#### МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ» (НИЯУ МИФИ)

#### ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

На правах рукописи

## ФОМЕНКО ГЛЕБ ЕВГЕНЬЕВИЧ

## ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ СЛИВШИХСЯ КЛАСТЕРОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ КАЛОРИМЕТРЕ НА ОСНОВЕ КРИСТАЛЛОВ ВОЛЬФРАМАТА СВИНЦА

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии» Диссертация на соискание степени бакалавра

Научный руководитель, к.ф.-м.н., рук. отд.

\_\_\_\_\_Д. С. Блау

Москва2022

### ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

## ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДА РАЗДЕЛЕНИЯ СЛИВШИХСЯ КЛАСТЕРОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ КАЛОРИМЕТРЕ НА ОСНОВЕ КРИСТАЛЛОВ ВОЛЬФРАМАТА СВИНЦА

 Г. Е. Фоменко
 Д. С. Блау
 Д. Ю. Пересунько
 А. А. Кириллов
 М. Д. Скорохватов
 М. Д. Скорохватов

# ОГЛАВЛЕНИЕ

Bı	веде	ние	4
1	Kaj	ториметры	<b>5</b>
	1.1	Электромагнитные калориметры	6
		1.1.1 Гомогенные калориметры	6
		1.1.2 Гетерогенные калориметры	7
2	Алі	соритмы по разделению кластеров	8
	2.1	Применение статистических моментов	8
	2.2	Эксперимент Е-704	13
	2.3	Применение функции фитирования	16
		2.3.1 Определение параметров для функции Гаусса	18
		2.3.2 Определение параметров для функции Фиттер	20
3	Tex	ническое описание эксперимента	21
	3.1	Устройство эксперимента ALICE	21
	3.2	Фотонный спектрометр PHOS	23
4	Ана	ализ смоделированных данных	25
	4.1	GEANT4	25
	4.2	Результаты работы алгоритма	28
		4.2.1 Разделение энергий	28
		4.2.2 Восстановление расстояний	31
За	клю	очение	39
Cı	писо	к литературы	40

# ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена созданию алгоритма по разделению перекрывающихся кластеров двух гамма-квантов в электромагнитном калориметре. Наложение кластеров в электромагнитных калориметрах — довольно частая проблема, вызванная попаданием двух частиц на близком друг к другу расстоянии. Алгоритм для разделения таких кластеров может найти применение во множестве экспериментов, связанных с ускорительной физикой, начиная с экспериментов на протонном синхротроне в ИФВЭ, заканчивая экспериментом ALICE в CERN.

Для детектирования фотонов используются электромагнитные калориметры, также может применяться метод фотонной конверсии. В данной работе рассматривается разделение двух кластеров, образованных от попадания двух фотонов на различных расстояниях в фотонный спектрометр PHOS. Такое событие вызывает частичное перекрывание электромагнитных ливней, образованных от гамма-квантов. Данные ливни образуют кластеры, т.е. набор ячеек, имеющих хотя бы одно общее ребро между собой и имеющие энергию выше порогового значения ≈ 10 МэВ. В работе рассмотрена возможность по разделению этих кластеров, с помощью алгоритма, в зависимости от степени перекрытия этих ливней, также рассмотрена зависимость результата работы алгоритма от энергетической асимметрии двух частиц.

При взаимодействии  $\gamma$ -квантов с веществом основной вклад оказывают следующие процессы: образование электронно-позитронной пары в поле ядра, комптон-эффект, ядерный фотоэффект, топмсоновское рассеяние. С ростом энергии фотона основной вклад в каскадные процессы вносит образование электронно-позитронной пары. Таким образом, при попадании  $\gamma$ -кванта в кристалл, в ходе каскадных процессов, образуется электромагнитный ливень.

# 1. КАЛОРИМЕТРЫ

Ионизационные калориметры — приборы, предназначенные для измерения энергии частиц. Частицы, попадая в калориметр, при взаимодействии с веществом образуют вторичные частицы, далее в ходе каскадных процессов образуется ливень, часть которого поглощается в объеме калориметра. Энергия этого ливня измеряется с помощью полупроводниковых и ионизационных детекторов, также можно использовать пропорциональные камеры, детекторы черенковского излучения и сцинтилляционные детекторы.

К преимуществам калориметров относятся:

• Калориметры, специальные, могут применяться для регистрации инфракрасных фотонов, фотонов с энергиями в несколько КэВ, и в пределах нескольких ТэВ в ATLAS и CMS.

• Чувствительны к нейтральным частицам.

• При сегментации калориметра можно получить данные о координатах попавших в калориметр частиц. Точность этих данных растет с энергией попавших частиц.

• Калориметры применимы для идентификации типа попавшей в него частицы.

Калориметры можно разделить по двум признакам. Конструкционным — калориметры делятся на гомогенные и гетерогенные. Типу детектируемых частиц — деление происходит на адронные калориметры и электромагнитные калориметры.



Рисунок 1.1 — Монте-Карло симуляция электромагнитного ливня в кристалле

## 1.1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КАЛОРИМЕТРЫ

#### 1.1.1. ГОМОГЕННЫЕ КАЛОРИМЕТРЫ

В данном виде калориметров поглощающий и детектирующий объем — это один и тот же объем. Преимущество данного вида калориметров — высокое энергетическое разрешение из-за того, что вся энергия частицы поглощается активной средой.

Гомогенные калориметры можно разделить на несколько видов: черенковские, полупроводниковые, сцинтилляционные, газовые.

• Полупроводниковый калориметр — в качестве материала используется кремний (Si) или германий (Ge). У данного вида калориметров высокое энергетическое разрешение, однако данный вид калориметров очень дорогой и трудный в производстве. Например, для германиевого полупроводникового калориметра нужен германий очень чистый, без примесей, данный процесс крайне дорог. Другой способ — это поместить германий с примесями в жидкий азот, при низких температурах характеристики примесного германия приближаются к чистому.

• Черенковский калориметр — имеет низкое энергетическое разрешение, самое плохое из всех представленных видов, это вызвано низким световыходом, в 10000 раз меньше чем у сцинтилляционных калориметров. Как пример черенковского калориметра можно назвать свинцовые стекла.

