



Национальный исследовательский ядерный университет
«МИФИ»

Кафедра физики элементарных частиц №40



Применение методов машинного обучения и феноменологические изыскания для разделения электрослабого и КХД процессов рождения Z-бозона с фотоном

Савельев К.М.

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент Солдатов Евгений Юрьевич

Научный консультант: инженер Петухов Александр Максимович

09.06.2022

Введение

Цель работы:

Увеличение статистической значимости разделения электрослабого и КХД процессов образования Z-бозона, фотона и двух адронных струй ($Z\gamma jj$) с последующим распадом Z-бозона на нейтрино с помощью методов машинного обучения для поиска отклонений в процессах рассеяния векторных бозонов (VBS), являющихся чувствительными к отклонениям от СМ.

Значимость:
$$\sigma = \frac{S}{\sqrt{S+B}}$$

Основная сложность разделения – КХД образование идентичного конечного состояния, сечение которого на два порядка превосходит сечение изучаемого процесса.

Стратегия:

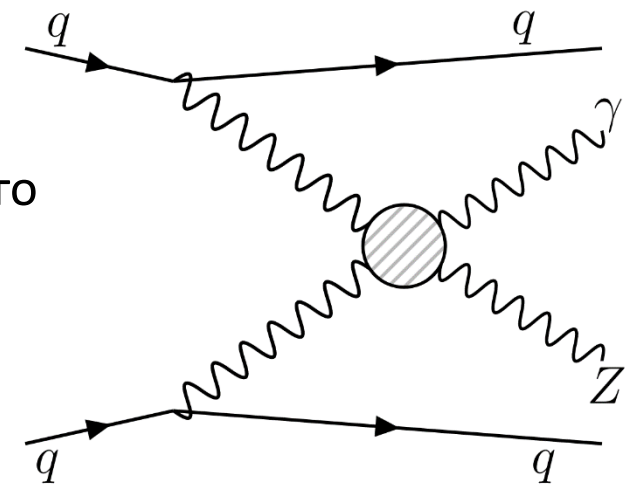
Подбор переменных;



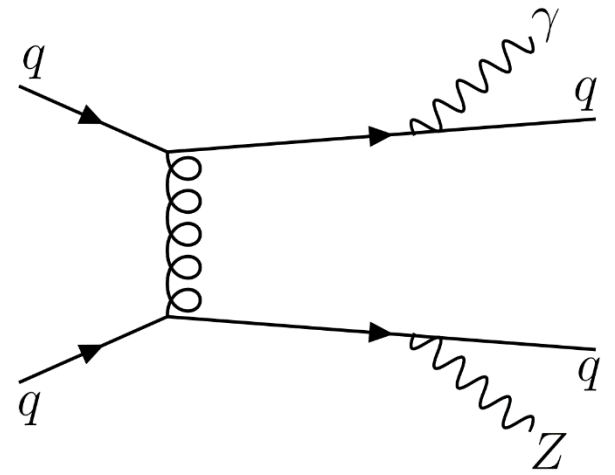
Алгоритмы *BDT* и *MLP*;



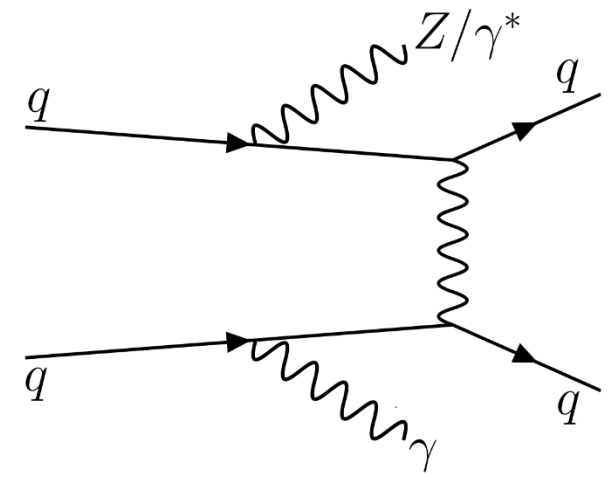
Использование информации о третьей струе.



Рождение состояния $Z\gamma jj$ посредством VBS



КХД рождение состояния $Z\gamma jj$



Электрослабое рождение состояния $Z\gamma jj$

Используемые данные и отбор событий

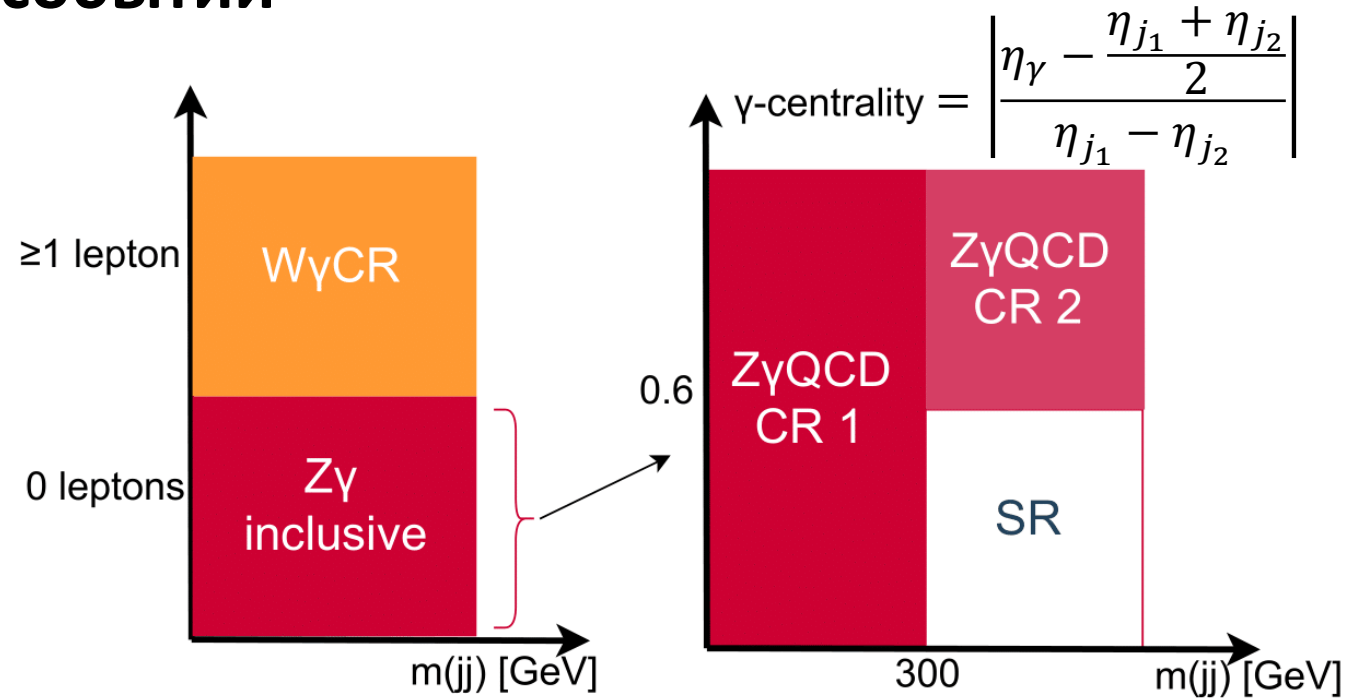
- Монте-Карло моделированные события протон-протонных столкновений в детекторе *ATLAS* с $\sqrt{s} = 13$ ТэВ;
- Реальные данные от столкновений, собранные в период с 2015 по 2018 гг. с интегральной светимостью 139 fb^{-1} и $\sqrt{s} = 13$ ТэВ.

Предотборы, используемые в анализе:

E_T^{miss}	> 120 ГэВ
E_T^γ	> 150 ГэВ
Число фотонов	$N_\gamma = 1$
Число струй	$N_{jets} \geq 2$
Число лептонов	$N_e = 0, N_\mu = 0$

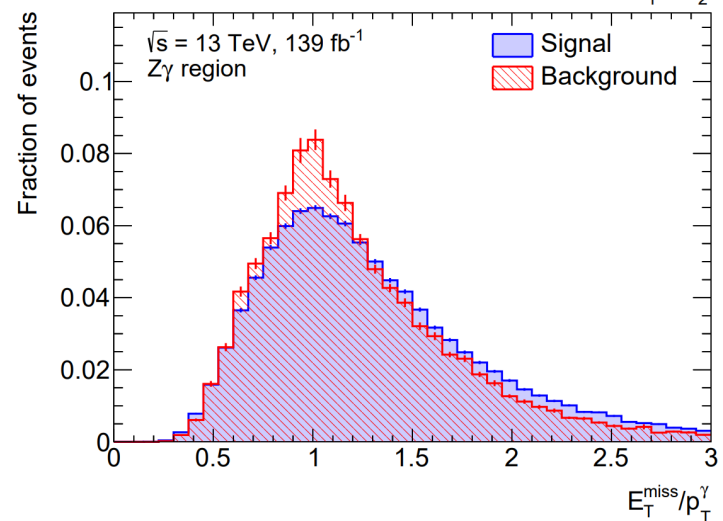
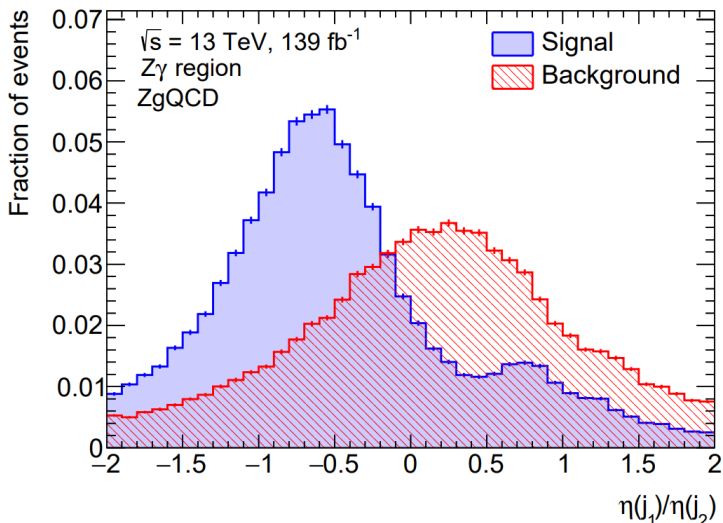
Отборы, используемые в анализе:

$ \Delta\phi(\gamma, \vec{p}_T^{miss}) $	> 0.4
$ \Delta\phi(j_1, \vec{p}_T^{miss}) $	> 0.3
$ \Delta\phi(j_2, \vec{p}_T^{miss}) $	> 0.3
Значимость E_T^{miss}	> 12

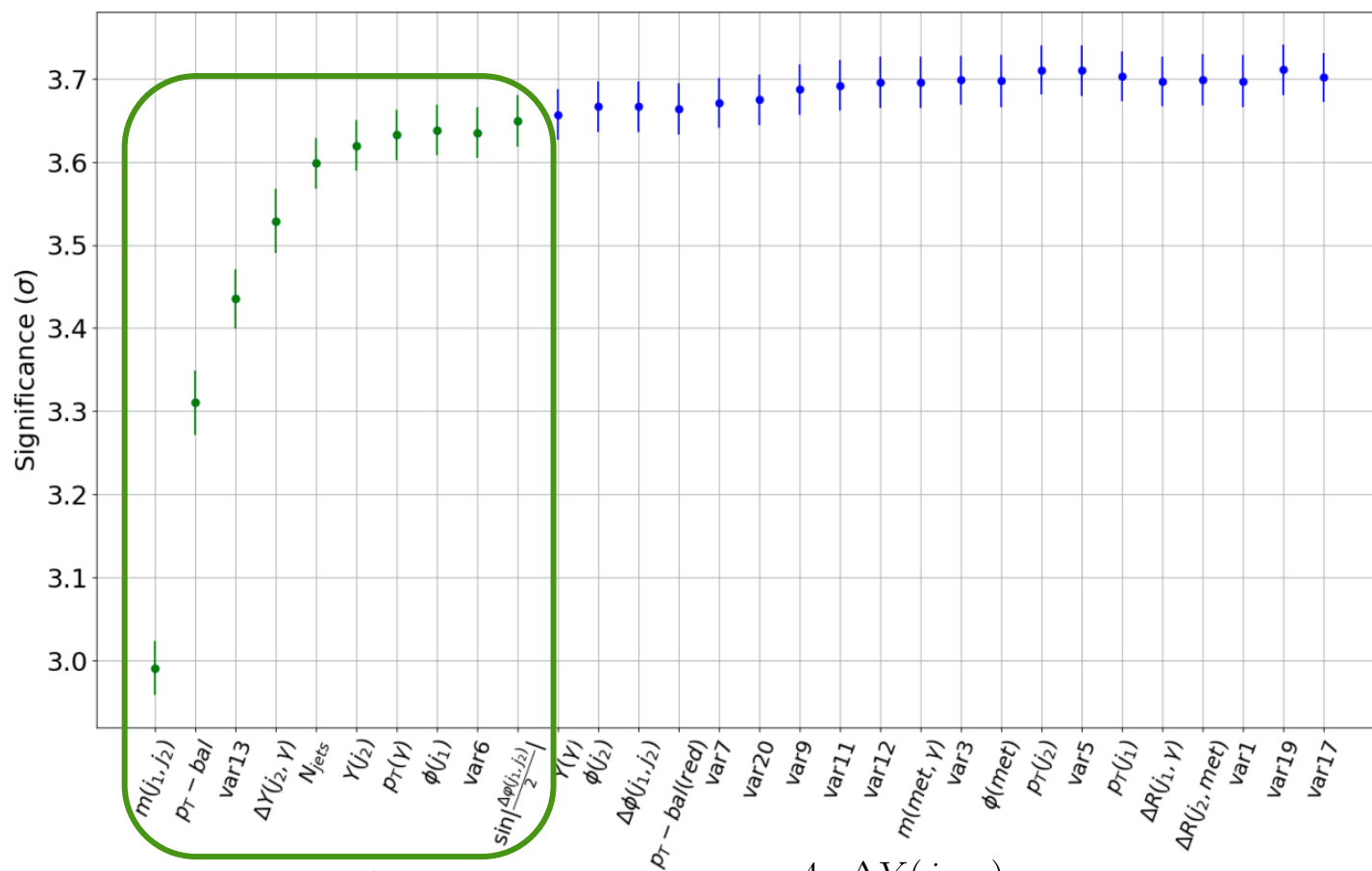


- Сигнальная область (*SR*) используется для оценки значимости разделения событий, определена так, чтобы содержать наибольшее количество сигнальных событий;
- $Z\gamma$ -инклюзивная область насыщена фоном $Z\gamma QCD$ и используется для обучения классификаторов;
- Контрольные области (*CR*) необходимы для оценки фонов и проверки Монте-Карло моделирования.

Конструирование и отбор переменных



Методом «N+1» были отобраны 10 наиболее эффективных переменных.



1. m_{jj}

2. $p_T - \text{balance} = \frac{|\vec{p}_T^{\text{miss}} + \vec{p}_T^\gamma + \vec{p}_T^{j1} + \vec{p}_T^{j2}|}{E_T^{\text{miss}} + E_T^\gamma + p_T^{j1} + p_T^{j2}}$

3. $\text{var13} = \sqrt{(p_T^{j1})^2 + (p_T^{j2})^2}$

4. $\Delta Y(j_2, \gamma)$

5. N_{jets}

6. $\Delta Y(j_2)$

7. $p_T(\gamma)$

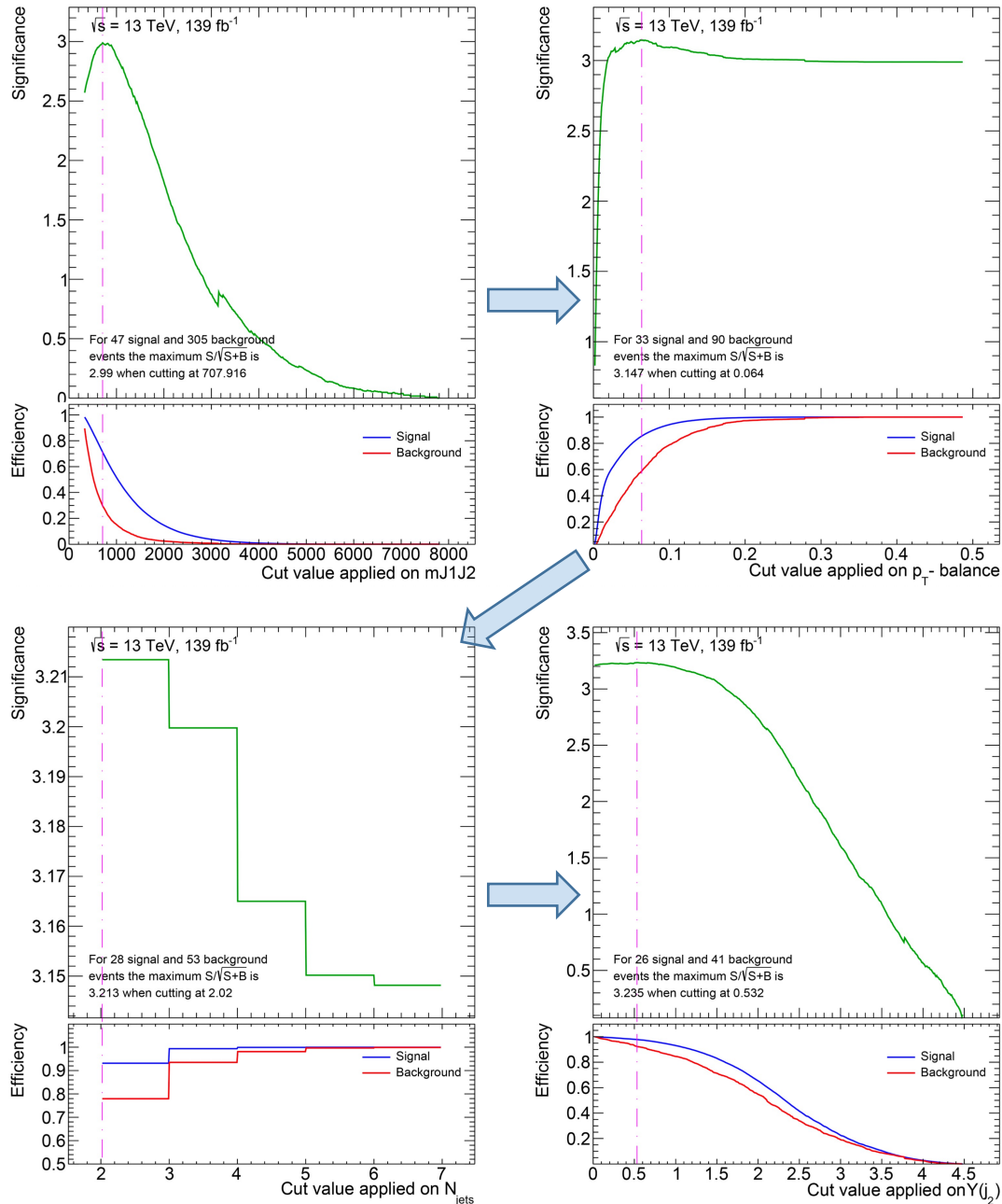
8. $\varphi(\gamma)$

9. $\text{var6} = \frac{E_T^{\text{miss}}}{p_T^\gamma}$

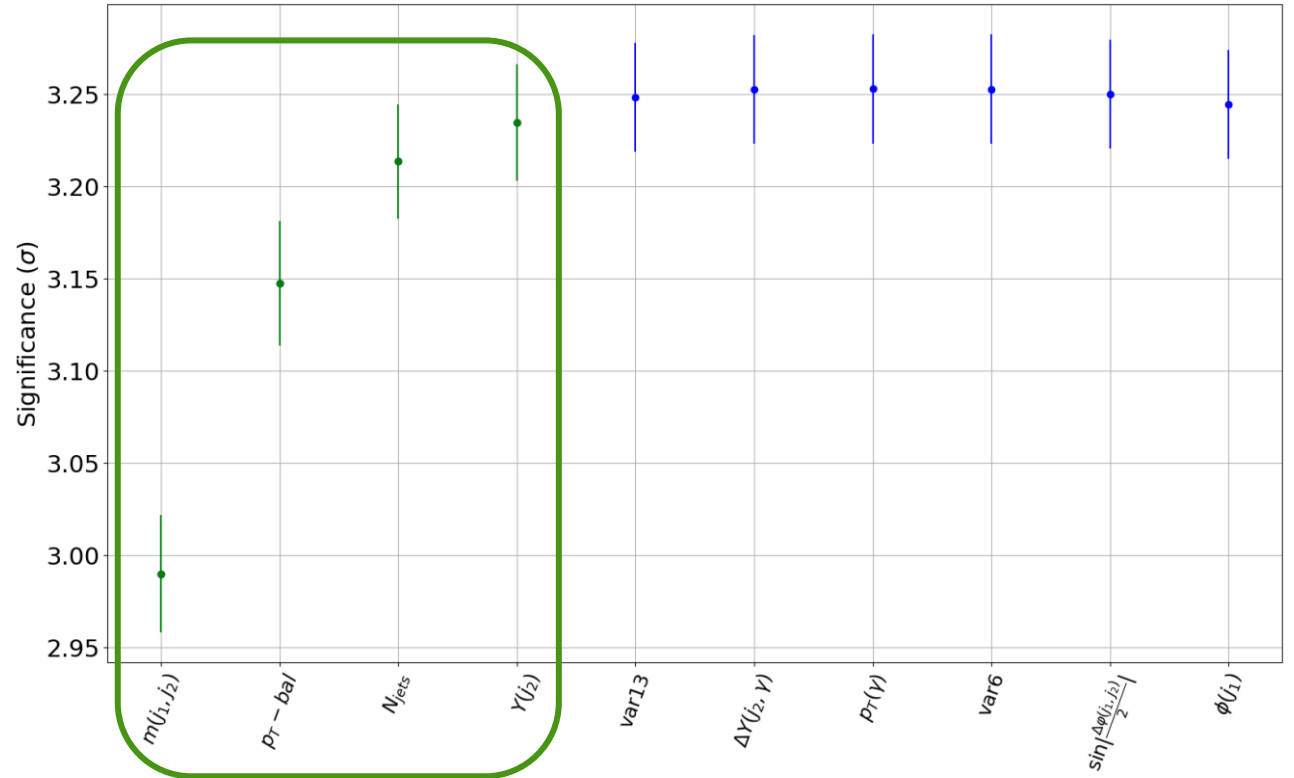
10. $\sin \left| \frac{\Delta\varphi(j_1, j_2)}{2} \right|$

Из параметров частиц были сформированы всевозможные комбинации, являющиеся линейными комбинациями, средними и отношениями.

