

Исследование динамики взаимодействия кластера ПЧД со звездами

Выполнил:

Пугачев С.О.

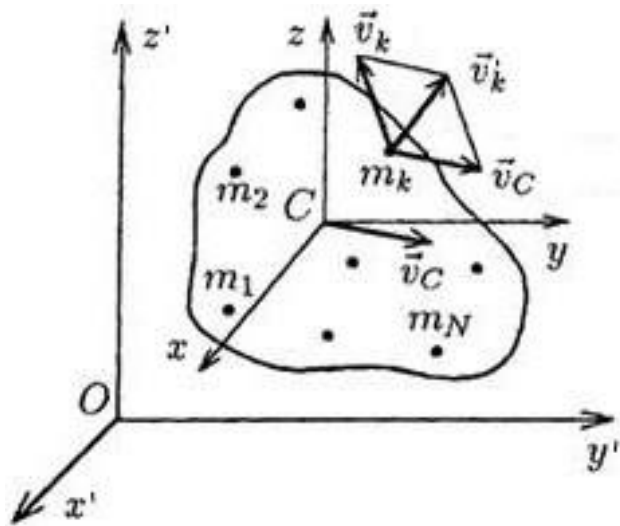
Научный руководитель:

д.ф.-м.н., Белоцкий К.М.

Введение

В данной работе рассматривается рассеяние звезд на кластере внутри шарового скопления. Здесь рассматриваются динамические эффекты присущие не к одиночным ПЧД, а к кластерам ПЧД. В ходе этой работы необходимо понять, как изменяется энергия кластера при взаимодействии со звездами в скоплении.

Теорема Кенига



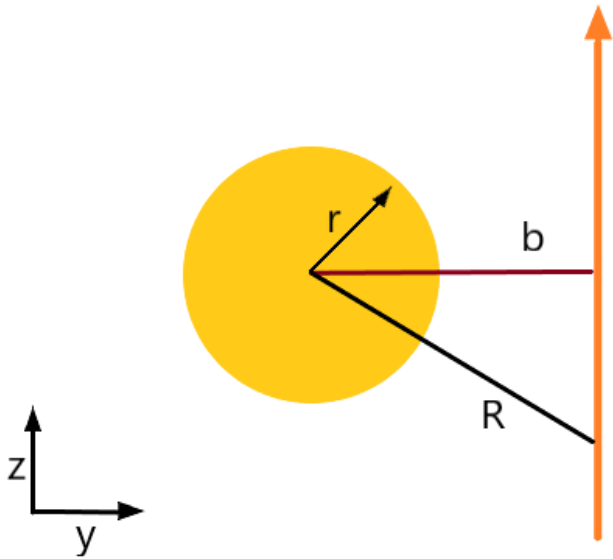
$$E_k = E_{cm} + E_{in} = \frac{MV^2}{2} + \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2}$$

Динамическое трение

$$\mathbf{F}_{df} = M_{cl} \frac{d\mathbf{v}_{cl}}{dt} = - \frac{4\pi G^2 M_{cl} (M_{cl} + m_{star}) \rho_{star}}{v_{cl}^3} \ln \left(\frac{R_s v_{cl}^2}{G(M_{cl} + m_{star})} \right) \mathbf{v}_{cl}$$

$$\frac{dE_{cm}}{dt} = (\mathbf{F}_{df} \mathbf{v}_{cl}) = - \frac{4\pi G^2 M_{cl} (M_{cl} + m_{star}) \rho_{star}}{v_{cl}} \ln \left(\frac{R_s v_{cl}^2}{G(M_{cl} + m_{star})} \right)$$

Импульсное приближение



$$\Delta E = \sum_i \frac{m_i \Delta v_i^2}{2}$$

$$\Delta \mathbf{v} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{a} dt = Gm_{star} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathbf{R} - \mathbf{r}}{|\mathbf{R} - \mathbf{r}|^3} dt = \frac{2Gm_{star}}{v} \frac{-xe_x + (b-y)e_y}{x^2 + (b-y)^2}$$

