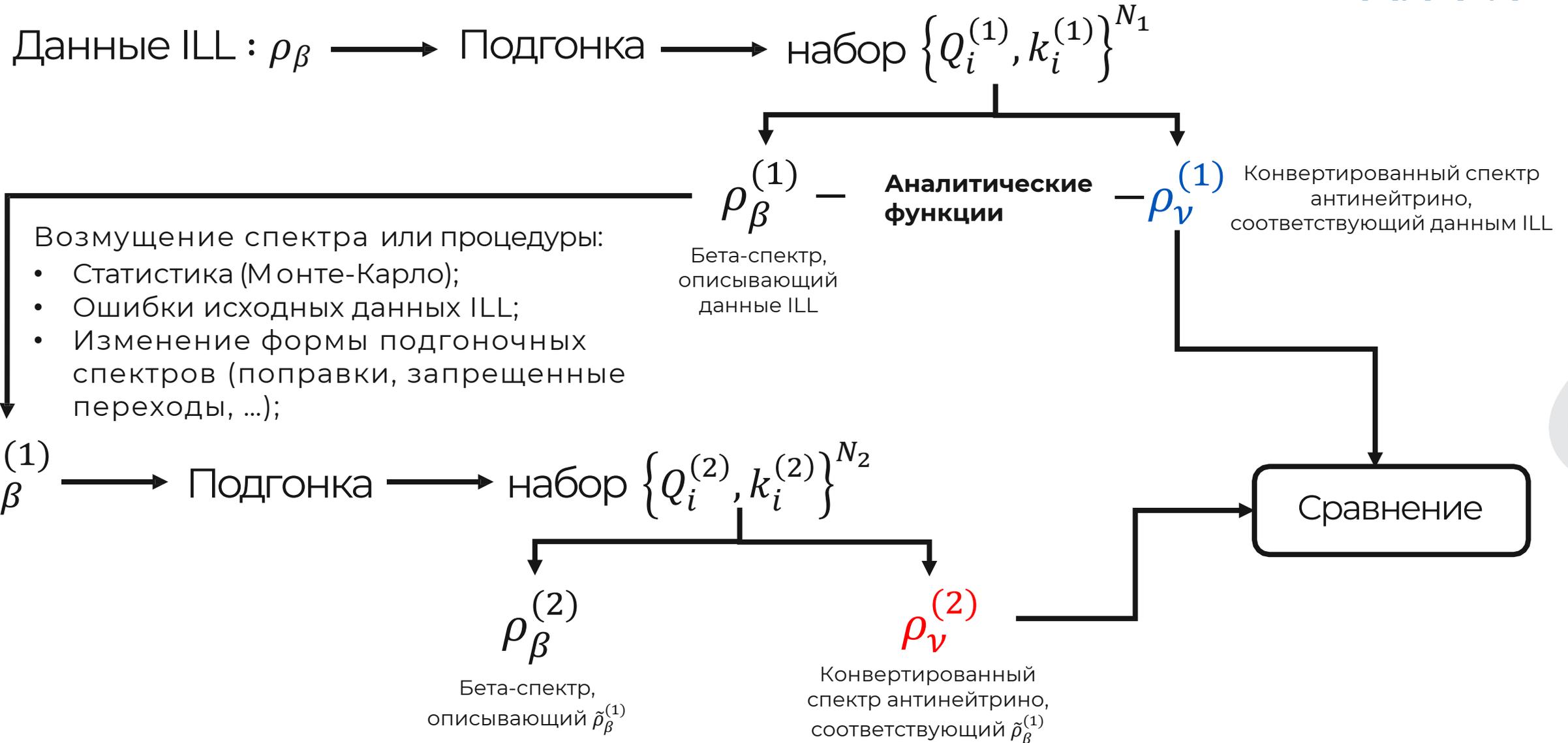
[Experimental Determination of the Antineutrino Spectrum of the Fission Products of \$^{238}\text{U}\$ / N. Haag \[et al.\] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112, no. 12. — P. 122501.](#)

Аккуратную конверсию проводить некорректно - мало точек. Используем уравнение выше, функцию $k(E)$ определяем по спектрам ^{235}U :

