Свойства неоднородных дополнительных подпространств и их связь с наблюдаемой физикой

Отчет о научно-исследовательской деятельности аспиранта и подготовке научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук за весенний семестр 1 курса

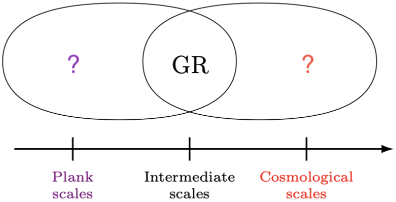
Полина Петрякова, А21-111
Научный руководитеть: д.ф.-м.н. Рубин С. Г.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

arXiv:[2204.04647].

Несмотря на успех, общая теория относительности (ОТО):

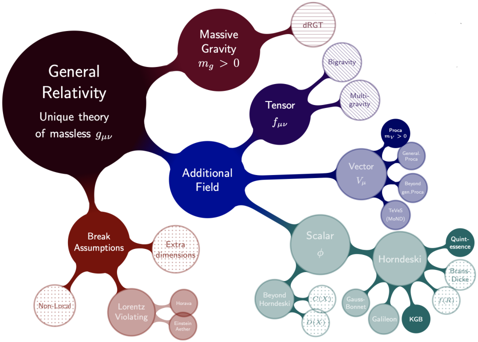
1. Описывает классические аспекты гравитационного взаимодействия, теряя предсказательную способность в области высоких энергий;
2. В рамках ОТО стадии ускоренного расширения Вселенной находят обьяснение лишь вне рамок СМ элементарных частиц, допуская существование экзотических форм материи;
3. Отсутствует механизм, обеспечивающий наблюдаемую малость космологической постоянной $\Lambda \sim 10^{-122} m_{\text{Pl}}^2$;



$\Rightarrow$ необходимо расширение действия Эйнштейна–Гильберта с сохранением предсказаний ОТО на промежуточных масштабах:

$$S_{\text{EH}} = \frac{m_{\text{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g} \left(R - 2\Lambda \right) \quad \rightarrow \quad S_{\text{Gravity}} = ???$$

Разработано огромное количество модифицированных теорий гравитации



Одним из перспективных расширений ОТО являются модели гравитации с высшими производными, в частности, модели $f(R)$ гравитации

$$S_{\mathrm{EH}} = \frac{m_{\mathrm{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{|g_4|} \left(R - 2\Lambda\right) \quad \rightarrow \quad S_{\mathrm{Mod}} = \frac{m_{\mathrm{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{|g_4|}\, f(R)$$

Инфляционные сценарии вызвали дополнительный повышенный интерес к теориям $f(R)$ гравитации, начиная с модели Старобинского[1]:

$$S = \frac{m_{\mathrm{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{|g_4|} \left(aR^2 + R + c\right).$$

Предсказания, изначально рассчитанные для модели в низшем порядке[2]

$$n_s \simeq 1 - \frac{2}{N_e} \simeq 0.9649 \pm 0.0042, \quad r \simeq \frac{12}{N_e^2} < 0.032,$$

хорошо согласуются с данными[3] Planck'18 для $50 < N_e < 60$. Множитель перед квадратичным слагаемым R^2 определяется из нормализации COBE[4]

$$a \simeq 1.12 \cdot 10^9 \left(\frac{N_e}{60}\right)^2 m_{\mathrm{Pl}}^{-2}.$$

Тем не менее, в ИК-пределе модель Старобинского предполагает **тонкую настройку космологической постоянной**, а также **не содержит обьяснения величины единственного параметра** перед членом R^2 в лагранжиане.

---

[1] Starobinsky, Phys. Lett. B (1980).

[2] Mukhanov, Chibisov, ZhETF Pisma (1981).

[3] Tristram et al., Phys. Rev. D (2022).

[4] Planck 2018 results. X. Constraints on inflation, Astron. & Astrophys. (2020).