Изменение внутренней энергии кластера

$$\Delta E = \frac{1}{2} \int d^3\mathbf{r} \rho_{pbh}(\mathbf{r}) (\Delta \mathbf{v})^2$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= 2 \left(\frac{Gm_{star}}{v} \right)^2 \rho_{pbh} \int d^3\mathbf{r} \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta + b^2 - 2br \sin \phi \sin \theta} \\ &= 2 \left(\frac{Gm_{star}}{v} \right)^2 \rho_{pbh} \int_0^{R_{cl}} r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{r^2 \sin^2 \theta + b^2 - 2br \sin \phi \sin \theta} \\ &= 8\pi \left(\frac{Gm_{star}}{v} \right)^2 \rho_{pbh} \left[R_{cl} - \sqrt{b^2 - R_{cl}^2} \arctan \left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{b^2 - R_{cl}^2}} \right) \right] \end{aligned}$$

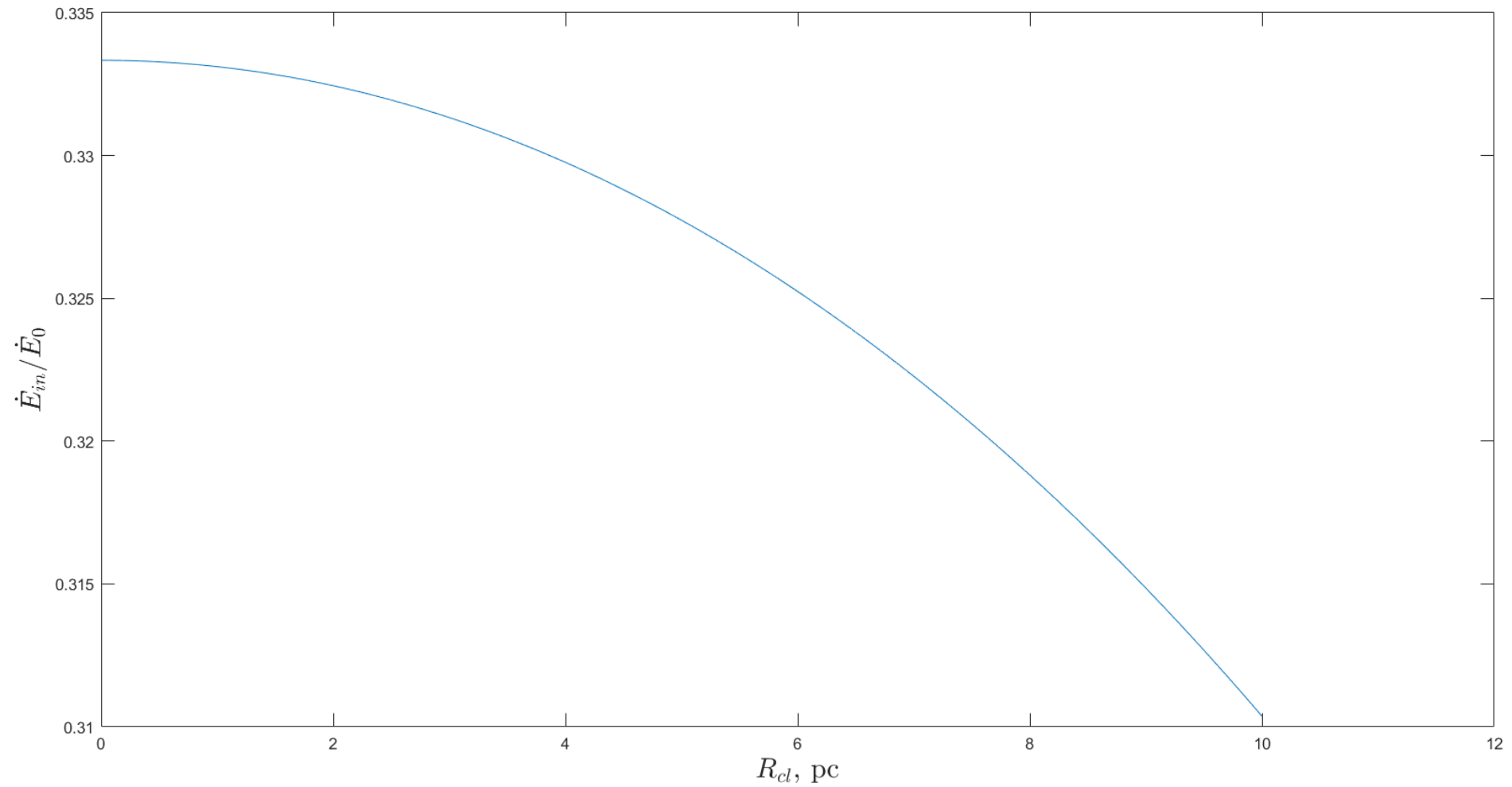
$$\Delta E_{cm} = \frac{M_{cl} \Delta \mathbf{V}^2}{2} = \left(\frac{Gm_{star}}{v} \right)^2 \frac{2M_{cl}}{b^2} = 8\pi \left(\frac{Gm_{star}}{v} \right)^2 \frac{\rho_{pbh} R_{cl}^3}{3b^2}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_{in} &= \Delta E - \Delta E_{cm} \\ &= 8\pi \left(\frac{Gm_{star}}{v} \right)^2 \rho_{pbh} \left[R_{cl} - \sqrt{b^2 - R_{cl}^2} \arctan \left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{b^2 - R_{cl}^2}} \right) - \frac{R_{cl}^3}{3b^2} \right] \end{aligned}$$