• Сцинтилляционный калориметр — в данном виде калориметра используется как органические, так и неорганические соединения (кристаллические). Органика имеет хорошие временные характеристики, однако у них низкий световыход. Из-за малой плотности в гомогенных сцинтилляторах органические соединения не используются. Кристаллические сцинтилляторы (BGO, CsI, PbWO<sub>4</sub>) имеют большой световыход и хорошую линейность.

• Газовый калориметр — в качестве вещества используются благородные газы (Ar, Kr, Xe) в жидком состоянии. Чаще используется жидкий аргон из-за его меньшей радиационной длинны, благодаря которой калориметры получаются более компактными.

6

### 1.1.2. ГЕТЕРОГЕННЫЕ КАЛОРИМЕТРЫ

В гетерогенных калориметрах поглощающий и детектирующий объемы это отдельные друг от друга слои. Такое устройство позволяет подбирать оптимальные вещества для роли поглотителя. Чаще всего для таких калориметров применяется устройство «шашлык», где пластины детектирующие и поглощающие чередуются друг с другом. В таких калориметрах детектируется только часть энергии ливня.

Данный вид калориметров можно различать в зависимости от вида детектируемого материала: сцинтилляционный, газовый, твердотельный, жидкостный. В сцинтилляционных мы рассматриваем появления светового сигнала, для остальных видов калориметров мы говорим об электрическом заряде в веществе. В качестве поглотителей используются железо, свинец, медь, уран.



Рисунок 1.2 — Схематичное устройство гетерогенного калориметра типа «шашлык»

Синие и карасные полосы на схеме калориметра — детектирующие и поглощающие пластины соответственно.

# 2. АЛГОРИТМЫ ПО РАЗДЕЛЕНИЮ КЛАСТЕРОВ

В физике частиц достаточно часто возникает проблема частичного перекрытия кластеров энерговыделения частиц. В этой главе будут разобраны существующие решения по разделению слившихся кластеров, которые были реализованы в различных экспериментах.

# 2.1. ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОМЕНТОВ

Для регистрации фотонов и адронов с высокими энергиями применяются электромагнитные калориметры ячеистого типа. В детекторе такого типа амплитудный анализ позволяет определить полное энерговыделение и координаты центров тяжести этого самого энергораспределения, такие координаты могут быть использованы, с некоторой точностью, как координата регистрируемой частицы. В работе [1] рассмотрен метод идентификации ливней с учетом зависимости статистических центральных моментов распределения энерговыделения от координат центра тяжести электромагнитного ливня в ячейке калориметра. Метод, созданный в данной работе, использует статистические моменты до третьего порядка для идентификации ливней.

Рассмотрим отдельно, что такое статистические моменты распределения. Любая случайная величина задается своей функцией распределения. Однако, для решения задач на практике достаточно знать лишь некоторое количество числовых параметров для того, чтобы представить основные особенности случайной величины в сжатой форме. Такой величиной и является статистический момент.

Начальным моментом k-го порядка случайной величины является математическое ожидание k-й степени случайной величины X.

$$m_k^x = E[X^k], k = 0, 1, 2, 3, \dots$$
 (2.1)

Где Е — математическое ожидание случайной величины.

Центральным моментом k-го порядка случайной величины X называется величина, определяемая формулой:

$$\mu_k^x = E[(X - m_k^X)^k], k = 0, 1, 2, 3, \dots$$
(2.2)

Начальным моментом 1-го порядка является матожидание, дисперсия — центральный момент второго порядка.

Аналогично вводятся двумерные моменты:

$$\mu_{kt}^{XY} = E[(X - m_k^X)^k (Y - m_l^Y)^l], k, l = 0, 1, 2, 3,$$
(2.3)

Также для решения задачи потребуется центральный радиальный момент:

$$\mu_{kt}^{XY} = E[(X - m_k^X)^2 + (Y - m_l^Y)^2], k, l = 0, 1, 2, 3,$$
(2.4)

Основными характеристиками ливня, по которым в дальнейшей работе будет производиться идентификация электромагнитных ливней, являются случайные переменные: энерговыделение ливня Е, координаты центра тяжести х, у, значение начальных моментов  $m_{1-3}^x m_{1-3}^y$ , центральные и радиальные моменты  $\mu_{2-3}^x, \mu_{2-3}^y, \mu_{12}, \mu_{21}, \mu_2^R$ . Данные характеристики зависят только от среды развития ливня и случайной природы ливня.

Описанные выше величины, кроме Е, зависят от центра тяжести ливня в ячейке калориметра. Данные зависимости могут быть восстановлены с помощью прямых измерений энерговыделения в калориметре от электромагнитных ливней, которые были образованы частицами известных энергий. Также можно использовать модель электромагнитного ливня. Учет подобных зависимостей важен для определения координат частиц, попавших в калориметр.

В данной работе рассматривается модель электромагнитного калориметра в виде матрицы 10 × 10 счетчиков полного поглощения с квадратной ячейкой с ребром в 29 мм. Модель электромагнитного ливня была взята из работы [1]. В рамках данной модели определяется двумерное совместное распределение как:

$$F(X,Y) = \int_{-\infty}^{X} \int_{-\infty}^{Y} f(x,y) dx dy$$
(2.5)

f(x,y) — плотность вероятности ливня 2.1.

В статьях [2], [3] описан вывод формулы, с некоторой точностью аппроксимирующей форму ливня, которая далее будет использоваться при расчетах, приведем итоговый результат:

$$f(x) = 2 \int_{|x|}^{\infty} \frac{\Phi(r)rdr}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$
(2.6)

где f(x) — представляет собой х-проекцию поперечного распределения плотности энергии в электромагнитном ливне.



