МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ» (НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

На правах рукописи

ЗУБОВ ДМИТРИЙ

ВЫДЕЛЕНИЕ ИНКЛЮЗИВНОГО ПРОЦЕССА $ZZ \to \ell\ell\nu\nu$ ИЗ ФОНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ДАННЫХ pp СТОЛКНОВЕНИЙ С ЭНЕРГИЕЙ 13 ТЭВ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ATLAS

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии» Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,	
к.фм.н., доцент	Е. Ю. Солдатов
Научный консультант,	
инженер	Д. Н. Пятиизбянцева
Научный консультант,	
инженер	А. М. Петухов

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

ВЫДЕЛЕНИЕ ИНКЛЮЗИВНОГО ПРОЦЕССА $ZZ \to \ell\ell\nu\nu$ ИЗ ФОНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ДАННЫХ pp СТОЛКНОВЕНИЙ С ЭНЕРГИЕЙ 13 ТЭВ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ATLAS

Студент	Д. Зубов
Научный руководитель,	
к.фм.н., доцент	Е. Ю. Солдатов
Научный консультант,	
инженер	Д. Н. Пятиизбянцева
Научный консультант,	
инженер	А. М. Петухов
Рецензент,	
к.фм.н., с.н.с.	С. М. Турчихин
Секретарь ГЭК,	
к.фм.н.	А. А. Кириллов
Зав. каф. №40,	
д.фм.н., проф.	М. Д. Скорохватов
Рук. учеб. прог.,	
д.фм.н., проф.	М. Д. Скорохватов

ОГЛАВЛЕНИЕ

B	веде	ние	5
1	Teo	ретические сведения	8
	1.1	Стандартная модель	8
2	Опі	исание эксперимента	10
	2.1	Большой адронный коллайдер	10
	2.2	Система координат	11
	2.3	Детектор ATLAS	12
	2.4	Реконструкция физических объектов и идентификация частиц	14
		2.4.1 Электроны и мюоны	14
		2.4.2 Адронные струи	15
		2.4.3 Недостающий поперечный импульс	16
	2.5	Набор данных и Монте-Карло симуляция	17
3	Опт	гимизация отбора событий	18
	3.1	Инклюзивный процесс $ZZ o \ell\ell\nu\nu$	19
	3.2	«Жадный» алгоритм оптимизации отбора событий	21
	3.3	Многомерный алгоритм оптимизации отбора событий	24
	3.4	Разделение сигнала и фона композицией деревьев решений.	27
		3.4.1 Алгоритм BDTG	27
		3.4.2 Результаты применения алгоритма BDTG в фазовом	
		пространстве с «жесткими» предотборами	28
		3.4.3 Предотбор событий расслабленными условиями	29
		3.4.4 Настройка классификатора	31
	3.5	Оценка ожидаемого числа событий инклюзивного процесса	
		$ZZ o \ell\ell u u$	38
		3.5.1 Функция правдоподобия	39
		3.5.2 Описание сигнального и контрольных регионов	40
		3.5.3 Процедура фитирования	41

	3.5.4	Систематические неопределенности	42
	3.5.5	Результаты фитирования	42
Заклю	чение		48
Списон	к лите	ратуры	49

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день одним из фундаментальных направлений в физике является изучение процессов протекающих при высоких энергиях. Это обусловлено тем, что подобные энергии позволяют более подробно изучить механизмы процессов, происходящих во Вселенной, а также проследить её развитие с момента Большого взрыва, поскольку, согласно современным теориям [1], материя в начальный момент времени находилась в состоянии с чрезвычайно высокой плотностью и энергией. В настоящее время основным направлением в этой области являются эксперименты по проверке Стандартной модели (СМ) и поиску отклонений от неё.

СМ представляет собой основную, всесторонне подтвержденную теорию, описывающую электромагнитное, слабое и сильное взаимодействия всех известных элементарных частиц [2]. Однако, она не описывает гравитацию [3], не может объяснить природу тёмной материи, тёмной энергии [4] и массы нейтрино. Поэтому исследования, проводимые на Большом адронном коллайдере (БАК), нацеленные как на поиски новых частиц и взаимодействий, так и на проверку Стандартной Модели, являются весьма актуальными, так как тщательное изучение процессов Стандартной Модели, возможное на экспериментах БАК с рекордной точностью, может дать возможность найти проявления физики за рамками Стандартной Модели и поставить ограничения на существующие модели ее расширения. Одним из наиболее чувствительных инструментов для таких исследовании является изучение процессов рождения пар векторных бозонов.

Рождение пар векторных бозонов тесно связано с неабелевой природой электрослабой теории и спонтанным нарушением калибровочной симметрии и дает возможность проводить прецизионные исследования электрослабого сектора путем поиска отклонений от предсказываемого сечения рождения, которые могут указывать на новые резонансы или взаимодействия, не включенные в СМ. В дополнение к прецизионным проверкам электрослабого сектора СМ, измерения двухбозонных процессов мотиви-

руют расчеты более высокого порядка в пертурбативной квантовой хромодинамике и позволяют проводить ее углубленные тесты.

Кроме того, предсказывается широкий спектр новых явлений за пределами Стандартной модели (СМ) физики частиц, связанный с рождением двубозонной пары. Например, дибозонные резонансы предсказываются в модели с искривленными дополнительными измерениями [5—7], расширенные калибровочные модели [8; 9]и теории великого объединения [10]. Расширения СМ, такие как суперсимметрия или дополнительные измерения, предсказывают появление новых частиц, которые могут либо создавать пары бозонов напрямую, в каскадных распадах, либо косвенно через петли. При более высоких порядках петлевые вклады с участием новых частиц могут привести к эффективным аномальным нейтральным тройным калибровочным взаимодействиям (аТСС) [11]. Любое значительное отклонение в наблюдаемом сечении относительно предсказаний СМ может указывать на потенциальный источник новой физики.

Среди всех двухбозонных процессов рождение пары Z-бозонов имеет наименьшее сечение, но, тем не менее, процесс вполне перспективен для измерений и поисков из-за его хорошего отношения сигнала к фону для полностью лептонных каналов распада по сравнению с адронными каналами. Соотношение сигнал/фон несколько хуже в канале распада на пару заряженных лептонов и пару нейтрино, но вероятность таких распадов выше [12]. Кроме того, процесс рождения ZZ является одним из ведущих каналов для поиска аТGC [13] и для изучения нерезонансного образования бозона Хиггса [14; 15].

На рисунке 1 показаны диаграммы Фейнмана рождения пары Z-бозонов на БАК. Доминирующим процессом является производство по t-каналу с кварковым и антикварковым начальным состоянием, далее обозначаемое как процесс qqZZ. Процесс слияния глюонов (ggZZ) включает два подпроцесса, один с фермионной петлей, а другой с виртуальным бозоном Хиггса. Производство по s-каналу запрещено при первом порядке теории возмущений, однако нейтральные TGC все еще могут возникать в $CM(O(10^{-4}))$, благодаря поправке с фермионной петлей [16]. Наблюдение большего вклада аTGCs явилось бы косвенным доказательством существования новой физики.

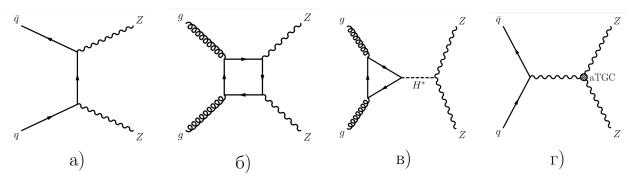


Рисунок 1 — Репрезентативные диаграммы Фейнмана для производства ZZ на БАК: (а) производство qqZZ в t-канале самого низкого порядка теории возмущений, (б) производство ggZZ с фермионной петлей; (в) производство ggZZ, включающее обмен виртуального бозона Хиггса, (г) производство по s-каналу с aTGCs.

Инклюзивный процесс $ZZ \to \ell\ell\nu\nu$ уже был измерен коллаборацией ATLAS в протон-протон столкновениях с энергией в СЦИ 13 ТэВ на данных набранных в течение 2015-2016 годов [12]. Целью данной работы является выделение процесса $ZZ \to \ell\ell\nu\nu$ из фоновых процессов с большей точностью за счет улучшения методов отбора и выделения сигнальных событий. В данном случае, более чистое разделение сигнала и фона будет означать более прецизионные измерения, что позволит проверить СМ с большей точностью, найти новую физику либо поставить более жесткие ограничения на нее.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1. СТАНДАРТНАЯ МОДЕЛЬ

Стандартная модель физики элементарных частиц — это теория, описывающая три из четырех известных фундаментальных взаимодействия (электромагнитное, слабое и сильное) во Вселенной и классифицирующая все известные элементарные частицы. Она разрабатывалась поэтапно на протяжении второй половины 20-го века благодаря работе многих ученых со всего мира [17], а нынешняя формулировка была завершена в середине 1970-х годов после экспериментального подтверждения существования кварков. С тех пор доказательства топ-кварка (1995 г.) [18], таунейтрино (2000 г.) [19] и бозона Хиггса (2012 г.) [20; 21] еще больше подтвердили Стандартную модель. Кроме того, Стандартная модель с большой точностью предсказала различные свойства слабых нейтральных токов и бозонов W и Z.

Стандартная модель включает 12 фермионов — 6 лептонов $(e, \nu_e, \mu, \nu_\mu, \tau, \nu_\tau)$ и 6 кварков (u, d, c, s, t, b), а также 12 бозонов — 11 калибровочных бозонов $(W^\pm, Z, \gamma, \mu, \nu_\tau)$ и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 6 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 7 кварков (W^\pm, Z, γ, μ) и 8 глюонов) и 6 озон Хиггса. Взаимодействие всех частиц стандартной модели описывается полным лагранжианом СМ:

$$\mathcal{L}_{SM} = -\frac{1}{4}G^{a}_{\mu\nu}G^{a}_{\mu\nu} - \frac{1}{4}W^{i}_{\mu\nu}W^{i}_{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B_{\mu\nu} + D_{\mu}H^{\dagger}D_{\mu}H + \mu_{H}^{2}H^{\dagger}H - -\lambda(H^{\dagger}H)^{2} + \sum_{f \in q,l} i\bar{f}_{L}\gamma_{\mu}D_{\mu}f_{L} + \sum_{f \in u,d,e} i\bar{f}_{R}\gamma_{\mu}D_{\mu}f_{R} - -\left[q_{L}\tilde{H}y_{u}u_{R} + \bar{q}_{L}Hy_{d}d_{R} + \bar{l}_{L}Hy_{e}l_{R} + h.c.\right]$$
(1.1)

Вид электрослабого слагаемого лагранжиана определяет разрешённые трехбозонные вершины -WWZ и $WW\gamma$. Нейтральные трехбозонные вершины γZZ и ZZZ запрещены в СМ в ведущем порядке теории возмущений, однако такие вершины могут наблюдаться $(O(10^{-4}))$, если

вступают в дело петли высших порядков теории возмущений [16]. Наблюдение сечения рождения пары Z-бозонов превышающего предсказания СМ будет свидетельствовать о вкладе частиц и вершин, не включенных в СМ. На рисунке 1.1 показаны взаимодействия трех калибровочных бозонов.