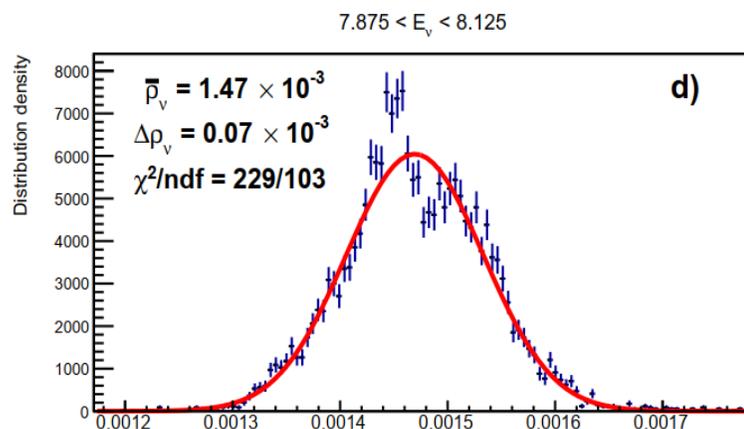
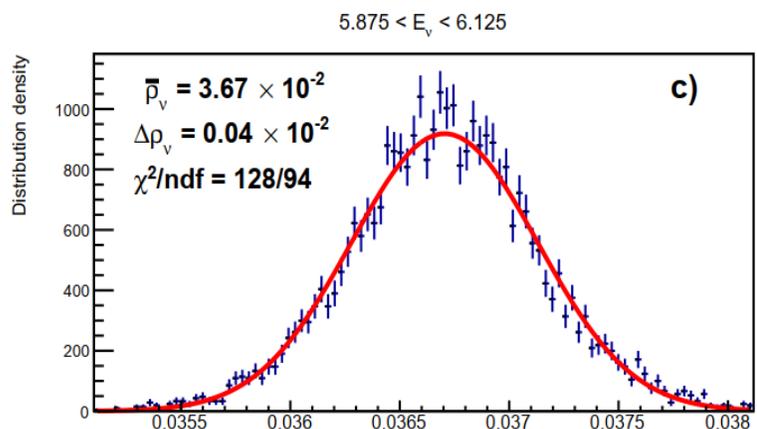
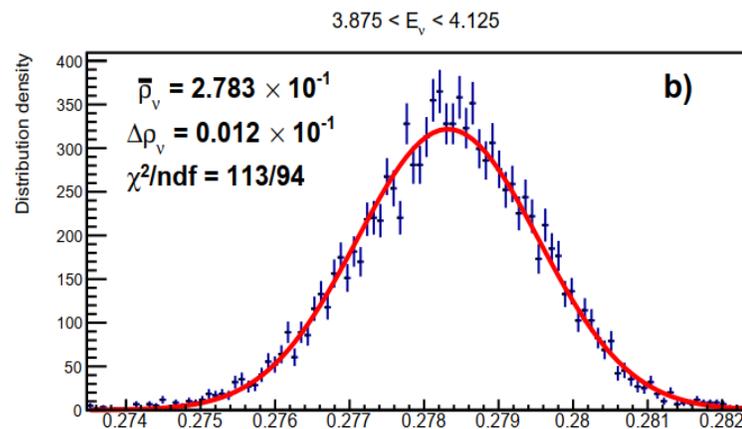
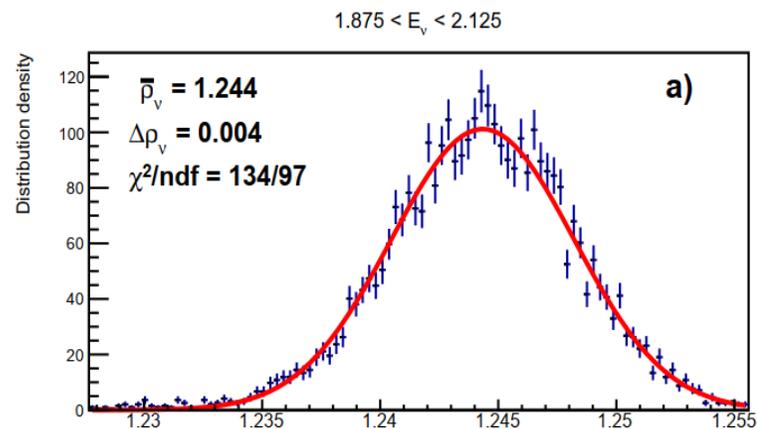
$$\rho_{\nu}^{(238)}(E) = k(E) \rho_{\beta}^{(238)}(E); \quad k(E) = \frac{\rho_{\nu}^{(235)}(E)}{\rho_{\beta}^{(235)}(E)}$$

E [keV]	N_{β}	$\frac{\text{betas}}{\text{fiss.} \cdot \text{MeV}}$	ϵ [%]	$\epsilon_{exp, norm}$ [%]	ϵ_{BILL} [%]
2250 - 2500		1.032	3.2	2.1	1.7
2500 - 2750		$8.302 \cdot 10^{-1}$	3.0	2.1	1.7
2750 - 3000		$6.922 \cdot 10^{-1}$	2.4	2.1	1.7
3000 - 3250		$5.698 \cdot 10^{-1}$	2.3	2.1	1.7
3250 - 3500		$4.533 \cdot 10^{-1}$	2.4	2.1	1.7
3500 - 3750		$3.740 \cdot 10^{-1}$	2.4	2.1	1.7
3750 - 4000		$2.807 \cdot 10^{-1}$	2.7	2.1	1.7
4000 - 4250		$2.279 \cdot 10^{-1}$	2.9	2.1	1.7
4250 - 4500		$1.725 \cdot 10^{-1}$	3.5	2.1	1.8
4500 - 4750		$1.343 \cdot 10^{-1}$	3.9	2.1	1.8
4750 - 5000		$1.084 \cdot 10^{-1}$	4.5	2.1	1.8
5000 - 5250		$7.891 \cdot 10^{-2}$	5.5	2.1	1.8
5250 - 5500		$5.831 \cdot 10^{-2}$	6.8	2.1	1.8
5500 - 5750		$4.137 \cdot 10^{-2}$	9.7	2.1	1.8
5750 - 6000		$2.909 \cdot 10^{-2}$	11.7	2.1	1.8
6000 - 6250		$2.765 \cdot 10^{-2}$	11.1	2.1	1.8
6250 - 6500		$2.248 \cdot 10^{-2}$	12.7	2.1	1.8
6500 - 6750		$1.296 \cdot 10^{-2}$	18.9	2.1	1.9
6750 - 7000		$7.078 \cdot 10^{-3}$	28.1	2.1	1.9