Рисунок 2.1 — Плотность вероятности f(x,y) распределения энерговыделения ливня

Энерговыделение в каждой ячейке определяется из значений кумулятив-

ной функции 2.5

$$G(X,Y) = F(X + \frac{d}{2}, Y + \frac{d}{2}) - F(X + \frac{d}{2}, Y - \frac{d}{2}) - F(X - \frac{d}{2}, Y + \frac{d}{2}) + F(X - \frac{d}{2}, Y - \frac{d}{2})$$
(2.7)

Предположим, что в детекторе регистрируется два ливня с энерговыделениями  $E_1$ ,  $E_2$  с координатами тяжести  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  и плотностями вероятности  $f(x - x_1, y - y_1), f(x - x_2, y - y_2)$  с соответствующими статистическими моментами. Предположив, что энерговыделения от каждого из источников аддитивны, мы можем представить вклад в каждую из ячеек как сумму вкладов от первого и второго источников. Для такой модели статистический момент будет отличным, нежели для рассмотрения единого вклада в ячейку.

 $g(x, y) = E_1 f(x - x_1, y - y_1) + E_2 f(x - x_2, y - y_2)$ 

Учитывая факт аддитивности вкладов от частиц, статистические моменты примут следующий вид:

$$\widehat{m}^{(0)} = \frac{E_1}{E_1 + E_2} + \frac{E_2}{E_1 + E_2} = 1$$
(2.8)

$$\widehat{m}^{(1)} = \frac{E_1}{E_1 + E_2} m_1^{(1)} + \frac{E_2}{E_1 + E_2} m_2^{(1)}$$
(2.9)

$$\widehat{m}^{(2)} = \frac{E_1}{E_1 + E_2} m_1^{(2)} + \frac{E_2}{E_1 + E_2} m_2^{(2)}$$
(2.10)

$$\widehat{m}^{(3)} = \frac{E_1}{E_1 + E_2} m_1^{(3)} + \frac{E_2}{E_1 + E_2} m_2^{(3)}$$
(2.11)

Далее делается предположение, что центральные моменты одиночных ливней равны, тогда

$$M^0 = E_1 + E_2 = \hat{E}$$
 (2.12)

$$M^{1} = E_{1}m_{1}^{(1)} + E_{2}m_{2}^{(1)}$$
(2.13)

$$M^2 = E_1 m_1^{(2)} + E_2 m_2^{(2)} (2.14)$$

$$M^3 = E_1 m_1^{(3)} + E_2 m_2^{(3)} (2.15)$$

Данная система уравнений сводится к квадратному уравнению относительно  $m_1^{(1)}, m_1^{(2)}$  через промежуточную систему:

$$M^{(1)} \cdot (m_1^{(1)} + m_2^{(1)}) - M^{(0)} \cdot m_1^{(1)} \cdot m_2^{(1)} = M^{(2)}$$
(2.16)

$$M^{(1)} \cdot (m_1^{(1)} + m_2^{(1)})^2 - (M^{(1)} + M^{(0)} \cdot (m_1^{(1)} + m_2^{(1)}) \cdot m_1^{(1)} \cdot m_2^{(1)}) = M^{(3)} \quad (2.17)$$

из этой системы находится сумма и произведение корней:

$$m_1^{(1)} + m_2^{(1)} = \frac{M^{(0)}M^{(3)} - M^{(1)}M^{(2)}}{M^{(0)}M^{(2)} - (M^{(1)})^2}$$
(2.18)

$$m_1^{(1)} \cdot m_2^{(1)} = \frac{M^{(1)}M^{(3)} - (M^{(2)})^2}{M^{(0)}M^{(2)} - (M^{(1)})^2}$$
(2.19)

С помощью данных выражений мы можем сразу оценить начальные моменты, те  $\widehat{m_1}$  и  $\widehat{m_2}$  соответствующих ливней.

$$\widehat{E}_{1,2} = \frac{M^{(1)} - M^{(0)} \widehat{m}_{2,1}^{(1)}}{\widehat{m}_{1,2}^{(1)} - \widehat{m}_{2,1}^{(1)}}$$
(2.20)

## 2.2. ЭКСПЕРИМЕНТ Е-704

При проведении эксперимента E-704 [4] одной из проблем, с которыми столкнулись в ИВФЭ, были слившиеся ливни в кластере. Задача по разделению ливней заключалась в определении их энергий и координат.

Форма ливня, с которой сравнивались полученные результаты, бралась из распределения энергий, усредненных по большому количеству позитронов, около 200 тысяч. На искомые параметры также накладываются дополнительные ограничения:

$$E_1 + E_2 = E (2.21)$$

$$\sum E_1 x_1 = E \,\overline{x} \tag{2.22}$$

$$\sum E_1 y_1 = E \,\overline{y} \tag{2.23}$$

$$\sum E_1 x_1^2 = E \,\overline{x}^2 \tag{2.24}$$

$$\sum E_1 y_1^2 = E \,\overline{y}^2 \tag{2.25}$$

Где  $E_1, E_2, x_1, y_1$  — энергии и координаты соотвествующего ливня. В качестве критерия описания используется величина

$$\chi^2 = \frac{\sum (E_1 - E_1^T)^2}{\sum E_1} \tag{2.26}$$

для которой находится минимальное значение.

 $E_1^T$  — табличные значения [4], задающие форму ливня.

Далее определяется флуктуация энергии как:

$$\sigma^2 = \frac{\sigma^2(E)}{E^2} = \frac{b}{E} \tag{2.27}$$

тогда,

$$\chi^2 = \frac{\sum (E_1 - E_1^T)^2}{\sum E_1} = \frac{\sum \sigma^2(E_1)}{\sum E_1} = b.$$
(2.28)

Тогда  $\chi^2$  представляет собой ничто иное как b. Определив так  $\chi^2$ , получаем величину не зависящую от энергии, минимальное значение которой в среднем по событиям должна быть  $\chi^2_{par} \sim 0.03$ . При выполнении условий, которые были определены выше, данная величина является функцией одного параметра, например  $E_1$ , и должна иметь минимум в интервале 0 + E.

Поместив начало координат в точку с координатами  $\overline{x} \, \overline{y}$ , определенными по экспериментальному распределению, далее будем использовать относительные энергии  $a_1 = E_1/E$ ,  $a_2 = E_2/E$ .