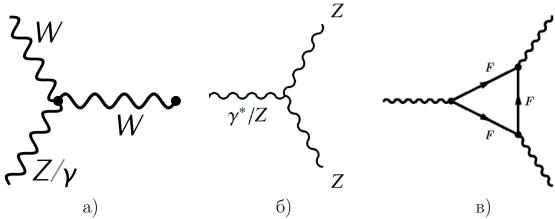


Рисунок 1.1 — Взаимодействия трех калибровочных бозонов: (а) включенная в СМ вершина взаимодействия, (б) аномальная нейтральная тройная вершина взаимодействия, (в) взаимодействие трех калибровочных бозонов по средством фермионной петли.

2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

2.1. БОЛЬШОЙ АДРОННЫЙ КОЛЛАЙДЕР

Большой адронный коллайдер (БАК) [22] расположен на границе Швейцарии и Франции около Женевы в Европейской Организации по Ядерным Исследованиям (ЦЕРН). Данный ускоритель является протонным синхротроном, расположенным в тоннеле длиной в 26.7 км на глубине около 100 м, где ранее располагался Большой электрон-позитронный коллайдер. На кольце ускорителя находятся 4 точки пересечения пучков, в которых установлены 4 главные эксперимента-детектора — ATLAS, ALICE, CMS и LHCb, их расположение на БАКе показано на рисунке 2.1. ATLAS [23] и CMS [24] — универсальные детекторы для поисков подтверждений самых различных моделей физики высоких энергий. Детектор ALICE [25] нацелен на исследования КХД взаимодействий. Исследования LHCb [26] сфокусированы на физике, связанной с b-кварками и их содержащими адронами.

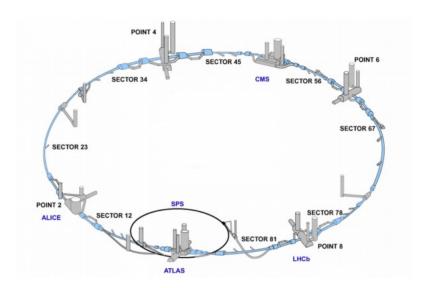


Рисунок 2.1 — Общий вид LHC с основными экспериментальными установками.

2.2. СИСТЕМА КООРДИНАТ

Эксперимент ATLAS[23] (ATLAS — A Toroidal LHC ApparatuS) многоцелевой детектор, покрывающий почти полный телесный угол. В эксперименте ATLAS используется прямоугольная система координат. Ось z направлена по оси пучка, x - к центру кольца, y - вверх, ϕ - азимутальный угол в плоскости xOy, перпендикулярной пучку, отсчитывается от оси x, θ - полярный угол, отсчитывается от оси z . В основном при работе используется величина, зависящая от полярного угла, называемая псевдобыстротой η , определяемая как:

$$\eta = -\ln\left(\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right) \tag{2.1}$$

При рассмотрении частиц с большой массой используется быстрота y:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} \tag{2.2}$$

Величины η и y удобно использовать в экспериментах на коллайдерах в силу аддитивности при преобразованиях Лоренца.

Для измерения углового расстояния между частицами используется плоский угол [27]:

$$\Delta R = \sqrt{\Delta \eta^2 + \Delta \phi^2} \tag{2.3}$$

Поперечный импульс (проекция вектора импульса частицы на плоскость перпендикулярную оси пучка) определяется как:

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = |\mathbf{p}| \sin \theta \tag{2.4}$$

Поскольку детектор ATLAS не предназначен для измерения нейтрино, единственная возможность получить информацию об этой частице — измерение величины дисбаланса импульса в детекторе — потерянного поперечного импульса $\vec{p}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{miss}}$, основанного на законе сохранения компонент импульса и энергии.

2.3. ДЕТЕКТОР ATLAS

Эксперимент ATLAS включает в себя внутренний детектор (ВД), систему калориметров, мюонный спектрометр (МС), магнитную и тригерную системы (Рис.2.2).

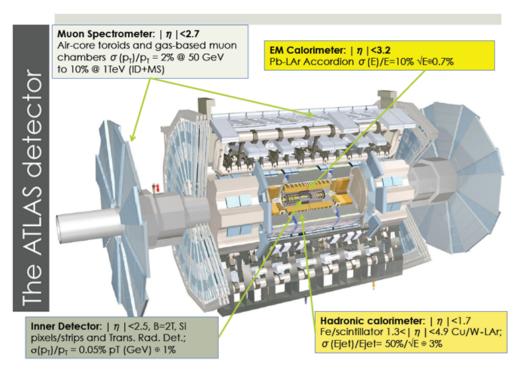


Рисунок 2.2 — Детектор ATLAS

Основная задача внутреннего детектора - восстановление треков заряженных частиц. ВД состоит из трех подсистем: пиксельного (Pixel) и силиконового (SCT) микростриповых детекторов, а также трекера переходного излучения (TRT). Пиксельный детектор состоит из трех цилиндрических слоев и трех торцевых пластин и в общем содержит 80 миллионов пикселей. Ближайший к пучку слой называют В-слоем. Он находится на расстоянии 3.3 см от пучка и имеет важную роль в восстановлении треков. При прохождении заряженных частиц через вещество пиксельного детектора (кремний) рождаются пары электрон-дырка. Образовавшиеся электроны дрейфуют за счет разности потенциалов к считывающим электродам и воспринимаются как сигнал. SCT детектор включает 4 цилиндрических слоя и 9 дисков в каждом торце, состоящих из силиконовых микрострипов. Силиконовый и пиксельный детекторы покрывают область псевдобыстроты $|\eta| < 2.5$. SCT также является кремниевым детектором и механизм

работы схож с работой пикселя. TRT, состоящий из тонких трубок, напоненных смесью Xe и Ar, покрывает область псевдобыстрот $|\eta < 2.0|$. TRT менее точен при измерении отдельных точек трека (пространственное разрешение равно 130 мкм), чем кремниевые детекторы, однако, обеспечивая большое количество таких точек (порядка 36 хитов для трека) и, следовательно, большую длину измеренного трека, данный детектор вносит значительный вклад в измерение импульса частиц во внутреннем детекторе. В дополнение к трекингу, основанная на Xe газовая смесь позволяет детектировать фотоны низких энергий от переходного излучения, что даёт дополнительную независимую возможность идентифицировать электроны.

Калориметрическая система состоит из электромагнитной (ЭМК) и адронной подсистем и служит для измерения энергии и позиции пришедших в неё частиц: электронов, фотонов, струй, а также обеспечения достаточно точного измерения потерянного импульса. ЭМК играет решающую роль в идентификации и восстановлении электронов и фотонов. Он состоит из слоев свинца и жидкого аргона и имеет геометрию аккордеона. ЭМК делится на центральную часть, покрывающую область псевдобыстрот $|\eta| < 1.475$, и две торцевые части (каждая из которых состоит из двух коаксиальных колёс), покрывающие область псевдобыстрот $1.375 < |\eta| <$ 3.2. В области псевдобыстрот $1.37 < |\eta| < 1.52$ находится технический зазор, в котором измерения не проводятся. Адронный калориметр состоит из 3-х различных систем: Tile-калориметр, торцевой LAr-калориметр и передний LAr-калориметр. Tile-калориметр размещается снаружи корпуса ЭМ-калориметра. Он состоит из органических сцинтилляторов и позволяет регистрировать энергии адронов в области с псевдобыстротой $|\eta < 1.7|$. Торцевой LAr-калориметр, рабочим веществом которого является жидкий аргон, расположен за торцевым ЭМ-калориметром. Он перекрывает область псевдобыстрот 1.5 $< |\eta| < 3.2$. Передний LAr-калориметр, также основанный на жидком аргоне, создает однородность калориметрии и поглощает фон перед мюонными камерами. Его область псевдобыстрот: $3.1 < |\eta| < 4.9.$

MC востанавливает импульс и треки пролетающих мюонов с максимально возможным разрешением. Состоит из четырёх подсистем, использующих разные технологии: Мониторируемые Дрейфовые Трубки, Катод-

ные Стриповые Камеры, Резистивные Плоские Камеры и Тонко-Зазорные Камеры. Эти подсистемы погружены в магнитное поле, генерируемое тремя тороидами.

Частота пересечений пучков Большого адронного коллайдера примерно равна 40 МГц, что даёт слишком большое количество данных, чтобы успеть полностью реконструировать все события и записать. Для предварительного отбора «интересных» столкновений используется система триггеров. Триггерная система ATLAS осуществляет отбор в два этапа [28]. Триггер первого уровня — это аппаратный уровень, основанный на данных от ВД, калориметров и МС, который снижает частоту до примерно 100 кГц по сравнению с исходной частотой пересечения пучка протонов на БАК. Триггер второго уровня основан на программной базе. Он позволяет снизить частоту до примерно 1 кГц, и эти данные передаются в систему хранения данных для последующего анализа.

Для измерения заряда и импульса заряженных частиц по кривизне их траектории, детектор ATLAS оснащён большой сверхпроводящей магнитной системой. Магнитная система ATLAS включает соленоид и тороиды с воздушными сердечниками. Соленоид окружает ВД и изгибает треки заряженных частиц по средством осевого магнитного поля 2 Тл для измерения импульса. Магнитное поле направлено в положительном направлении оси z. Тороиды состоят из 8 плоских сверхпроводящих катушек и создают поле величиной 0.5 Тл в центральной части и 1 Тл в торцевых частях мюонного спектрометра.

2.4. РЕКОНСТРУКЦИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЧАСТИЦ

2.4.1. ЭЛЕКТРОНЫ И МЮОНЫ

Восстановление электронов происходит из кластеров в электромагнитном калориметре ассоциированных с треком внутреннего детектора. ТВТ играет ключевую роль в идентификации электронов, предоставляя независимую проверку в дополнение информации калориметра. В виду того, что электроны теряют значительную часть своей энергии во внутреннем детекторе, при их восстановлении применяются поправки, учитывающие тормозное излучение. Кроме того, для электронов используются переменные качества треков и информация о совпадении кластер-треков. Существует три уровня идентификации электронов, называемые свободным, средним и жесткой.

Мюонная система ATLAS оптимизирована для идентификации мюонов, с эффективностью выше более 95% и относительным разрешением по импульсу лучше 3% в широком диапазоне поперечных импульсов (рТ) и 10% при $p_T>1$ ТэВ. Внутренний детектор и мюонный спектрометр обеспечивают независимые измерения импульса мюона. В ATLAS четыре вида мюонных кандидатов различают в зависимости от способа их реконструкции, используя только МС или ВД систему, или ВД и калориметра, или ВД и МС вместе.