Разработана инфляционная модель без малых параметров в рамках $f(R)$ гравитации с минимально связанным скалярным полем φ в D измерениях

$$S = \frac{m_{\mathrm{D}}^{\mathrm{D}-2}}{2} \int d^{\mathrm{D}} x \sqrt{|g_{\mathrm{D}}|} \left(aR^2 + R + c + \partial^{\mathrm{M}} \varphi \, \partial_{\mathrm{M}} \varphi - 2V(\varphi) \right)$$

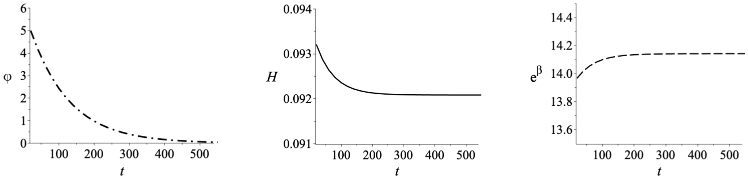
для выбранной метрики $M_1 \times M_3 \times M_n$ в виде

$$ds^2 = dt^2 - e^{2\alpha(t)} \delta_{ij} dx^i dx^j - e^{2\beta(t)} m_{\mathbf{D}}^{-2} \left((dx^4)^2 + r^2(x^4)(dx^5)^2 + \ldots + r^2(x^4) \prod_{\mathbf{k}=5}^{\mathbf{D}-2} \left(\sin^2 x^{\mathbf{k}} \right) (dx^{k+1})^2 \right).$$

Модель содержит два характерных этапа:

1. Первый начинается на энергетических масштабах $m_{\mathrm{D}} \sim 10^{14}$ ГэВ, завершаясь метрикой *де Ситтера* (dS) *основного пространства* с *максимально симметричными дополнительными измерениями*.
2. На втором этапе квантовые флуктуации создают широкий набор *неоднородных (деформированных) дополнительных метрик* в причинно-несвязанных областях, быстро генерируемых в пр-ве dS.

Мы находим на втором этапе конкретную метрику доп. неоднородного пространства, которая приводит к эффективной модели Старобинского.



Первая стадия завершается при $V\left(\varphi_{as}\right)=0$ с максимально симметричным подпространством и заканчивается с постоянными H_{as} и e^{β_c}:

$$H_{as}^2=\frac{-\left(n+2\right)\pm\sqrt{\left(n+2\right)^2-4an\left(n+4\right)c}}{6an\left(n+4\right)}\,;\quad m_D^2 e^{-2\beta_c}=\frac{3H_{as}^2}{\left(n-1\right)}.$$

Действие после интегрирования по доп. измерениям принимает вид:

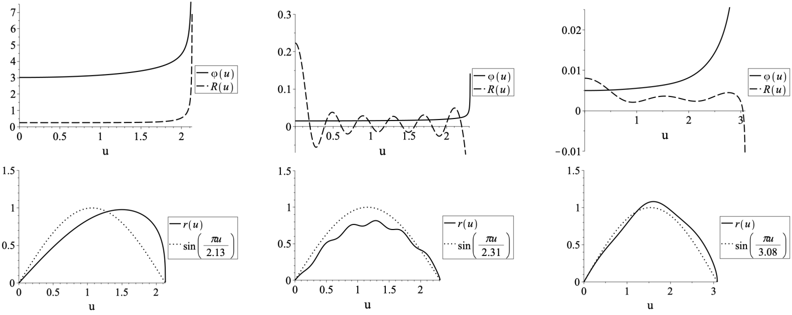
$$S_{eff}^{I}=\frac{m_{Pl}^2}{2}\int d^4x\sqrt{|g_4|}\left(a_{eff}R_4^2+R_4+c_{eff}\right),\ \text{где}$$

$$\frac{a_{eff}\,m_{Pl}^2}{2}=\frac{1}{2}\,\upsilon_n m_D^2 e^{n\beta_c}f_{RR}\left(R_n\right),\ \ \frac{m_{Pl}^2}{2}=\upsilon_n m_D^2 e^{n\beta_c}f_R\left(R_n\right),\ \ \frac{c_{eff}\,m_{Pl}^2}{2}=\upsilon_n m_D^2 e^{n\beta_c}f\left(R_n\right).$$