Изменение внутренней энергии в единицу времени

$$\begin{aligned}\frac{dE_{in}}{dt} &= \frac{16\pi^2 G^2 m_{star} \rho_{star} \rho_{pbh}}{3v} \left[R_{cl} (R_s^2 - R_{cl}^2) \right. \\ &\quad \left. - (R_s^2 - R_{cl}^2)^{3/2} \arctan \left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{R_s^2 - R_{cl}^2}} \right) \right] \\ &= \frac{4\pi G^2 m_{star} \rho_{star} M_{cl}}{v} \left[\left(\frac{R_s^2}{R_{cl}^2} - 1 \right) - \left(\frac{R_s^2}{R_{cl}^2} - 1 \right)^{3/2} \arctan \left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{R_s^2 - R_{cl}^2}} \right) \right]\end{aligned}$$

Изменение внутренней энергии кластера

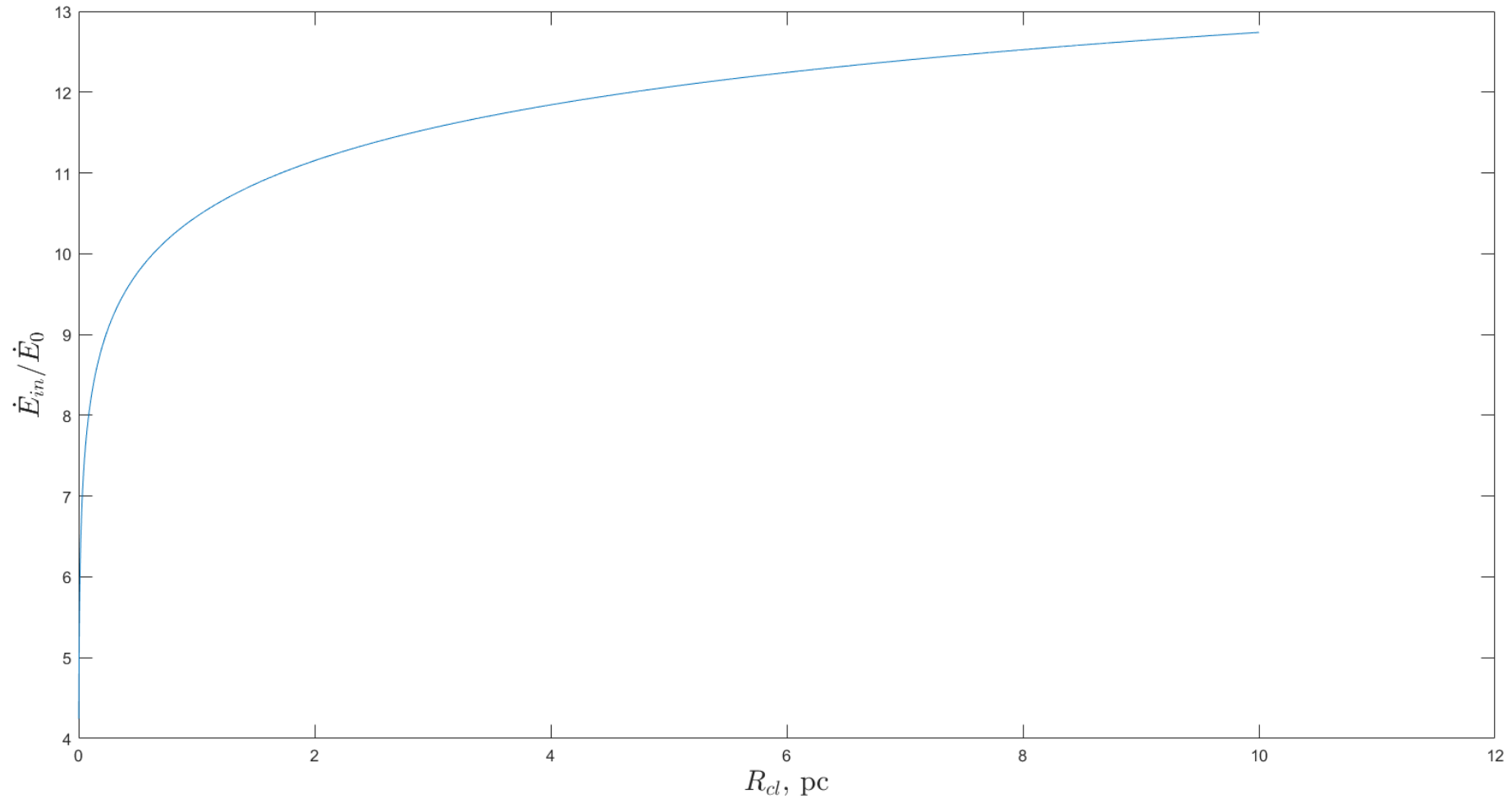


Изменение внутренней энергии в единицу времени

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{4\pi G^2(m_{pbh} + m_{star})m_{star}\rho_{pbh}}{v} \ln\left(\frac{R_{cl}v^2}{G(m_{star} + m_{pbh})}\right)$$

$$\begin{aligned}\frac{dE_{in}}{dt} &= \frac{dE}{dt} \frac{4\pi R_{cl}^3}{3} n_{star} \\ &= -\frac{4\pi G^2(m_{star} + m_{pbh})M_{cl}\rho_{star}}{v} \ln\left(\frac{R_{cl}v^2}{G(m_{star} + m_{pbh})}\right)\end{aligned}$$