Фиксированные отборы

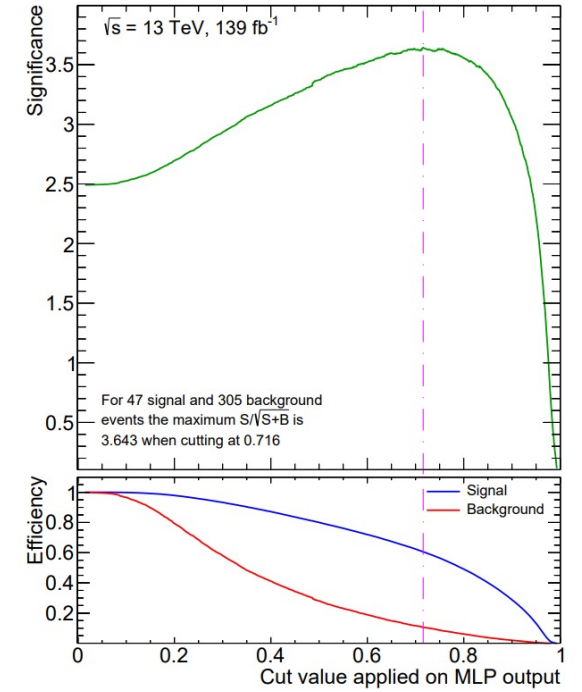
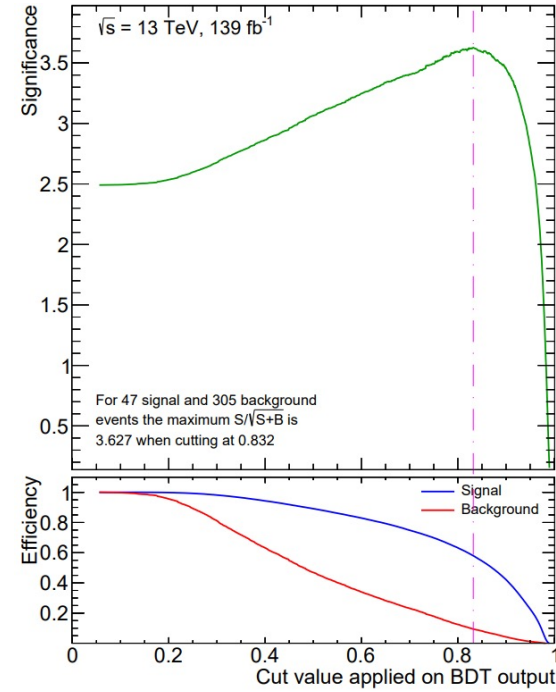
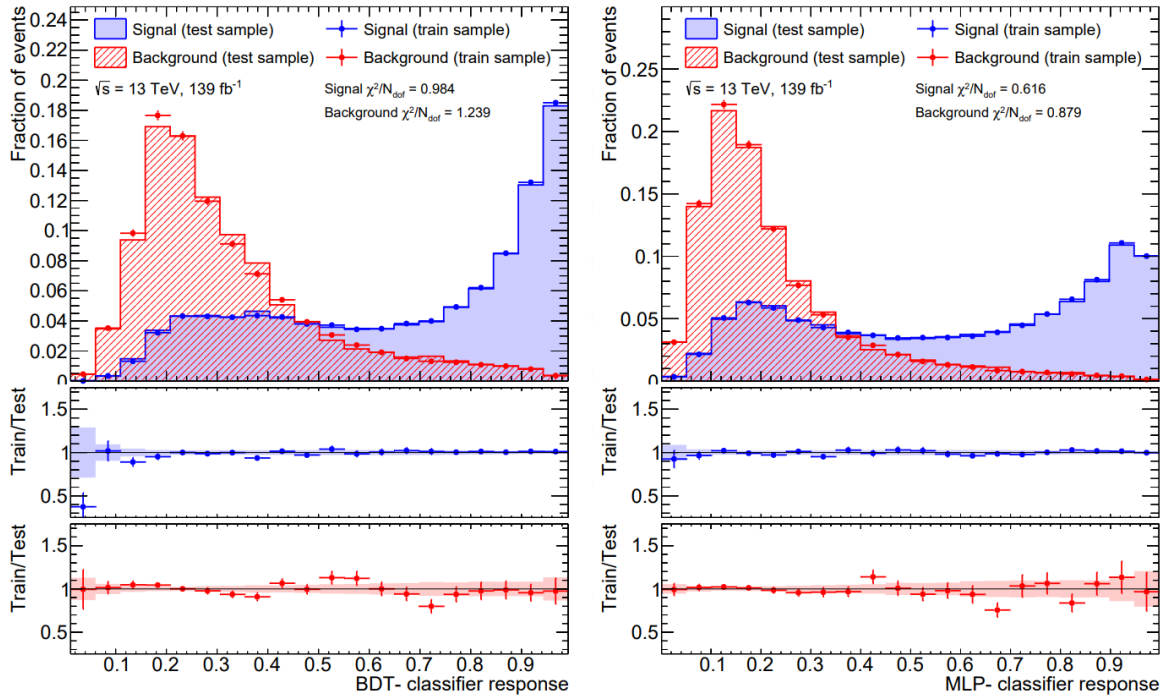


Был подобран оптимальный порядок и значения отборов по переменным, отобраным методом «N+1»



Переменная	Ограничение	Значимость, σ
m_{jj}	$> 708 \text{ ГэВ}$	2.99 ± 0.03
$p_T - \text{balance}$	< 0.064	3.15 ± 0.03
N_{jets}	< 3	3.21 ± 0.03
$Y(j_2)$	> 0.53	3.23 ± 0.03

Сравнение эффективности BDT и MLP



Создание большого набора моделей с случайными значениями настроек.



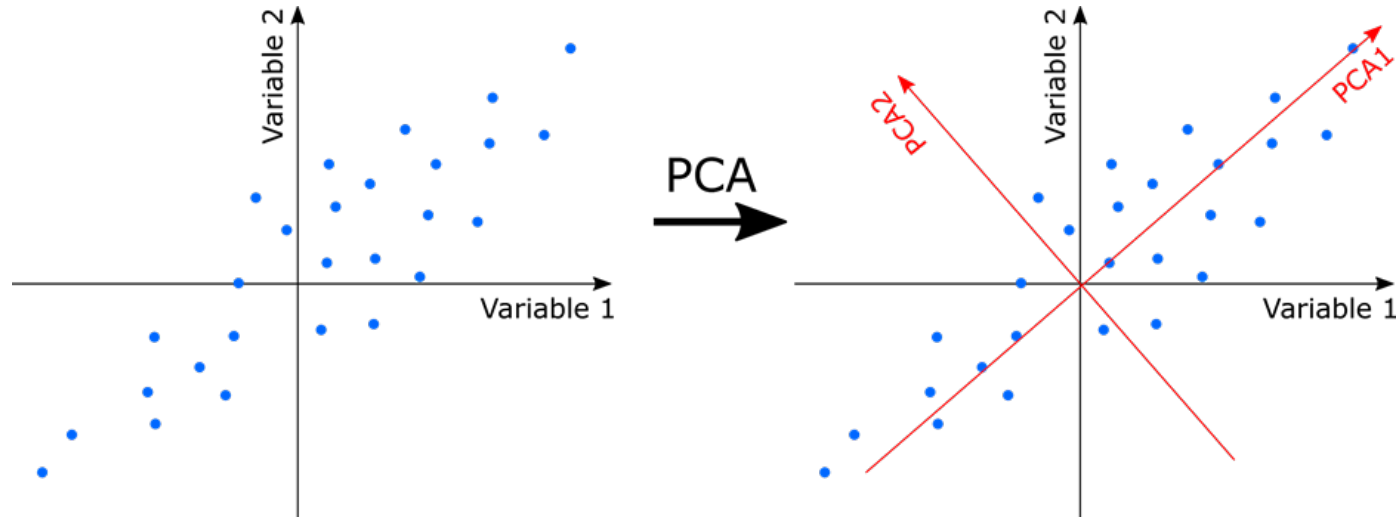
Оценка значимости в сигнальном регионе и выбор оптимальной модели.

Среднее время обучения: $\tau_{BDT} \approx 10$ с.

~~$\tau_{MLP} \approx 120$ с.~~

	Вхожд. сигнал	Вхожд. фон	Кол-во сигнала	Кол-во фона	Значимость, σ
До отборов	90035	86902	46.7 ± 0.2	304.9 ± 4.6	2.49 ± 0.02
Фикс. отборы	49915	12720	25.9 ± 0.1	38.2 ± 1.1	3.23 ± 0.03
BDT	52063	9365	27.1 ± 0.1	28.7 ± 0.9	3.63 ± 0.03
MLP	54374	10701	28.3 ± 0.1	32.0 ± 0.9	3.64 ± 0.03

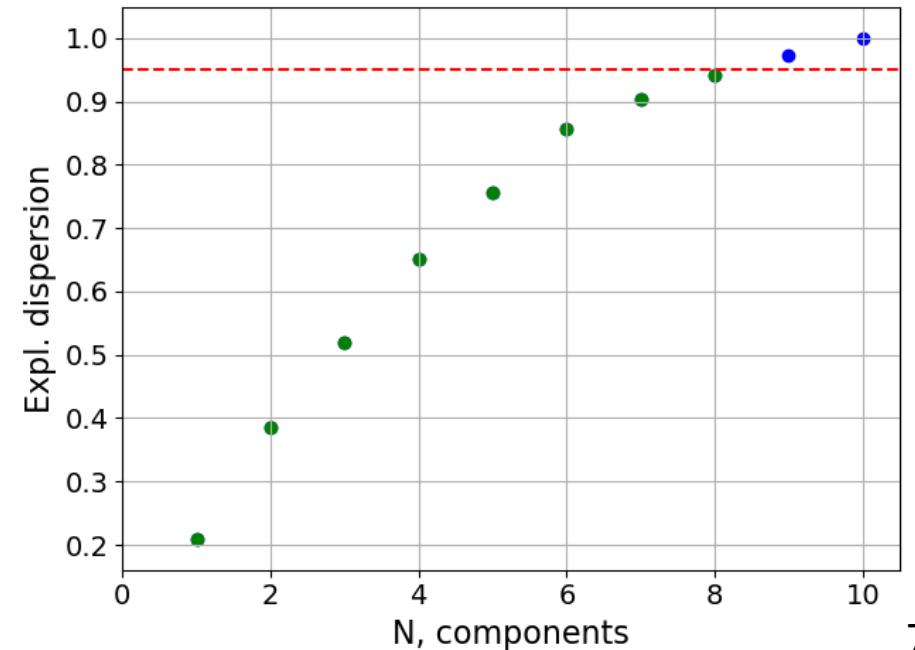
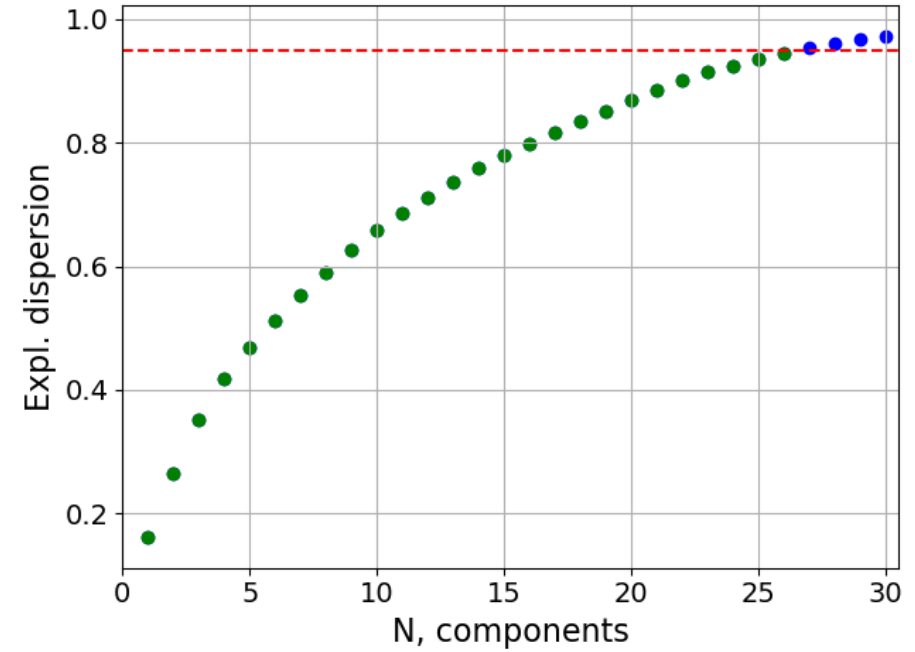
Метод главных компонент



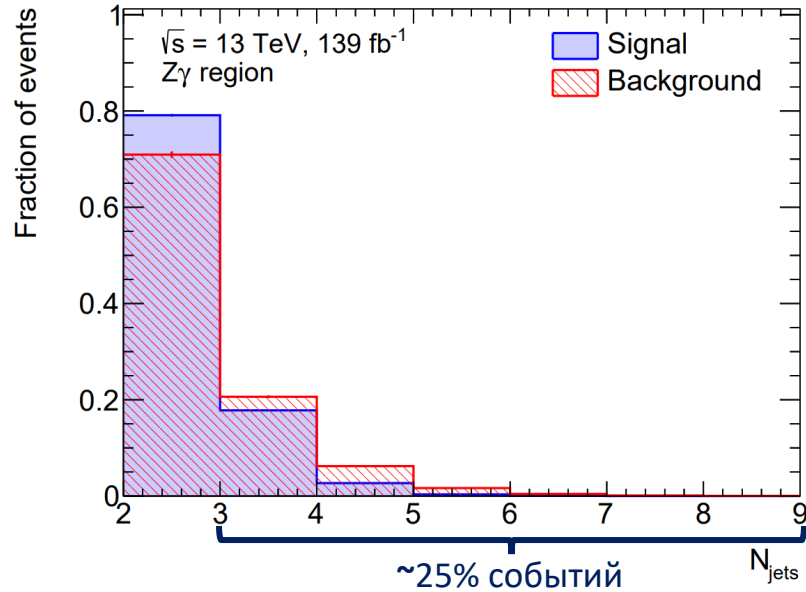
Поиск подпространства меньшей размерности, чем исходное пространство признаков с наибольшим значением дисперсии вдоль осей.

Поиск таких линейных преобразований признаков что количество потерянной информации минимально.

	Вхожд. сигнал	Вхожд. фон	Кол-во сигнала	Кол-во фона	Значимость, σ
До отборов	90035	86902	46.7 ± 0.2	304.9 ± 4.6	2.49 ± 0.02
BDT	52063	9365	27.1 ± 0.1	28.7 ± 0.9	3.63 ± 0.03
PCA	55595	12599	28.9 ± 0.1	40.7 ± 1.4	3.46 ± 0.04
N+1 & PCA	45980	8215	23.9 ± 0.1	27.2 ± 0.9	3.35 ± 0.03



Использование информации о третьей струе (1)



Методом « $N+1$ » были отобраны 3 наиболее эффективных переменных третьей струи:

$$1. \zeta_{exp}(j_3) = \exp \left[-4 \frac{(\eta_{j_3} - \frac{\eta_1 + \eta_2}{2})^2}{(\eta_1 - \eta_2)^2} \right]$$

$$2. \Delta R(j_2, j_3)$$

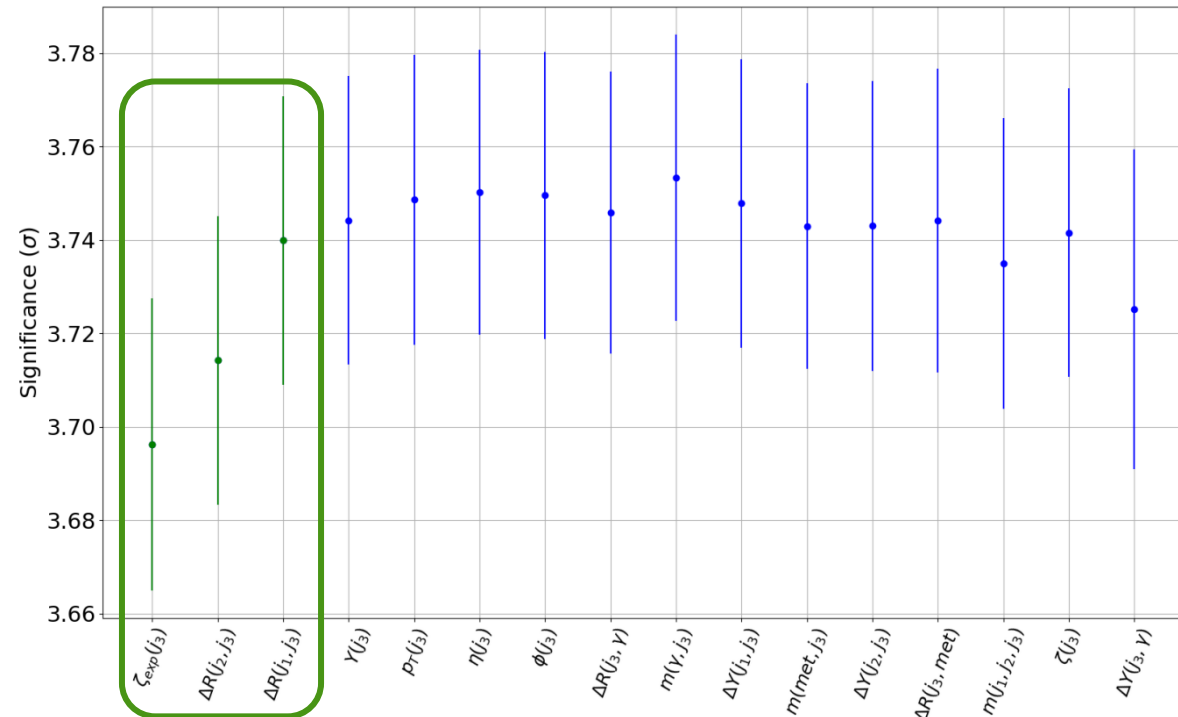
$$3. \Delta R(j_1, j_3)$$

Переменные третьей струи отбирались на основе стратегии V_3 .

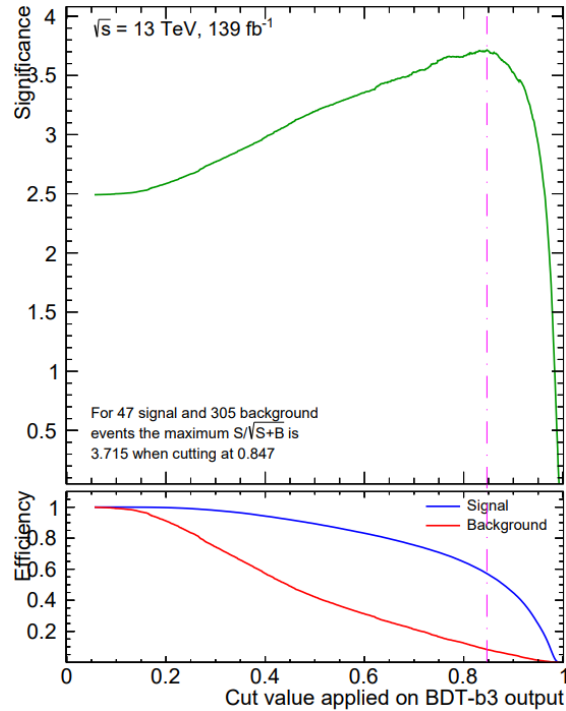
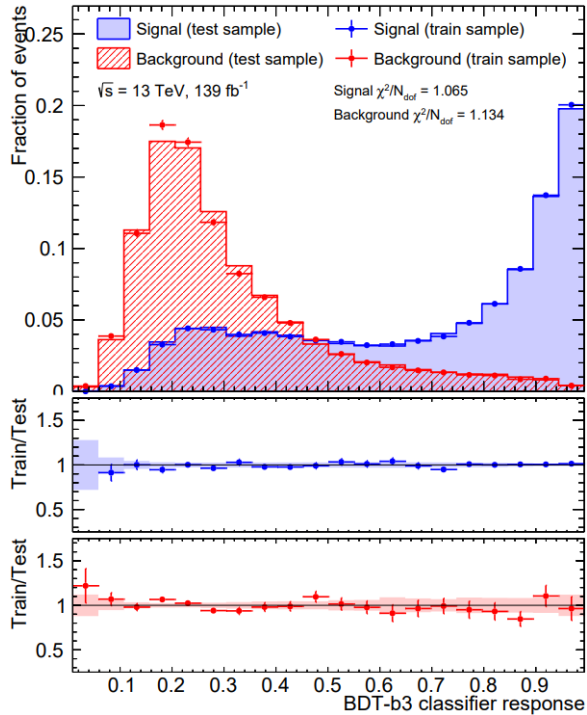
Для работы с информацией о третьей струе выбраны три стратегии:

- V_1 - разделение событий на две категории: с $N_{jets} = 2$ и $N_{jets} > 2$;
- V_2 - использование фиксированных значений параметров третьей струи в событиях с $N_{jets} = 2$;
- V_3 - использование встроенных алгоритмов работы с отсутствующими значениями.

Обозначим стратегию без использования параметров третьей струи как V_0



Использование информации о третьей струе (2)



Стратегия V_1 требует обучения двух классификаторов. Для использования стратегии V_2 необходимо задать фиксированное значение переменных третьей струи в событиях с $N_{jets} = 2$.

	Вхожд. сигнал	Вхожд. фон	Кол-во сигнала	Кол-во фона	σ_{max}
До отборов по отклику					
До отборов	90035	86902	46.71 ± 0.17	304.89 ± 4.64	2.49 ± 0.02
$N_{jets} = 2$	74237	60094	38.59 ± 0.15	195.16 ± 3.68	2.52 ± 0.02
$N_{jets} > 2$	15798	26808	8.12 ± 0.07	109.73 ± 2.83	0.75 ± 0.01
После отборов по отклику					
B_0	52063	9365	27.08 ± 0.13	28.66 ± 0.86	3.63 ± 0.03
$B_1^{N_{jets}=2}$	47111	7980	24.5 ± 0.12	24.81 ± 0.82	3.49 ± 0.03
$B_1^{N_{jets}>2}$	8063	2253	4.16 ± 0.05	7.25 ± 0.43	1.23 ± 0.03
B_1	55174	10233	28.66 ± 0.13	32.06 ± 0.93	3.68 ± 0.04
B_2	52992	8968	27.58 ± 0.13	27.72 ± 0.85	3.71 ± 0.03
B_3	51335	8152	26.7 ± 0.13	24.96 ± 0.78	3.72 ± 0.03

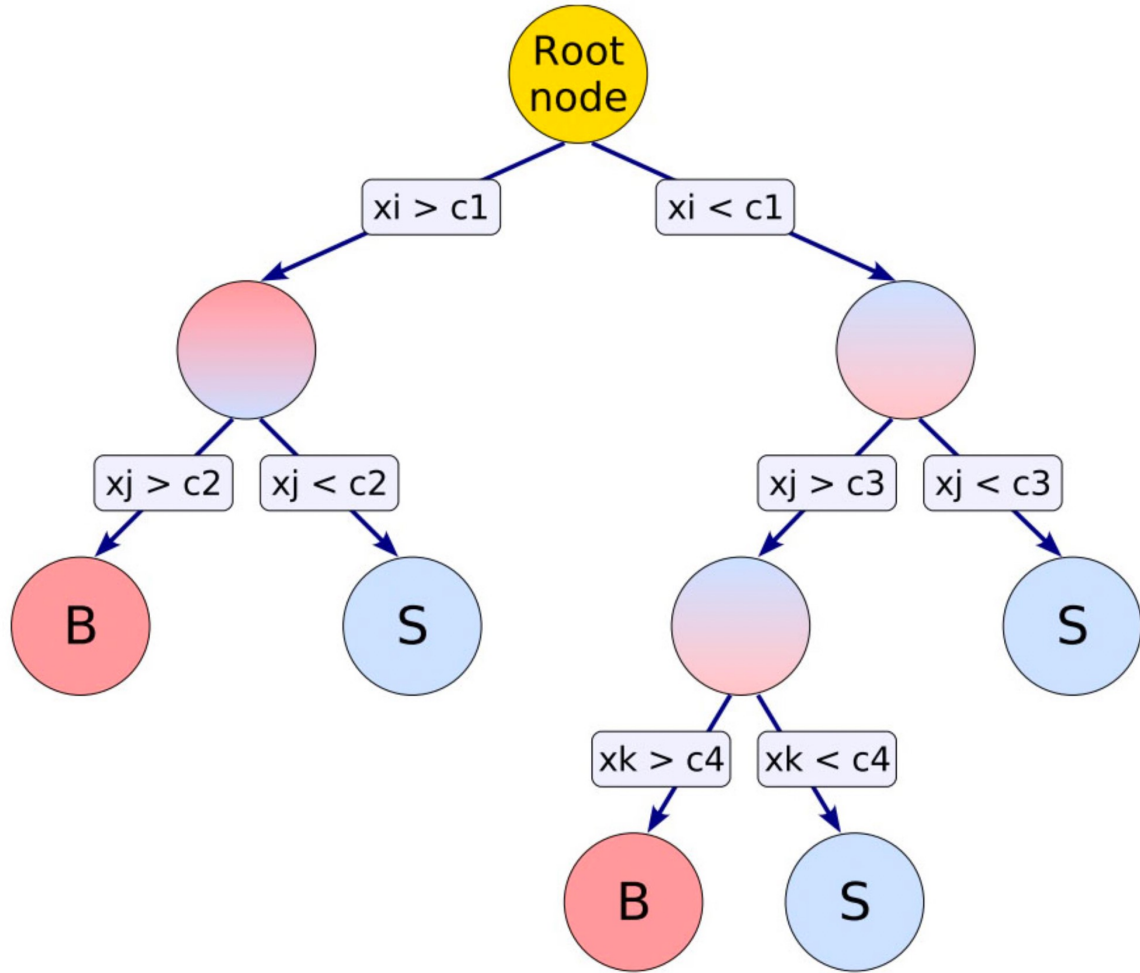
Заключение

- Составлены новые переменные для обучения классификатора, из них отобраны лучшие, в числе которых, например, среднеквадратичное значение поперечных импульсов струй, хорошо показавшее себя при классификации;
- Было произведено сравнение эффективности разделения сигнальных и фоновых событий с помощью фиксированных отборов и с помощью методов машинного обучения BDT и MLP. Максимальное значение значимости при применении фиксированных отборов составило $(3.23 \pm 0.02)\sigma$. Использование классификатора BDT обеспечило заметный прирост значимости $(3.63 \pm 0.02)\sigma$;
- Была осуществлена проверка использования метода понижения размерности, позволившего получить наилучшее значение значимости $(3.46 \pm 0.04)\sigma$, что показало неоправданность использования данного метода;
- Были разработаны три стратегии работы с отсутствующими значениями для использования дополнительной информации из переменных третьей струи. Были отобраны три переменных третьей струи, дополнительно использовавшиеся при обучении классификатора. Все стратегии показали практически одинаковый результат, однако была выбрана стратегия, использующая встроенные в библиотеку *LightGBM* алгоритмы для работы с отсутствующими значениями из-за её универсальности. Максимальное значение значимости при её использовании составило $(3.72 \pm 0.03)\sigma$.