Метод повторной конверсии



Погрешности, обусловленные статистическим разбросом данных ILL



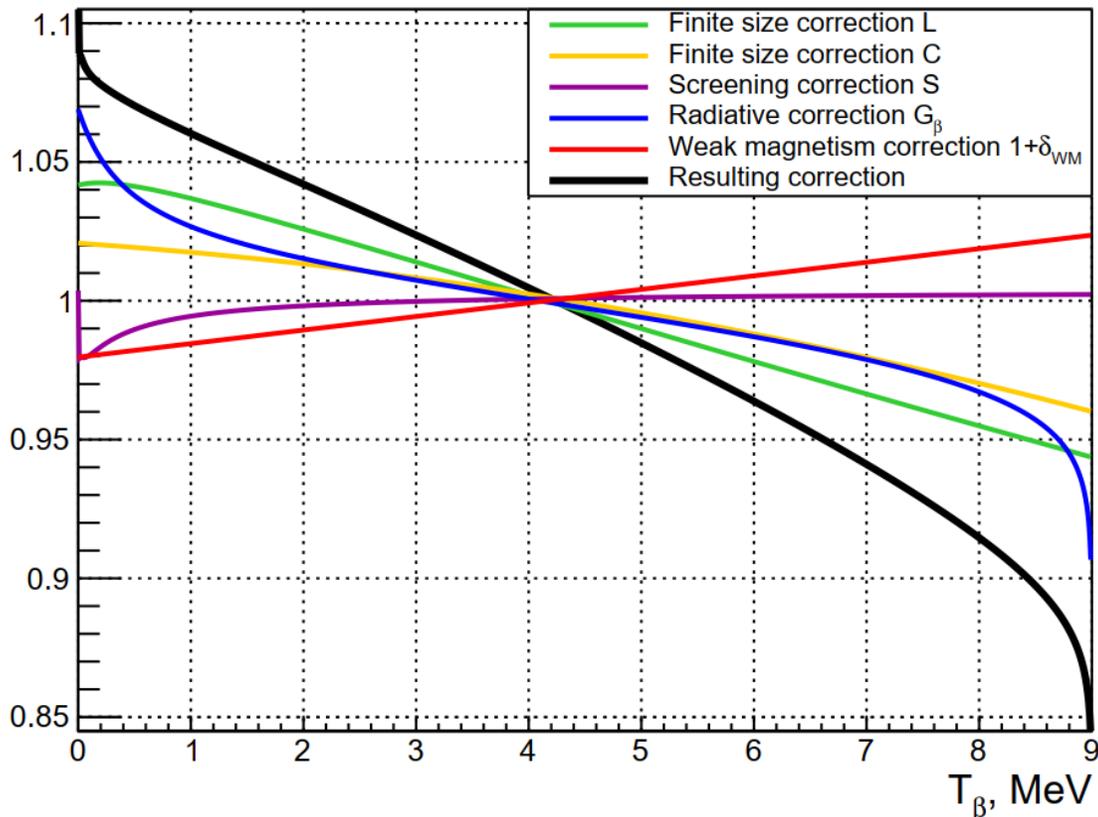
Процедура конверсии фиксируется (модель КИ), исходные бета-спектры возмущаются:

$$\rho_\beta \rightarrow N(\rho_\beta, [\Delta\rho_\beta]^2)$$

для всех энергий T_β .

Многokrратно проводится конверсия возмущенного спектра → получаем разброс результата конверсии – спектра антинейтрино, обусловленный статистическими ошибками исходных данных.