Первичный отбор лептонов (электронов и мюонов) требует $p_T > 7$ ГэВ и $|\eta| < 2.47$ исключая переходную область калориметра $(1.37 < |\eta| < 1.52)$.

2.4.2. АДРОННЫЕ СТРУИ

Входными данными для реконструкции струй в ATLAS являются локально откалиброванные трехмерные топологические кластеры (топокластеры), построенные из ячеек калориметра [29]. Топо-кластеризация начинается с идентификации затравочных ячеек с энергетической значимостью на 4σ выше уровня шума, где шум определяется как сумма в квадратурах электронного шума и шума множественных протон-протонных взаимодействий (pile-up). Зародышевые ячейки с энергетической значимостью выше двух σ , затем итеративно добавляются для формирования начальных кластеров. Дополнительное кольцо прямых соседей добавляется к окончательным кластерам. После того, как топо-кластеры найдены, алгоритм разделения далее разделяет кластеры на основе локальных энергетических максимумов. Отдельные кластеры калибруются с использованием локальных свойств, таких как плотность энергии, глубина калориметра и изоли-

рованность по отношению к соседним кластерам. Эта калибровка с локальным взвешиванием кластеров позволяет классифицировать кластеры как электромагнитные или адронные и использует специальную калибровку кластеров, полученную из Монте-Карло моделирования одиночных пионов. Струи строятся с помощью алгоритма anti- k_t [30] с радиусом R=0.4 и R=0.6 [29].

При реконструкции также выделяют b-струи порожденные b-кварками. Идентификация b-струй, в отличие от струй с более легкими кварками, в основном опирается определенные свойства b-адронов, такие как время жизни, большая масса, распады в конечные состояния с высокой кратностью заряженных треков, относительно большие вероятности распада в полулептонные конечные состояния и жесткая функция фрагментации. Большое время жизни адронов с b-кварками $(1.5 \cdot 10^{-12} \text{ c})$, по сравнению с другими частицами приводит к типичной топологии распада с по крайней мере одной вершиной, смещенной относительно первичной вершины в результате столкновения с жестким рассеянием. Идентификация струй bкварков основана на различных стратегиях, выраженных в трех основных алгоритмах: алгоритм, основанный на прицельных параметрах столкновения [31], инклюзивный алгоритм реконструкции вторичных вершин [32] и алгоритм реконструкции многовершинной цепочки распада [33]. Выходные данные этих алгоритмов объединяются в многомерный дискриминант, который обеспечивает наилучшее разделение между различными ароматами струй.

2.4.3. НЕДОСТАЮЩИЙ ПОПЕРЕЧНЫЙ ИМПУЛЬС

Потерянный поперечный импульс события p_T^{miss} — это вектор дисбаланса суммарного импульса в поперечной плоскости всех восстановленных объектов, а также всех следов в ВД, не ассоциированных с восстановленными объектами, но ассоциированных с первичной вершиной, так называемый «soft term». Модуль этого вектора называется потерянной поперечной энергией E_T^{miss} . Наличие большого E_T^{miss} в событии в большинстве случаев указывает на наличие нейтрино в событии, которые породили этот дисбаланс p_T^{miss} вычисляется исходя из ячеек калориметра и реконструи-

2.5. НАБОР ДАННЫХ И МОНТЕ-КАРЛО СИМУЛЯЦИЯ

В работе использовались наборы данных протон-протонных столкновений с энергией в системе центра инерции 13 ТэВ на БАК, набранные детектором ATLAS за 2015-2018 гг. Интегральная светимость набора данных составила 139 фб $^{-1}$ [35].

Для описания процессов с калибровочными бозонами использовались Монте-Карло наборы, полученные с помощью генератора Sherpa [36]. Процессы с рождением топ-кварков были смоделированы в генераторе Powheg [37]. Процессы электрослабого рождения калибровочных бозонов были смоделированы в генераторе MG5_aMC@NLO [38]. Также для симуляции партонных ливней использовался генератор Pythia8 [39].

3. ОПТИМИЗАЦИЯ ОТБОРА СОБЫТИЙ

Задачами оптимизации отбора событий являются поиск таких кинематических переменных, которые способны эффективно разделять сигнальные и фоновые процессы, а также в выборе оптимального порога на эти переменные, при котором максимально подавляется фон с максимально возможным удержанием сигнала. Наилучшего подавления фоновых событий можно добиться жесткими отборами на переменные, но, чем жестче ставятся ограничения, тем сильнее подавляются сигнальные события. Стало быть, оптимальным решением задачи оптимизации должно быть компромиссное решение, при котором происходит наиболее сильное подавление фона при наилучшем уровне сохранении сигнала.

В качестве критерия оценки, по которому определяются значения отборов на переменные, можно рассматривать сигнальную значимость [40], которая определяется следующим образом:

S.S. =
$$\sqrt{2 \times [(S+B) \times \ln(1+(S/B)) - S]}$$
, (3.1)

где S.S. - сигнальная значимость, S - число сигнальных событий, B - число фоновых событий.

На рисунке 3.1 показаны сигнальные и фоновые эффективности и сигнальная значимость как функции одной переменной, для которой ищется оптимальный отбор. Эффективность (сигнальная или фоновая) описывается отношением числа событий прошедших отбор к начальному числу событий 3.2. Из графиков видно, как с подавлением фона подавляется сигнал, и как при этом изменяется сигнальная значимость.

$$\varepsilon = \frac{N_{passed}}{N_{init}},\tag{3.2}$$

где ε - эффективность, N_{passed} - число сигнальных или фоновых событий, удовлетворяющих критерию отбора, $N_{init.}$ - начальное число сигнальных

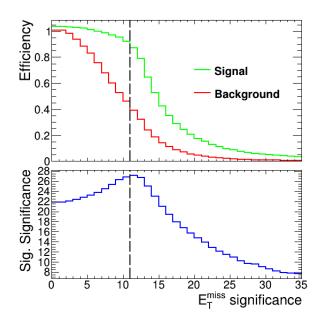


Рисунок 3.1 — Зависимости сигнальной и фоновой эффективностей и сигнальной значимости от значимости потерянного поперечного импульса.

или фоновых событий.

В данной главе описываются применявшиеся алгоритмы оптимизации отбора событий, а именно «жадный» и многомерный алгоритмы, основанные на поиске единственного ограничения для каждой переменной, а также такой метод машинного обучения как композиция деревьев решений (Boosted Decision Trees, BDT).

3.1. ИНКЛЮЗИВНЫЙ ПРОЦЕСС $ZZ o \ell\ell\nu\nu$

Сигнатурой инклюзивного процесса рождения пары Z-бозонов с последующим распадом на пару заряженных лептонов ($\ell^+\ell^-$) и пару нейтрино в детекторе ATLAS является пара разноименно заряженных лептонов (e^+e^- или $\mu^+\mu^-$) и большой потерянный поперечный импульс, который соответствуют Z-бозону, распавшемуся на пару нейтрино. Схожую сигнатуру имеет ряд других фоновых процессов.

Доминирующим фоновым процессом является процесс рождения пары WZ с распадом Z-бозона на пару заряженных лептонов. Около 60% событий WZ, которые вносят вклад в конечное состояние $\ell\ell\nu\nu$, имеют лептонный распад W-бозона ($W\to\ell\nu$ или $W\to\tau\nu\to\ell+3\nu$, $\ell=e$ или μ), где лептон в конечном состоянии не обнаруживается. Остальные 40% вклада

WZ связаны с распадом $W \to \tau \nu$ с последующими адронными распадами au-лептона.

Другой важный фон исходит от процессов, которые действительно производят конечное состояние $\ell\ell\nu\nu$, но содержат пару лептонов, не возникающих непосредственно в результате распада Z-бозона. Этот фон, называемый нерезонансным фоном и включает рождение WW, топ-кварков $(t\bar{t}$ и Wt) и $Z\to \tau\tau$.

Производство Z-бозона в сочетании с адронной струей (струями) также представляет собой потенциально большой фоновый источник. Эти события содержат большой «ложный» потерянный поперечный импульс E_T^{miss} возникающий из-за распадов адронов с тяжелым ароматом в сопутствующей струе (струях), а также из-за погрешностей в восстановлении струй.

Процесс $ZZ \to 4\ell$ дает небольшой вклад, когда одна пара лептонов не регистрируется, и в этом измерении он рассматривается как фон. Наконец, небольшие фоновые вклады ожидаются от рождения трех бозонов (VVV,V)=V или Z и рождения $t\bar{t}$ в сопровождении одного или двух векторных бозонов (ttV,ttVV).

Оптимизация отборов проводилась на данных Монте-Карло симуляции работы детектора ATLAS в течении второго сеанса набора данных.

В ходе работы искались пороги на следующие переменные: потерянный поперечный импульс - E_T^{miss} , ΔR_{ll} - ΔR между двумя заряженными лептонами, $\Delta \phi(\vec{E}_T^{miss}, \vec{p}_T^{ll})$ - $\Delta \phi$ между Z-бозонами, число b-струй, E_T^{miss} - значимость [41], которая характеризует степень, в которой реконструированный E_T^{miss} согласуется с разрешением по импульсу и эффективностью идентификации частиц.

События перед применением алгоритмов оптимизации предварительно отбирались по следующим критериям:

- В событии два разноименно-заряженных лептона одного аромата (e^+e^- или $\mu^+\mu^-$), при этом, поперечный импульс первого больше 30 ГэВ, второго больше 20 ГэВ;
- Вето на третий заряженный лептон;
- 76 ГэВ $< M_{ll} <$ 106 ГэВ, где M_{ll} инвариантная масса двух заряженных лептонов;
- $E_T^{miss} > 70 \text{ } \Gamma \text{9B}.$

3.2. «ЖАДНЫЙ» АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ОТБОРА СОБЫТИЙ

«Жадный» алгоритм оптимизации отбора событий является простейшим подходом поиска оптимальных порогов на выбранные переменные. Метод состоит в последовательном поиске наилучшего порога на переменную, отвечающего максимуму сигнальной значимости. Для поиска оптимального порога на первую рассматриваемую переменную строится зависимость сигнальной значимости от порога на эту переменную. Оптимальный порог на выбранную переменную соответствует максимуму сигнальной значимости. Для первой переменной распределение сигнальной значимости строится в области фазового пространства, ограниченном только условиями предварительного отбора событий. Порог для следующей переменной выбирается таким же образом. Единственное отличие состоит в построении зависимости сигнальной значимости от порога на переменную, при котором в фазовое пространство, помимо предварительных отборов, вводится найденный оптимальный порог на переменную, рассматривавшуюся на предыдущем шаге. Таким образом, при оптимизации порога каждой следующей переменной, накладываются полученные ограничения на уже рассмотренные переменные.