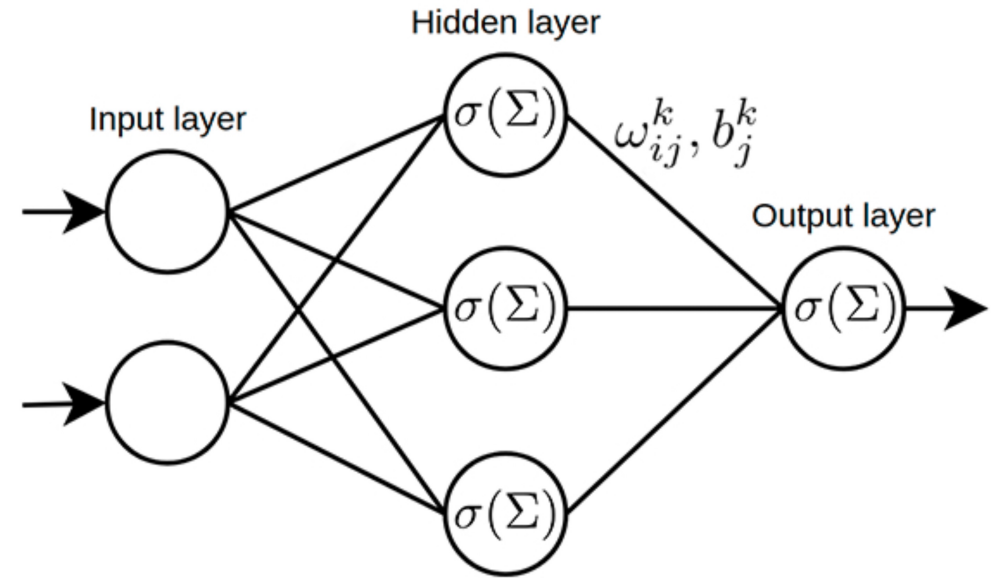
Спасибо за внимание!

Back-up

BDT



MLP



$$\sigma(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad \sigma(x) = \tanh x$$

$$f_{loss}(\vec{y}) = \frac{1}{2} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

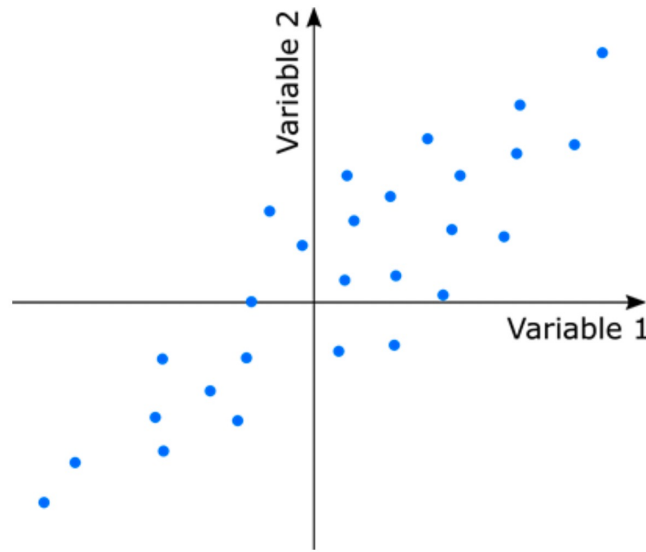
$$\Delta w_{ij}^k = -\alpha \frac{\partial f_{loss}}{\partial w_{ij}^k} \quad \Delta b_j^k = -\alpha \frac{\partial f_{loss}}{\partial b_j^k}$$

PCA

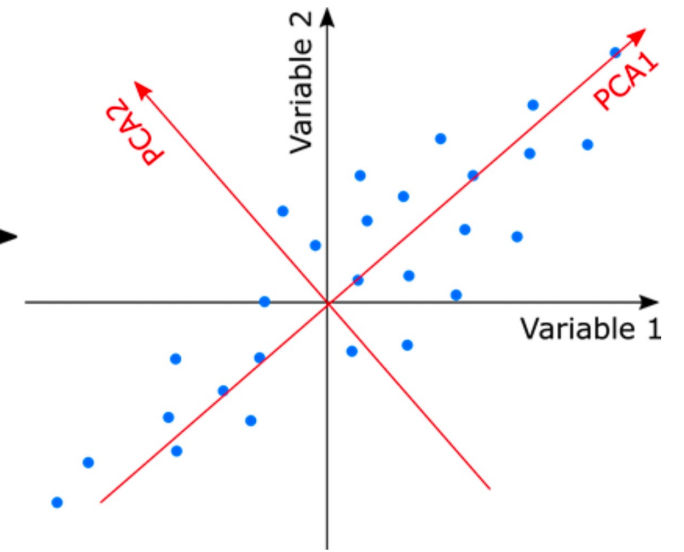
$$X^T X \longrightarrow \omega_i, \lambda_i$$

$$Z = X \begin{pmatrix} | & | & \dots & | \\ \omega_1 & \omega_2 & \dots & \omega_k \\ | & | & \dots & | \end{pmatrix}$$

$$d_i = \frac{\lambda_i}{\sum \lambda_i}$$



PCA
→



	$Z\gamma$ инклюзивная область	Сигнальная область
$Z(\nu\nu)\gamma$ EWK	65.4 ± 0.2	46.7 ± 0.2
$Z(\nu\nu)\gamma$ QCD	576.7 ± 1.8	115.8 ± 0.8
$W\gamma$ QCD	403.6 ± 6.0	92.5 ± 2.8
$W\gamma$ EWK	42.3 ± 0.4	23.9 ± 0.3
$W(e\nu), t, t\bar{t}$	110.6 ± 2.1	22.6 ± 0.9
$tt\gamma$	87.6 ± 2.0	20.37 ± 0.97
$\gamma + j$	84.0 ± 7.7	20.8 ± 3.3
$Z(\nu\nu) + j, jj$	33.00 ± 0.10	6.62 ± 0.05
$Z(ll)\gamma$	11.1 ± 0.8	2.3 ± 0.4

Фоновыми процессами являются смоделированные с помощью МК процессы:

- $Z(\nu\nu)\gamma$ QCD – КХД образование Z -бозона с фотоном с последующим распадом Z -бозона на нейтрино и антинейтрино;
- события $l\nu\gamma$ и $\tau\nu\gamma$ от процессов $W\gamma$ QCD и $W\gamma$ EWK – КХД и электрослабые процессы рождения W -бозона с фотоном, где τ распадается на адроны или когда электрон или мюон от распада τ или W не регистрируется;
- $tt\gamma$ – образование пары топ-кварков с фотоном, где один или оба W -бозона от распада t распадаются на лептоны, которые в свою очередь либо являются τ и распадаются на адроны, либо не реконструируются;
- $Z(ll)\gamma$ (в основном τ) – фон, связанный с потерей электрона или мюона от распада Z или τ или с распадом τ на адроны.

А также фоны, оцениваемые из данных, связанные с неправильной идентификацией частиц или неверным измерением параметров:

- $W(e\nu), t, t\bar{t}$ – фон, связанный с идентификацией электрона в конечном состоянии как фотона;
- $\gamma + j$ – фон связанный с тем, что большой недостающий поперечный импульс является суммой потерянного поперечного импульса от нейтрино от распадов тяжёлых кварков и неверно измеренного поперечного импульса струй;
- $Z(\nu\nu) + j, jj$ – фон, связанный с идентификацией одной из струй как фотона.

- $N_\gamma = 1$;
- $N_{jets} \geq 2$;
- $N_e = 0, N_\mu = 0$.

$$|\eta_\gamma| < 2.37$$

~~$$1.37 < |\eta_\gamma| < 1.52$$~~

$$- E_T^{cone40} < 0.022p_T + 2.45 \text{ ГэВ};$$

$$- p_T^{cone20}/p_T < 0.05,$$

Переменная	Ограничение
E_T^{miss}	$> 120 \text{ ГэВ}$
E_T^γ	$> 150 \text{ ГэВ}$
Число фотонов	$N_\gamma = 1$
Число струй	$N_{jets} \geq 2$
Число лептонов	$N_e = 0, N_\mu = 0$
$ \Delta\phi(\gamma, \vec{p}_T^{miss}) $	> 0.4
$ \Delta\phi(j_1, \vec{p}_T^{miss}) $	> 0.3
$ \Delta\phi(j_2, \vec{p}_T^{miss}) $	> 0.3
Значимость E_T^{miss}	> 12

Переменная	Ограничение
$W\gamma$ контрольная область	
$N_{leptons}$	≥ 1
$Z\gamma$ QCD контрольная область 1	
$N_{leptons}$	$= 0$
m_{jj}	$< 300 \text{ ГэВ}$
$Z\gamma$ QCD контрольная область 2	
$N_{leptons}$	$= 0$
m_{jj}	$> 300 \text{ ГэВ}$
$\zeta(\gamma)$	> 0.6
$Z\gamma$ EWK сигнальная область	
$N_{leptons}$	$= 0$
m_{jj}	$> 300 \text{ ГэВ}$
$\zeta(\gamma)$	< 0.6

где E^{cone40} – сумма поперечных энергий, выделяющихся в конусе с углом раствора $\Delta R < 0.4$, p_T^{cone20} – сумма поперечных импульсов треков в конусе с $\Delta R < 0.2$ вокруг фотонного кандидата, где $\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\varphi^2}$ – угловое расстояние между объектами.

Значимость измерения потерянного поперечного импульса

$$E_T^{miss} = E_T^{miss2} / (\sigma_L^2 (1 - \rho_{LT}^2)),$$

где σ_L – это дисперсия измерения потерянного поперечного импульса в продольном направлении, а ρ_{LT} – корреляционный фактор измерения продольной и поперечной компонент потерянного поперечного импульса.

$$\vec{p}_T^{miss} = - \sum \vec{p}_T^f$$

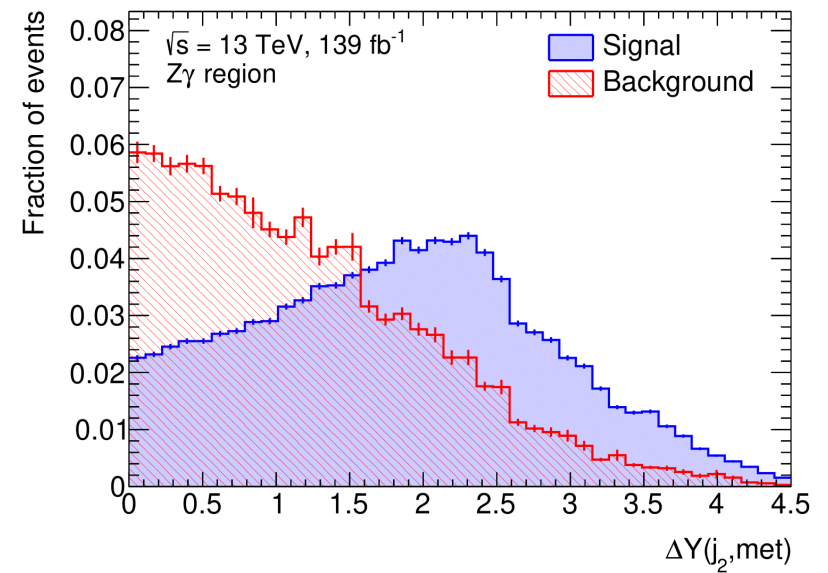
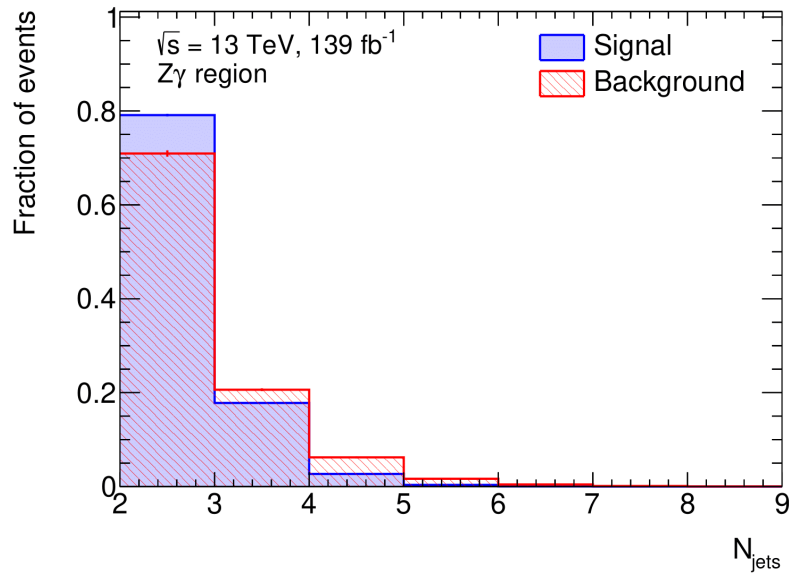
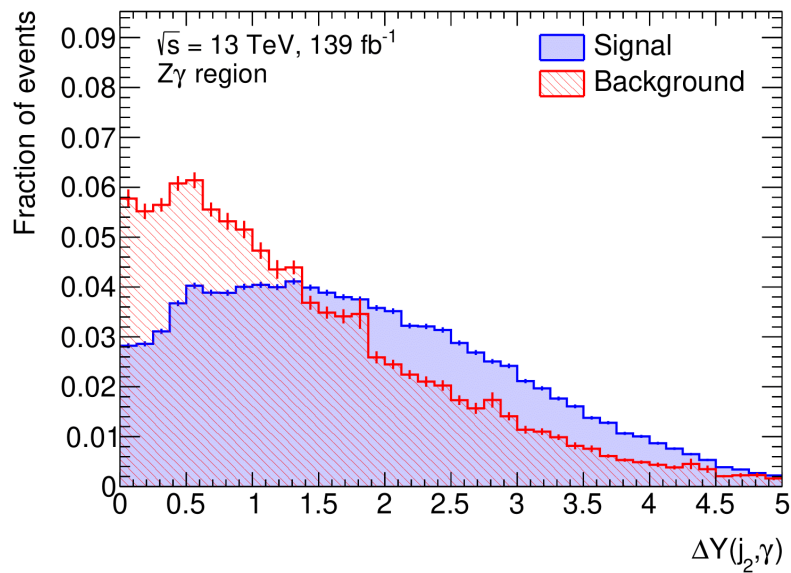
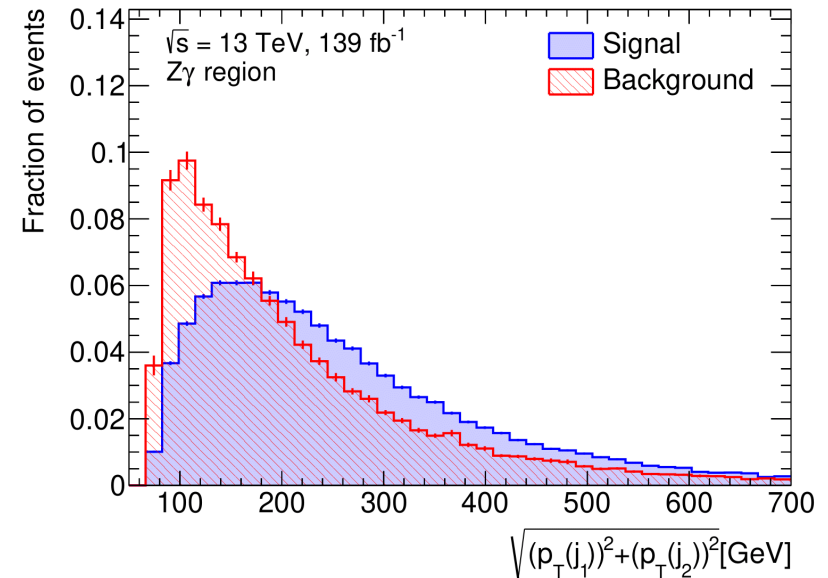
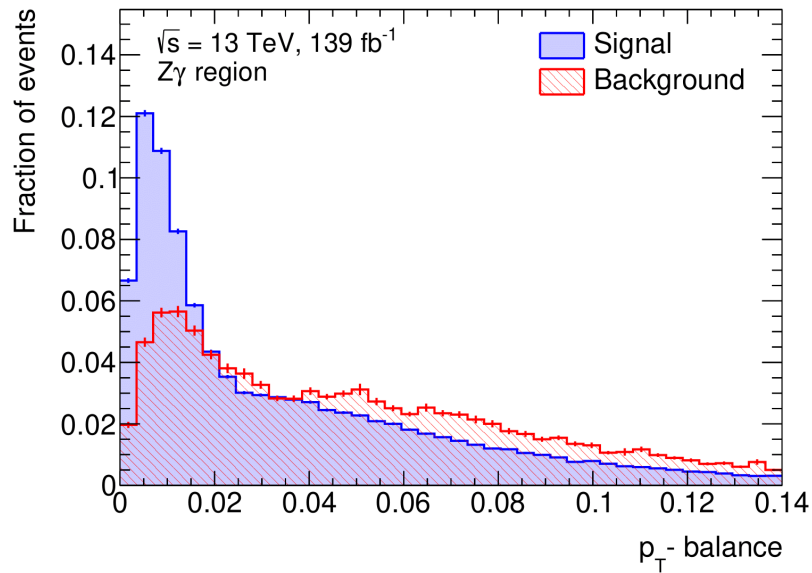
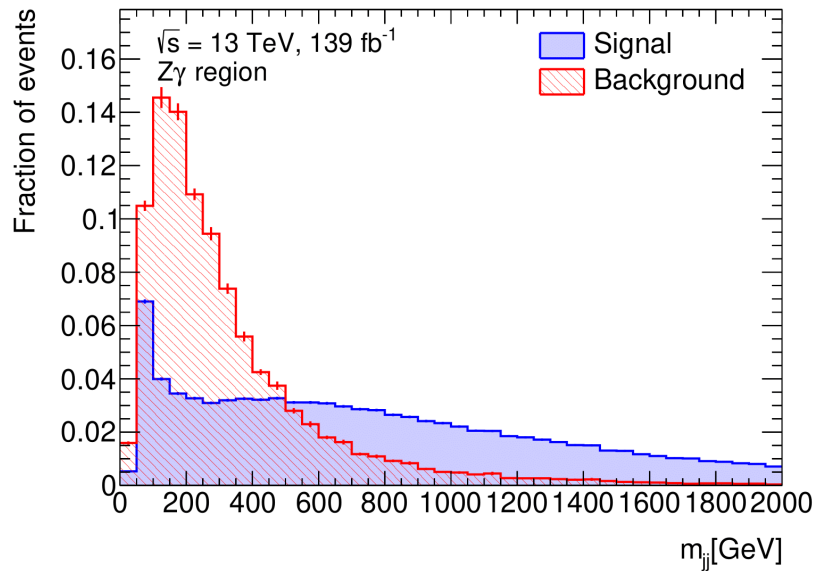
Начальный список переменных

- 1) $p_T(j_1)$;
- 2) $\varphi(j_1)$;
- 3) $\eta(j_1)$;
- 4) $p_T(j_2)$;
- 5) $\varphi(j_2)$;
- 6) $\eta(j_2)$;
- 7) $p_T(\gamma)$;
- 8) $\varphi(\gamma)$;
- 9) $\eta(\gamma)$;
- 10) E_T^{miss} ;
- 11) $\varphi(\vec{p}_T^{\text{miss}})$;
- 12) m_{jj} ;
- 13) $p_T - \text{bal} = \frac{|\vec{p}_T^{\text{miss}} + \vec{p}_T^\gamma + \vec{p}_T^{j_1} + \vec{p}_T^{j_2}|}{E_T^{\text{miss}} + E_T^\gamma + p_T^{j_1} + p_T^{j_2}}$;
- 14) $p_T - \text{bal}(\text{red}) = \frac{|\vec{p}_T^\gamma + \vec{p}_T^{j_1} + \vec{p}_T^{j_2}|}{E_T^\gamma + p_T^{j_1} + p_T^{j_2}}$;
- 15) $\Delta Y(j_1, j_2)$;
- 16) $\Delta Y(j_1, \gamma)$;
- 17) $\Delta Y(j_2, \gamma)$;
- 18) $\zeta(\gamma) = \left| \frac{\eta_\gamma - \frac{\eta_{j_1} + \eta_{j_2}}{2}}{\eta_{j_1} - \eta_{j_2}} \right|$;
- 19) N_{jets} ;
- 20) $\sin \left| \frac{\Delta\varphi(j_1, j_2)}{2} \right|$.

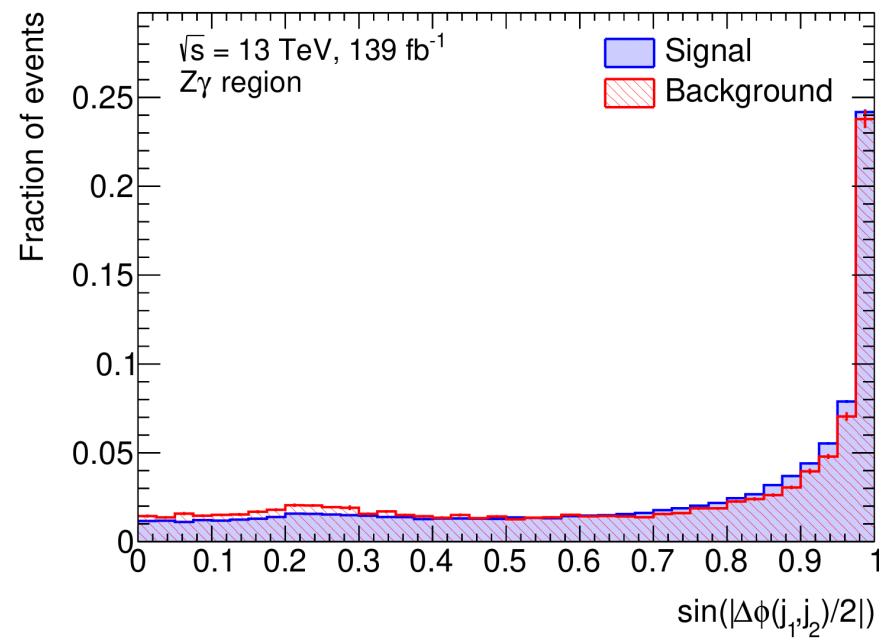
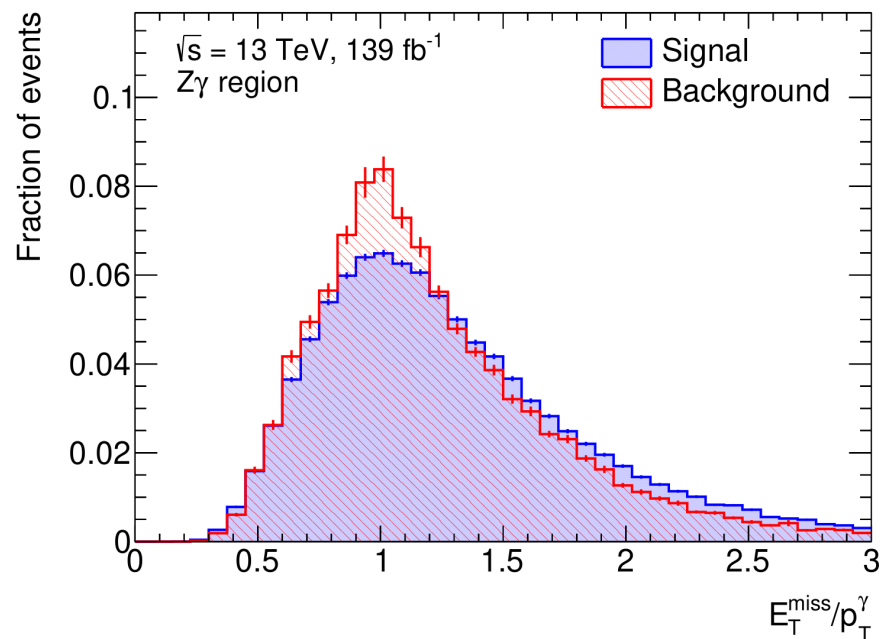
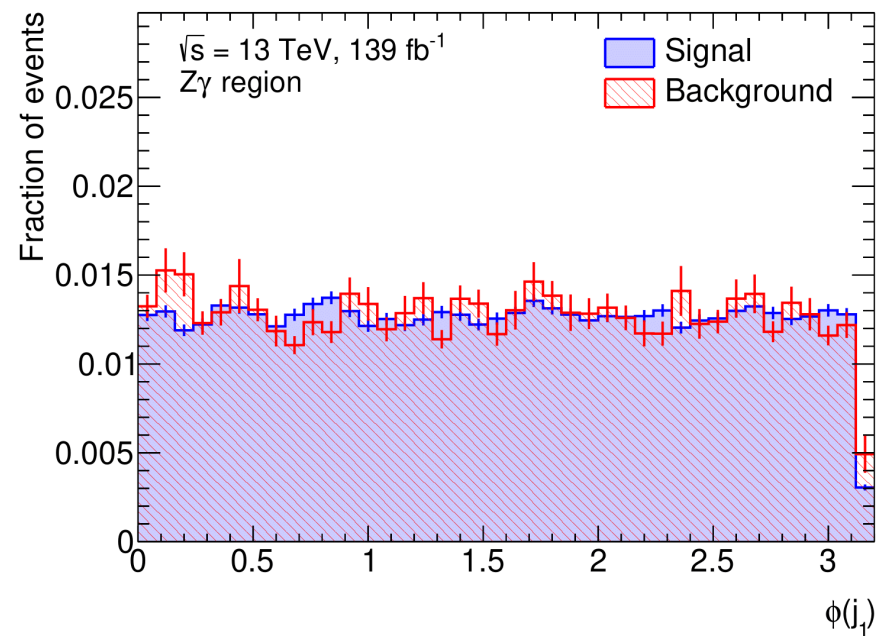
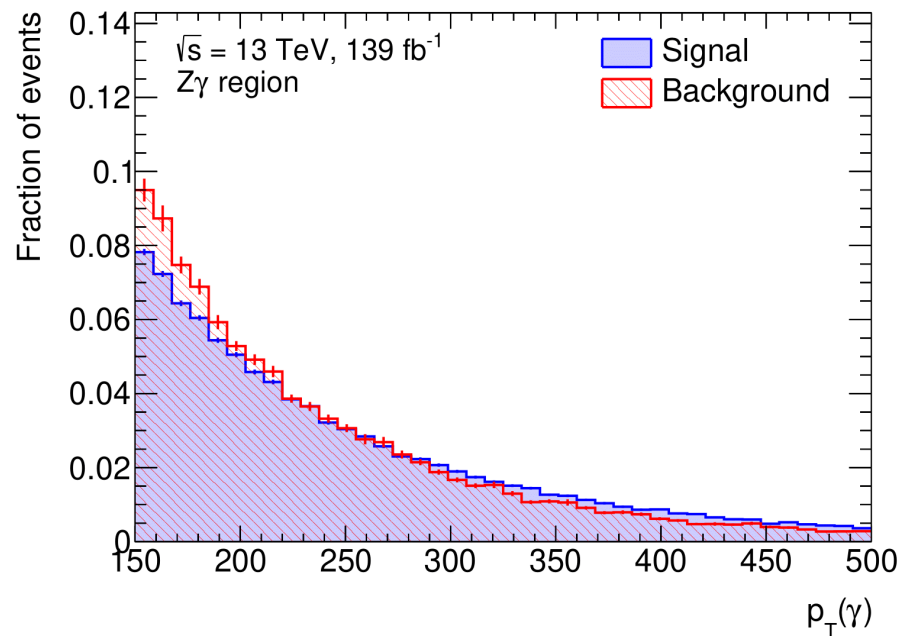
Переменные, отобранные методом "N+1"

- 1) m_{jj} – инвариантная масса двух струй;
- 2) p_T – balance = $\frac{|\vec{p}_T^{miss} + \vec{p}_T^\gamma + \vec{p}_T^{j_1} + \vec{p}_T^{j_2}|}{E_T^{miss} + E_T^\gamma + p_T^{j_1} + p_T^{j_2}}$ – баланс поперечных импульсов;
- 3) $var13 = \sqrt{(p_T^{j_1})^2 + (p_T^{j_2})^2}$ – среднеквадратичное значение поперечных импульсов двух струй;
- 4) $\Delta Y(j_2, \gamma)$ – разность быстрот второй струи и фотона;
- 5) N_{jets} – количество адронных струй в событии;
- 6) $\Delta Y(j_2)$ – быстрота второй струи;
- 7) $p_T(\gamma)$ – поперечный импульс фотона;
- 8) $\varphi(\gamma)$ – азимутальный угол фотонов;
- 9) $var6 = \frac{E_T^{miss}}{p_T^\gamma}$ – отношение потерянного поперечного импульса и поперечного импульса фотона;
- 10) $\sin \left| \frac{\Delta\varphi(j_1, j_2)}{2} \right|$ – синус половинного азимутального угла между двумя струями.