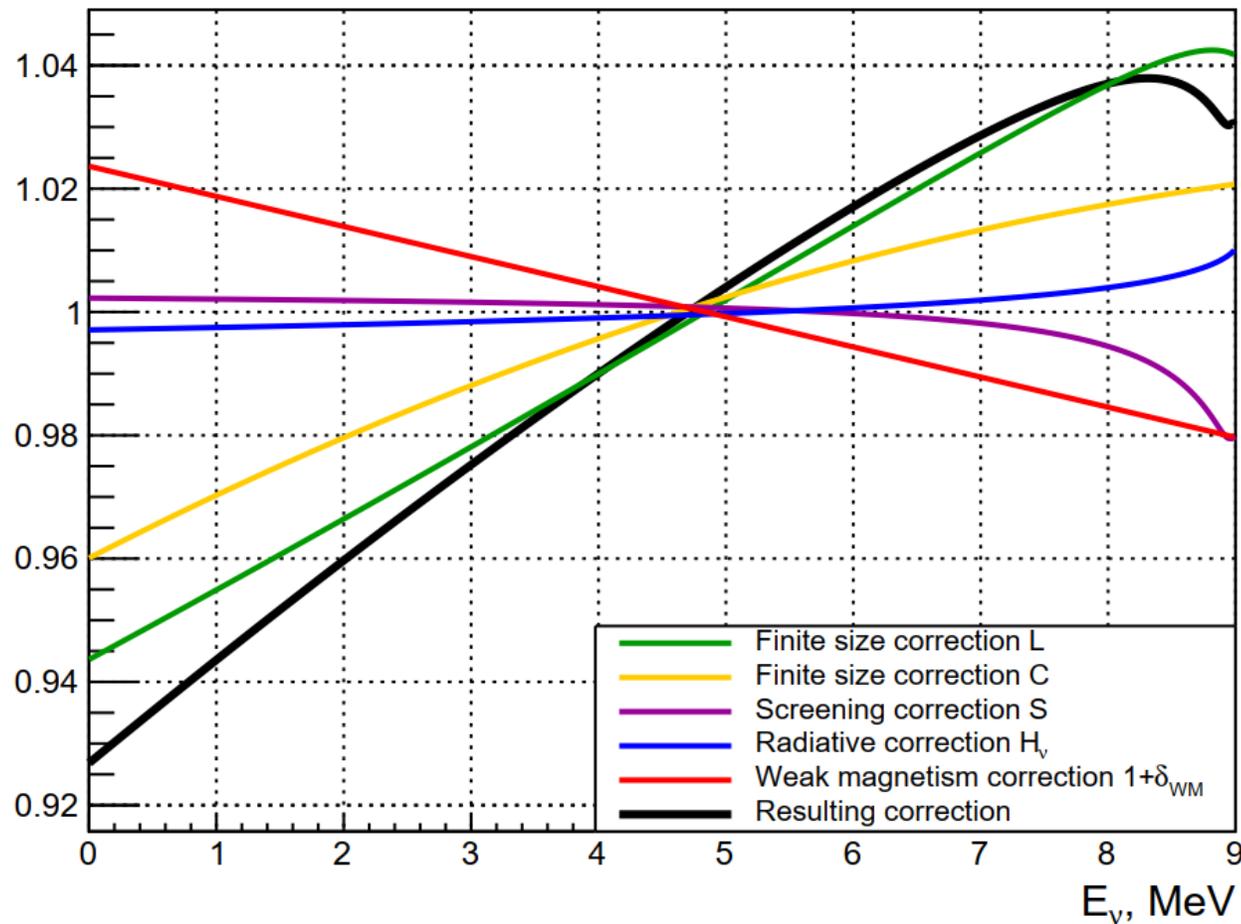
Поправки к форме подгоночных бета-спектров модели КИ



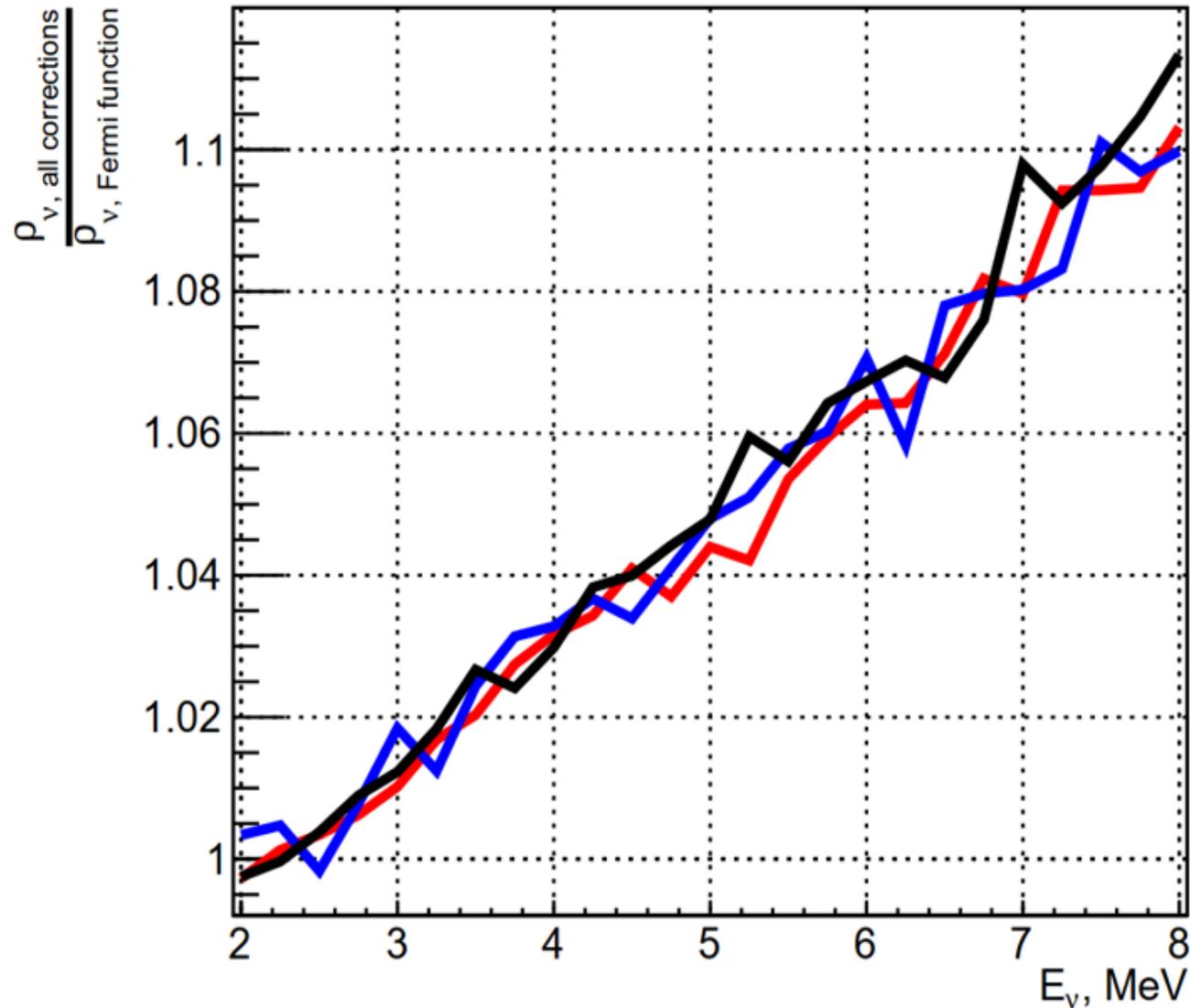
Отложены отношения спектра с учетом поправки к «наивному» спектру:

$$\frac{\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q, \Delta)}{\rho_{\beta}^{(0)}(T_{\beta}, Q)}$$

где «наивный» спектр $\rho_{\beta}^{(0)}(T_{\beta}, Q) = k p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 F(Z, E_{\beta})$



Поправки к форме подгоночных бета-спектров модели КИ



Отношение кумулятивных спектров антинейтрино продуктов деления ^{235}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu , рассчитанных конверсией с учетом всех поправок к синтетическим одиночным спектрам, к кумулятивным спектрам, рассчитанных конверсией с учетом только функции Ферми.

Аддитивность вклада поправок в выходы ОБР

Поправка Δ	$\sigma(\Delta)$	$\frac{\sigma(A) - \sigma(\Delta)}{\sigma(A)}$	$\frac{\sigma(\Delta) - \sigma(1)}{\sigma(\Delta)}$	$\frac{\sigma(A) - \sigma(A - \Delta)}{\sigma(\Delta)}$
1	6.38	3.33%	-	-
(L_0C)	6.62	-0.30%	3.63%	3.64%
S	6.35	3.79%	-0.47%	-0.45%
G_β	6.46	2.12%	1.28%	1.36%
WM	6.32	4.24%	-0.97%	-1.06%
$(L_0C) S$	6.59	0.15%	3.19%	3.18%
$(L_0C) G_\beta$	6.71	-1.67%	4.92%	4.85%
$(L_0C) \delta_{WM}$	6.55	0.76%	2.60%	2.58%
$S G_\beta$	6.43	2.58%	0.78%	0.76%
$S \delta_{WM}$	6.28	4.85%	-1.59%	-1.67%
$G_\beta \delta_{WM}$	6.39	3.18%	0.16%	0.15%
$(L_0C) S G_\beta$	6.67	-1.06%	4.35%	4.24%
$(L_0C) S \delta_{WM}$	6.51	1.36%	2.00%	2.12%
$(L_0C) G_\beta \delta_{WM}$	6.63	-0.45%	3.77%	3.79%
$G_\beta S \delta_{WM}$	6.36	3.64%	-0.31%	-0.30%
A – все поправки	6.60	-	3.33%	-

Исходные бета-спектры фиксируются, возмущается процедура конверсии – «включаются» или «выключаются» различные поправки в различных комбинациях;

$$h(\Delta) = \frac{\sigma(\Delta) - \sigma(1)}{\sigma(\Delta)}$$

1. $h(\Delta)$ – **аддитивный** функционал

$$h(\Delta_1 \Delta_2) = h(\Delta_1) + h(\Delta_2)$$
 с точностью до **долей процента**
2. $h(\Delta)$ **не зависит** от изотопа, то есть **от входных данных**;

3. $\sigma(\Delta_1 \Delta_2 \dots \Delta_N) = \sigma(1) (1 + h(\Delta_1) + h(\Delta_2) + \dots + h(\Delta_N))$;

Расчет выхода ОБР ^{235}U для разных поправок и их комбинаций; Выходы ОБР в единицах 10^{-43} см² дел⁻¹;
Относительные погрешности выходов ОБР составляют 3 %