Далее задаются разности моментов для ОХ  $A_{10}, A_{20}$ , для ОҮ  $A_{01}, A_{02}$ . В качестве нулевого приближения берется  $a_2 = 0, x1, y1 = 0$  (один ливень).

$$A_{10} = \sum (E_1 - E_1^T) x_1. \tag{2.29}$$

$$A_{20} = \sum (E_1 - E_1^T) x_1^2. \tag{2.30}$$

Аналогично для у задаются  $A_{01}, A_{02}$ . Если  $A_{20}$  и  $A_{02} \leq 0$ , то такое описание принято считать наилучшим. В противном случае, пренебрегая изменением собственных моментов ливней, получим начальные координаты  $x_1, x_2$ , задав положение  $a_1$  как произвольное, тогда:

$$\begin{cases} a_1 x_1 + a_2 x_2 = A_{10} \\ a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2 = A_{20} \end{cases}$$
(2.31)

$$a_1 x_1 = a_1 A_{10} \pm \sqrt{a_1 a_2 (A_{20} - A_{10}^2)}$$
$$a_2 x_2 = a_2 A_{20} \mp \sqrt{a_1 a_2 (A_{20} - A_{10}^2)}$$

Для определенности возьмем для x знаки (+) у первого уравнения, (-) у второго уравнения. Для у знаки выбирались в зависимости от знака момента  $A_{11} = \sum (E_1 - E_1^T) x_1 y_1$ . Далее снова находится разность моментов  $A_{10}, A_{20}$ . Если они близки к нулю, то алгоритм заканчивает работу, если нет, делается поправка в значении координат, запишем сразу выражение, пренебрегающее значениями второго порядка малости  $\Delta x^2$ , получим:

$$\begin{array}{l}
 a_1 x_1 + a_2 x_2 = A_{10} \\
 2a_1 x_1 \Delta x_1 + 2a_2 x_2 \Delta_x 2 = A_{20}
\end{array}$$
(2.32)

$$a_1 \Delta x_1 = \frac{A_{20}/2 - A_{10}x_2}{x_1 - x_2}$$
$$a_2 \Delta x_2 = \frac{A_{20}/2 - A_{10}x_2}{x_1 - x_2}$$

Делая шаг  $x_1 = x_1 + \Delta x_1$ ,  $x_2 = x_2 + \Delta x_2$ , аналогично для  $y_{1,2}$ , начинаем снова проверять разность моментов. Если разность моментов близка к нулю, находим величину  $\chi^2$ , характеризующую описание реального распределения.

Далее выбираем новую точку по энергии, тем самым деля оставшийся до границы интервал на 2. Также меняем координаты, пытаясь не вносить искажения в начальные значения моментов. Дальнейшие вычисления происходят аналогично тем, что были описаны выше, включая проверку на разность моментов и расчет значения  $\chi^2$ . При уточнении  $\chi^2$ , если его величина уменьшается, двигаемся дальше, деля оставшийся интервал на 2. В противоположном случае ищем минимум с другой стороны.

Если же минимум находится во внутренней точке, через три точки проводится парабола и определяем координаты точки минимума параболы. Процедура заканчивается, когда:

1)  $\chi^2 \le \chi^2_{par}$ , в данном случае  $\chi^2_{par} \sim 0.03$ .

2)шаг изменения энерги<br/>и $\Delta E \leq 0.01.$ 

# 2.3. ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ ФИТИРОВАНИЯ

Главное отличие данного метода от описанных выше — это аппроксимация функцией энерговыделения в сцинтиляторе. Подобный алгоритм был описан в эксперименте WA80 для спектрометра LEDA [5]. При решении задачи по разделению слившихся кластеров основной задачей является определение энергии каждой из частиц, определение расстояния между ними. Данный метод основан на применении выбранной функции при аппроксимации. Цель алгоритма применение функции с наименьшим числом свободных параметров, для этого выбираются все параметры которые не зависят явно от искомых параметров, их значения фиксируются. Такими параметрами являются  $\sigma$  у функции Гаусса и параметры раг[3], раг[4] у функции Фиттер. При подборе данных параметров их значения были следующими:  $\sigma = 0.4128, par[3] = 0.13, par[4] = 0.3.$ 

В данной работе рассматривается применение двух функций для аппроксимации кластера ливня.

1) Функция Гаусса

2) Функция, описывающая форму распространения ливня в кристалле PbWO<sub>4</sub>, далее Фиттер 2.3.2.

$$f(E,r) = \begin{cases} par[0] \cdot exp(-r^{4}/par[3]) \\ par[0] \cdot max(exp(-r^{4}/par[3]), par[5] \cdot exp(-r^{0.6}/par[4])) \end{cases}$$
(2.33)

 $r = \sqrt{(x - par[1])^2 + (y - par[2])^2}$ 



Рисунок 2.2 — Функция Фиттер распределения ливня в сборке калориметра

Работу алгоритма можно разбить на несколько этапов:

• Определение координат центров ячеек, котороые являются локальными максимумами. Данные координаты задаются в функции как параметр при фитировании.

• Фитирование распределений с помощью полученных координат и заданными параметрами. То как задавались параметры описано в 2.3.1, 2.3.2.

• Перевзвешивание вкладов в энерговыделение в каждом из элементов сборки, от каждой частицы с помощью полученных при фитировании величин.

При создании алгоритма мы делаем предположение об аддитивности энерговыделения в каждом из кристаллов. На основе данного предположения и полученных величин при фитировании в каждом из кристаллов вклад от каждой частицы перевзвешивается.

$$E_n^{ij} = E_{cell}^{ij} \frac{E_n}{\sum\limits_{i=1}^n E_k},$$
(2.34)

 $E_n^{ij}$  — энерговыделение от n-ой частицы в элементе сборки с номером i,j.

 $E_{cell}^{ij}$  — суммарное энерговыделение в элементе сборки с номером i,j.

 $E_n$  — энерговыделение от n-ой частицы, полученное при аппроксимации распределения функцией.

 $\sum_{i=1}^{n} E_k$  — суммарное энерговыделение в элементе от n частиц, полученное при аппроксимации распределения функцией.



Рисунок 2.3 — Блок-схема алгоритма

## 2.3.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ФУНКЦИИ ГАУССА

В рамках работы по созданию алгоритма по разделению сливающихся кластеров были определены начальные параметры для фитирования.