На рисунке 3.2 показаны распределения переменных, используемых в процессе оптимизации, а также зависимости сигнальной значимости, сигнальной и фоновой эффективности от пороговых значений. Пороговые значения переменных, полученные в ходе процедуры оптимизации, а также как количество сигнальных и фоновых событий и значение сигнальной значимости после наложения каждого порога представлены в таблице 3.1. Число сигнальных и фоновых событий для каждого процесса и сигнальная значимость до и после оптимизации показаны в таблице 3.2. Полученные результаты показывают значительное подавление фона и увеличение сигнальной значимости.

Хотя описанный метод позволяет значительно подавить фон и повысить значимость сигнала, он имеет ряд недостатков: результат зависит от корреляции между переменными и последовательности, в которой оптимизируются переменные, а также метод не охватывает весь спектр возможных решений.

Переменная	Отбор	Число сиг-	Число фоно-	Сигнальная
		нальных	вых событий	значимость
		событий		
E_T^{miss} , ГэВ	> 120	2736 ± 17	$(625 \pm 6) \cdot 10^2$	10.87 ± 0.08
ΔR_{ll}	< 1.6	1864 ± 14	$(103 \pm 5) \cdot 10^{1}$	17.88 ± 0.14
$\Delta\phi(\mathbf{E}_T^{miss},\mathbf{p}_T^{ll})$, рад	> 2.6	1594 ± 14	$(405 \pm 2) \cdot 10^{1}$	23.6 ± 0.2
Число b-струй	< 1	1548 ± 14	2299 ± 21	29.4 ± 0.3
E_T^{miss} значимость	> 11	1322 ± 13	790 ± 8	38.9 ± 0.4

Таблица $3.1 - \Pi$ олученные пороги по переменным, количество сигнальных и фоновых события и значение сигнальной значимости на каждом этапе оптимизации «жадным» методом.

	До	После	
Сигнал			
QCD ZZ	$(760 \pm 3) \cdot 10^1$	1317 ± 13	
EWK ZZ	262 ± 2	4.35 ± 0.03	
Суммарное число	$(786 \pm 3) \cdot 10^{1}$	1322 ± 13	
сигнальных событий			
	Фон		
Zj	$(963 \pm 4) \cdot 10^3$	64 ±5	
WZ	$(1134 \pm 3) \cdot 10^1$	632 ± 6	
tt	$(12334 \pm 8) \cdot 10^{1}$	19.7 ± 0.9	
WW	5093 ± 13	24.2 ± 0.9	
Wt	$(1025 \pm 4) \cdot 10^{1}$	4.3 ± 0.8	
VVV	41.8 ± 0.3	11.23 ± 0.15	
Other	282 ± 2	0.42 ± 0.07	
Суммарное число	$(1123 \pm 4) \cdot 10^3$	790 ± 8	
фоновых событий			
Сигнальная	5.43 ± 0.02	38.9 ± 0.4	
значимость			

Таблица 3.2 — Число событий и значимость сигнала до и после оптимизации «жадным» методом.

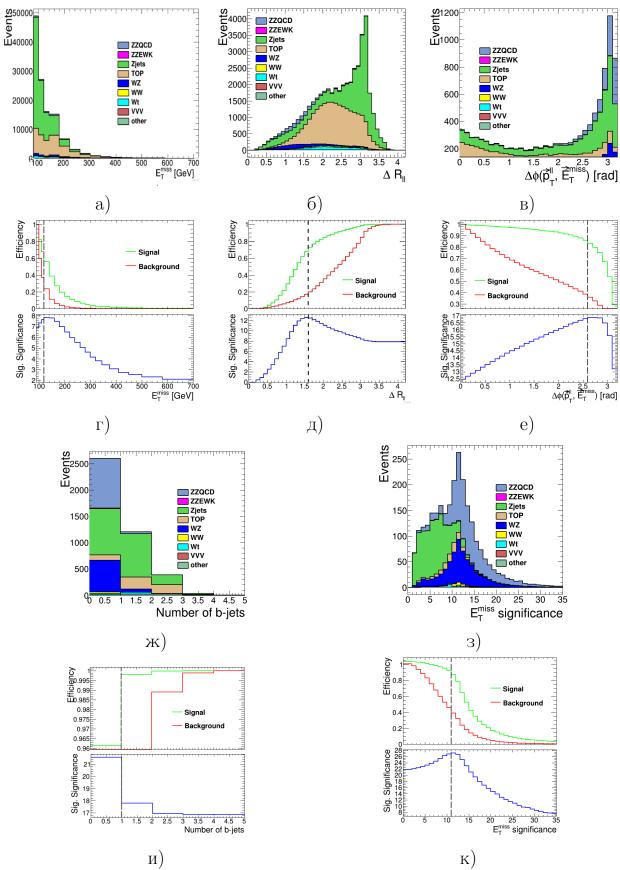


Рисунок 3.2 — Распределения оптимизируемых переменных в порядке очереди их оптимизации, построенные с наложением отборов получаемых в процессе оптимизации (a, б, в, ж, з) и зависимости сигнальной значимости и фоновой и сигнальной эффективностей от порога на переменную (г, д, е, и, к).

3.3. МНОГОМЕРНЫЙ АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ОТБОРА СОБЫТИЙ

Недостатки «жадного» алгоритма оптимизации устраняются при переходе к многомерному методу оптимизации, в котором сигнальная значимость представляется как функция порогов оптимизируемых переменных. Аргументом этой функции является вектор пороговых значений всех переменных участвующих в оптимизации. При поиске вектора оптимальных порогов происходит перебор всех возможных комбинаций ограничений на переменные и выбирается отвечающая максимуму сигнальной значимости. Данный подход имеет ряд преимуществ, по сравнению с «жадным» методом, в котором отборы на переменные определяются один за другим в определенном порядке:

- При использовании многомерного поиска оптимальных отборов не стоит вопрос о порядке, в котором ищутся отборы на переменные. В «жадном» методе оптимизации при разном порядке оптимизации переменных получаются разные результаты.
- Метод многомерного поиска, основанный на переборе всех возможных комбинаций отборов, всегда находит лучшее решение. Причем он способен найти такое решение, которое при последовательном поиске можно упустить.
- Метод многомерного поиска позволяет накладывать некоторые дополнительные условия на решения. Например, ограничение на минимальное число сигнальных событий.

Многомерный алгоритм трудно визуализировать, когда число переменных больше двух. Рисунок 3.3 иллюстрирует фазовое пространство в двумерном случае и зависимость результата от порядка, в котором рассматриваются переменные. Например, оптимизация переменных в порядке $E_T^{miss} \to \Delta R_{\ell\ell}$ «жадным» алгоритмом приводит к порогам $E_T^{miss} > 80$ ГэВ, $\Delta R_{\ell\ell} < 2.4$, и сигнальной значимости 12.89 ± 0.18 . Для обратного порядка переменных $\Delta R_{\ell\ell} \to E_T^{miss}$, $E_T^{miss} > 80$ ГэВ и $\Delta R_{\ell\ell} < 2.9$, что соответствует более низкой значимости сигнала 12.71 ± 0.16 .

Перед процедурой оптимизации фазовое пространство также ограни-

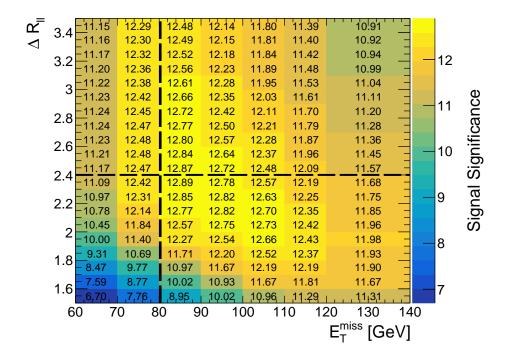


Рисунок 3.3 — Сигнальная значимость как функция порогов на переменные $\Delta R_{\ell\ell}$ и E_T^{miss} . Средняя ошибка сигнальной значимости в каждом бине составляет около 1 - 2%.

чивается условиями предварительного отбора. Для более точного сравнения в методе многомерной оптимизации рассматривается тот же набор переменных, что и в «жадном» алгоритме. В таблице 3.3 представлено сравнение результатов оптимизации «жадным» и многомерным алгоритмами. Подробная информация о количестве событий для сигнальных и фоновых процессов для обоих методов приведена в таблице 3.4. Из сравнения видно, что «жадный» алгоритм оптимизации приводит к большему подавлению фона и более высокому отношению сигнал/фон, в то время как многомерный метод посредством более расслабленных ограничений приводит к более высокому значению значимости сигнала и большему числу сигнальных событий. Принимая во внимание все факторы, метод многомерной оптимизации можно считать наилучшим, поскольку основной целью исследования является поиск максимальной значимости сигнала.

Переменная	До	«Жадный»	Многомерный
		алгоритм	алгоритм
E_T^{miss} , ГэВ	_	> 120	> 70
ΔR_{ll}	_	< 1.6	< 1.8
$\Delta\phi(\mathbf{E}_T^{miss},\mathbf{p}_T^{ll})$	_	> 2.6	> 2.3
N_{b-jets}	_	< 1	< 1
E_T^{miss} значимость	_	> 11	>10
Сигнал	$(786 \pm 3) \cdot 10^{1}$	1322 ± 13	1959 ± 15
$\Phi_{ ext{OH}}$	$(1123 \pm 4) \cdot 10^3$	790 ± 8	$(137 \pm 2) \cdot 10^1$
Сигнальная	5.43 ± 0.02	38.9 ± 0.4	44.7 ± 4
значимость			

Таблица 3.3 — Результаты оптимизации «жадным» и многомерным алгоритмами.

	«Жадный»	Многомерный
	алгоритм	алгоритм
	Сигнал	
QCD ZZ	1317 ± 13	1946 ±15
EWK ZZ	4.35 ± 0.03	13.0 ± 0.4
Суммарное число	1322 ± 13	1959 ± 15
сигнальных событий		
Фон		
Zj	64 ±5	$(18 \pm 2) \cdot 10^1$
WZ	632 ±6	945 ± 8
tt	19.7 ± 0.9	131 ± 2
WW	24.2 ± 0.9	64.0 ± 1.5
Wt	4.3 ± 0.8	41 ± 3
VVV	11.23 ± 0.15	7.88 ± 0.10
Other	0.42 ± 0.07	0.79 ± 0.11
Суммарное число	790 ± 8	$(137 \pm 2) \cdot 10^1$
фоновых событий		

Таблица 3.4 — Количество событий от разных процессов в фазовом пространстве ограниченном отборами полученными «жадным» и многомерным методами.