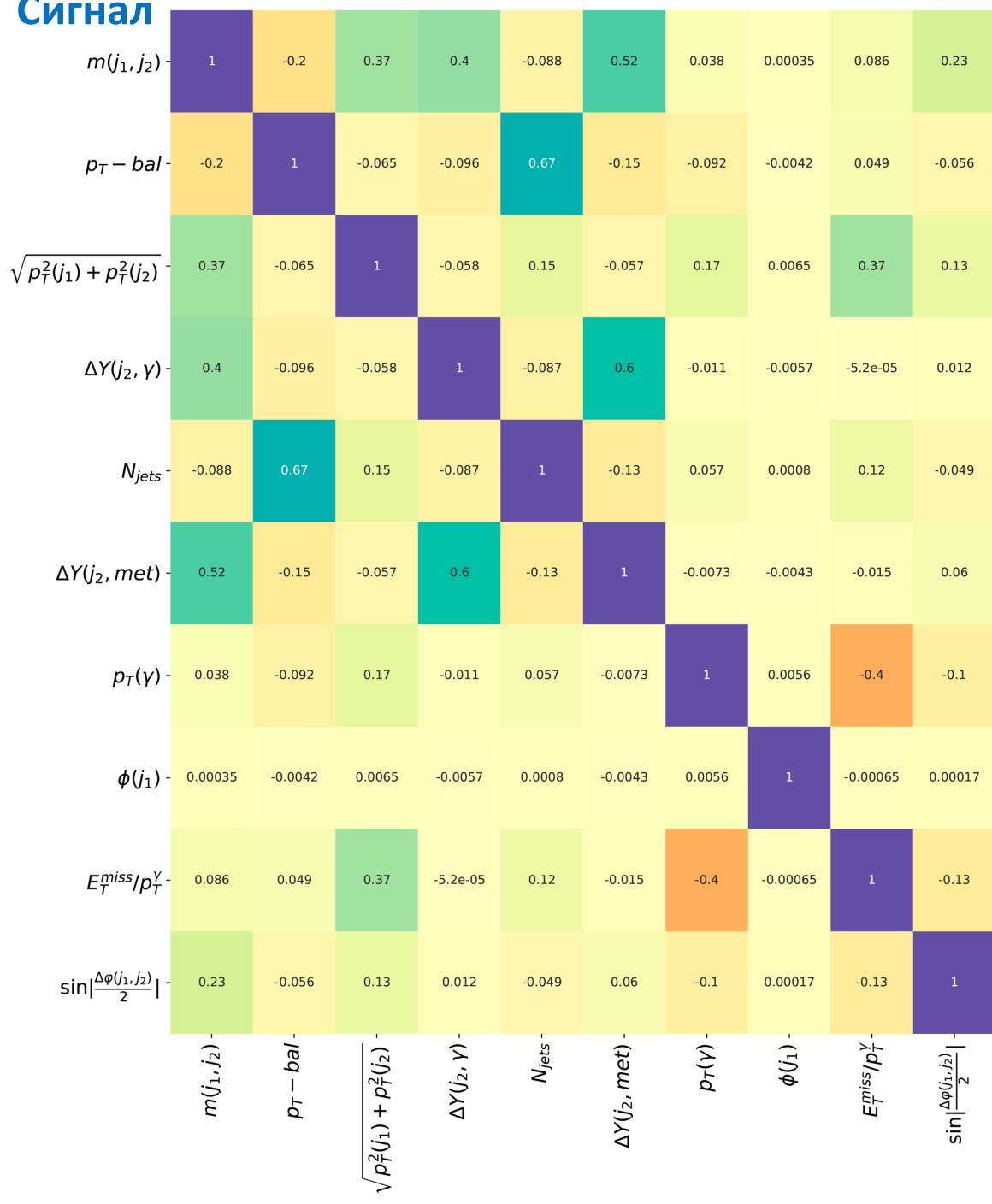
Распределения переменных, отобранных методом "N+1"



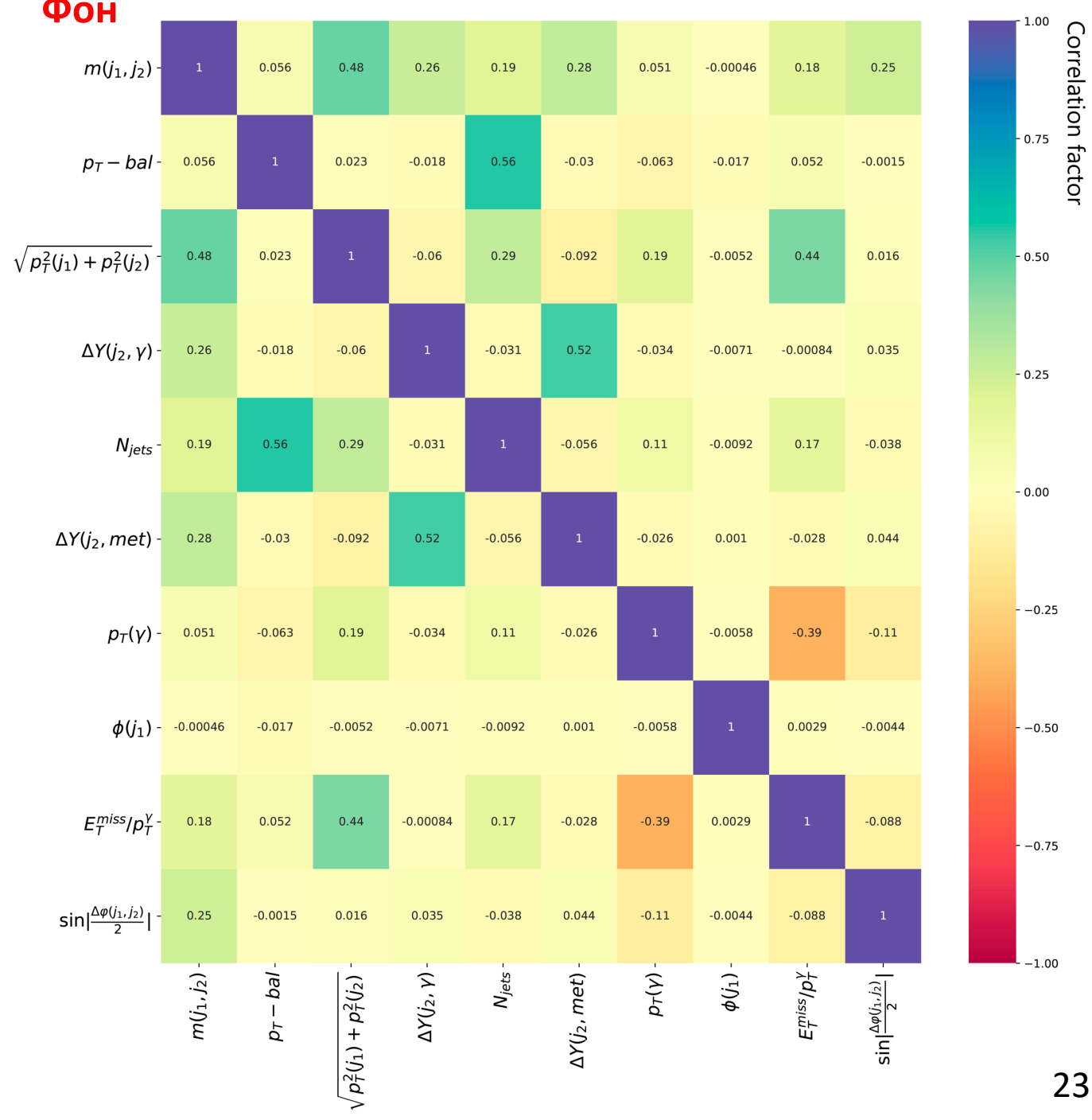
Распределения переменных, отобранных методом "N+1"



Сигнал



Фон

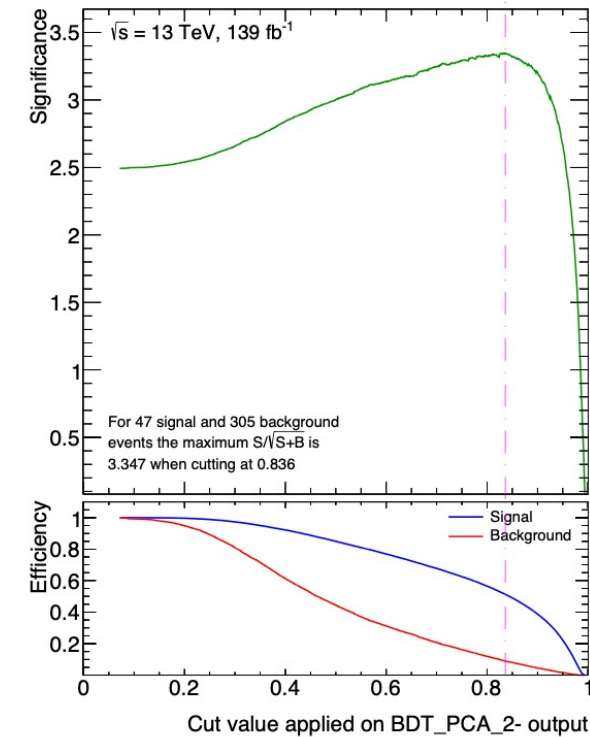
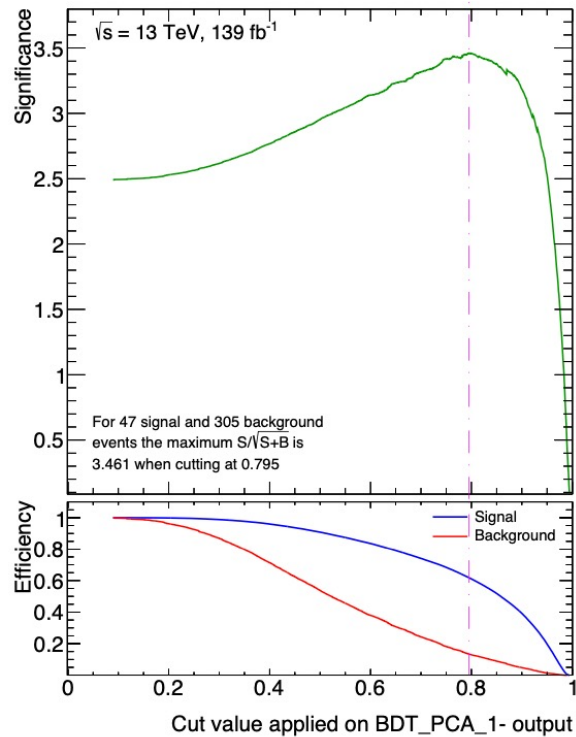
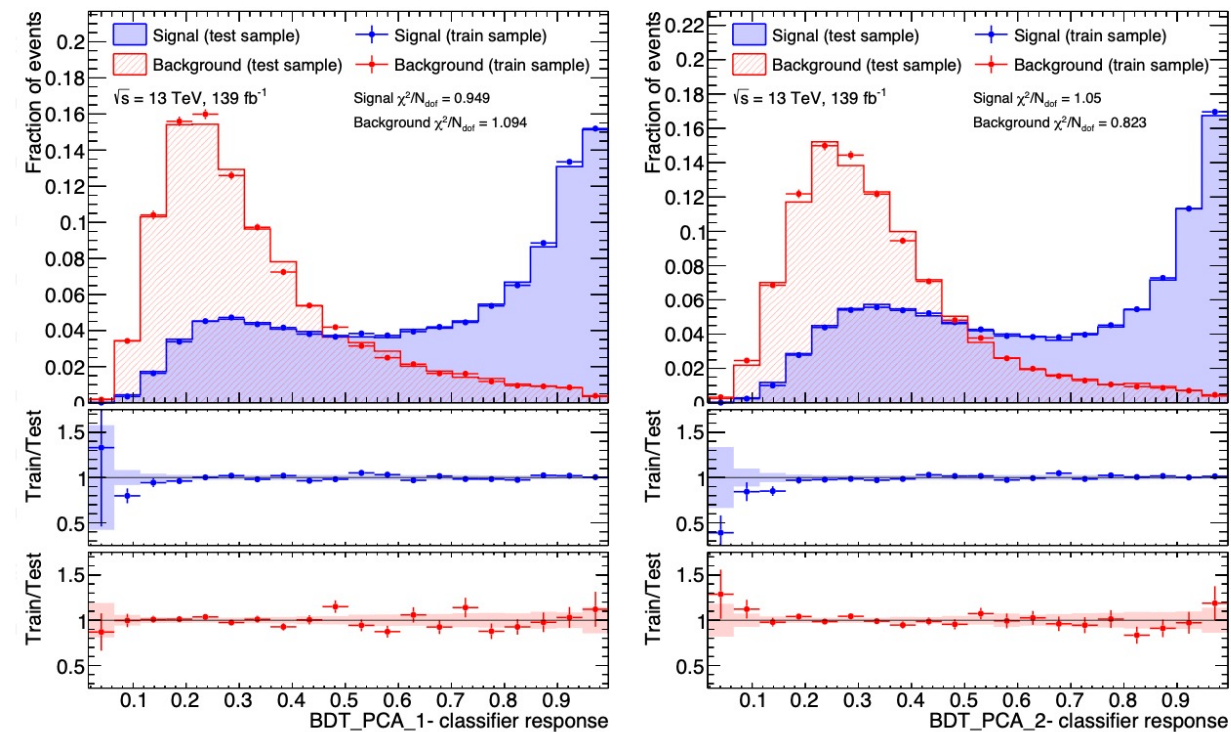


Настройки моделей

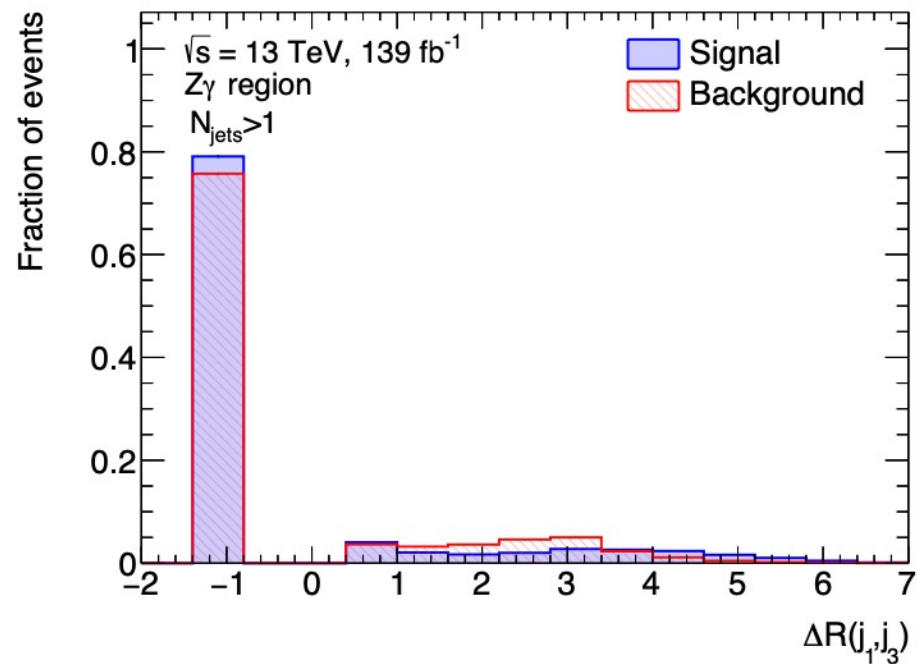
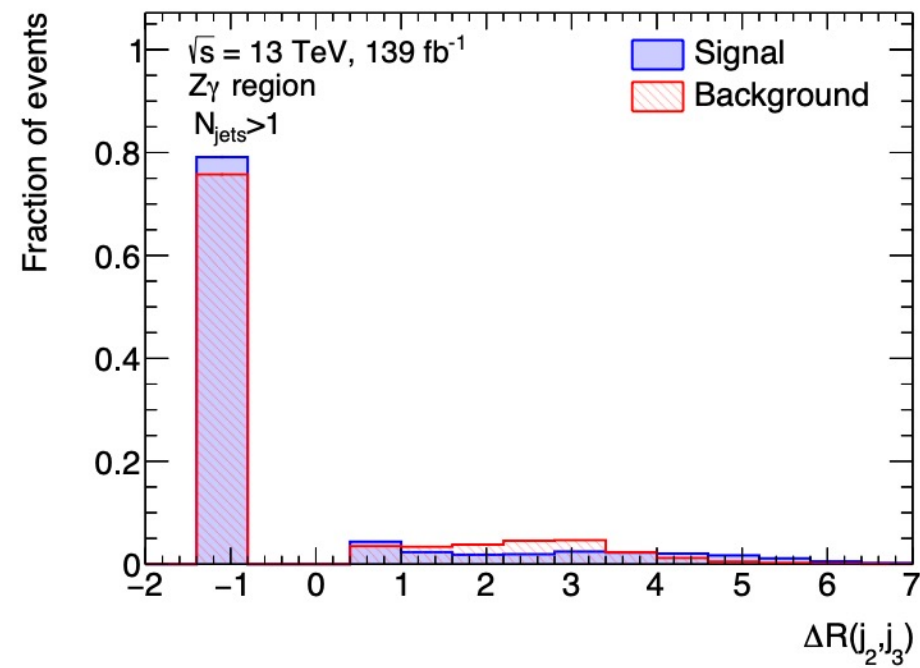
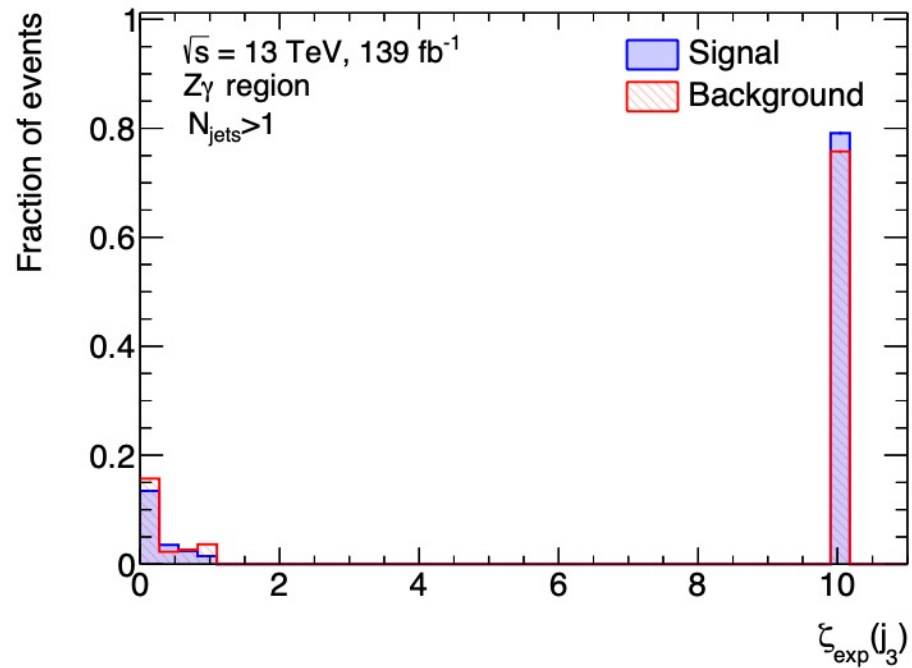
MLP			
	hidden_layer_size	batch_size	activation
N+1 (MLP)	100	[137]	relu
BDT			
	n_estimators	max_depth	learning_rate
N+1 (BDT)	76	5	0.167
PCA	575	2	0.173
N+1 & PCA	927	2	0.233