Эффективный заряд $\langle Z \rangle(Q)$

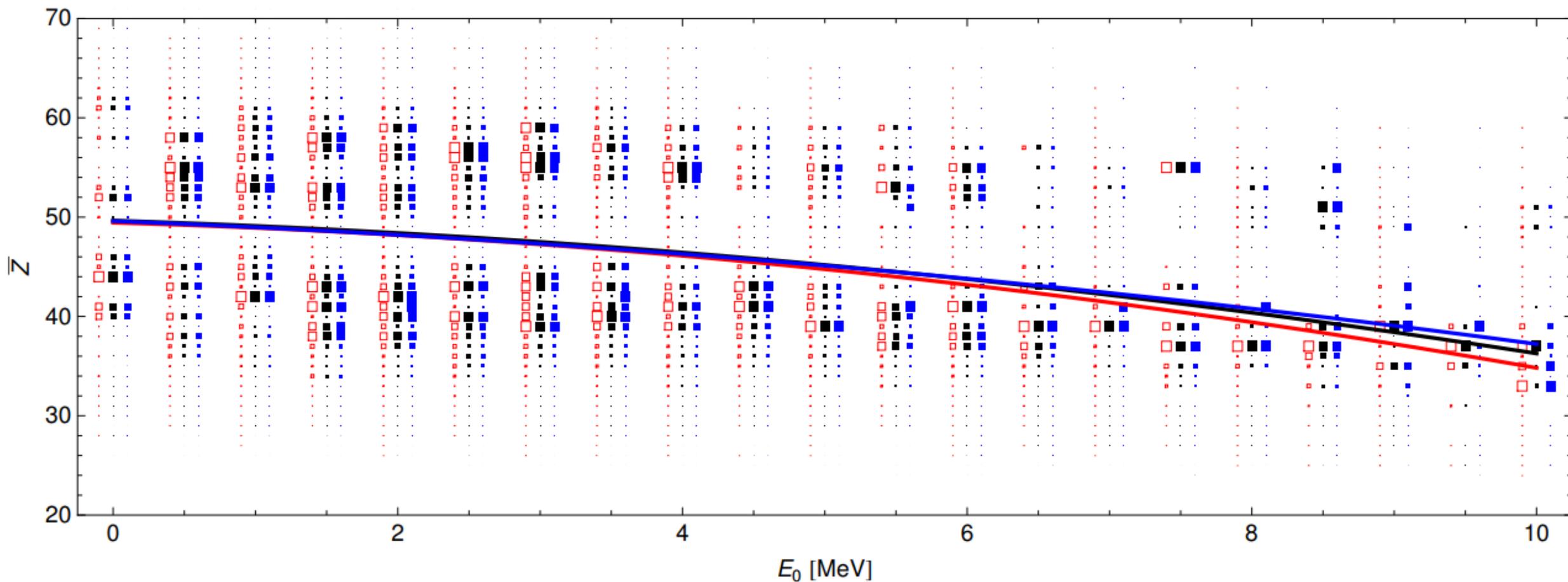


Рисунок взят из работы
Huber P. On the determination of antineutrino spectra from nuclear reactors //
Phys. Rev. C. — 2011. — Vol. 84. — P. 024617.

Учет запрещенных переходов

Модель КИ

$\rho_{\beta}(T_{\beta}) = k p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 F(Z, E_{\beta}) (1 + \delta(E_{\beta}, Z, Q))$ – разрешенный бета-спектр;

Деление энергетического диапазона на различные отрезки с учетом статистики;

Единая для всей процедуры параметризация эффективного заряда $\langle Z \rangle(Q)$;

Фиксированный набор поправок $\delta(E_{\beta}, Z, Q)$ для каждой синтетической ветви;

Модель КИ 2.0 (прототип)

$\rho_{\beta}(T_{\beta}) = k p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 F(Z, E_{\beta}) \sum \alpha_i(Q) C_i(E_{\beta}, Q) (1 + \delta_i(E_{\beta}, Z, Q))$ – эффективный бета-спектр смешанного типа;

α_i - доля запрещенных переходов i -ого типа запрета на данном энергетическом отрезке;

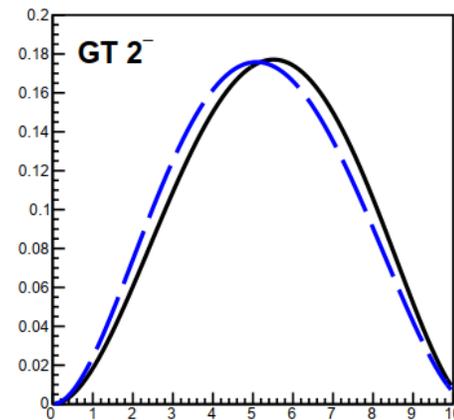
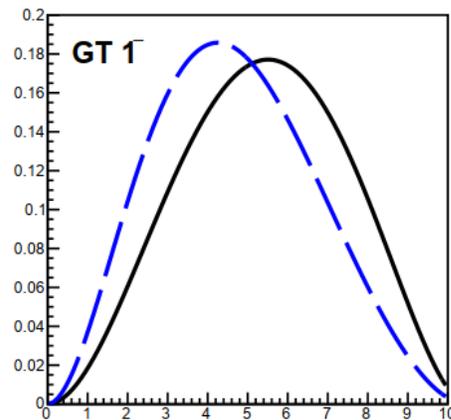
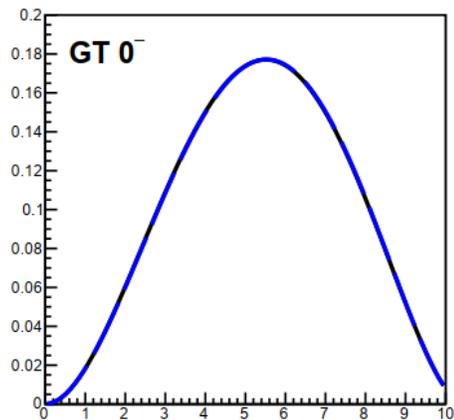
$C_i(E_{\beta}, Q)$ – фактор формы (shape-фактор) – учет запрещенности перехода;