Для $a=20m_D^{-2}$, $c=-0.95m_D^2$, $n=6$ эффективные $a_{eff}\,m_{Pl}^2\simeq 2.65\cdot 10^9$, $m_{Pl}^2\simeq 9.26\cdot 10^8 m_D^2$, $c_{eff}\,m_{Pl}^2\simeq -4.63\cdot 10^7 m_D^4$, а следовательно,

$$m_D\sim 10^{14}\text{ГэВ},\ H\sim 10^{13}\text{ГэВ и } e^{\beta_c}\sim 10^{-27}\text{ см}.$$

Флуктуации скалярного поля деформируют дополнительную метрику в причинно-несвязанных областях, нарушая максимальную симметрию



$a = 20$, $c = -0.95$, $\mathrm{n} = 6$, $m = 0.05$, $\beta_{\mathbf{c}} = 2.65$, $H = 0.092$, $\varphi_{\mathbf{0}} = 3.02$, $R_{\mathbf{0}} \simeq 0.254$.

$a = -1.5$, $c = -0.005$, $\mathrm{n} = 3$, $m = 0.01$, $\beta_{\mathbf{c}} = 3.80$, $H = 0.018$, $\varphi_{\mathbf{0}} = 0.015$, $R_{\mathbf{0}} \simeq 0.223$.

$a = -45$, $c = -0.0021$, $\mathrm{n} = 4$, $m = 0.01$, $\beta_{\mathbf{c}} = 4.48$, $H = 0.011$, $\varphi_{\mathbf{0}} = 0.005$, $R_{\mathbf{0}} \simeq 0.008$.

Численное решение для функций $r(u)$, $\varphi(u)$, $R(u)$ при заданных параметрах и граничных условиях $r(0) = 0$, $r'(0) = 1$, $R'(0) = 0$, $\varphi(0) = \varphi_{\mathbf{0}}$, $\varphi'(0) = 0$ и $R(0) = R_{\mathbf{0}}$ корень уравнения связи.

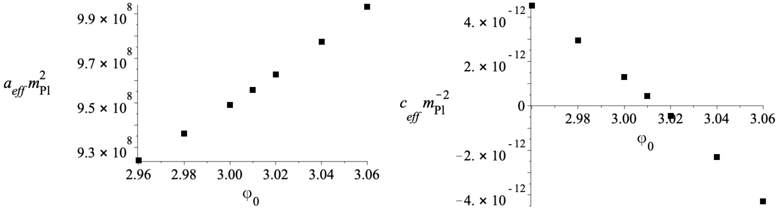
На втором этапе после интегрирования по доп. координатам действие

$$S_{eff}^{II} = \frac{m_{\text{Pl}}^2}{2} \int d^4x \sqrt{|g_4|}\Big(a_{eff} R_4^2 + R_4 + c_{eff}\Big),$$

где эффективные значения параметров определяются

$$a_{eff} = \upsilon_{\mathbf{n}-1} e^{\mathbf{n}\beta_{\mathbf{c}}} \frac{m_{\text{D}}^2}{m_{\text{Pl}}^2} \int\limits_0^{u_{max}} f_{RR}\big(R_{\mathbf{n}}(u)\big) r^{\mathbf{n}-1}(u) du, \quad \frac{m_{\text{Pl}}^2}{m_{\text{D}}^2} = 2\upsilon_{\mathbf{n}-1} e^{\mathbf{n}\beta_{\mathbf{c}}} \int\limits_0^{u_{max}} f_R\big(R_{\mathbf{n}}(u)\big) r^{\mathbf{n}-1}(u) du,$$

$$c_{eff} = 2\upsilon_{\mathbf{n}-1} e^{\mathbf{n}\beta_{\mathbf{c}}} \frac{m_{\text{D}}^2}{m_{\text{Pl}}^2} \int\limits_0^{u_{max}} \Big(f\big(R_{\mathbf{n}}(u)\big) - \big(\varphi'(u)\big)^2 m_{\text{D}}^2 e^{-2\beta_{\mathbf{c}}} - 2V\big(\varphi(u)\big)\Big)\, r^{\mathbf{n}-1}(u)\, du.$$



Вычисления показывают, что подходящие значения параметров нашей модели $a = 20 m_{\text{D}}^{-2}$, $c = -0.95 m_{\text{D}}^2$, $\text{n} = 6$, $m = 0.05 m_{\text{D}}$ обсепечивают $a_{eff}\, m_{\text{Pl}}^2 \sim 10^9$, $c_{eff}\, m_{\text{Pl}}^{-2} \simeq 0$ для $\varphi_0 \simeq 3.015$ и $H \sim 10^{13}$ ГэВ.