3.4. РАЗДЕЛЕНИЕ СИГНАЛА И ФОНА КОМПОЗИЦИЕЙ ДЕРЕВЬЕВ РЕШЕНИЙ

3.4.1. АЛГОРИТМ BDTG

На следующем этапе оптимизация отбора событий происходила с использованием алгоритма классификации BDTG реализованного в пакете TMVA [42]. BDTG - это «Композиция деревьев решений» (Boosted Decision Trees) [43] использующая градиентный бустинг [44; 45]. Принцип работы алгоритма состоит в поочерёдном применении ограничений по различным переменным, в ходе чего строится дерево решений. Отборы по переменным производятся так, чтобы максимизировать коэффициент разделения сигнала и фона. Затем из этих отборов выбирается тот, который обеспечивает максимальное разделение событий. Процесс повторяется для каждого дочернего узла до тех пор, пока количество событий в каком-либо из них не станет меньше установленного. Далее все узлы классифицируются как сигналоподобные или фоноподобные в зависимости от коэффициента чистоты или от преобладания в них сигнальных, либо фоновых событий.

Недостатком деревьев решений является их чувствительность к флуктуациям в исходных данных и склонность к переобучению. Бустинг решает эту проблему. Суть этого алгоритма заключается в создании леса деревьев решений. При последовательном создании каждого дерева веса событий тренировочного образца изменяются таким образом, чтобы максимизировать влияние на построение дерева тех переменных, которые были неправильно классифицированы на предыдущих шагах. При этом каждому дереву присваивается вес, который отражает его эффективность в разделении событий.

При применении классификатора к набору данных, события поступают на вход каждому дереву решений, его отклик равен 1, если событие сигнальное и -1, — если фоновое. Отклик классификатора — непрерывная величина, лежащая в пределах [-1;1] и являющаяся взвешенной суммой откликов всех деревьев в лесу. Распределение по отклику можно исполь-

зовать для разделения сигнальных и фоновых событий.

Для оценки эффективности разделения сигнала и фона классификатором использовались сигнальная значимость (3.1) и площадь под кривой рабочей характеристики приемника (receiver operating characteristic curve, ROC-кривой), которая является функцией зависимости эффективности отбора сигнала (signal efficiency) (3.2) и фонового подавления (background rejection) (3.3) как функций от значения ограничения по отклику Подавление фона – это доля фоновых событий, исключаемых из исходного набора.

$$\kappa = 1 - \frac{B}{B_{init.}},\tag{3.3}$$

где $B_{init.}$ – число фоновых событий в исходном наборе.

3.4.2. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРИМЕНЕНИЯ АЛГОРИТМА BDTG B ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ С «ЖЕСТКИМИ» ПРЕДОТБОРАМИ

Перед непосредственным использованием алгоритма BDTG проводился предварительный отбор событий ограничениями на переменные, найденными в ходе оптимизации переменных многомерным методом (таблица 3.3).

Список переменных, используемых в обучении классификатора приведен ниже:

- met_signif $-E_T^{miss}$ значимость
- ullet met_tst $-E_T^{miss}$ потерянный попереный импульс
- \bullet mT_ZZ поперечная масса пары Z бозонов
- ullet dLepR $-\Delta R_{ll}$ ΔR между двумя заряженными лептонами
- $\bullet \ \mbox{leading_pT_lepton} \ -$ поперечный импульс первого лептона
- ullet subleading_pT_lepton поперечный импульс второго лептона
- ZpTomT отношение поперечного импульса Z бозона к его поперечной массе системы конечного состояния
- MetOHT отношение E_T^{miss}/H_T , где H_T скалярная сумма поперечных импульсов отобранных струй и заряженных лептонов
- RhoZ отношение поперечного импульса Z бозона к скалярной сумме поперечных импульсов лептонов

- sumpT_scalar скалярная сумма поперечных импульсов всех жестких объектов в событии
- ullet dLepPhi $-\Delta\phi(ec{E}_T^{miss},ec{p}_T^{ll})$ $\Delta\phi$ между лептонами
- ullet dMetZPhi $-\Delta\phi(ec{E}_T^{miss},ec{p}_T^{ll})$ $\Delta\phi$ между Z-бозонами
- LepRatio отношение поперечных импульсов лептонов
- dLepEta $-\Delta\eta$ между двумя лептонами
- M2Lep инвариантная масса пары лептонов
- Z_rapidity быстрота Z бозона
- n_jets число струй в событии
 На рисунке 3.4 приведены распределения этих переменных.

На рисунке 3.5 показаны результаты работы классификатора. Распределения по отклику классификатора для сигнала и фона сильно перекрываются, а площадь под ROC-кривой близка к $\frac{1}{2}$, что говорит о слабой разделяющей способности алгоритма и низкой его эффективности. Полученный результат объясняется использованием переменных со слабой разделяющей способностью, что является следствием использования «жестких» предварительных отборов, которые также являются результатом оптимизации.

3.4.3. ПРЕДОТБОР СОБЫТИЙ РАССЛАБЛЕННЫМИ УСЛОВИЯМИ

В целях увеличения разделяющей способности переменных и улучшения качества работы классификатора обучение производилось на событиях отобранных с помощью расслабленных условий на переменные. Эти отборы были получены с помощью метода многомерной оптимизации поиском максимума сигнальной значимости при условии, что число сигнальных событий больше 4000. В таблице 3.5 представлены «жесткие» и расслабленные отборы. В таблице 3.6 представлены числа сигнальных и фоновых процессов для каждого источника сигнала и фона для «жесткого» и расслабленного вариантов предварительного отбора событий.

При обучении «расслабленного» классификатора использовались те же переменные, что и при обучении «жесткого». Распределения переменных для сигнала и фона при расслабленном предотборе имеют более вы-

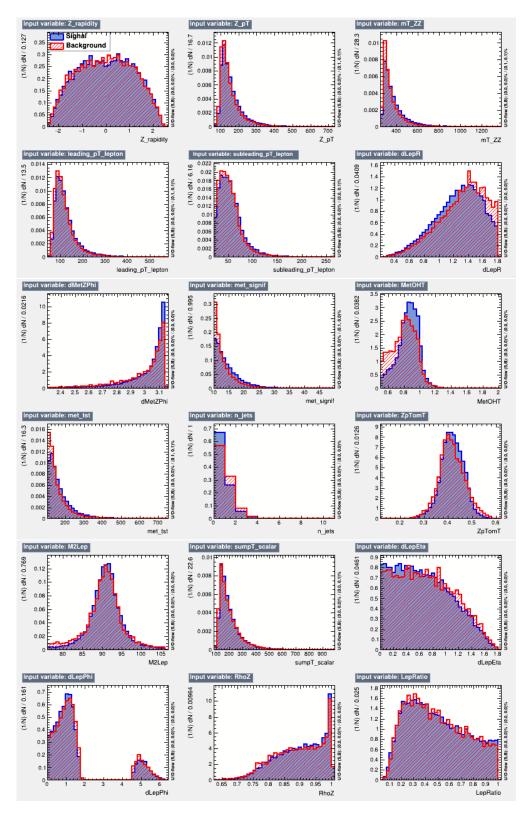


Рисунок 3.4 — Нормированные на единицу распределения переменных для сигнала и фона, участвовавших в обучении классификатора в варианте фазового пространства с «жесткими предотборами».

раженные различия и разделяющую силу (рисунок 3.6).

На рисунке 3.7 показаны результаты работы классификатора. Из распределения отклика классификатора видна улучшенная разделяющая спо-

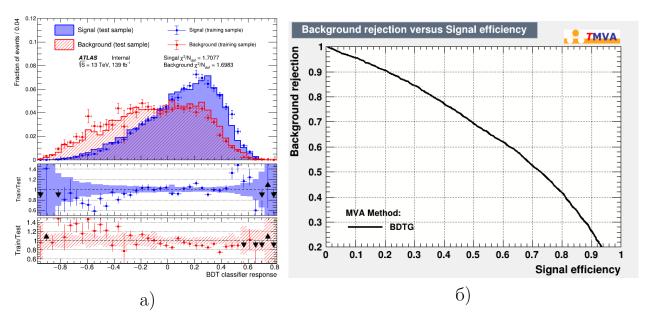


Рисунок 3.5 — Распределение сигнала и фона по переменной функции отклика классификатора для тренировочной и тестовой выборок(а) и ROCкривая (б) для набора данных с «жесткими» предотборами.

Переменная	Расслабленный	Жесткий
	отбор	отбор
E_T^{miss} , ГэВ	>70	>70
$\vec{E_T^{miss}}$ значимость	>7	>10
ΔR_{ll}	<2.2	<1.8
$\Delta\phi(ec{E}_T^{miss},ec{p}_T^{ll})$	>1.3	> 2.3
Число b-струй	<1	<1

Таблица 3.5 — Условия расслабленного и жесткого отбора событий

собность классификатора. Сравнение распределения тренировочной и тестовой выборки критерием Пирсона показывает отсутствие переобучения.

3.4.4. НАСТРОЙКА КЛАССИФИКАТОРА.

В целях увеличения разделяющей способности и стабильности алгоритма классификации был проведен ряд исследований по поиску наилучших настроек.

Процесс	Расслабленный	Жесткий отбор		
	отбор			
	Сигнал	-		
QCD ZZ	$(441 \pm 2) \cdot 10^1$	1946 ± 15		
EWK ZZ	57.8 ± 0.9	13.0 ± 0.4		
Полное число	$(447 \pm 2) \cdot 10^{1}$	1959 ± 15		
сигнальных событий				
	Фон			
Zj	$(122 \pm 3) \cdot 10^2$	$(18 \pm 2) \cdot 10^1$		
WZ	3116 ± 15	945 ± 8		
tt	2829 ± 11	131 ± 2		
WW	1352 ± 7	64.0 ± 1.5		
Wt	729 ± 10	41 ± 3		
VVV	1771 ± 0.17	7.88 ± 0.10		
Other	4.46 ± 0.26	0.79 ± 0.11		
Полное число	$(204\pm3)\cdot10^2$	$(137 \pm 2) \cdot 10^1$		
фоновых событий				

Таблица 3.6 — Числа сигнальных и фоновых событий для каждого источника сигнала и фона при расслабленном и жестком отборе.

Выбор критерия разделения.

Для определения наилучшего критерия разделения производилась тренировка нескольких классификаторов, отличающихся только критерием разделения. При этом остальные настройки, такие как гиперпараметры и используемые переменные, оставались одинаковыми в каждом тренируемом алгоритме. В ходе исследования были рассмотрены следующие критерии разделения:

- Индекс Гини (критерий по умолчанию), определяемый как $p \cdot (1-p)$, где $p = \frac{S}{S+B}, \, S$ число сигнальных событий, B фоновых;
- Ошибка мисклассификации, определяемая как $1 \max(p, 1 p)$;
- Статистическая значимость, определяемая как $S/\sqrt{S+B}$.

Сравнения показали, что отличие производительности классификатора минимально при вариации критерия разделения. Везде далее использован в качестве критерия индекс Гини.