При применении функции гаусса, когда все параметры фитирования сво-

бодны, значения параметров  $\sigma_{x,y}$  принимают значения  $\sigma_x = 0.3935, \sigma_y = 0.394$ . Данные параметры близкие, для простоты мы будем рассматривать их одинаковыми в силу малого различия между ними, в силу радиальной симметрии ливня, образованного в кристалле.



Рисунок 2.4 — Аппроксимация электромагнитного ливня функцией Гаусса для энергии 6 ГэВ

При дальнейшей работе с данной функцией, применении ее для перевзвешивания вкладов частиц в суммарную энергию, выделившуюся в кристалле параметры были уточнены. Величины параметров были изменены для улучшения результатов восстановления расстояния между частицами, прнияв значение  $\sigma_{x,y} = 0.4128$ . На разделение энергетических вкладов частиц изменение параметров влияния не оказало.

#### 2.3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ФУНКЦИИ ФИТТЕР

Для данной функции применение ее для разделения энергетических вкладов частиц необходим данную функцию модернизировать, для аппроксимации двумерного распределения. Адоптация функции для применения в двумерном случае происходило из предположения радиальной симметрии распространения ливня в кристалле. Данная функция не применялась со свободными параметрами, отвечающими за ширину описываемого ливня (par[3], par[4]). Данные параметры были заданы изначально в [6], [5], где par[3] = 0.43, par[4] = 0.33. Данные параметры были заданы для случая, когда функция применялась для одномерного распределения. Поэтому при экстраполяции на случай двумерный нам параметры, полученные при свободном фитировании получились новые:par[3] = 0.30, par[4] = 0.26. Однако, при фитировании одиночных событий, функция не выполняла фитирование, поэтому параметры были подобраны, исходя из свободных значений. Они приняли значения: par[3] = 0.13, par[4] = 0.3. Данные величины были подобраны вручную, опираясь на соответствии интеграла функции реальной, суммарно выделенной, энергии и минимально возможного  $\chi^2$ . Стоит отметить, что  $\chi^2$  имеет достаточно большую величину, однако значительно меньшую нежели величина представленная в [6].



Рисунок 2.5 — Аппроксимация электромагнитного ливня функцией Фиттер для энергии 6 ГэВ

# 3. ТЕХНИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

# 3.1. УСТРОЙСТВО ЭКСПЕРИМЕНТА ALICE

Детектор ALICE (A Large Ion Collider Experiment), один из четырех детекторов общего назначения на Большом адронном коллайдере (LHC) [7]. Он оптимизирован для изучения столкновений тяжелых ионов. Его главное назначение — исследование сильно взаимодействующей материи и кварк-глюонной плазмы при экстремальных значениях плотности энергии и температуры в ядроядерных столкновениях, комплексное исследование адронов, электронов, мюонов и фотонов, рождающихся при столкновении тяжелых ядер (Pb-Pb), включая процессы с самой высокой множественностью, которые возможны на LHC. Программа также включает в себя исследования физики столкновений с более легкими ионами.

Общие размеры ALICE  $16 \times 16 \times 26 \text{ м}^3$ , вес около 10000 т. ALICE состоит из центральной цилиндрической части (баррель) и мюонного спектрометра. Баррель покрывает диапазон псевдобыстрот  $-1 < \eta < 1$  и находится в поле большого соленоидального магнита. В барреле находятся внутренняя трекинговая система (ITS), состоящая из кремниевого пиксельного (SPD), дрейфового (SDD), и стрипового (SSD) детекторов; время-проекционной камеры (TPC); трех областей идентификации частиц, состоящей из системы времени пролета (TOF), черенковского детектора(HMPID), детектора переходного излучения (TRD), а также двух электромагнитных калориметров (PHOS и EMCal).



Рисунок 3.1 — Схема детектора ALICE

Центральные детекторы:

• Трековая система — состоит из Внутренней трековой системы (Inner Tracking System), Время-проекционной камеры (Time-Projection Chamber) [8], также для трекинга может применяться детектор переходного излучения (Transition Radiation Detector) [9], он позволяет получить более высокое разрешение по поперечному импульсу при высоких значениях импульса.

• Детектор переходного излучения (TRD) [10]. Основная задача детектора переходного излучения ALICE — обеспечить идентификацию электронов в центральном барреле с импульсами > 1 ГэВ/с. Электроны с меньшими импульсами идентифицируются по удельным потерям во время-проекционной камере TPC. TRD также используется для получения быстрых триггерных сигналов для заряженных частиц с большими импульсами.

• Фотонный спектрометр (PHOS). О нем будет говориться в разделе 3.2.

• Детектор для идентификации частиц с большими импульсами (HMPID). HMPID покрывает диапазон псевдобыстрот  $|\eta| < 0.6$  и азимутальных углов  $\Delta \phi$ = 57.6°.

• Электромагнитный калориметр EMCal [11] — гетерогенный калориметр с цилиндрической геометрией. Он расположен на расстоянии ~4.5 м от пучка. EMCal покрывает диапазон по псевдобыстроте  $|\eta| < 0.7$  и азимутальному углу  $\Delta \phi = 107^{\circ}$  и находится приблизительно напротив PHOS. Основные задачи EMCal - служить триггером для высокоэнергетичных струй; измерение нейтральной компоненты энергии струи, улучшение точности определения энергий струй, измерение фотонов с большими импульсами,  $\pi^0$  и электронов,  $\gamma/\pi^0$  дискриминация вплоть до энергии в 30 ГэВ; е/h дискриминация для импульсов >10 ГэВ/с.

# 3.2. ФОТОННЫЙ СПЕКТРОМЕТР РНОЅ

Фотонный спектрометр PHOS [6] — электромагнитный калориметр с высоким пространственным и энергетическим разрешениями. Используется для регистрации, с высокой точностью, фотонов с поперечеными импульсами до ≈100 ГэВ/с.