Деление энергетического диапазона на равные отрезки и вычисление $\alpha_i(Q)$ на каждом из них;

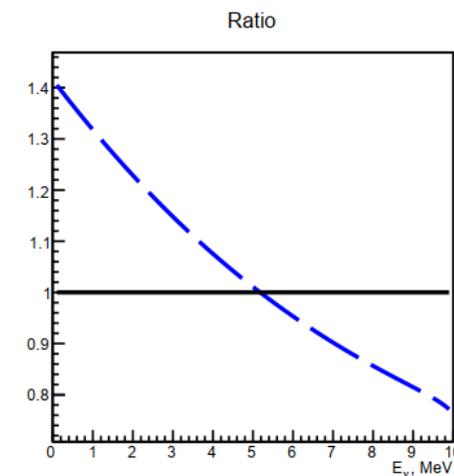
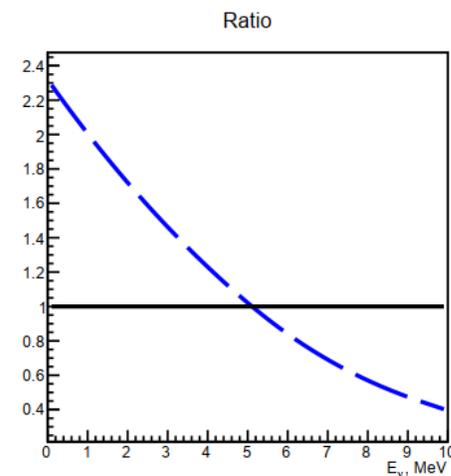
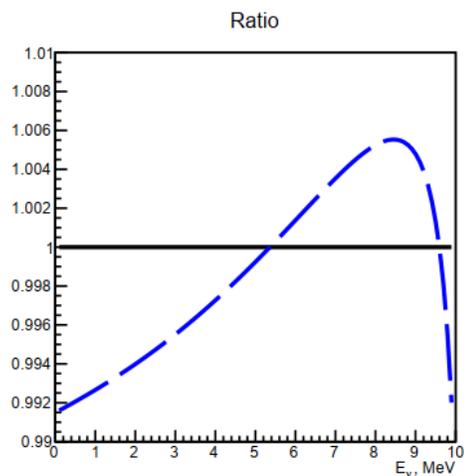
Для каждого типа запрета индивидуальная параметризация эффективного среднего заряда $\langle Z \rangle(Q)$;

Для каждого типа запрета индивидуальный набор поправок $\delta_i(E_{\beta}, Z, Q)$;

Отличия запрещенных и разрешенных спектров



--- - спектр
антинейтрино
запрещенного
перехода $GT\ \Delta J^\pi$



Запрещенные переходы

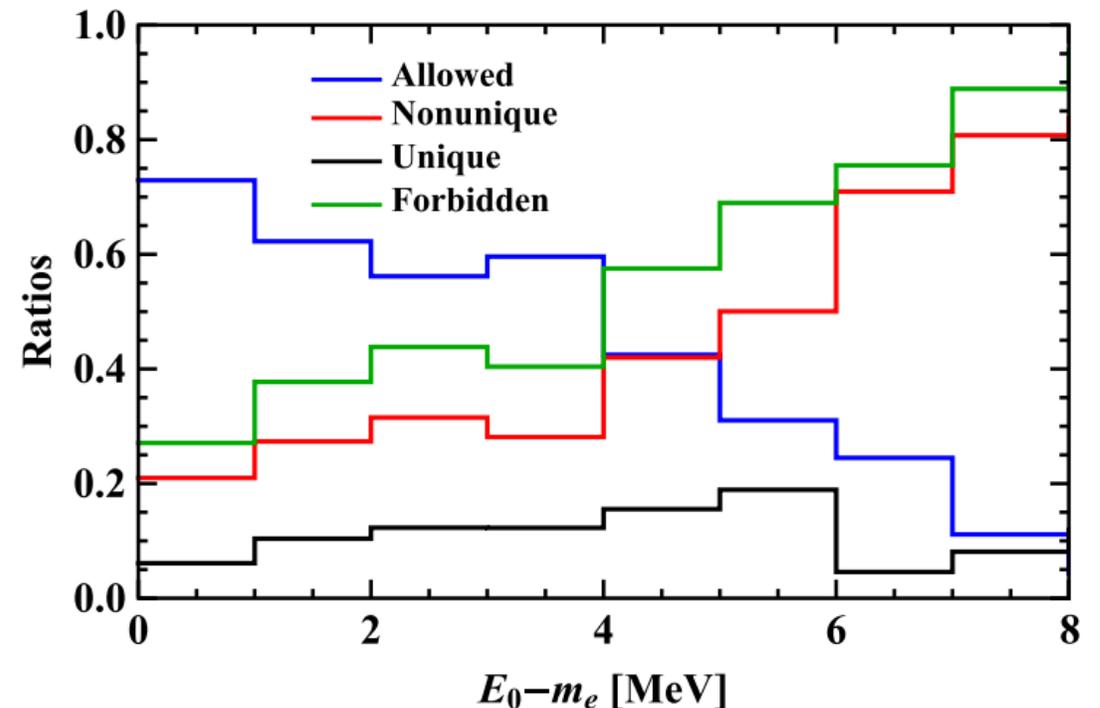
TABLE I. The shape factors $C(Z, E_e)$ and WM corrections for the allowed and first forbidden GT transitions. The fourth and sixth columns are the shape factor calculated with the plane wave approximation and WM corrections respectively [26], and the fifth column is the shape factor using the exact relativistic calculation of the Dirac wave function [29].