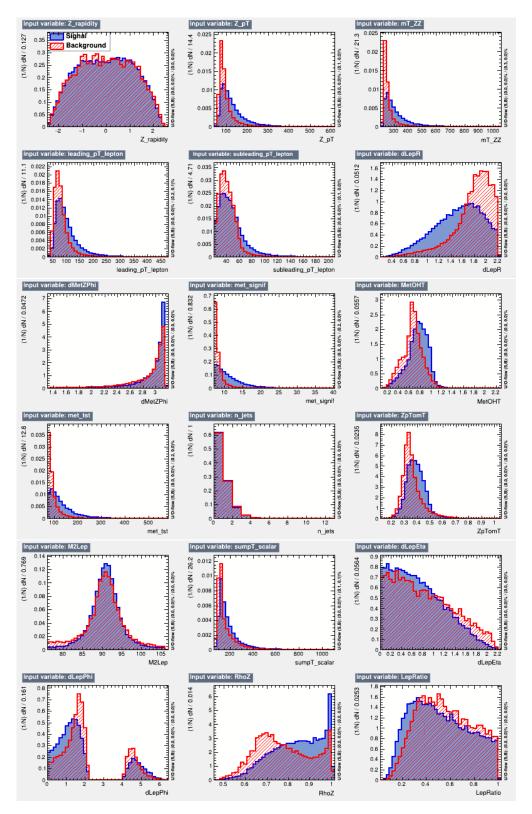


Рисунок 3.6 — Нормированные на единицу распределения переменных для сигнала и фон, участвовавших в обучении классификатора в варианте фазового пространства с расслабленными предотборами.

Оптимизация гиперпараметров классификатора.

Подбор оптимальных настроек (гиперпараметров) классификатора, производился методом поиска по сетке [46], при котором классификатор

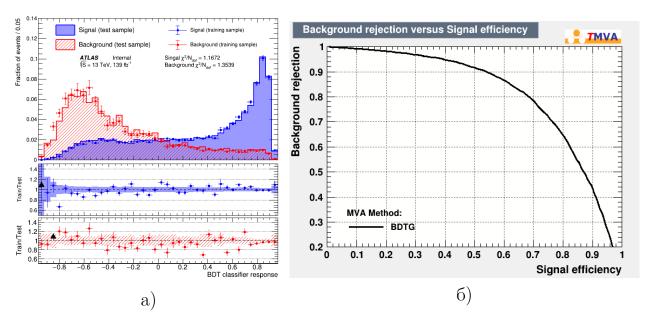


Рисунок 3.7 — Распределение сигнала и фона по переменной функции отклика классификатора для тренировочной и тестовой выборок(а) и ROCкривая (б) для набора данных с расслабленными предотборами.

циклически обучался со всевозможными настройками и отбирался лучший, соответствующий максимуму площади под ROC-кривой. В оптимизации участвовали следующие гиперпараметры:

- NTrees число деревьев;
- MaxDepth максимальная глубина дерева;
- MinNodeSize минимальный процент обучающих событий;
- Shrincage скорость обучения для алгоритма градиентного бустинга.

Ниже показан диапазон рассматриваемых значений гиперпараметров:

- NTrees: 100, 200, 400, 600, 800, 1000
- MaxDepth: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
- Shrinkage: 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1.0
- MinNodeSize: 0.2%, 0.5%, 1%, 2%, 5%, 10%, 20%

В таблице 3.7 приведены значения стандартных и полученных в ходе оптимизации настроек, а также максимальные сигнальные значимости, доступные при применении ограничения на значения отклика классификатора. На рисунке 3.8 показаны распределения сигнала и фона по отклику классификатора, а также зависимомсть сигнальной значимости от порога на отклик классификатора. На рисунке 3.9 показаны нормированные на единицу распределения сигнала и фона по отклику классификатора для

тренировочной и тестовой выборок.

Option	Default	Best
NTrees	400	200
Shrinkage	0.1	0.3
MaxDepth	3	2
MinNodeSize	5%	0.2%
Сигнальная	44.3 ± 0.4	46.1 ± 0.4
значимость		

Таблица 3.7 — Значения гиперпараметров используемых по умолчанию и полученных в ходе оптимизации

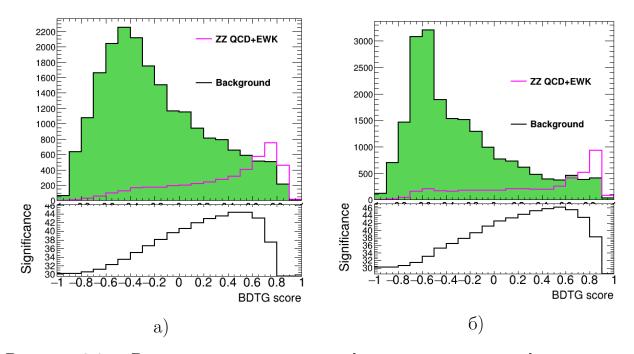


Рисунок 3.8 — Распределения сигнала и фона по переменной функции отклика классификатора и зависимости сигнальной значимости от порога на функцию отклика классификатора до (а) и после (б) оптимизации гиперпараметров классификатора.

Таким образом в ходе оптимизации гиперпараметров классификатора удалось повысить максимально достижимую сигнальную значимость с 44.3 ± 0.4 до 46.1 ± 0.4 . К тому же, как видно из рисунков 3.9, улучшилось согласие распределений сигнала и фона по отклику классификатора для тестовых и тренировочных выборок, что говорит об увеличении стабильности классификатора и меньшей склонности к переобучению.

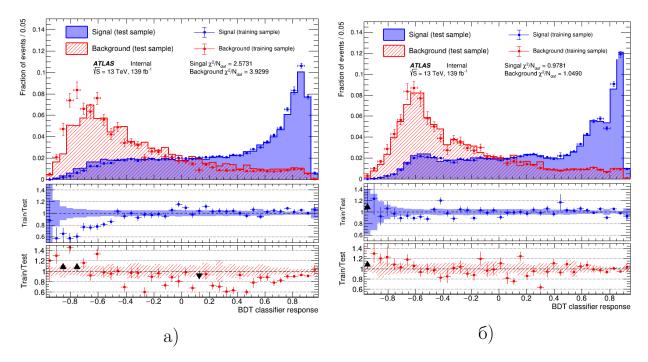


Рисунок 3.9 — Нормированные распределения сигнала и фона по переменной функции отклика классификатора для тренировочной и тестовой выборки до (a) и после (б) оптимизации гиперпараметров классификатора.

Отбор переменных.

Отбор переменных необходим для выделения максимально эффективных переменных из них, а также исключения неэффективных и сильно коррелирующих, которые могут не только не улучшить, а даже ухудшить стабильность и эффективность алгоритма. Также исключение неэффективных переменных разгружает классификатор, уменьшает время, необходимое на его обучение и снижает вероятность переобучения.

В данной работе для отбора переменных использовался итеративный алгоритм «N+1» [47]. Идея метода в том, чтобы измерить важность переменной, глядя на сколько увеличивается площадь под ROC-кривой (AUROC), когда переменная добавляется. Отбор начинается с одной переменной с наибольшим AUROC и последовательно добавляет переменную из оставшихся N-n с самым высоким AUROC. Это предполагает обучение классификатора BDT для каждой из N-n комбинации для определения AUROC и нахождения лучшей комбинации.

В таблице 3.8 показан процесс отбора переменных и изменение значения AUROC при добавлении каждой переменной. Из таблицы видно, что после добавления переменной frac_pT, последующие добавляемые пере-

менные не улучшают производительность классификатора. Таким образом было отобрано 9 переменных. При этом максимально достижимая сигнальная значимость увеличилась с 46.1 ± 0.4 до 46.8 ± 0.4 (рисунок 3.10). На рисунке 3.11 показано сравнение нормированных распределений функции отклика классификатора для тренировочной и тестовой выборок до и после отбора переменных. В обоих случаях классификаторы ведут себя стабильно и не склонны к переобучению.

$N_{\overline{0}}$	Переменная	AUROC	Nº 0	Переменная	AUROC
1.	M2Lep	0.79267	11.	met_tst	0.80813
2.	dMetZPhi	0.80029	12.	LepRatio	0.80799
3.	dLepR	0.80434	13.	dLepPhi	0.80787
4.	MetOHT	0.80567	14.	dLepEta	0.80693
5.	n_jets	0.80690	15.	Z_rapidity	0.80623
6.	leading_pT_lepton	0.80715	16.	Z_pT	0.80393
7.	mT_ZZ	0.80740	17.	sumpT_vector	0.80371
8.	subleading_pT_lepton	0.80748	18.	ZpTomT	0.79994
9.	${ m frac_pT}$	0.80818	19.	RhoZ	0.79746
10.	$sumpT_scalar$	0.80809			

Таблица 3.8 — Площадь под ROC-кривой при добавлении каждой переменной

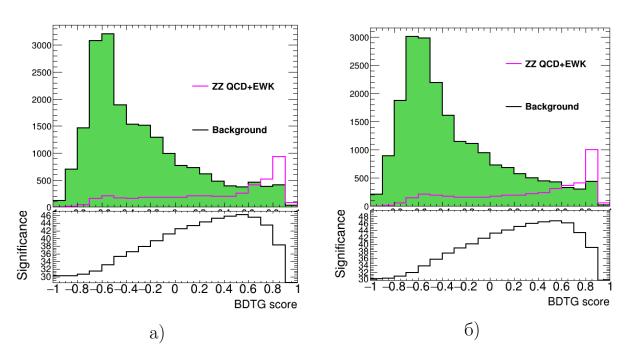


Рисунок 3.10 — Распределения сигнала и фона по переменной функции отклика классификатора и зависимости сигнальной значимости от порога на функцию отклика классификатора до (a) и после (б) отбора переменных.

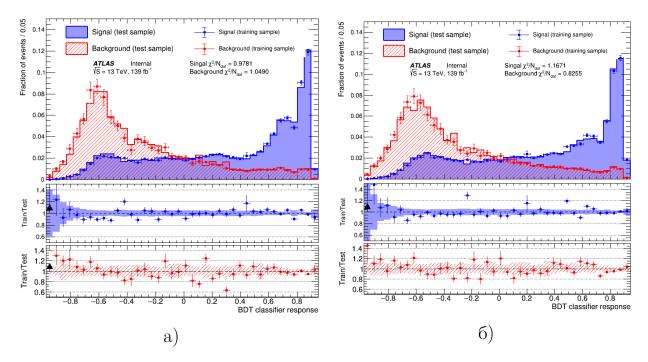


Рисунок 3.11 — Нормированные распределения сигнала и фона по переменной функции отклика классификатора для тренировочной и тестовой выборки до (a) и после (б) отбора переменных.

3.5. ОЦЕНКА ОЖИДАЕМОГО ЧИСЛА СОБЫТИЙ ИНКЛЮЗИВНОГО ПРОЦЕССА $ZZ \to \ell\ell\nu\nu$.