Устройство единичного канала регистрации выглядит следующим образом: кристалл размерами  $22 \times 22 \times 180$  мм<sup>3</sup>, расположенные так, чтобы поток регистрируемых частиц попадал в торец  $22 \times 22$  мм<sup>3</sup>. Энерговыделение преобразуются в сцинтяллиционное излучение, которое в свою очередь регистрируется лавинным фотодетектором (APD). APD (avalanche photodiode) — высокочувствительный полупроводниковый прибор, преобразующий свет в электрический сигнал за счет фотоэффекта, обеспечивает внутреннее усиление за счет эффекта лавинного фотоэффекта. Обладают высокой чувствительностью , что позволяет регистрировать вспышки малых энергий.



Рисунок 3.2 — Кристалл PbWO<sub>4</sub> — основа детектирующего элемента



Рисунок 3.3 — Схема детектирующего элемента PHOS

Сам электромагнитный калориметр PHOS состоит из 4 модулей, позволяющих разместить 56 × 64 детектирующих элемента. Данные модули находятся на расстоянии в 4.6 м от точки взаимодействия. В настоящее время рассматривается будующий эксперимент ALICE3 [12], в котором детектор располагается еще ближе к центру взаимодействия, что делает задачу по созданию эффективного алгоритма для разделения перекрывающихся кластеров еще более актуальной.



Рисунок 3.4 — Фотография части супермодуля PHOS



Рисунок 3.5 — Схема устройства супермодулей и их расположение в детекторе.

# 4. АНАЛИЗ СМОДЕЛИРОВАННЫХ ДАННЫХ

В данной главе будут описаны результаты, полученные в рамках работы алгоритма. Также будет затронута тема того, как были получены данные для обработки, моделирование физического эксперимента.

## 4.1. GEANT4

GEANT4 — это программный пакет для моделирования процессов при прохождении частиц через материю с помощью Монте-Карло моделирования [13]. Данный пакет включает в себя описание геометрии детектора, анализ физических моделей, отслеживание всех процессов, происходящих внутри вещества. Физические процессы, реализованные в программном пакете, охватывают различные процессы, такие как: электромагнитные, адронные процессы, оптические процессы, взаимодействия материи с различными частицами, физические свойства материалов.

GEANT4 был разработан международной группой разработчиков на языке C++. Данный пакет нашел применение в физике частиц, ядерной физике, проектировании ускорителей, космической технике, медицинской физике, для нее были даже созданы отдельные библиотеки, описывающее физические свойства тела человека.

В рамках данной работы создана модель сборки калориметра PHOS размером 11 × 11 элементов на основе кристаллов  $PbWO_4$ , который имеет линейные размеры  $22 \times 22 \times 180$  мм<sup>3</sup>, с зазором между элементами из листовой стали толщиной 0.1 мм.

Для проверки соответствия данной модели реальной физике была получена характерная величина, описывающая энерговыделение в сцинтилляторе радиус Мольера.



Рисунок 4.1 — Зависимость величины восстановленного радиуса Мольера от энергии фотона

Данные, полученные в результате моеделирования согласовываются с реальными результатами, что говорит о соответствии данной модели физическому эксперименту, что в свою очередь позволяет использовать данную модель для дальнейшей работы.



Рисунок 4.2 — Моделирование события для двух фотонов с энергией 6 Г<br/>эВ на расстоянии 3 см

В симуляции разыгрывались события, в каждом из которых создавалась пара частиц. Одна прилетала всегда в центр сборки, другая запускалась на заданном расстоянии от центральной частицы. Были рассмотрены пары частиц с одинаковыми энергиями в 0.1, 0.5, 1, 2, 3, 6, 10 ГэВ на расстоянии в 3 см. Также были рассмотрены случаи для частиц с энергией в 6 ГэВ для расстояний 3, 4, 5, 6 см, случаи для частиц с асимметрией энергий на расстоянии в 3 см от центральной частицы для сочетаний энергий в 2+1, 6+3, 10+5 ГэВ.



Рисунок 4.3 — Модель сборки калориметра



Рисунок 4.4 — Программная реализация модели детектора

## 4.2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ АЛГОРИТМА

#### 4.2.1. РАЗДЕЛЕНИЕ ЭНЕРГИЙ

В ходе проведенной работы с помощью симуляции физического эксперимента были получены и обработаны данные энерговыделения двух частиц с равными энергиями на разных расстояниях. Были получены результаты работы алгоритма разделения слившихся кластеров с использованием функции Фиттер и функции Гаусса. Под разделением энергии подразумевается восстановление величины, выделенной в ячейке энергии посредством перевзвешивания энергетических вкладов.



Рисунок 4.5 — Спектр величин разделенных энергий для 6 Гэ<br/>В 3 см для функции Фиттер



Рисунок 4.6 — Результат разделения энергий двух гамма квантов с энергией 6 ГэВ на различных расстояниях с использованием функции Фиттер



Рисунок 4.7 — Спектр величин разделенных энергий для 6 ГэВ 3 см для функции Гаусс



Рисунок 4.8 — Результат разделения энергий двух гамма квантов с энергией 6 ГэВ на различных расстояниях с использованием функции Гаусса

Исходя из полученных данных, можно сделать вывод о том, что применение обеих функций в алгоритме позволяет справится с задачей по разделению энергий. При этом стоит отметить, что применение функции фиттер сопровождается достаточно большой погрешностью (порядка 8%). При отдалении частиц друг от друга погрешность снижается, при этом все еще оставаясь большой. Используя функцию Гаусса, мы получаем данные с низкой погрешностью на всех расстояниях (порядка 2%).

Далее рассмотрим возможности работы алгоритма при разделении двух у-квантов на близком друг к другу расстоянии 3 см. Будут рассматриваться энергии, начиная со 100 МэВ, заканчивая частицами с энергиями 10 ГэВ. В рамках данной работы будет рассматриваться возможность применения функции Гаусса и функции Фиттер.



Рисунок 4.9 — Результат разделения энергий двух гамма квантов с энергией 6 ГэВ на различных расстояниях с использованием функции Фиттер



Рисунок 4.10 — Результат разделения энергий двух гамма квантов с энергией 6 ГэВ на различных расстояниях с использованием функции Гаусса

Исходя из полученных данных, можно сделать вывод, что и функция Гаусса, и Фиттер разделяют кластеры, как на больших расстояниях, так и близкие частицы при различных энергиях. Обе функции справляются с разделением частиц с высокими энергиями лучше, чем на низких энергиях, при неизменном расстоянии между ними. Данный эффект можно объяснить тем, что у кластера, образованного ливнем от частицы с малой энергией (менее 1 ГэВ), выскокое значение дисперсии, максимум распределения менее четко выражен, поэтому вероятность разделить эти кластеры ниже. Также стоит отметить, что как и в предыдущих результатах погрешность для функции Фиттер значительно выше, чем для функции Гаусса.