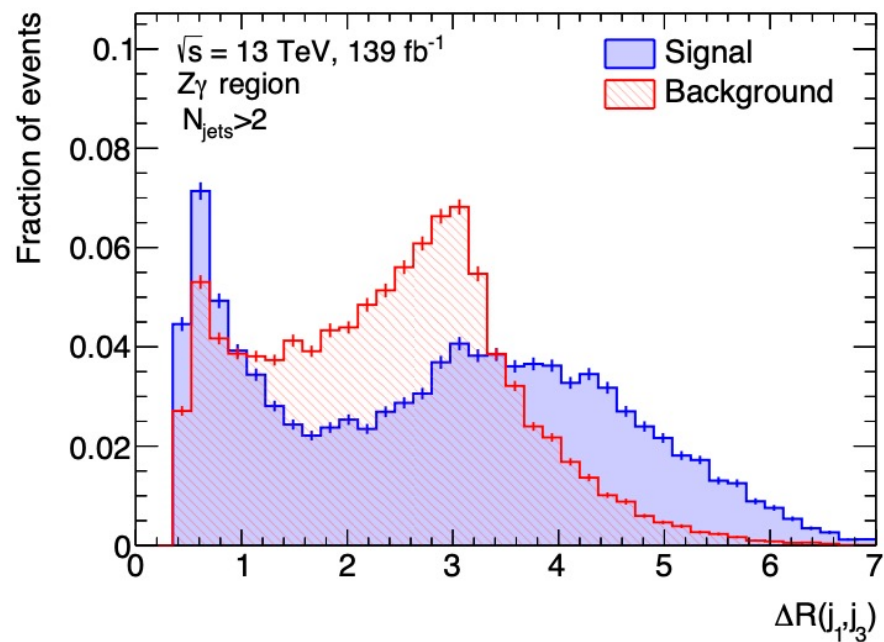
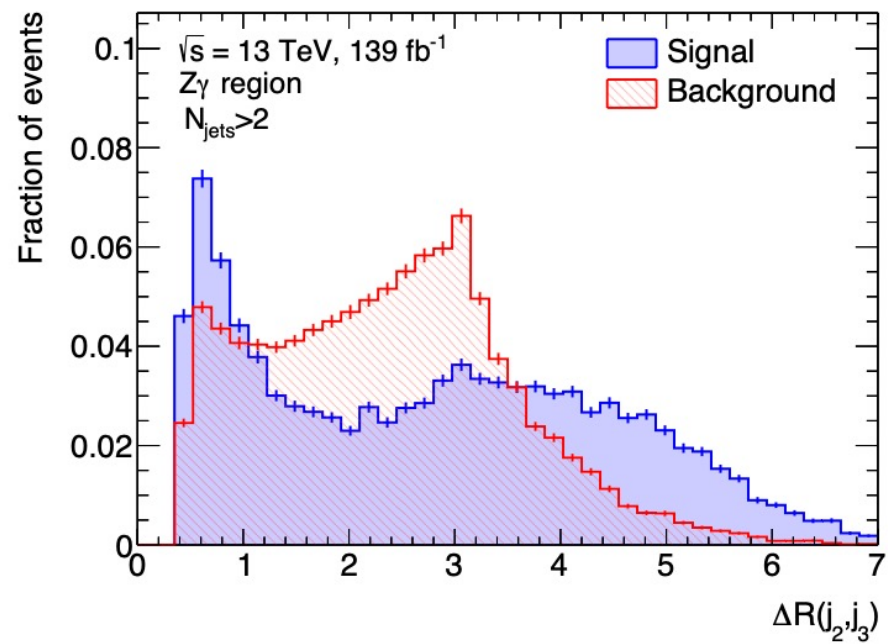
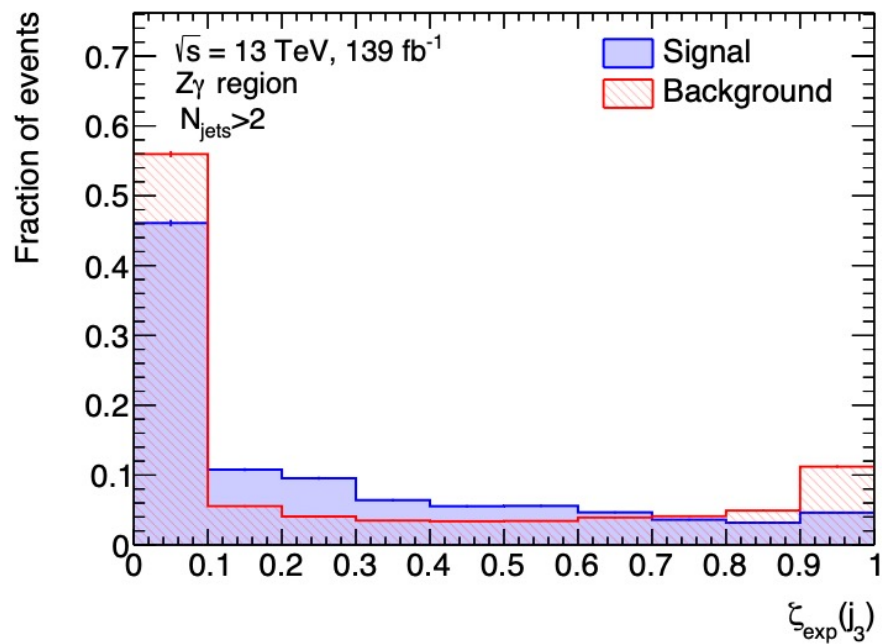
	n_estimators	max_depth	learning_rate
B_0	76	5	0.167
$B_1^{N_{\text{jets}}=2}$	953	3	0.033
$B_1^{N_{\text{jets}}>2}$	814	2	0.055
B_2	219	5	0.039
B_3	202	4	0.098

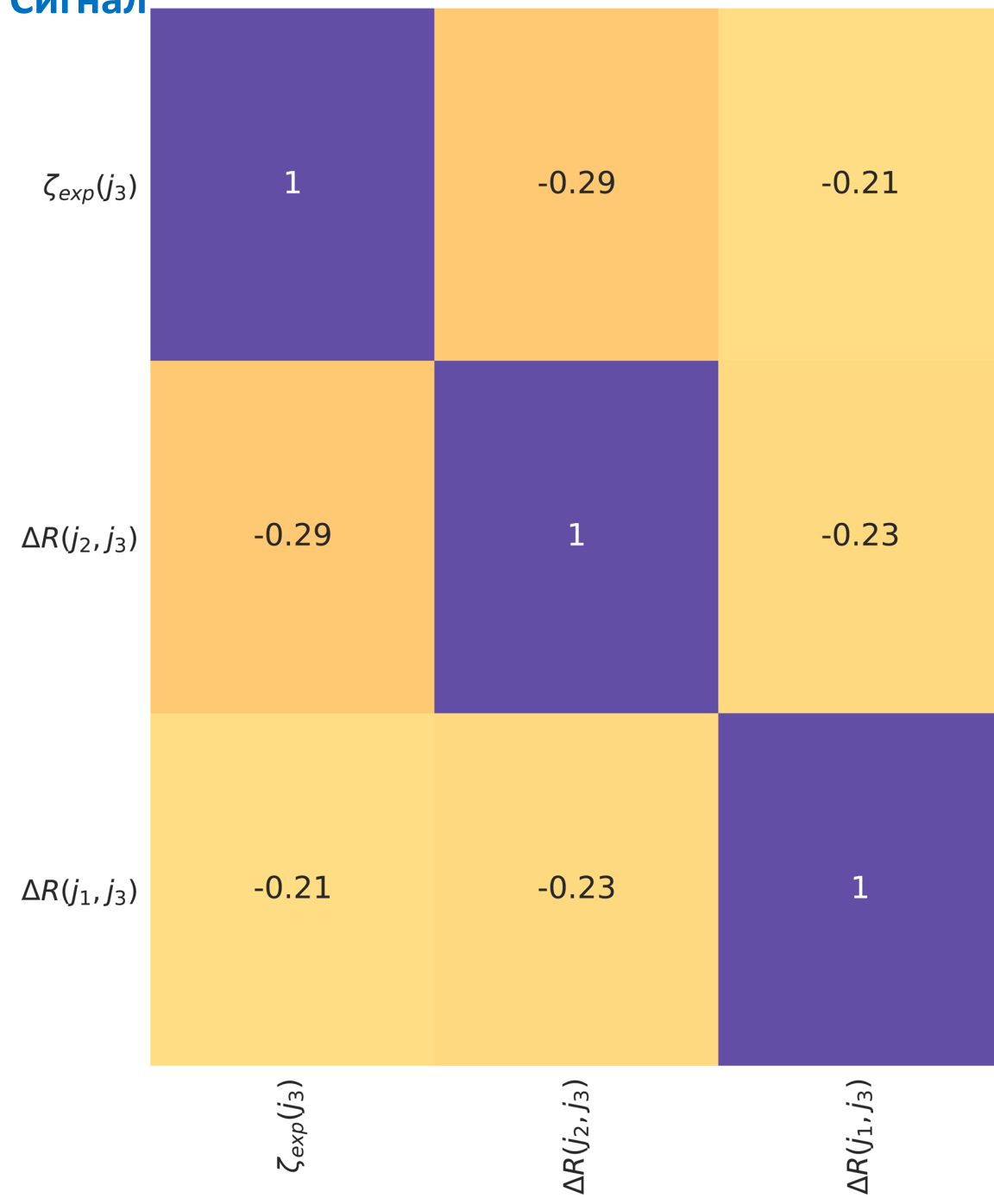
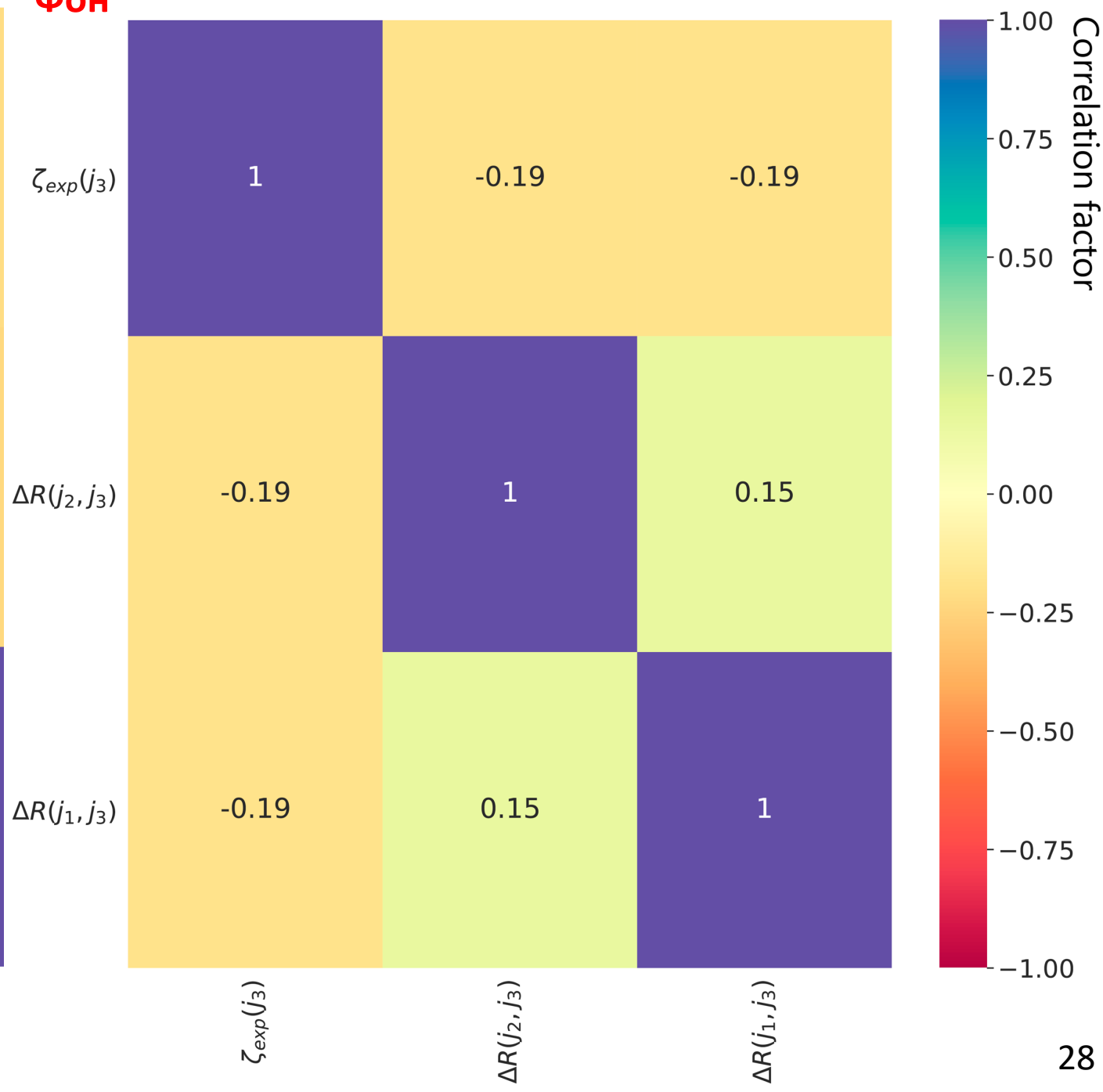
Модель	Параметр	Значения
BDT	n_estimators	[50, 1000]
	max_depth	[1, 5]
	learning_rate	[0.001, 0.25]
MLP	hidden_layer_size	[25, 150]
	batch_size	50, 100, 150, 200
	activation	logistic, tanh, relu

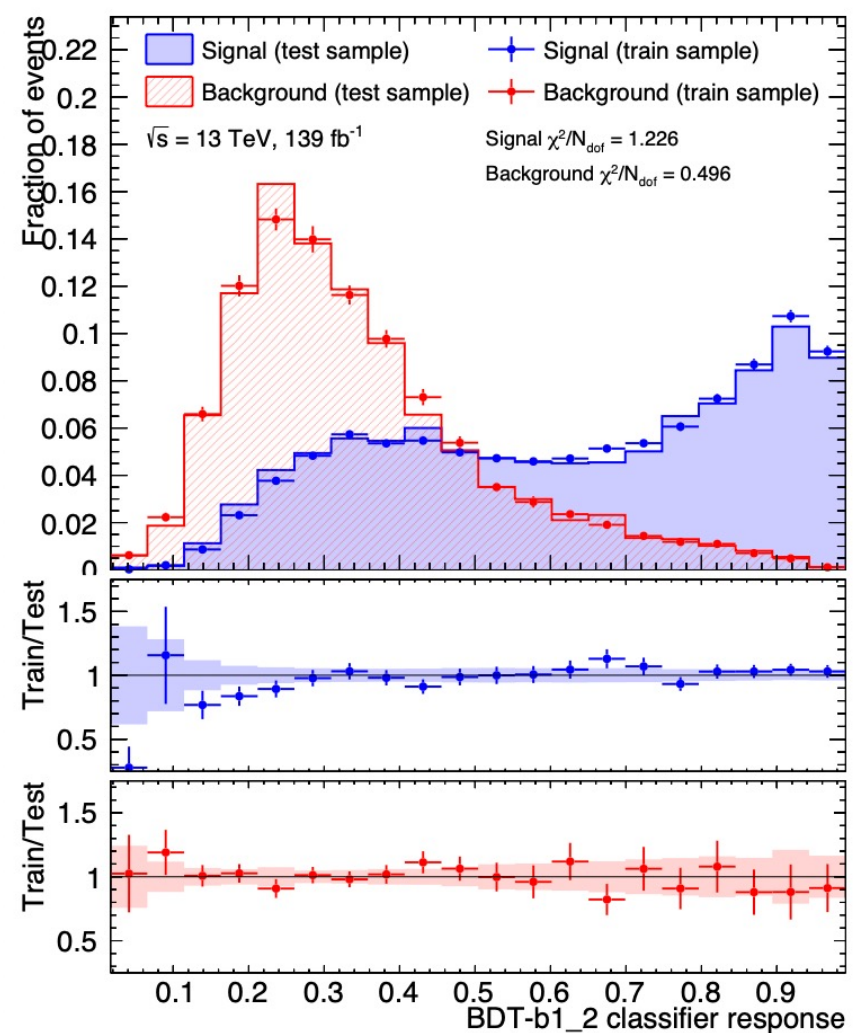
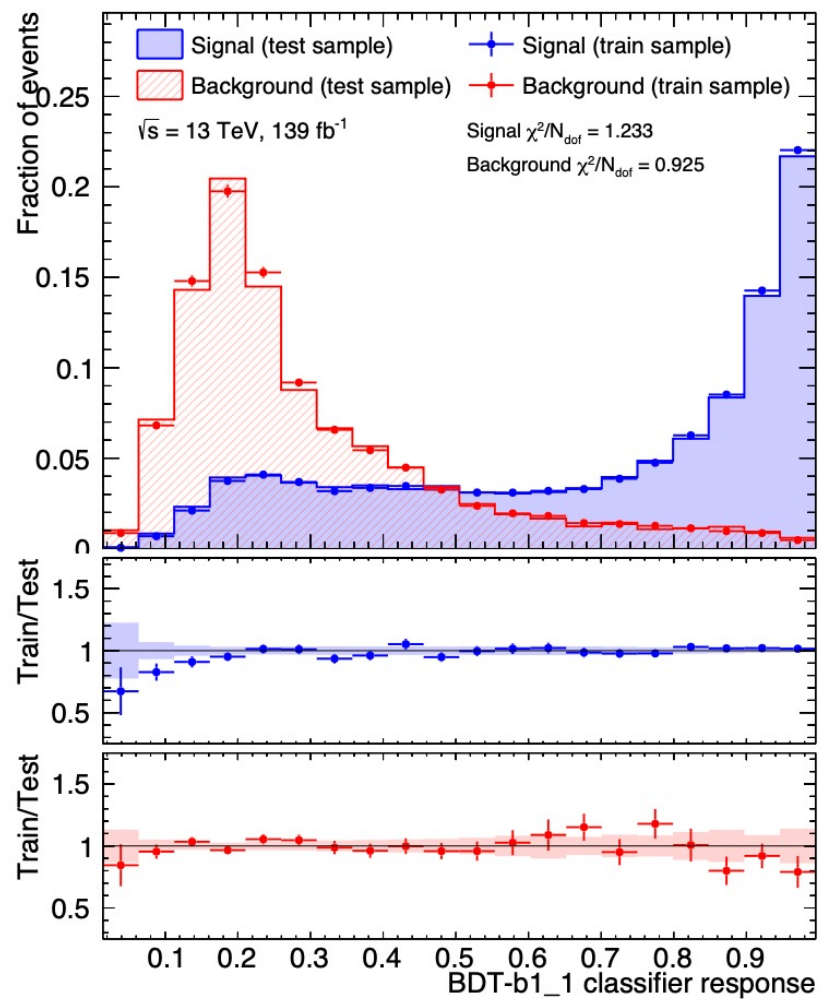
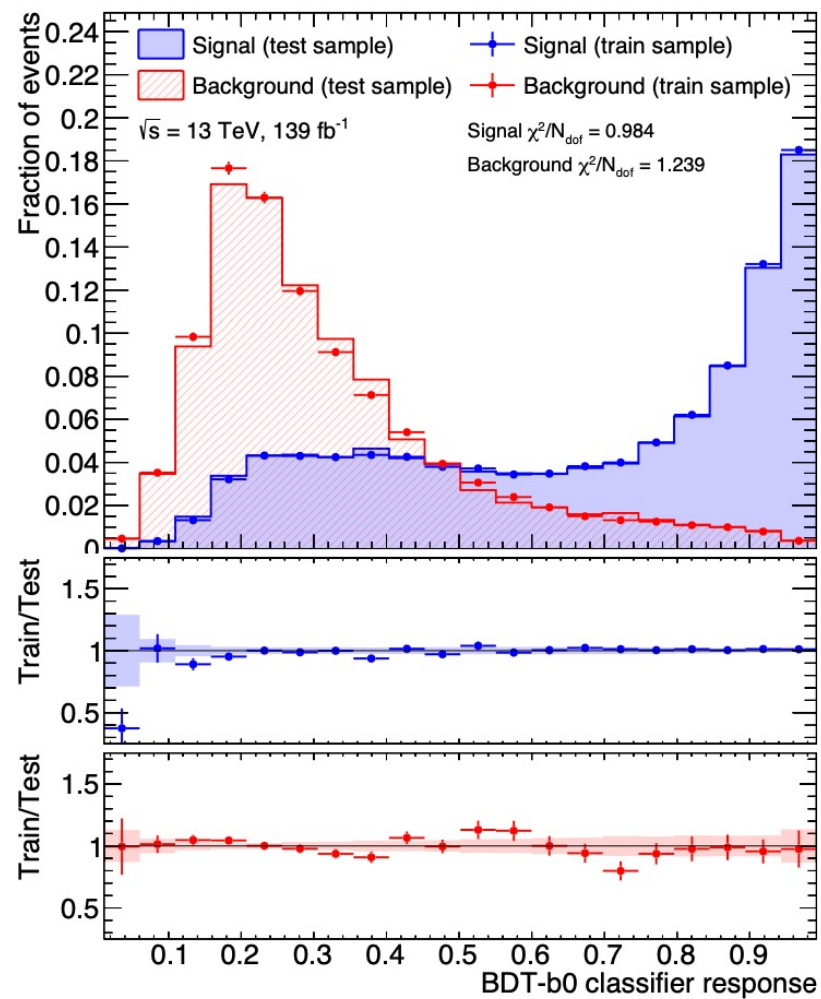


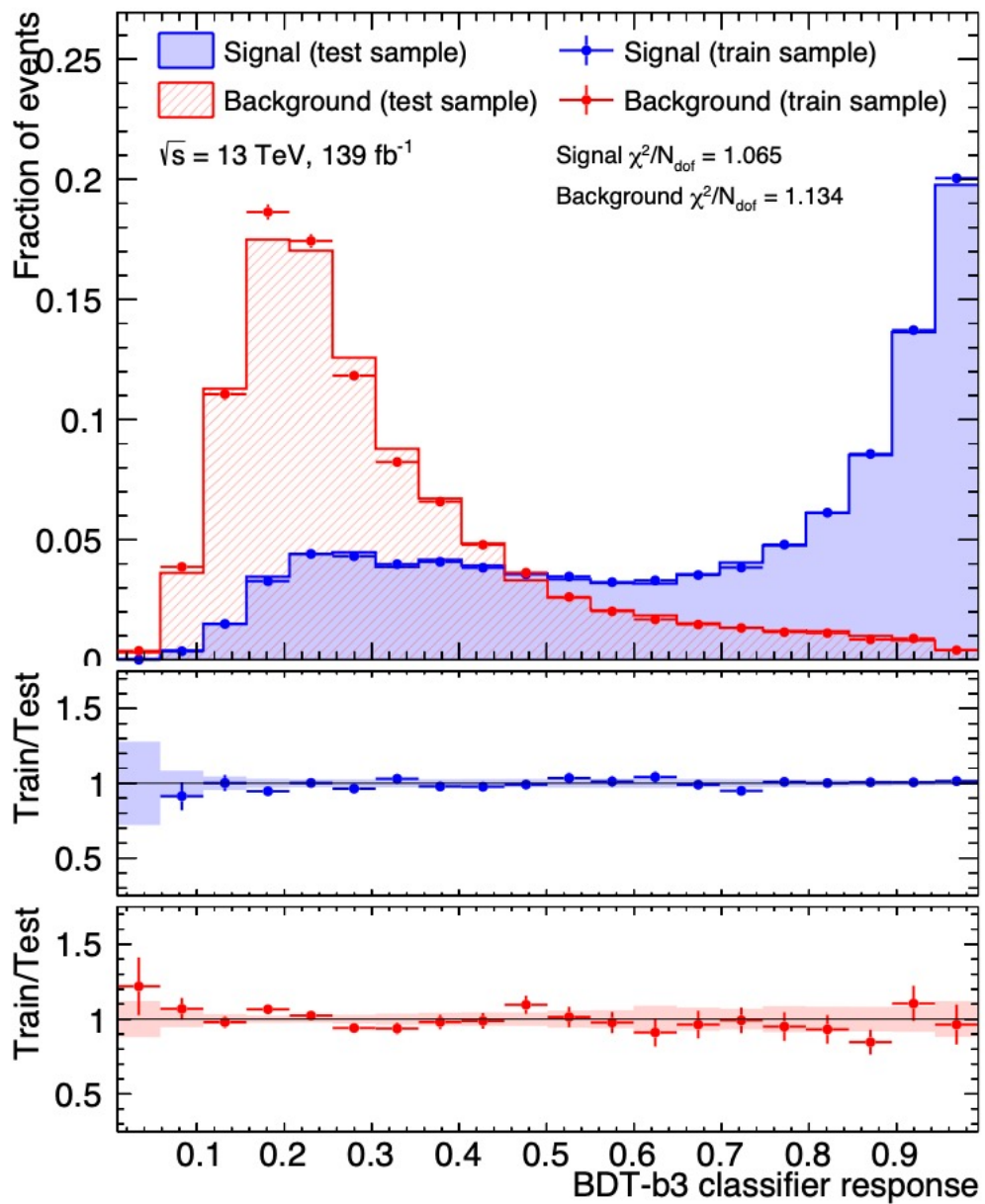
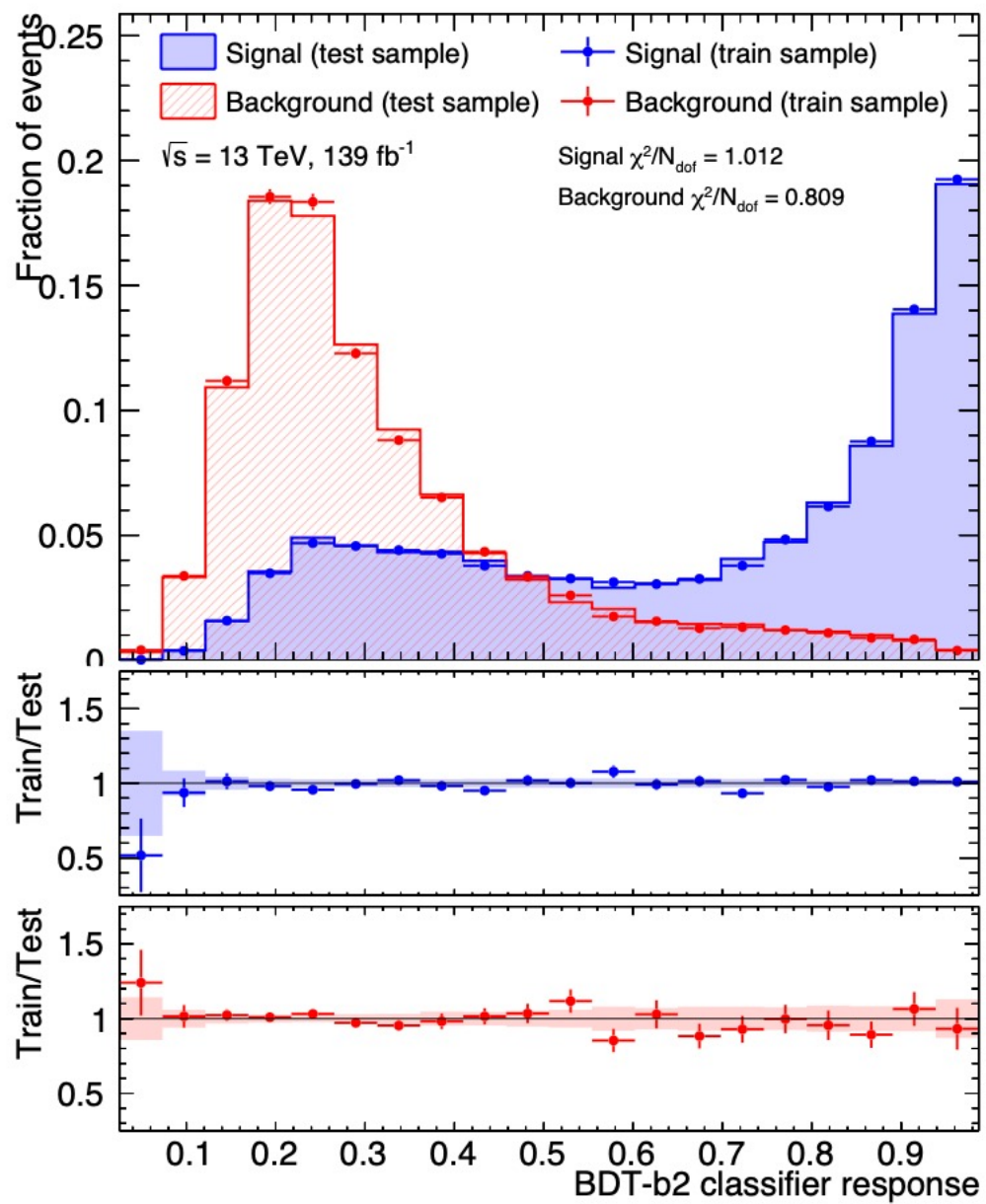
	Вхожд. сигнал	Вхожд. фон	Кол-во сигнала	Кол-во фона	Значимость, σ
До отборов	90035	86902	46.7 ± 0.2	304.9 ± 4.6	2.49 ± 0.02
Fixed cuts	49915	12720	25.9 ± 0.1	38.2 ± 1.1	3.23 ± 0.03
N+1 (BDT)	52063	9365	27.1 ± 0.1	28.7 ± 0.9	3.63 ± 0.03
N+1 (MLP)	54374	10701	28.3 ± 0.1	32.0 ± 0.9	3.64 ± 0.03
PCA	55595	12599	28.9 ± 0.1	40.7 ± 1.4	3.46 ± 0.04
N+1 & PCA	45980	8215	23.9 ± 0.1	27.2 ± 0.9	3.35 ± 0.03