Полученный классификатор использовался для выделения инклюзивного процесса $ZZ \to \ell\ell\nu\nu$ числа сигнальных событий путем фитирования распределения отклика классификатора. В данной главе описывается методика одновременного фитирования данных в контрольных и сигнальном регионах, а также показано сравнение результатов фитирования распределения отклика классификатора в расслабленном фазовом пространстве и переменной p_T^Z в сигнальном регионе в фазовом пространстве с жесткими предотборами для .

Фитирование выполнялось с помощью фреймворка TRExFitter [48] на основе пакета HistFactory [49]. Оценка ожидаемого числа событий выполнялась путем оценки силы сигнала, также называемой параметром интереса (POI), которая определяется как

$$\mu = \frac{N_{meas.}}{N_{SM}} \tag{3.4}$$

где N_{SM} - число сигнальных событий, предсказанных СМ, а $N_{meas.}$ - число событий, измеренных по наблюдаемым данным.

3.5.1. ФУНКЦИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ

Для описания статистической модели физического эксперимента вводится функция правдоподобия, в которой для учета систематических погрешностей вводятся параметры θ :

$$\mathcal{L}(\mu, \theta) = \prod_{r}^{\text{regions}} \left[\prod_{i}^{\text{bins} \in r} \text{Pois}(N_i^{\text{data}} | \mu N_i^s \eta^s(\theta) + N_i^b \eta^b(\theta)) \right] \cdot \prod_{i}^{\text{nuis. par.}} \mathcal{L}(\theta_i), (3.5)$$

где

- $N_i^{
 m data}$ число событий наблюдаемых данных в бине i;
- N_i ожидаемое число сигнальных или фоновых событий в бине i;
- $\eta(\theta)$ отражает влияние систематических неопределенностей на число событий в бине i;
- $\mathcal{L}(\theta_i)$ функция правдоподобия «вспомогательного измерения», отражающего характер систематических неопределенностей.

Измерение μ и θ осуществляется путем минимизации « $-\mathcal{L}(\mu,\theta)$ ». Соответствующие значения обозначаются как $\hat{\mu}$ и $\hat{\theta}$, соответственно.

Для вычисления значимости открытия и неопределенности оценок $\hat{\mu}$ и $\hat{\theta}$ используется следующая статистика 1 :

$$q(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta}) = -2 \ln \lambda(\mu, \hat{\mu}, \hat{\theta}) = -2 \ln \frac{\mathcal{L}(\mu, \hat{\theta}(\mu))}{\mathcal{L}(\hat{\mu}, \hat{\theta})},$$
(3.6)

где $\lambda(\mu,\hat{\mu},\hat{\theta})$ — отношение правдоподобия, а $\hat{\theta}(\mu)$ - множество значений θ , минимизирующих — $\ln \mathcal{L}(\mu,\theta)$ для любого заданного μ .

В соответствии с [50], ожидаемая медианная значимость обнаружения может быть рассчитана следующим образом:

 $^{^{1}}$ Статистика - измеримая числовая функция от выборки, не зависящая от неизвестных параметров распределения.

$$Z_{\text{disc}}^{\text{exp.}} = \sqrt{q(\mu = 1)_A},\tag{3.7}$$

где $q(\mu=1)_A$ рассчитывается с использованием набора данных Азимова. Набор данных Азимова - это такой набор данных, при использовании которого для оценки всех параметров получаются истинные значения этих параметров. Он создается путем суммирования всех ожидаемых выходов событий и учета влияния коэффициентов нормировки фона и систематических параметров θ , оцененных при фитировании только для фона.

3.5.2. ОПИСАНИЕ СИГНАЛЬНОГО И КОНТРОЛЬНЫХ РЕГИОНОВ.

Поскольку нормировка основных фоновых процессов, оцененных в МК, должна быть в согласии с данными, используется одновременный фит в сигнальном и контрольных регионах, определение которых представлено ниже. Рассматриваются два варианта сигнального и контрольных регионов - «расслабленный» и «жесткий».

«Расслабленный» сигнальный регион определяется расслабленными отборами, а «жесткий» сигнальный регион определяется жесткими отборами, описанными в таблице 3.5.

 ${
m Zj}$ - регион фазового пространства, регион в котором доля событий процесса ${
m Z+j}$ максимальна. ${
m Zj}$ - регион определяется ровно так же, как и сигнальный, но с отличием в ограничении на переменную E_T^{miss} значимость: для расслабленного E_T^{miss} значимость < 7, для жесткого E_T^{miss} значимость < 9, для обоих регионов E_T^{miss} значимость > 4.

Нерезонансный контрольный регион (NR) или $e\mu$ -регион - регион фазового пространства, в котором доля событий процессов нерезонансного рождения $\ell^+\ell^-$ максимальна. $e\mu$ -регион выделяется ровно так же как и соответствующий сигнальный, с той лишь разницей, что лептоны отираются разного аромата $(e\mu)$.

WZ регион или 3ℓ -регион - регион фазового пространства, в котором доля событий процесса WZ максимална. В WZ регион попадают события с тремя лептонами, в нем нет ограничений на переменные ΔR_{ll} и $\Delta \phi(\vec{E}_T^{miss}, \vec{p}_T^{ll})$, но есть условие на поперечную массу W-бозона $m_T^W > 60$

ГэВ.

В таблицах 3.9 и 3.10 показаны отборы, ограничивающие каждый регион.

Переменная	SR	$WZ(3\ell)$	$\mid NR (e\mu) \mid Zj$
$E_T^{miss.}$, ГэВ	>70		>70
ΔR_{ll}	<1.8		<1.8
$\Delta\phi(ec{E}_T^{miss},ec{p}_T^{ll})$, рад	> 2.3		>2.3
$E_T^{miss.}$ значимость		>10	[4;9]
m_T^W , ГэВ		>60	

Таблица 3.9 — Жесткий вариант сигнального и контрольных регионов

Переменная	SR	$ WZ(3\ell) $	$\mid NR(e\mu) \mid Zj$
$E_T^{miss.}$, ГэВ	>70		>70
ΔR_{ll}	< 2.2		<2.2
$\Delta\phi(ec{E}_T^{miss},ec{p}_T^{ll})$, рад	>1.3		>1.3
$E_T^{miss.}$ значимость		>7	[4;7]
m_T^W , ГэВ		>60	

Таблица 3.10 — Расслабленный вариант сигнального и контрольных регионов

3.5.3. ПРОЦЕДУРА ФИТИРОВАНИЯ

В ходе процедуры фитирования вводятся такие нормировочные коэффициенты, как μ_{ZZ} , μ_{Zj} , μ_{WZ} , μ_{NR} для процессов ZZ (QCD и EWK), Z+струя/струи, WZ и процессов нерезонансного рождения $\ell^+\ell^-$ ($t\bar{t}$, Wt, WW) соответственно. Для получения ожидаемых результатов используется двухэтапная процедура фитирования. На первом этапе выполняется фитирование данных предсказаниями о фонах в контрольных регионах для получения оценки нормировочных коэффициентов фона (μ_{Zj} , μ_{WZ} , μ_{NR}). На втором этапе рассматриваются как контрольные, так и сигнальный регионы, а μ_{ZZ} используется в качестве свободного параметра. Поскольку для сигнального региона информация о данных недоступна на текущем этапе анализа, то вместо них используются данные Азимова. Исходя из определения набора данных Азимова, это фитирование даст те же результаты для средних значений и ошибок коэффициентов нормализации фона

и параметров систематических неопределенностей θ , что и при фитировании только фона на первом шаге. Однако такое фитирование позволяет также оценить значимость и неопределенность РОІ (μ_{ZZ}).

3.5.4. СИСТЕМАТИЧЕСКИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Для консервативной оценки значимости обнаружения и неопределенности μ_{ZZ} в функцию правдоподобия включались экспериментальные и теоретические неопределенности, полученные при измерении процесса $ZZ \to \ell\ell\nu\nu$ на данных протон-протонных столкновений собранных детектором ATLAS в 2015-2016 гг. Основные теоретические неопределенности связаны с выбором партонной функции плотности (PDF), отсутствующим расчетом высшего порядка КХД (Scale) и моделированием партонных ливней, адронизации и сопутсвующих событий (UEPS). Основные экспериментальные неопределенности связаны с масштабной шкалой импульса и разрешением, с которым производилось измерение лептонов и струй, эффективности реконструкции и отбора лептонов и расчетом потерянного поперечного импульса. В таблице 3.11 приведены доминирующие теоретические и экспериментальные погрешности и их относительные вклады, использовавшиеся при построении функции правдоподобия.

Teop	етические	Экспер	иментальные
PDF	3.5%	Лептон.	2.0%
Scale	2.0%	Струй.	2.0%
UEPS	2.0%	$\mid E_T^{miss.} \mid$	1.1%

Таблица 3.11 — Основные источники экспериментальных и теоретических погрешностей

3.5.5. РЕЗУЛЬТАТЫ ФИТИРОВАНИЯ.

Результаты фитирования в «жестких» вариантах контрольных и сигнального регионов

На рисунках 3.12 представлены распределения до фита к данным только в контрольных регионах. На рисунке 3.13 представлены распреде-

ления после фита к данным только в контрольных регионах.

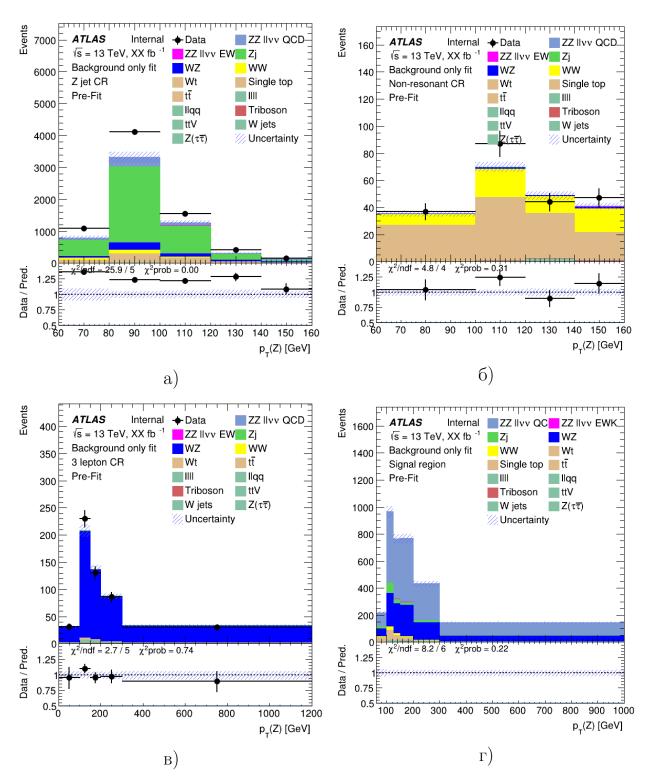


Рисунок 3.12 — Распределения до фита в контрольных регионах с жесткими предотборами. Фит производился к наблюдаемым данным.