- Многие инфляционные модели объясняют данные наблюдений, используя малый параметр $H \sim 10^{-6} m_{\mathrm{Pl}}$, а также неявно предполагая один из параметров модели, ассоциированный с космологической постоянной, чрезвычайно тонко настроенным.
- Мы разработали модель без вовлечения малых/больших параметров $a = 20 m_{\mathrm{D}}^{-2}$, $c = -0.95 m_{\mathrm{D}}^{2}$, $\mathrm{n} = 6$, $m = 0.05 m_{\mathrm{D}}$.
- Эффективные параметры, подходящие для объяснения наблюдаемых данных: $a_{eff} m_{\mathrm{Pl}}^{2} \sim 10^{9}$, $c_{eff} m_{\mathrm{Pl}}^{-2} \simeq 0$, определяются найденной неоднородной метрикой дополнительных измерений.
- В дальнейшем планируется исследование устойчивости полученных конфигураций, а также установление наблюдаемых проявлений в низкоэнергетической эффективной 4-мерной теории.

Спасибо за внимание!

Свойства неоднородных дополнительных подпространств и их связь с наблюдаемой физикой

Отчет о научно-исследовательской деятельности аспиранта и подготовке научно-квалификационной работы (диссертации) на соискание ученой степени кандидата наук за весенний семестр 1 курса

Полина Петрякова, А21-111
Научный руководитеть: д.ф.-м.н. Рубин С. Г.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

arXiv:[2204.04647].

Backup

$$-\frac{1}{2}f(R)\delta^{M}_{N}+\left(R^{M}_{N}+\nabla^{M}\nabla_{N}-\delta^{M}_{N}\Box_{D}\right)f_R=-T^{M}_{N},\quad \Box_{D}\,\varphi+V'_{\varphi}=0,$$

$$T^{M}_{N}=\frac{\partial L_{matter}}{\partial(\partial_{M}\varphi)}\partial_{N}\varphi-\frac{\delta^{M}_{N}}{2}L_{matter}=\partial^{M}\varphi\,\partial_{N}\varphi-\frac{\delta^{M}_{N}}{2}\,\partial^{K}\varphi\,\partial_{K}\varphi+\delta^{M}_{N}V(\varphi)\,.$$

$$ds^2=dt^2-e^{2Ht}\left((dx^1)^2+(dx^2)^2+(dx^3)^2\right)-e^{2\beta_c}m_D^{-2}\left(du^2+r^2(u)\,d\Omega^2_{n-1}\right)$$

$$r(u)=m_D e^{-\beta_c}\frac{\sqrt{(n-1)}}{\sqrt{3}H}\sin\left(\frac{\sqrt{3}H}{\sqrt{(n-1)}}e^{\beta_c}m_D^{-1}u\right)$$

$$c_{eff}=2\upsilon_{n-1}e^{n\beta_c}\frac{m_D^2}{m_{Pl}^2}\int\limits_0^{u_{max}}\left(f\left(R_n(u)\right)-\left(\varphi'(u)\right)^2 m_D^2 e^{-2\beta_c}-2V\left(\varphi(u)\right)\right)r^{n-1}(u)\,du.$$

$$\int\limits_0^{u_{max}}\left[\left((R')^2 f_{RRR}+\left(R''+(n-1)\frac{r'}{r}R'\right)f_{RR}\right)e^{-2\beta_c}+3H^2 f_R-\frac{f(R)}{2}+\frac{(\varphi')^2}{2}e^{-2\beta_c}+V(\varphi)\right]r^{n-1}(u)du=0$$

$$c_{eff}=2\upsilon_{n-1}e^{n\beta_c}\frac{m_D^2}{m_{Pl}^2}\int\limits_0^{u_{max}}\left(6H^2 f_R(R_D)-f(R_D)+f(R_n)\right)r^{n-1}(u)\,du$$

$$a=50\,m_D^{-2},\ c=-0.25\,m_D^2,\ n=5,\ m=0.02\,m_D$$