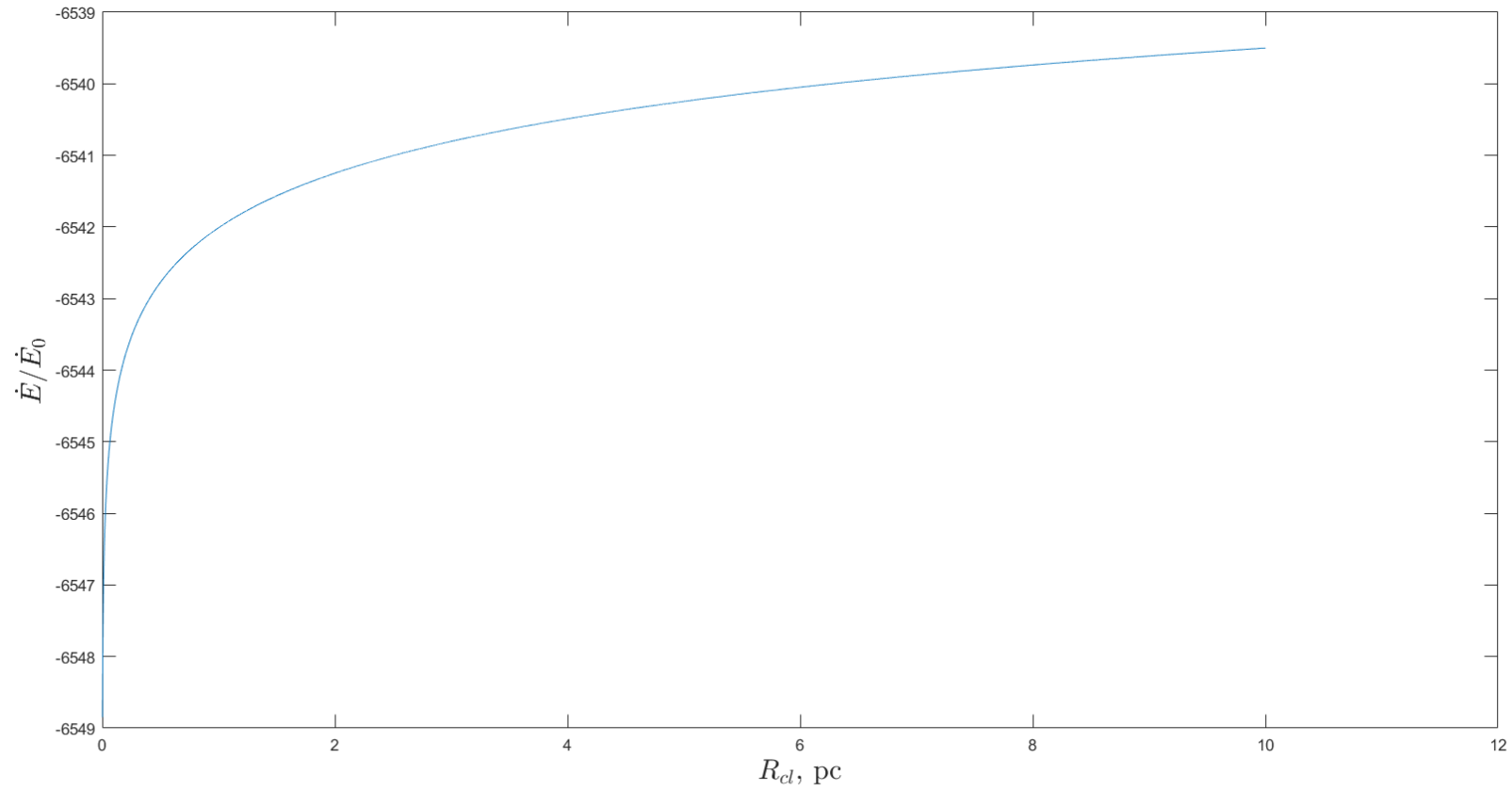
Изменение внутренней энергии в единицу времени