Classification	ΔJ^π	Operator	Shape factor $C(E_e)$		WM correction $\delta_{WM}(E_e)$
			Plane wave approximation	Exact relativistic calculation	
Allowed GT	1^+	$\Sigma \equiv \sigma\tau$	1	1	$\frac{2}{3} \frac{\mu_\nu - 1/2}{M_{N9A}} (E_e \beta^2 - E_\nu)$
Nonunique first forbidden GT	0^-	$[\Sigma, r]^{0-}$	$p_e^2 + E_\nu^2 + 2\beta^2 E_\nu E_e$	$E_\nu^2 + p_e^2 \tilde{F}_{p_{1/2}} + 2p_e E_\nu \tilde{F}_{s_{p_{1/2}}}$	0
Nonunique first forbidden GT	1^-	$[\Sigma, r]^{1-}$	$p_e^2 + E_\nu^2 - \frac{4}{3}\beta^2 E_\nu E_e$	$E_\nu^2 + \frac{2}{3}p_e^2 \tilde{F}_{p_{1/2}} + \frac{1}{3}p_e^2 \tilde{F}_{p_{3/2}} - \frac{4}{3}p_e E_\nu \tilde{F}_{s_{p_{1/2}}}$	$\frac{\mu_\nu - 1/2 (E_e \beta^2 - E_\nu) (p_e^2 + E_\nu^2) + 2\beta^2 E_e E_\nu (E_\nu - E_e) / 3}{M_{N9A} (p_e^2 + E_\nu^2 - 4\beta^2 E_\nu E_e / 3)}$
Unique first forbidden GT	2^-	$[\Sigma, r]^{2-}$	$p_e^2 + E_\nu^2$	$E_\nu^2 + p_e^2 \tilde{F}_{p_{3/2}}$	$\frac{3\mu_\nu - 1/2 (E_e \beta^2 - E_\nu) (p_e^2 + E_\nu^2) + 2\beta^2 E_e E_\nu (E_\nu - E_e) / 3}{5 M_{N9A} (p_e^2 + E_\nu^2)}$

В таблице сверху приведены факторы формы для используемых запрещенных переходов; На рисунке справа приведены доли запрещенных переходов для различных энергетических диапазонов.

Данные из работы

[Li Y.-F., Zhang D. New Realization of the Conversion Calculation for Reactor Antineutrino Fluxes // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 100, no. 5. — P. 053005.](#)



Классификация запрещенных переходов

Тип перехода	Правило отбора	$\lg(fT_{1/2})$
Разрешенные:		
Сверхразрешенные	$\Delta J = 0, 1^+$	3.5 ± 0.2
Затрудненные	$\Delta J = 0, 1^+$	5.7 ± 1.1
Запрещенные:		
Первая степень, неуникальные	$\Delta J = 0, 1^-$	7.5 ± 1.5
Первая степень, <i>уникальные</i>	$\Delta J = 2^-$	8.5 ± 0.7
Вторая степень, неуникальные	$\Delta J = 2^+$	12.1 ± 1.0
Вторая степень, <i>уникальные</i>	$\Delta J = 3^-$	11.7 ± 0.9
<i>и так далее</i>		

См., например, [Ц.С. Ву, С.А. Мошковский «Бета-распад»](#)

$f = \int F(Z, E_\beta) \times E_\beta p_\beta (Q + m_e - E_\beta)^2 dE_\beta$ – объем фазового пр-ва;
 $T_{1/2}$ – период полураспада;

О неопределенностях и недостатках метода конверсии



1. Соответствие конвертированного спектра антинейтрино и реального:

$$\rho_{\nu}(E_{\nu}, t) = [1 + C_{\Sigma}(E_{\nu}, t)] \sum_i \alpha_i(t) \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) + \rho_{SNF}(E_{\nu}, t)$$

$C_{\Sigma}(E_{\nu}, t)$ – спектральная поправка, учитывающая вклады долгоживущих изотопов и бета-излучателей, возникающих при активации нейтронами продуктов деления; $\rho_{SNF}(E_{\nu}, t)$ – спектр антинейтринного излучения бассейна выдержки;

2. Метод конверсии не позволяет определить спектр антинейтрино в мягкой области <2 МэВ и в жесткой >8 МэВ;
3. Конвертированные кумулятивные спектры антинейтрино получаются для более грубого разбиения интервала энергий (~ 250 кэВ), чем расчетные *ab initio*;
4. Следствие пункта 3: конвертированный спектр антинейтрино не воспроизводит микроструктуру реального реакторного спектра;
5. Сложность учета запрещенных переходов и поправки на слабый магнетизм;
6. Неустраняемая (на данный момент) погрешность спектров антинейтрино, порождаемая статистической ошибкой исходных бета-спектров и ошибкой их нормировки;