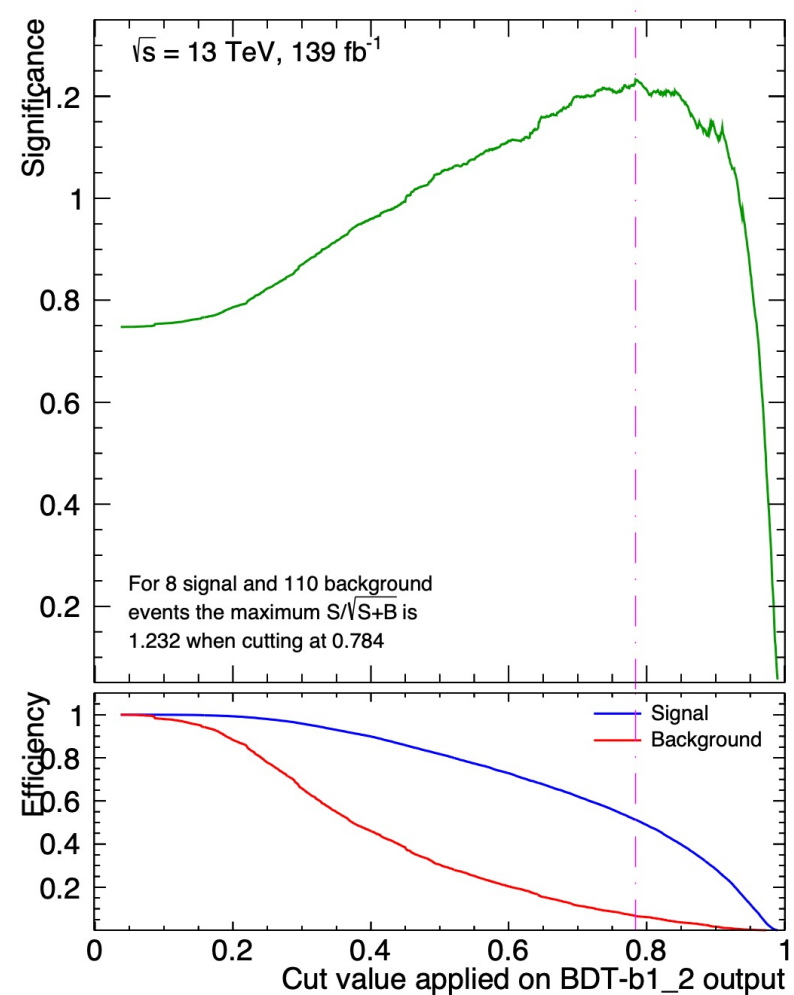
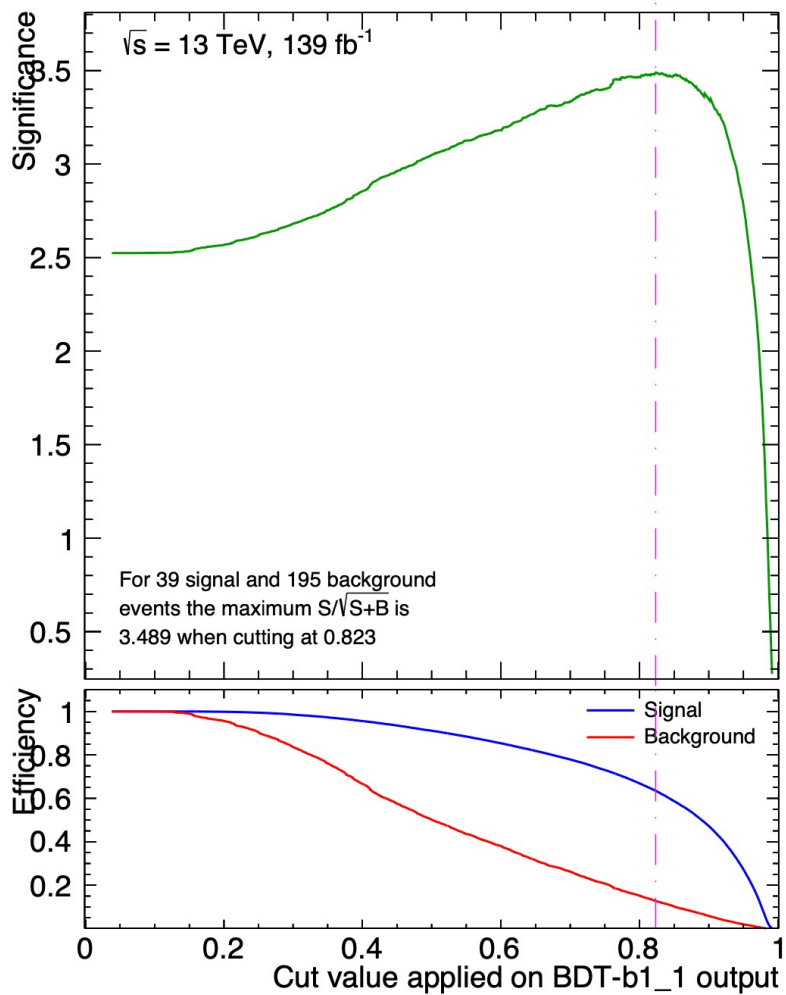
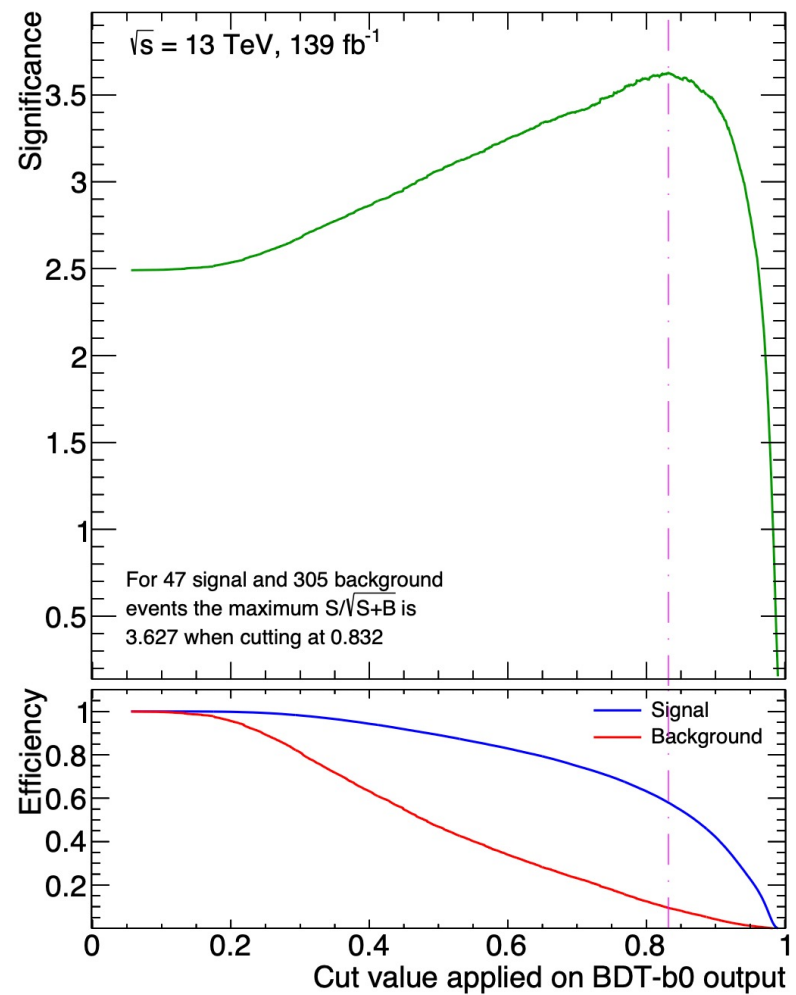


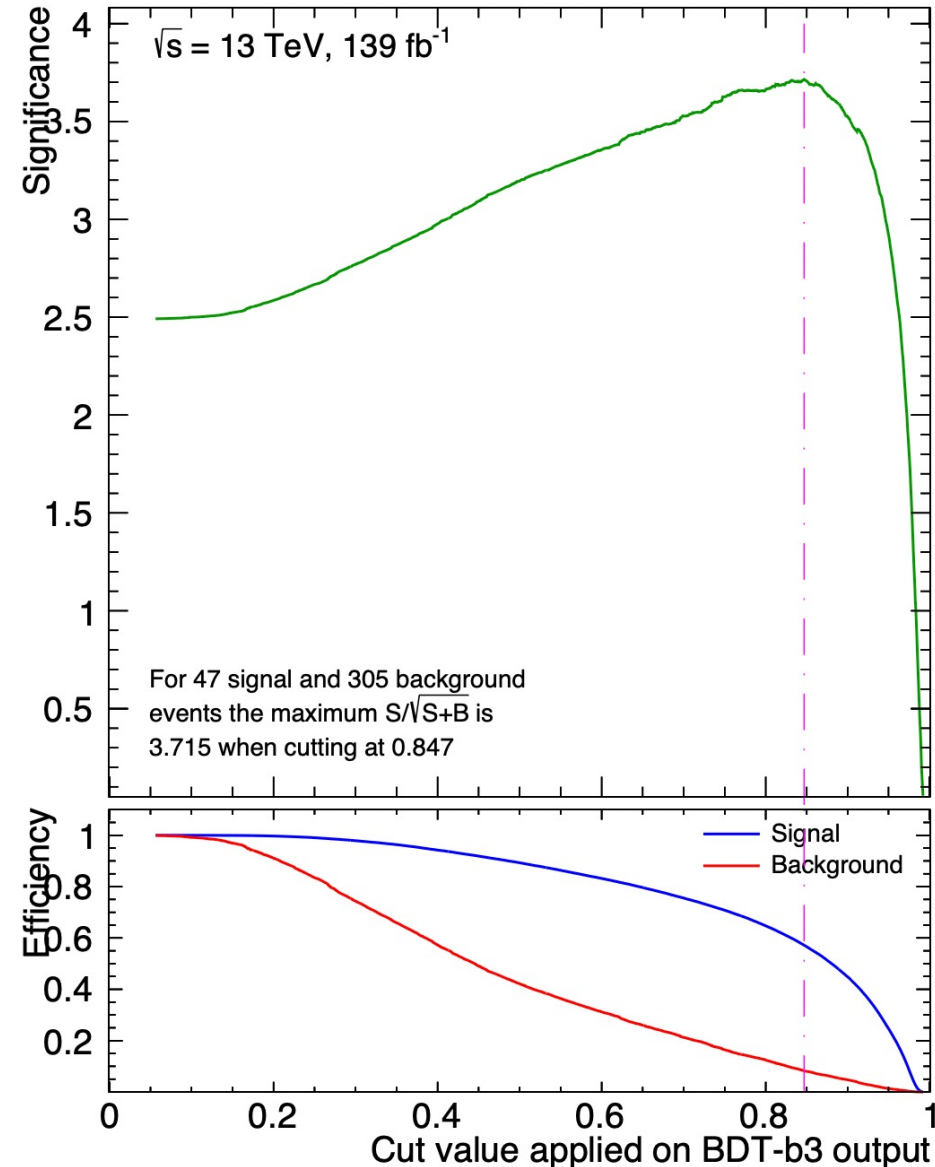
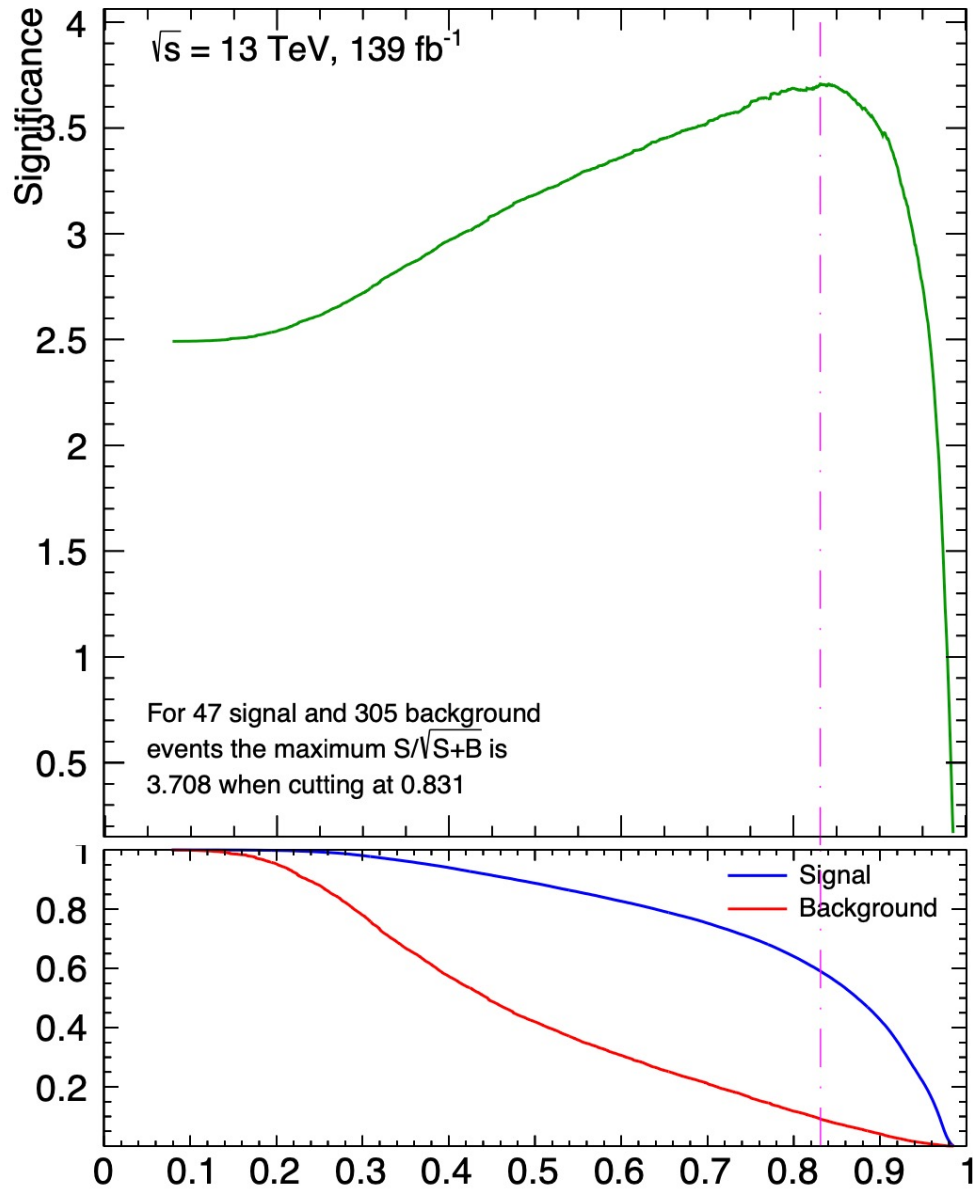


Сигнал**Фон**









Список добавленных переменных

- | | | |
|--|---|--|
| 1) $Y(j_1)$; | 11) $m_{\gamma met}$; | 21) $var2 = \left \frac{\eta_{j_1} - \eta_{j_2}}{\eta_{j_1} + \eta_{j_2}} \right $; |
| 2) $Y(j_2)$; | 12) $m_{\gamma j_1}$; | 22) $var3 = \left \frac{\eta_{j_1} + \eta_{j_2} + \eta_\gamma}{\eta_{j_1} - \eta_{j_2}} \right $; |
| 3) $Y(\gamma)$; | 13) $m_{\gamma j_2}$; | 23) $var4 = \left \frac{\eta_\gamma}{\sqrt{ \eta_{j_1} \eta_{j_2} }} \right $; |
| 4) $\Delta R(j_1, j_2)$; | 14) $m_{\gamma j_1}$; | 24) $var5 = \left \frac{\eta_\gamma - \sqrt{ \eta_{j_1} \eta_{j_2} }}{\eta_{j_1} - \eta_{j_2}} \right $; |
| 5) $\Delta R(j_1, \gamma)$; | 15) $\Delta \varphi(j_1, j_2)$; | 25) $var6 = \frac{E_T^{miss}}{p_T^\gamma}$; |
| 6) $\Delta R(j_2, \gamma)$; | 16) $\Delta p_T(j_1, j_2)$; | 26) $var7 = \frac{p_T^\gamma}{p_T^{j_1} + p_T^{j_2}}$; |
| 7) $\Delta R(j_1, \vec{p}_T^{miss})$; | 17) $\eta(j_1)\eta(j_2)$; | 27) $var8 = \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{p_T^{j_1} p_T^{j_2}}}$; |
| 8) $\Delta R(j_2, \vec{p}_T^{miss})$; | 18) $\frac{\eta(j_1)}{\eta(j_2)}$; | 28) $var9 = \frac{E_T^{miss}}{p_T^{j_1} + p_T^{j_2}}$; |
| 9) $m_{j_1 met}$; | 19) $\zeta_{exp} = \exp \left[-\frac{4(\eta_\gamma - \frac{\eta_1 + \eta_2}{2})^2}{(\eta_1 - \eta_2)^2} \right]$; | 29) $var10 = \frac{E_T^{miss}}{\sqrt{p_T^{j_1} p_T^{j_2}}}$; |
| 10) $m_{j_2 met}$; | 20) $var1 = \frac{\eta_{j_1}}{\eta_{j_2}} \frac{1 - 2\eta_\gamma}{\eta_{j_1} + \eta_{j_2}}$; | 30) $var11 = \frac{p_T^{j_1} - p_T^{j_2}}{p_T^{j_1} + p_T^{j_2}}$; |

$$31) \text{ var12} = \frac{p_T^\gamma}{\sqrt{(p_T^{j1})^2 + (p_T^{j2})^2}};$$

$$32) \text{ var13} = \sqrt{(p_T^{j1})^2 + (p_T^{j2})^2};$$

$$33) \text{ var14} = \left| \frac{(\eta_\gamma)^2 - \left(\frac{\eta_{j1} + \eta_{j2}}{2}\right)^2}{(\eta_{j1} - \eta_{j2})^2} \right|;$$

$$34) \text{ var15} = \frac{E_T^{\text{miss}} + p_T^\gamma}{p_T^{j1} + p_T^{j2}};$$

$$35) \text{ var16} = \frac{\eta_\gamma}{\eta_{j1} + \eta_{j2}};$$

$$36) \text{ var17} = \left| \frac{E_T^{\text{miss}} - p_T^\gamma}{p_T^{j1} - p_T^{j2}} \right|;$$

$$37) \text{ var18} = \frac{p_T^{j2}}{p_T^{j1}};$$

$$38) \text{ var19} = \frac{E_T^{\text{miss}}}{\sqrt{(p_T^{j1})^2 + (p_T^{j2})^2}};$$

$$39) \text{ var20} = \frac{E_T^{\text{miss}} - p_T^\gamma}{p_T^{j1} + p_T^{j2}};$$

$$40) \text{ var21} = \frac{E_T^{\text{miss}} + p_T^\gamma}{p_T^{j1} - p_T^{j2}};$$