#### 4.2.2. ВОССТАНОВЛЕНИЕ РАССТОЯНИЙ

В данном разделе будут рассмотрены возможности алгоритма по восстановлению значений расстояний, на котором друг от друга находились фотоны на момент попадания в материал детектора. Были получены результаты работы алгоритма для различных расстояний и энергий с применением функции Фиттер и функции Гаусса.



Рисунок 4.11 — Распределение величины восстановленного расстояния между частицами для энергии 6 ГэВ, полученное с помощью функции Фиттер



Рисунок 4.12 — Результат восстановления расстояния между частицами для различных энергий с помощью функции Фиттер

Также была рассмотрена возможность применения функции Гаусса для восстановления расстояний для фотонов с энергией в 6 ГэВ.



Рисунок 4.13 — Распределение величины восстановленного расстояния между частицами для энергии 6 ГэВ, полученное с помощью функции Фиттер

Radius reconstruction vs Energy of gamma by gauss



Рисунок 4.14 — Распределение величины восстановленного расстояния между частицами для энергии 6 ГэВ, полученное с помощью функции Гаусса

Из полученных данных можно сделать вывод, что функция Гаусса не восстанавливает величину расстояний между частицами для данного расстояния. Мною было принято решение провести анализ для событий с другими расстояниями.



### Radius reconstruction vs Radius Generated

Рисунок 4.15 — Зависимость восстановленной величины расстояния от заданной для функции Гаусса

Из полученных данных был сделан вывод, что функция Гаусса не может восстановить расстояние между частицами, при этом величина отклонения расстояния с некоторой погрешностью может считаться постоянной. Было принято решение рассмотреть результаты работы алгоритма при использовании различных параметров фита при разделении кластеров.

Для анализа были выбраны три параметра:

• L — при аппроскимации применяется логарифм функции наибольшего правдоподобия.

• I — вместо значения в центр бина при аппроксимации используется

интеграл функции распределения в бине.

• None — отсутствие какого-либо дополнительного параметра при фитировании.

Функция фита	Гаусс					Фиттер					
Расстояние между частицами		Зсм бсм			Зсм			бсм			
Параметр	L	Ι	None	L	Ι	None	L	Ι	None	L	None
Среднее значение $R_{rec}$ [cm]	3.385	2.687	3.007	6.252	5.937	6.006	3.054	3.039	3.051	6.010	6.058
Стандартное отклонение $R_{rec}$ [cm]	0.1882	0.1413	0.4530	0.1881	0.3209	0.3389	0.1706	0.4063	0.3880	0.2755	0.3549
Процент событий в пике	98.9%	99.8%	59.7%	99.7%	100%	99.4%	99.3%	100%	99.0%	99.1%	99.9%
Среднее значение $E_{rec}/E_{dep}$	0.991	1.009	0.972	1.004	1.005	1.005	0.998	1.019	0.989	1.007	0.998
Стандартное отклонение $E_{rec}/E_{dep}$	0.01618	0.03946	0.50910	0.01453	0.03463	0.01540	0.08115	0.04312	0.05604	0.01762	0.02021
Процент событий в пике	97.2%	99.8%	57.5%	99.26%	99.8%	99.6%	88.9%	99.3%	87.9%	97.9%	99.9%

Таблица 4.1 — Результат проверки работы алгоритма с различными параметрами фитирования при асимметрии энергии частиц

Из полученных данных 4.1 можно сделать вывод, что параметр I никак не влияет на результат, поэтому в дальнейшем он проверяться не будет, так как применение данного параметра увеличивает время работы алгоритма на порядок (Fitter для 1000 событий для частиц с энергией 6 ГэВ обрабатывался более 13 часов).

Далее будет рассмотрено влияние опций фитирования на итоговый результат при наличии асимметрии энергий частиц. Будут рассмотрены случаи для частиц с энергией 6 ГэВ на расстоянии 3 и 6 см

Функция фита	Гаусс							Фиттер			
Энергия частиц [GeV]	2-	+1	6-	+3	10 + 5		2+1	6+3	10+5		
Параметр	L	None	L	None	L	None	L				
Среднее значение $R_{rec}$ [cm]	3.357	2.986	3.345	2.935	3.339	3.006	2.988	3.028	3.022		
Стандартное отклонение $R_{rec}$ [ <i>cm</i> ]	0.2472	0.3203	0.2159	0.2196	0.1797	0.1419	0.598	0.3983	0.3495		
Процент событий в пике	93.0%	82.0%	96.2%	72.4%	97.3%	61.7%	91.3%	93.7%	94.7		
Среднее значение $E_{rec1}/E_{dep1}$	0.9847	0.9762	0.974	0.9902	0.9713	0.9904	0.9784	0.9736	0.9752		
Стандартное отклонение $E_{rec1}/E_{dep1}$	0.02547	0.01671	0.50910	0.01641	0.01430	0.01525	0.07615	0.06905	0.07032		
Процент событий в пике	87.4%	58.1%	90.5%	61.3%	89.2%	61.7%	76.4%	86.3%	85.9%		
Среднее значение $E_{rec2}/E_{dep2}$	1.028	1.047	1.054	1.021	1.005	1.021	0.9902	1.054	1.007		
Стандартное отклонение $E_{rec2}/E_{dep2}$	0.04425	0.05005	0.03816	0.03024	0.02835	0.02528	0.09236	0.0.9247	0.09817		
Процент событий в пике	86.0%	57.8%	92.4%	60.7%	89.2%	59.1%	62.3%	69.3%	68.7%		

Таблица 4.2 — Результат проверки работы алгоритма с различными параметрами фитирования при асимметрии энергии частиц

В таблице 4.2 приведены результаты работы алгоритма при разделении частиц, с неравными энергиями на расстоянии 3 см. Из результатов видно, что алгоритм также разделяет неравные частицы, за исключением восстановления расстояния функцией Гаусса. После анализа полученных данных 4.1,4.2 было принято решение приблизить рассматриваемую физическую модель к реальному эксперименту и добавить каты на энергию в ячейке ниже 10 МэВ. Результаты приведены в таблице 4.3 для частиц с энергией 6 ГэВ на расстоянии 3 см.