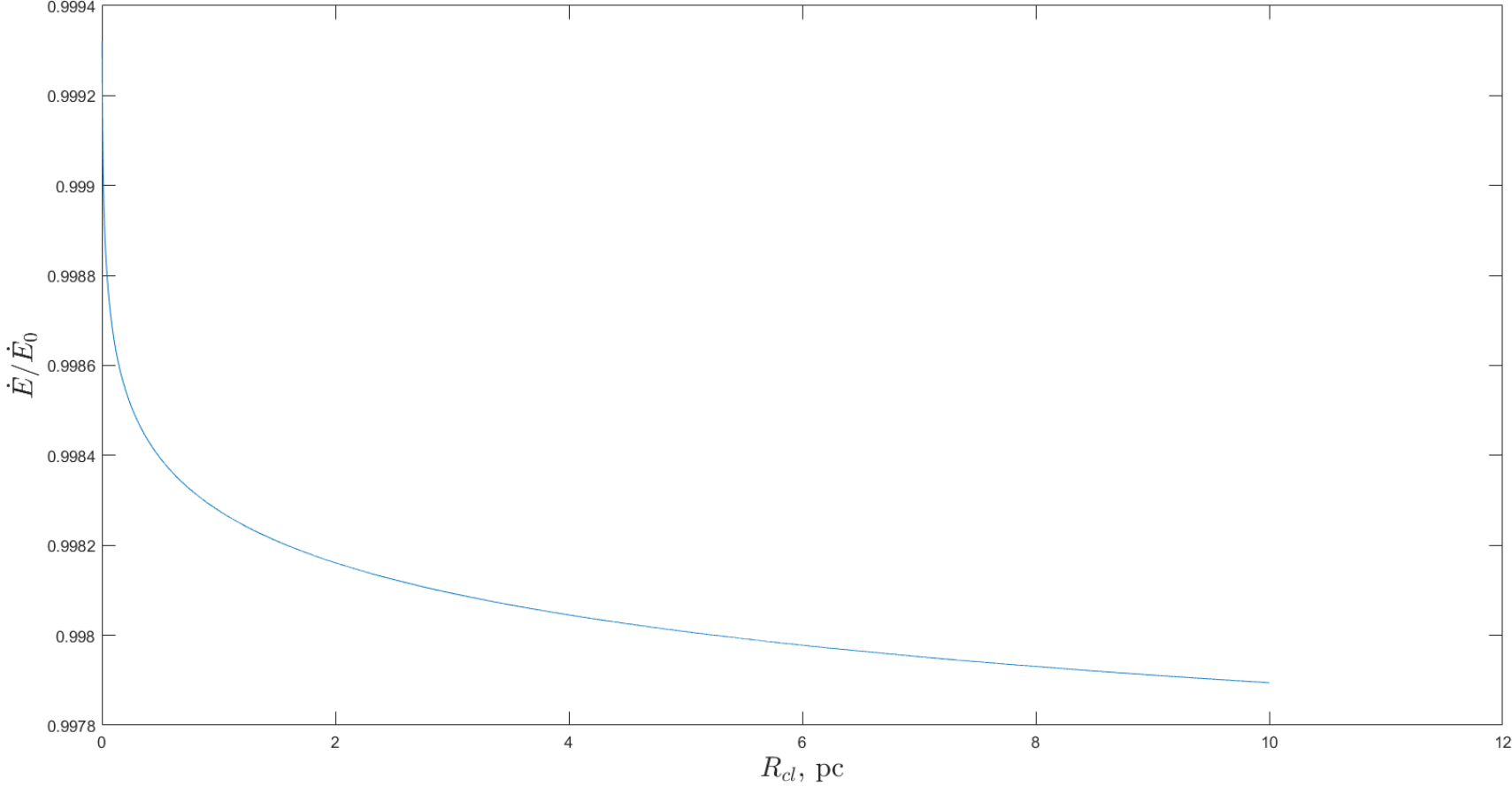
Изменение полной энергии кластера в единицу времени

$$\begin{aligned}\frac{dE}{dt} &= \frac{dE_{in}}{dt} + \frac{dE_{cm}}{dt} \\ &= \frac{4\pi G^2 M_{cl} \rho_{star}}{v} \left[m_{star} \left(\frac{R_s^2}{R_{cl}^2} - 1 - \left(\frac{R_s^2}{R_{cl}^2} - 1 \right)^{3/2} \arctan \left(\frac{R_{cl}}{\sqrt{R_s^2 - R_{cl}^2}} \right) \right) \right. \\ &\quad \left. + (m_{star} + m_{pbh}) \ln \left(\frac{R_{cl} v^2}{G(m_{pbh} + m_{star})} \right) - (m_{star} + M_{cl}) \ln \left(\frac{R_s v^2}{G(M_{cl} + m_{star})} \right) \right]\end{aligned}$$

Изменение полной энергии кластера в единицу времени



Отношение изменения энергии “рыхлого” кластера к точечному в единицу времени



Заключение

В данной работе изучалось взаимодействие кластера ПЧД со звездами. В ходе работы было получено выражение для изменения энергии кластера. Как можно заметить по графику эффектами связанными с приливными воздействиями можно пренебречь и считать кластер точечным.

Спасибо за внимание!