$$41) \text{ var22} = \frac{\eta_{j1}}{\eta_{j2}};$$

Переменные третьей струи

$$1) p_T(j_3);$$

$$2) \varphi(j_3);$$

$$3) \eta(j_3);$$

$$4) m_{jjj};$$

$$5) \Delta Y(j_1, j_3);$$

$$6) \Delta Y(j_2, j_3);$$

$$7) \Delta Y(j_3, \gamma);$$

$$8) Y(j_3);$$

$$9) \Delta R(j_1, j_3);$$

$$10) \Delta R(j_2, j_3);$$

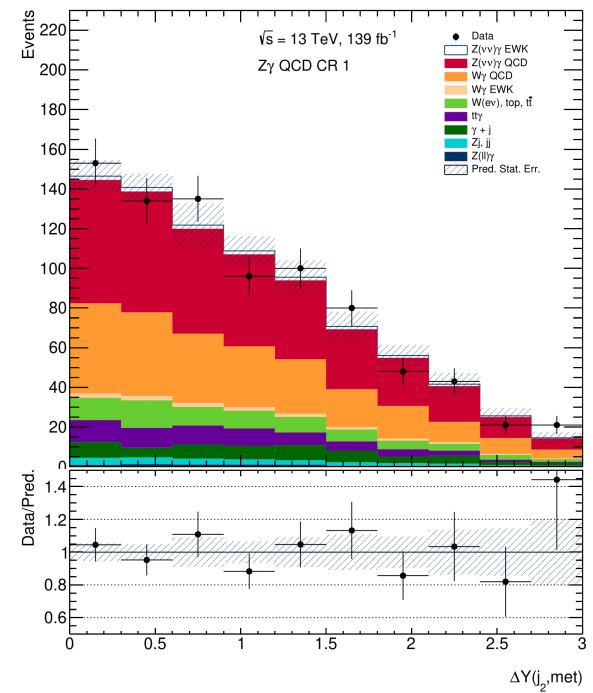
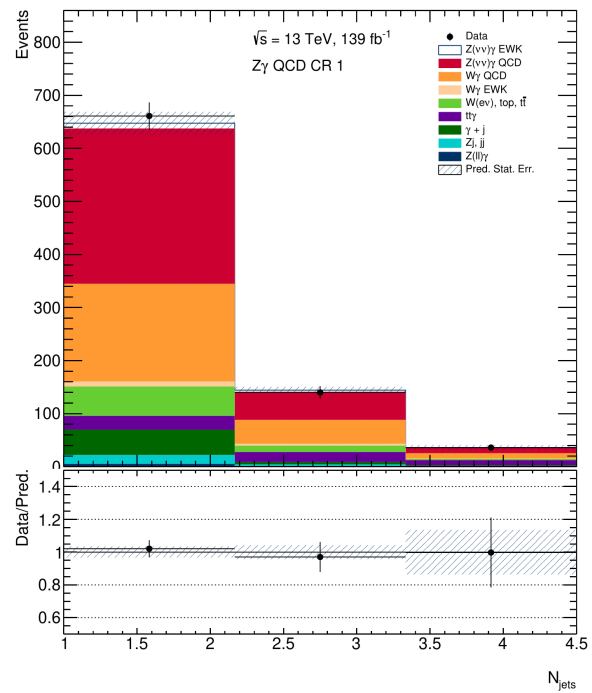
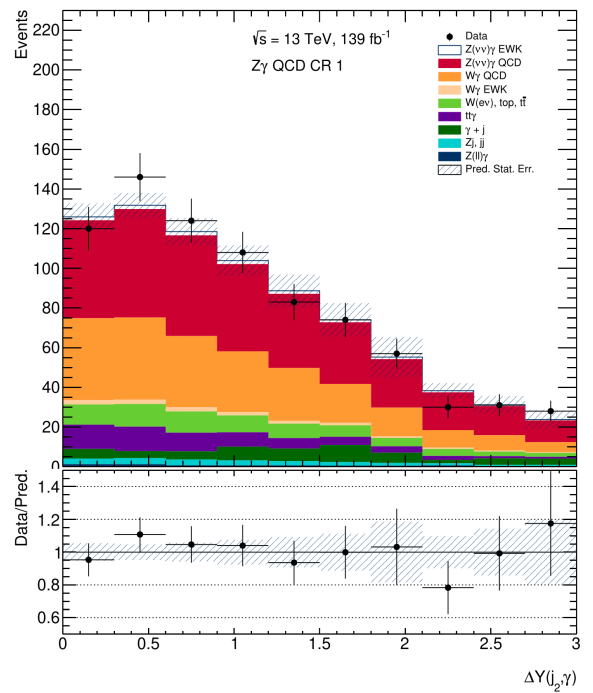
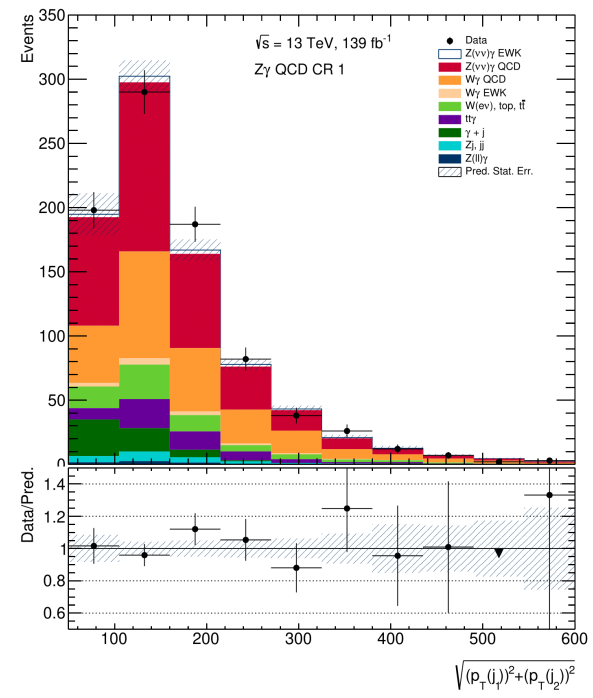
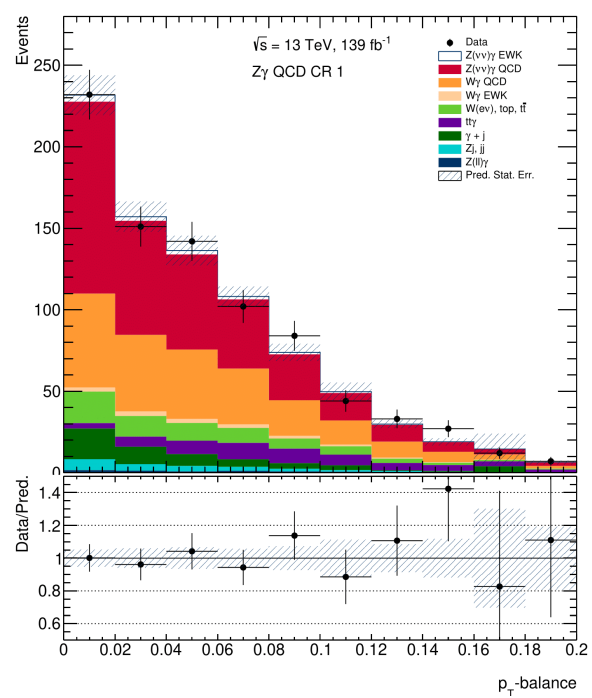
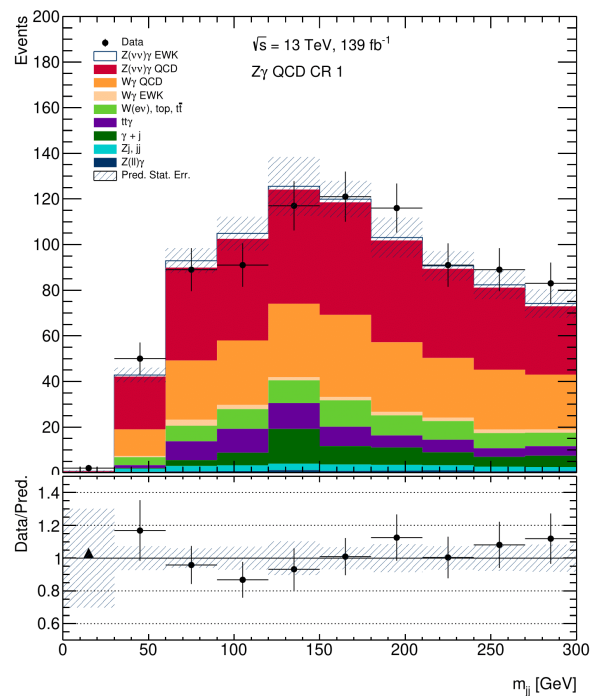
$$11) \Delta R(j_3, \vec{p}_T^{\text{miss}});$$

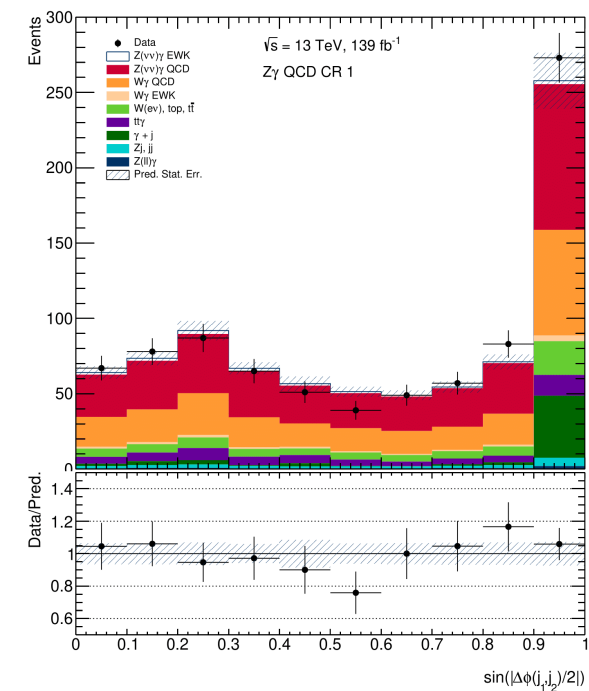
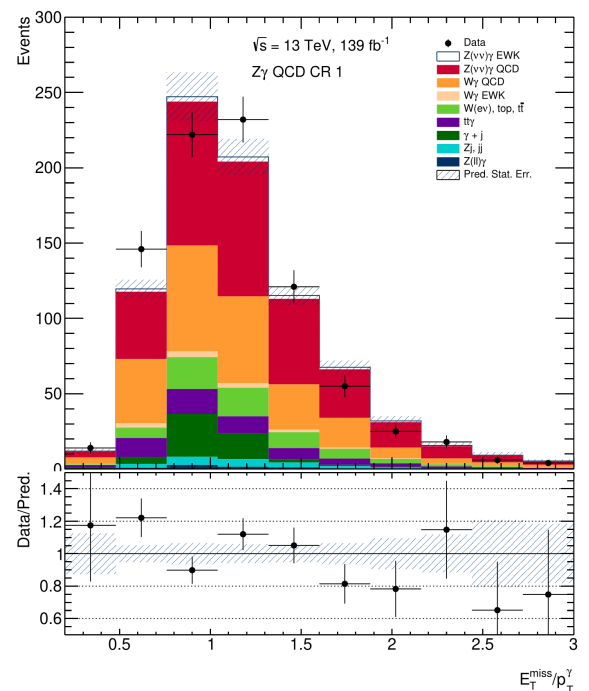
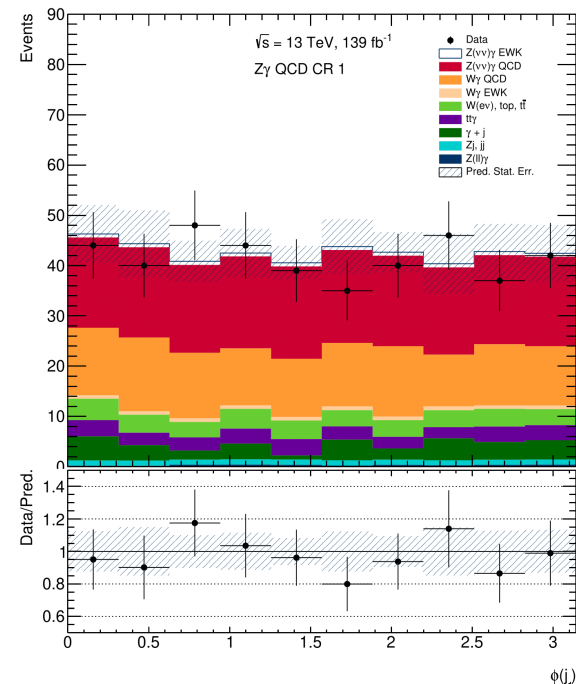
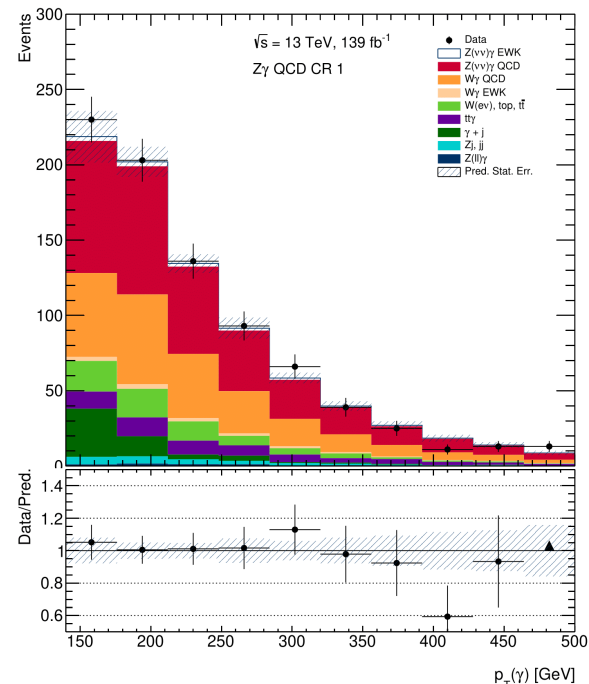
$$12) m_{\gamma j_3};$$

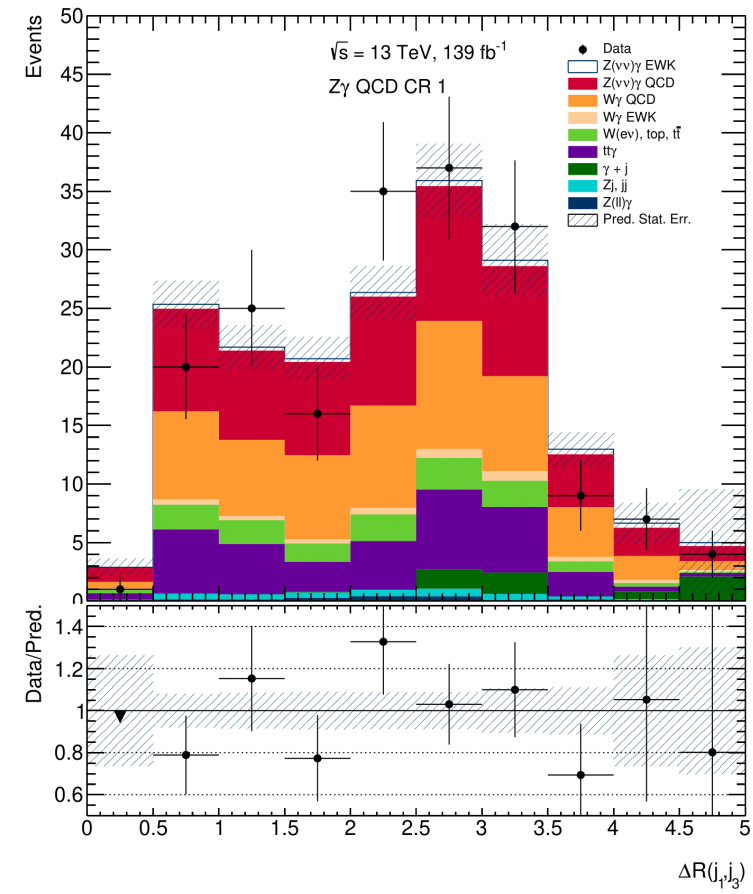
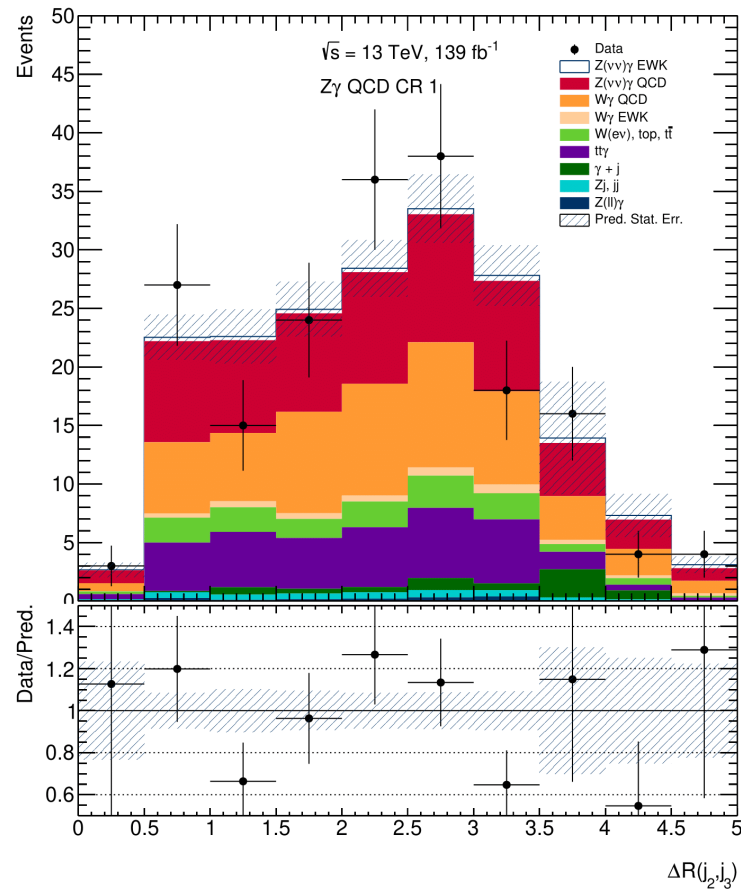
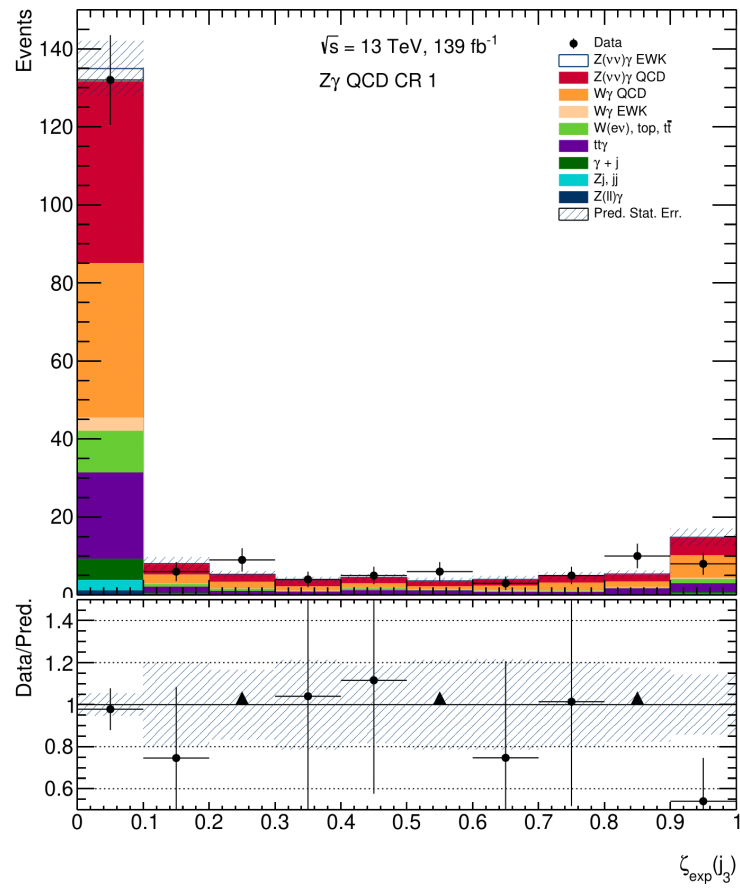
$$13) m_{j_3 \text{met}};$$

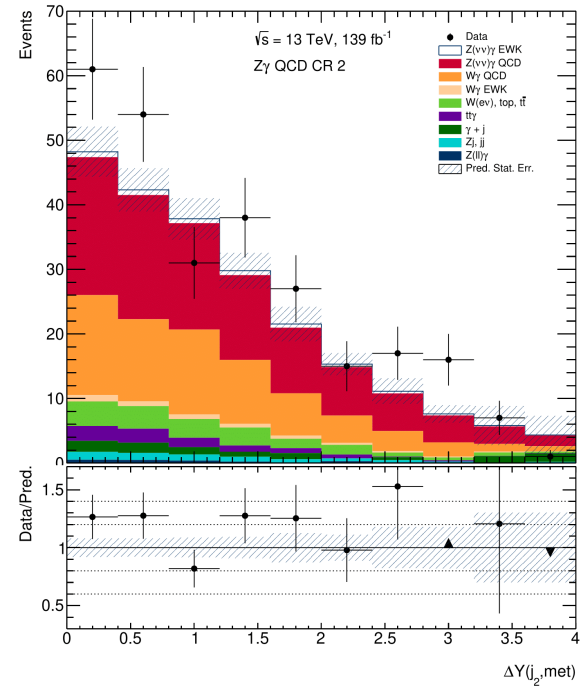
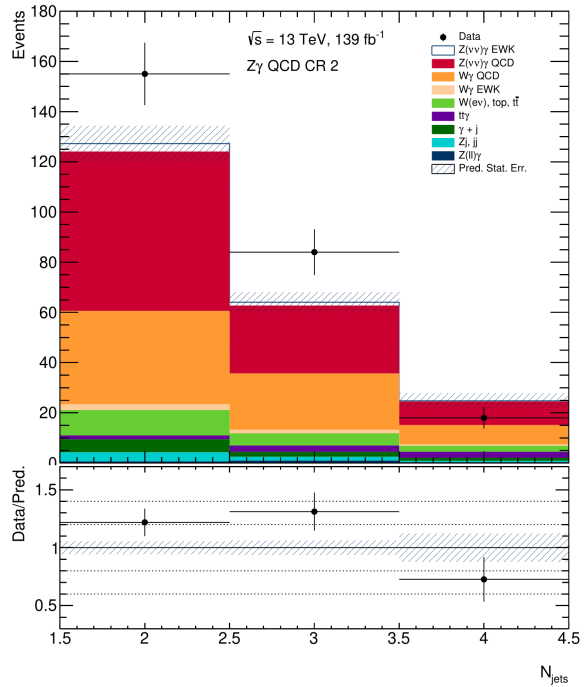
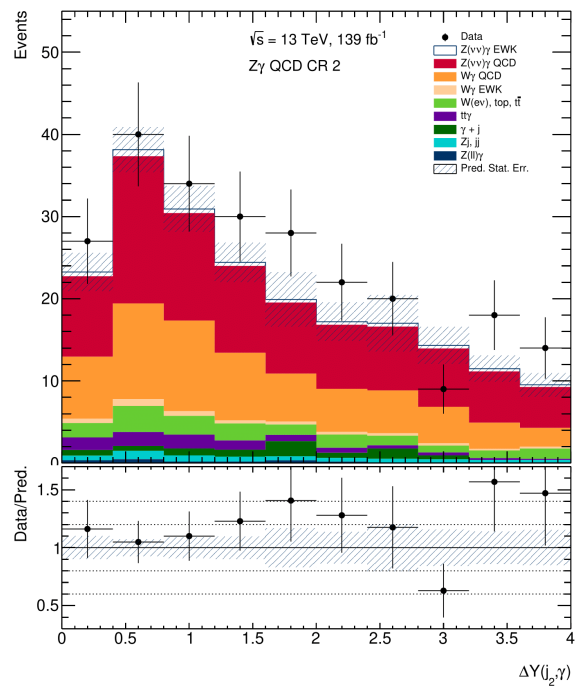
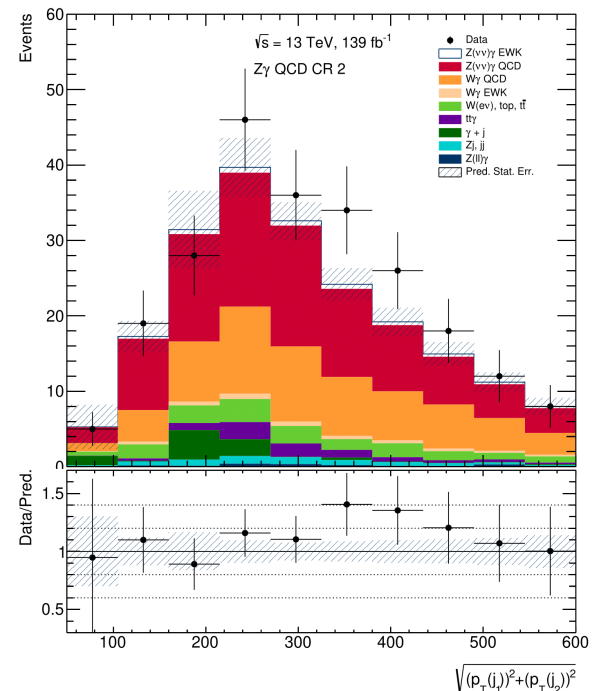
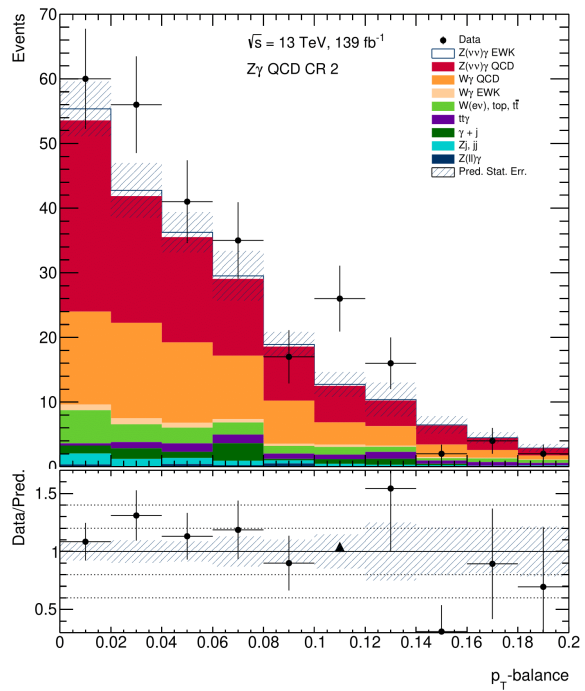
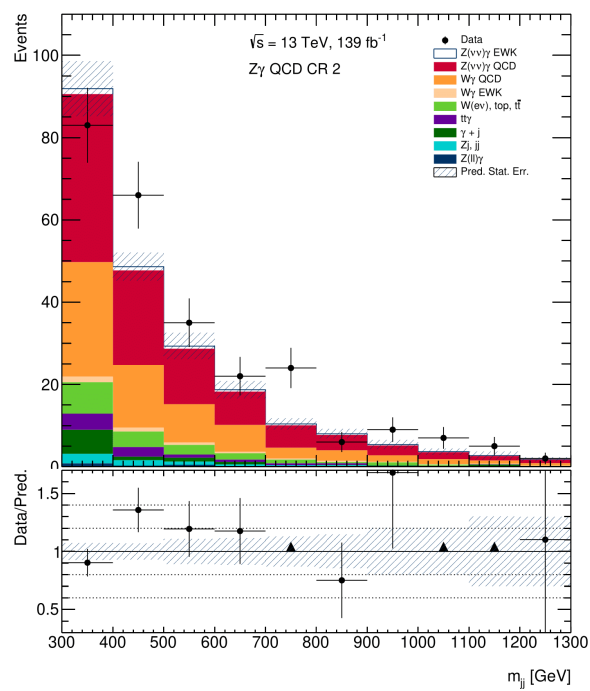
$$14) \zeta(j_3) = \left| \frac{\eta_{j_3} - \frac{\eta_{j_1} + \eta_{j_2}}{2}}{\eta_{j_1} - \eta_{j_2}} \right|;$$