<b>T</b> 1					
Функция фита	l l'aj	ycc	Фиттер		
Наличие ката	$\oplus$	$\Theta$	$\oplus$	$\Theta$	
Среднее значение $R_{rec}$ [cm]	3.193	3.356	3.079	3.070	
Стандартное отклонение $R_{rec}$ [cm]	0.1697	0.1863	0.3880	0.3742	
Процент событий в пике	99.1%	99.2%	98.5%	98.5	
Среднее значение $E_{rec}/E_{dep}$	0.9934	0.9904	0.9929	0.9981	
Стандартное отклонение $E_{rec}/E_{dep}$	0.01987	0.02027	0.08355	0.08109	
Процент событий в пике	98.2%	97.5%	89.2%	89.5%	

Таблица 4.3 — Результат проверки работы алгоритма с примененеием катов



Рисунок 4.16 — Распредление величин радусов по событиям при наличии (красный) и отсутствии (синий) катов для  $\gamma$ -квантов с энергией 6 ГэВ на расстоянии 3 см

Также далее рассмотрены результаты восстановления расстояний между частицами с применением катов более подробно:



## Radius reconstruction vs Radius Generated

Рисунок 4.17 — Зависимость восстановленной величины расстояния от заданной для функции Гаусса с применением катов



Рисунок 4.18 — Восстановленные величины расстояний между ливнями с применением функции Гаусса (синий) и функции Фиттер (красный)

Из полученных данных 4.15, 4.17 можно сделать вывод, что каты действительно улучшили результат восстановления расстояния между частицами: начиная с расстояния в 5 см, алгоритм точно восстанавливает величину расстояния в пределах погрешности, однако результат все еще не является удовлетворительным, а ошибка имеет систематический характер. Данное явление будет исследовано в будущих работах. Однако, несмотря на это, функция Гаусса более точно разделяет энергии частиц, и делает это более чем в 2 раза быстрее. С учетом постоянно растущей нагрузки на вычислительные мощности данным фактором нельзя пренебрегать. В дальнейшей работе алгоритма возможно комбинирование двух функций для увеличения точности результатов.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках данной работы проводилось исследование возможности применения функций Гаусса и Фиттер в алгоритме по разделению частично перекрывающихся электромагнитных кластеров в калориметре на основе PbWO<sub>4</sub>.

• Был проведен обзор уже существующих способов решения проблемы перекрывающихся кластеров от электромагнитных ливней.

• Была создана модель в пакете программ для моделирования физического эксперимента GEANT4. В данной модели с помощью Монте-Карло моделирования была собрана необходимая статистика, общий объем которой превышает 100 000 событий или около 10 Gb.

• Был предложен алгоритм для разделения кластеров посредством аппроксимации распределений выбранной заранее функцией, последующим перевзвешиванием вкладов и определением расстояния между центрами ливней.

•Были получены данные по восстановлению расстояния между ливнями для выбранных функций.

При сравнении работы алгоритма с использованием функции Гаусса и функции Фиттер были выявлены следующие преимущества и недостатки у каждой из них.

• Функция Гаусса — обладает высокой скоростью работы, имеет фундаментальное значение, ее параметры однозначно трактуются, является не кусочно заданной, гладкой функцией.

• Функция Фиттер — является функцией, описывающей форму ливня, с помощью данной функции могут быть получены численные значения энергии ливня. Однако данная функция кусочно заданна, и является довольно сложной для расчета, из-за наличия степени 0.6, из-за этого общая скорость счета довольно низкая. Для функции Гаусса требуется 6.96 мкс для обработки одного события с энергиями частиц в 6 ГэВ на расстоянии 3 см, в то время как функции Фиттер требуется 16.29 мкс.

39

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *С.И. Битюков А.В. Синьговский В. С.* об одном методе идентефикации электромагнитных ливней. 2011.
- Lednev A. Separation of the overlapping electromagnetic showers in the cellular gams-type calorimeters. — 1993.
- 3. Lednev A. Electron shower transverse profile measurement. -1993.
- Адамс Д.Л. Б. Н. Калибровка и разделенеие перекрывающихся ливней в центральном электромагнитном калориметре эксперимента Е-704 во ФНА-Ле. — 1991.
- Berger F. Particle identification in modular electromagnetic calorimeters. // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. - 1992. - C. 152-164.
- 6. *Manko V.* ALICE Technical design report of the Photon Spectrometer (PHOS) : Technical design report / CERN/LHCC collaboration. — 1999.
- Collaboration A. Performance of the ALICE Experiment at the CERN LHC // Int. J. Mod. Phys. A 29 (2014) 1430044. - 2014. - arXiv: 1402.4476 [nucl-ex].
- 8. Alignment of the ALICE Inner Tracking System with cosmic-ray tracks / K. Aamodt [и др.]. 2010.
- 9. Klein J. The ALICE Transition Radiation Detector: status and perspectives for Run II // arXiv: Instrumentation and Detectors. 2016. C. 529-534.
- 10. Kweon M. J. The Transition Radiation Detector for ALICE at LHC. -2009.
- The ALICE EMCal L1 trigger first year of operation experience / O. Bourrion [и др.] // Journal of Instrumentation. — 2012. — Т. 8.
- 12. ALICE C. Letter of intent for ALICE 3: A next generation heavy-ion experiment at the LHC : тех. отч. / CERN. Geneva, 2022.
- 13. Howard A. Geant4 User's Guide for Application Developers. -2007.
- 14. Booch G. Object-Oriented Analysis and Design with Applications. -1994.

15. A high resolution BGO calorimeter with longitudinal segmentation / К.-Н. Kampert [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 1994. — Т. 349, № 1. — С. 81—95. — ISSN 0168-9002.