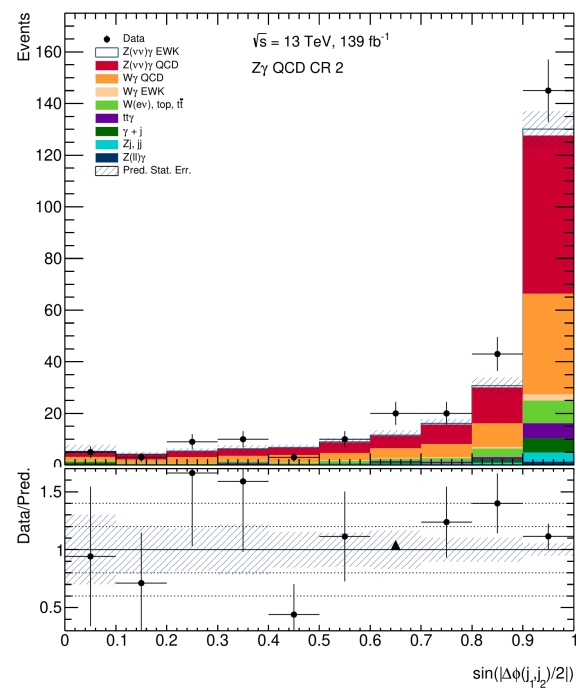
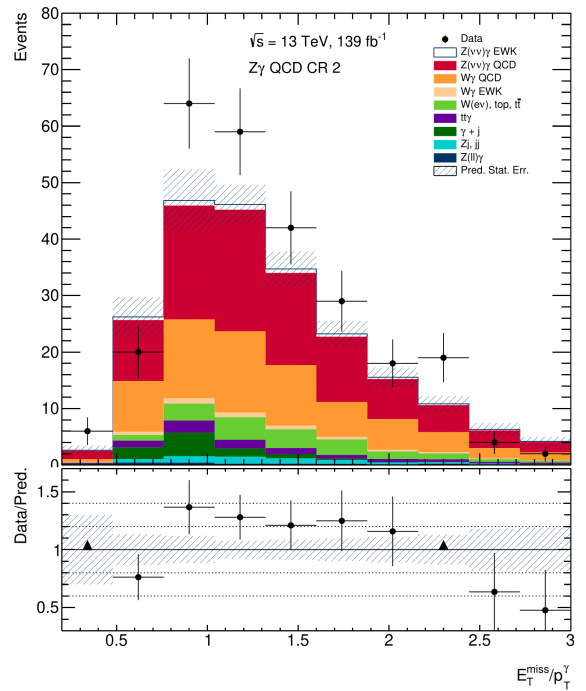
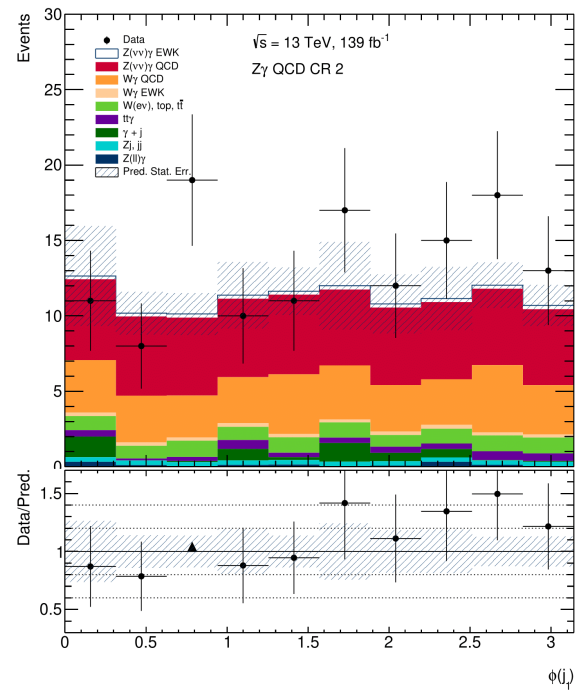
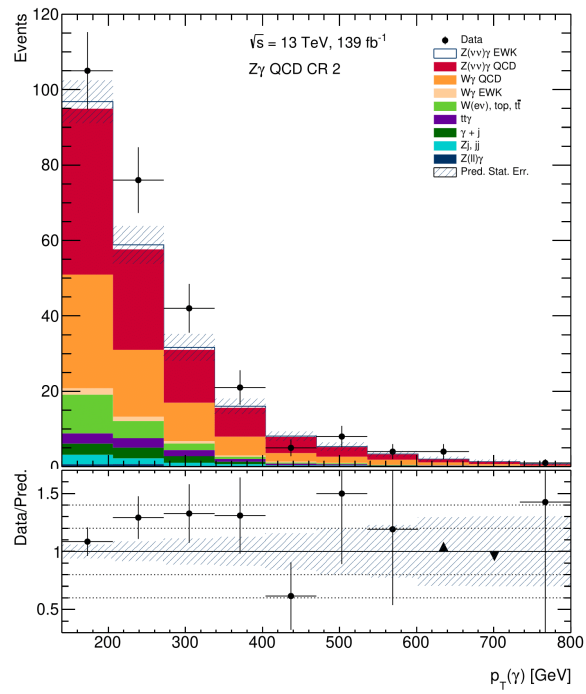
$$15) \zeta_{\text{exp}}(j_3) = \exp \left[-\frac{4 \left(\eta_{j_3} - \frac{\eta_{j_1} + \eta_{j_2}}{2} \right)^2}{(\eta_{j_1} - \eta_{j_2})^2} \right].$$

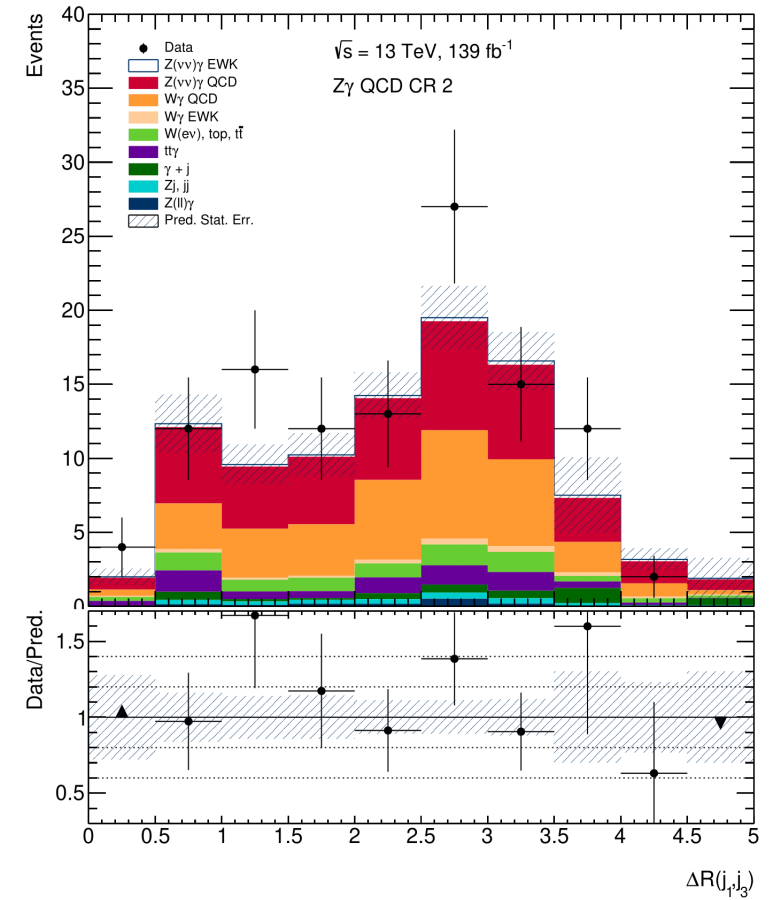
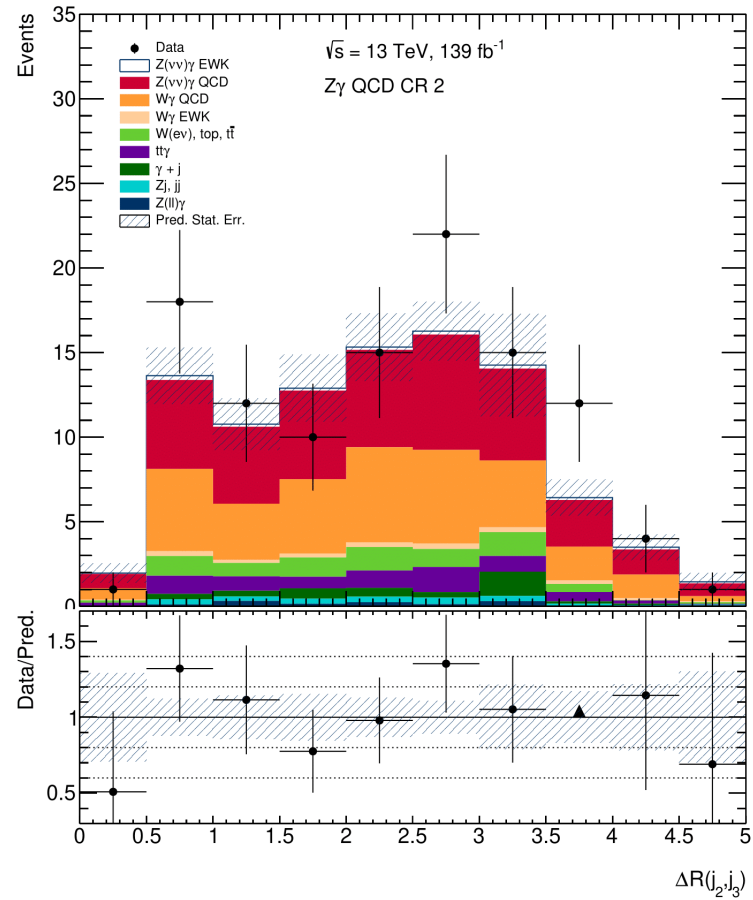
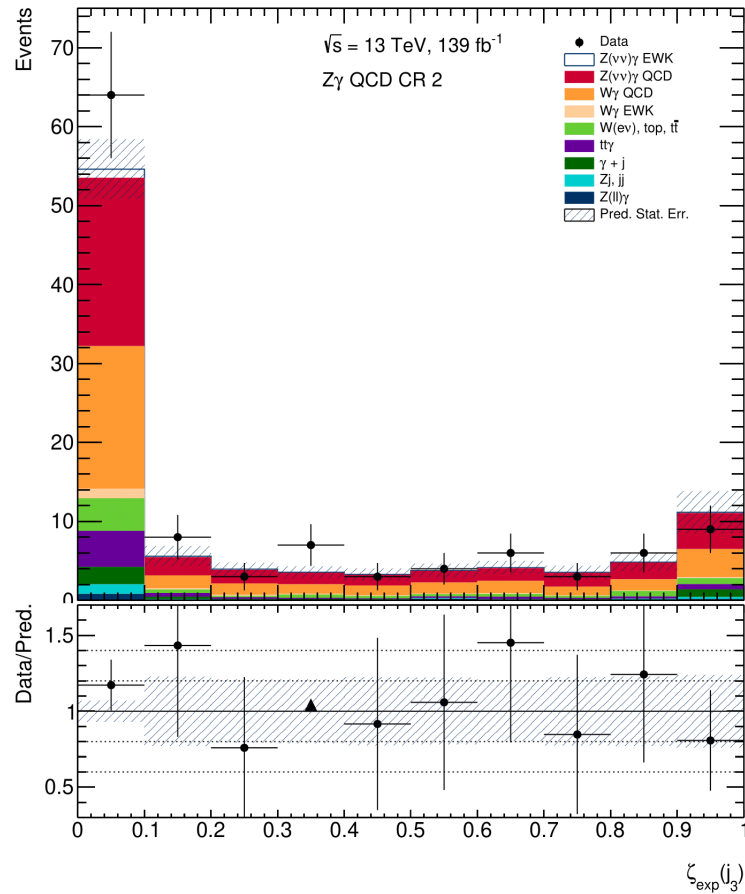




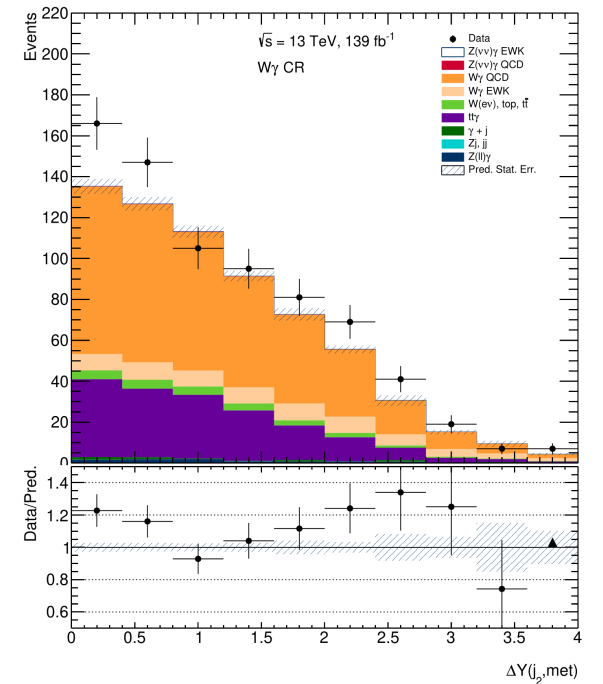
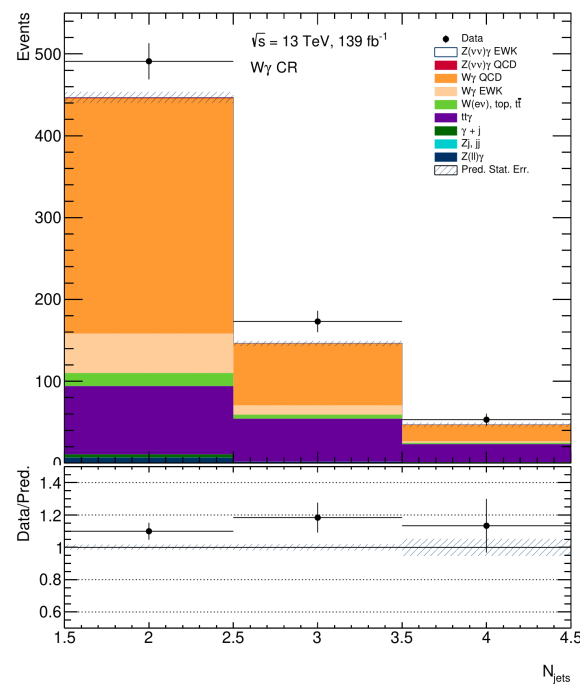
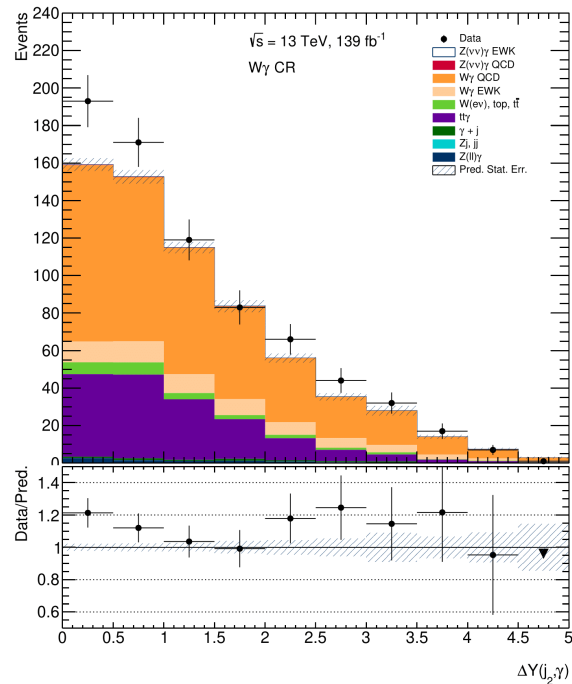
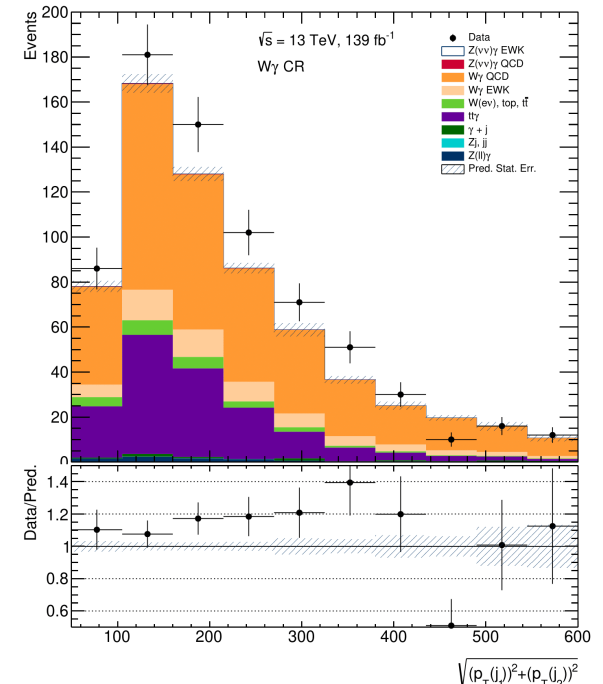
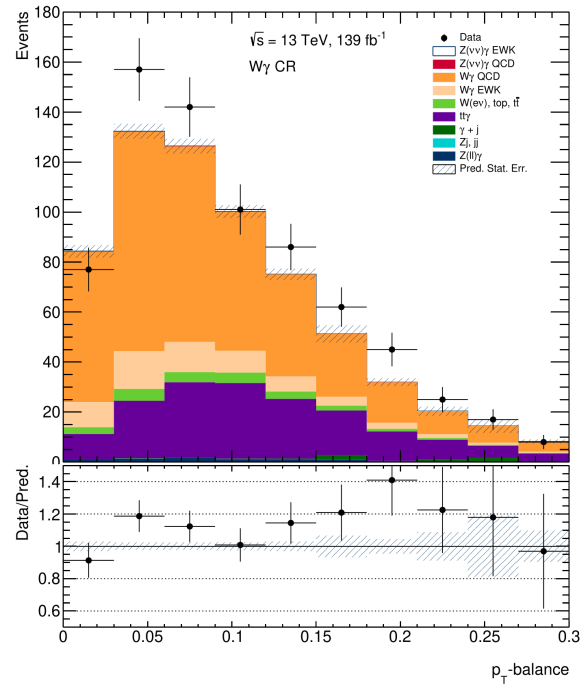
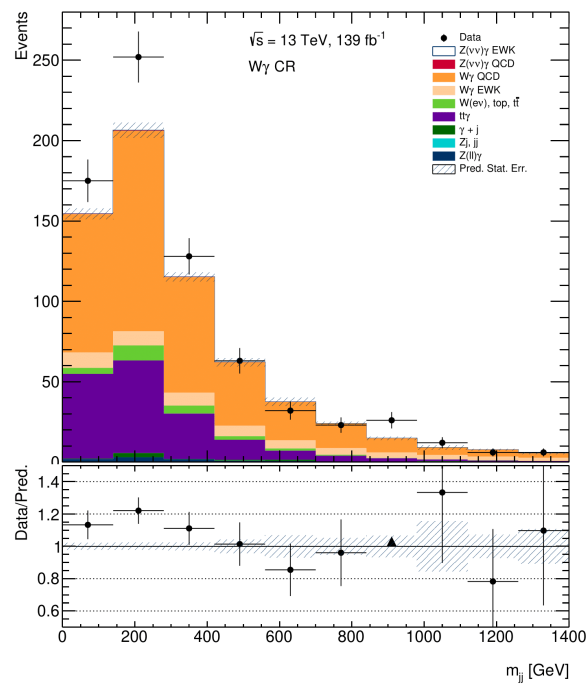




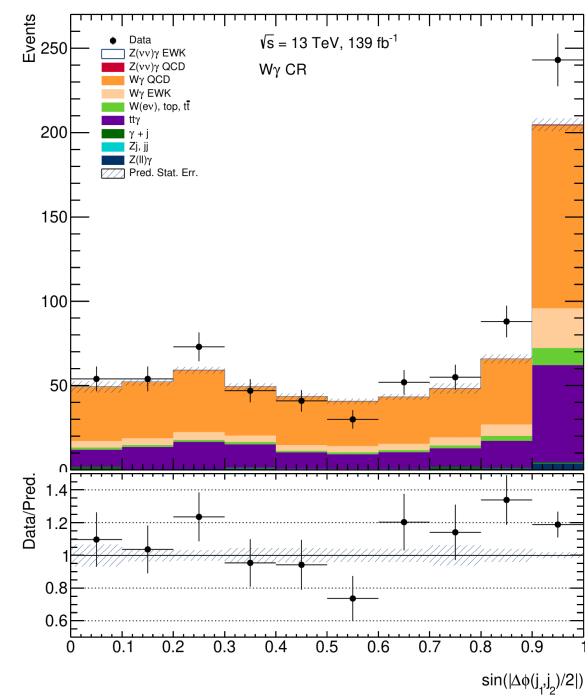
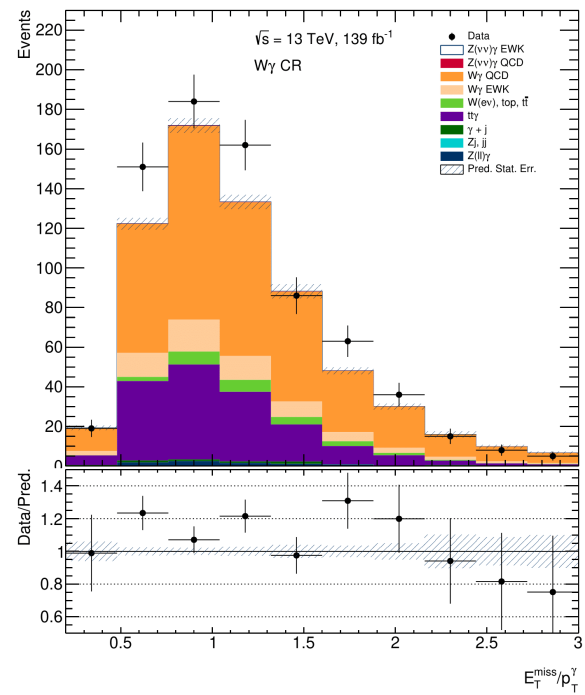
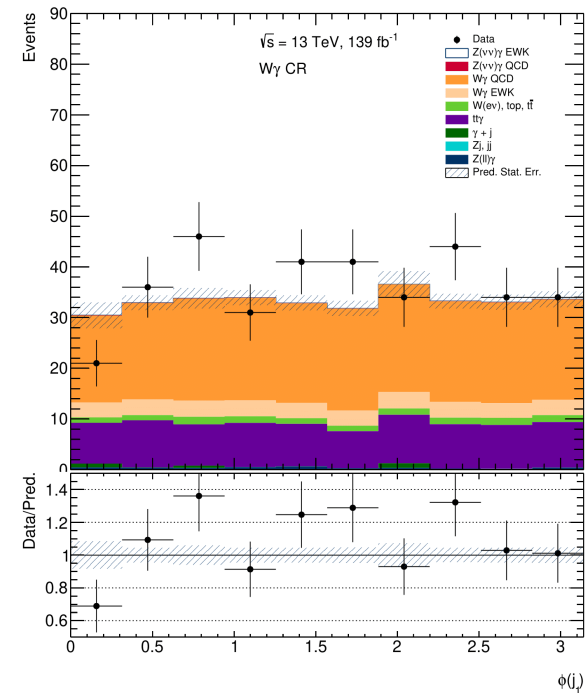
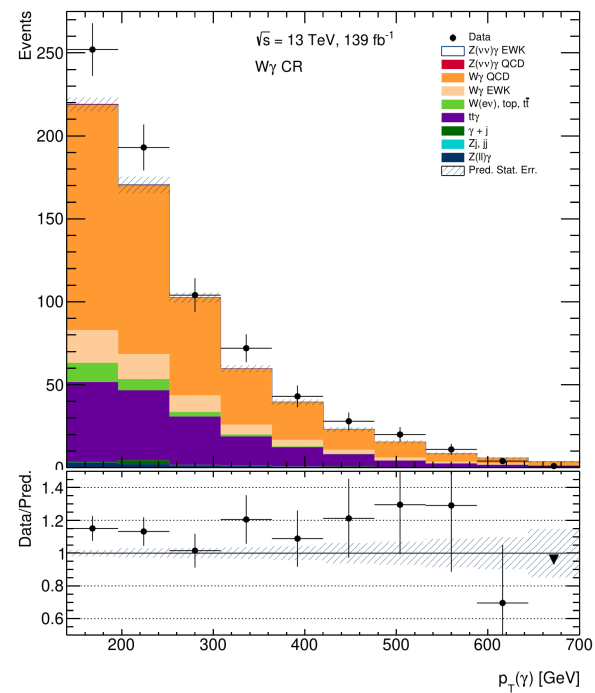




Wgamma



Wgamma



Wgamma