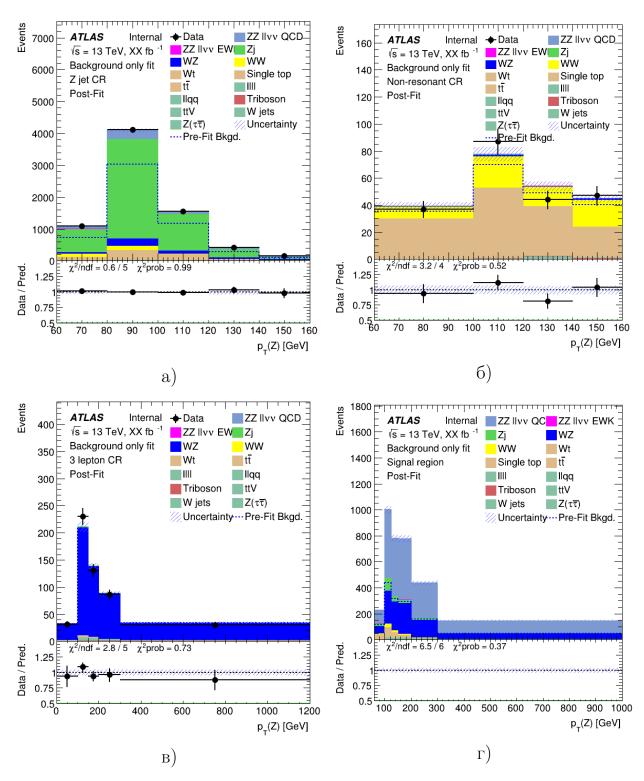


Рисунок 3.13 — Распределения после фита в контрольных регионах с жесткими предотборами. Фит производился к наблюдаемым данным.

Результаты фитирования в «расслабленных» вариантах контрольных и сигнального регионов

На рисунках 3.14 представлены распределения до фита к данным только в контрольных регионах. На рисунке 3.15 представлены распреде-

ления после фита к данным только в контрольных регионах.

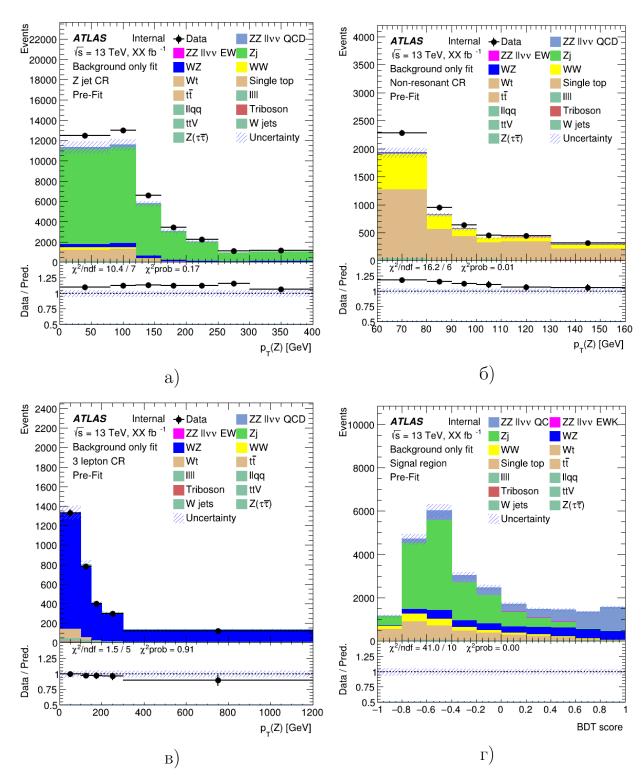


Рисунок 3.14 — Распределения до фита в контрольных регионах с расслабленными предотборами. Фит производился к наблюдаемым данным.

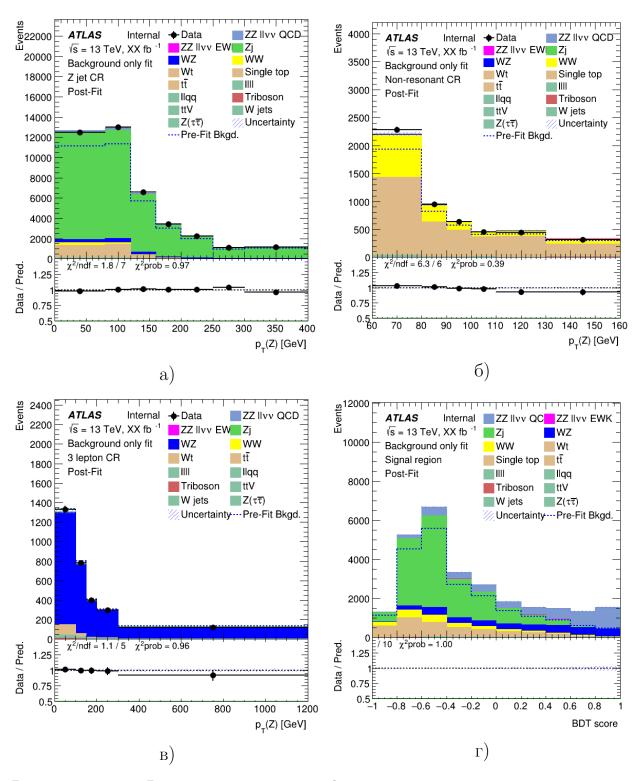


Рисунок 3.15 — Распределения после фита в контрольных регионах с расслабленными предотборами. Фит производился к наблюдаемым данным.

Сравнение результатов фита в «жестких» и «расслабленных» регионах

В таблице приведены значения наблюдаемых нормировочных коэффициентов для основных фоновых процессов и ожидаемая оценка неопределенности нормировочного коэффициента для сигнального процесса, а также ожидаемые значимости, полученные в ходе двух вариантов фита.

	«Жесткий» фит	«Расслабленный» фит
μ_{ZZ}	$1.00^{+0.04}_{-0.04}(\text{stat})^{+0.06}_{-0.05}(\text{syst})$	
	$1.31^{+0.03}_{-0.03}(\text{stat})^{+0.07}_{-0.07}(\text{syst})$	
μ_{NR}	$1.11^{+0.08}_{-0.07}(\text{stat})^{+0.05}_{-0.05}(\text{syst})$	$1.15^{+0.02}_{-0.02}(\text{stat})^{+0.05}_{-0.05}(\text{syst})$
μ_{WZ}	$1.01^{+0.05}_{-0.05}(\text{stat})^{+0.06}_{-0.05}(\text{syst})$	$0.97_{-0.02}^{+0.02}(\text{stat})_{-0.05}^{+0.06}(\text{syst})$
Ожидаемая значимость, σ	16.8	26.1

Таблица 3.12 — Результаты фита по переменной p_T^Z с жестким ограничением контрольных и сигнального регионов и по переменной отклика классификатора BDTG с расслабленным ограничением контрольных и сигнального регионов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью данного исследования является изучение инклюзивного процесса рождения пары Z-бозонов с последующим распадом в конечное состояние $\ell\ell\nu\nu$ и выделение его из фоновых процессов.

В соответствии с поставленной целью в результате данной работы

- 1) Предложен и реализован многомерный метод оптимизации отбора событий, который демонстрирует свою эффективность по сравнению с «жадным» методом поиска оптимальных отборов (таблица 3.3) и успешно применяется в других задачах оптимизации отбора событий.
- 2) Впервые применены алгоритмы машинного обучения в контексте изучения инклюзивного процесса $ZZ \to \ell\ell\nu\nu$.
- 3) Произведена настройка и оптимизация классификатора BDTG, в ходе которой получен эффективный алгоритм, несклонный к переобучению и имеющий стабильную разделяющую способность.
- 4) Произведен фит в сигнальном регионе по распределению отклика оптимизированного классификатора. Результат фита по отклику классификатора показывает значительно большую ожидаемую значимость (26.1 σ) и меньшие погрешности определения нормировочных коэффициентов μ по сравнению с фитом в сигнальном регионе по распределению переменной p_T^Z (16.8 σ).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Вайнберг С.* Космология. Книжный дом ЛИБРОКОМ, 2013. С. 603.
- 2. *Емельянов В. М.* Стандартная модель и ее расширения. Физматлит, 2007. C. 584.
- 3. Langacker P. The standard model and beyond. Series in High Energy Physics, 2010. C. 663.
- 4. Lykken J. D. Beyond the Standard Model. 2010. arXiv: 1005.1676 [hep-ph].
- 5. Randall L., Sundrum R. Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension // Physical Review Letters. 1999. T. 83, \mathbb{N} 17. C. 3370—3373.
- 6. Randall L., Sundrum R. An Alternative to Compactification // Physical Review Letters. 1999. T. 83, № 23. C. 4690—4693.
- 7. Davoudiasl H., Hewett J. L., Rizzo T. G. Experimental probes of localized gravity: On and off the wall // Physical Review D. 2001. T. 63, \mathbb{N} 7.
- 8. Altarelli G., Mele B., Ruiz-Altaba M. Searching for New Heavy Vector Bosons in $p\bar{p}$ Colliders // Z. Phys. C. 1989. T. 45. C. 109. [Erratum: Z.Phys.C 47, 676 (1990)].
- 9. Supercollider physics / E. Eichten [и др.] // Rev. Mod. Phys. 1984. Т. 56, вып. 4. С. 579—707.
- 10. Georgi H., Glashow S. L. Unity of All Elementary-Particle Forces // Phys. Rev. Lett. 1974. Т. 32, вып. 8. С. 438—441.
- 11. Gounaris G., Layssac J., Renard F. New and standard physics contributions to anomalous Z and self-couplings // Physical Review D. 2000. T. 62, \mathbb{N}^{2} 7.
- 12. Measurement of ZZ production in the $\ell\ell$ final state with the ATLAS detector in pp collisions at \sqrt{s} = 13 TeV / and M. Aaboud [и др.] // Journal of High Energy Physics. 2019. Т. 2019, № 10.

- 13. Baur U., Rainwater D. Probing neutral gauge boson self-interactions in ZZ production at hadron colliders // Physical Review D. 2000. T. 62, \mathbb{N}^2 11.
- 14. Gonç alves D., Han T., Mukhopadhyay S. Off-Shell Higgs Probe of Naturalness // Physical Review Letters. 2018. T. 120, \mathbb{N}_{2} 11.
- 15. Constraints on off-shell Higgs boson production and the Higgs boson total width in ZZ \rightarrow 4 ℓ and ZZ \rightarrow 2 ℓ 2 final states with the ATLAS detector / M. Aaboud [μ др.] // Physics Letters B. 2018. T. 786. C. 223—244.
- 16. Gounaris G., Layssac J., Renard F. New and standard physics contributions to anomalous Z and self-couplings // Physical Review D. 2000. T. 62, \mathbb{N}_{2} 7.
- 17. Oerter R., Holstein B. The Theory of Almost Everything: The Standard Model, the Unsung Triumph of Modern Physics // Physics Today PHYS TODAY. 2006. T. 59.
- 18. Observation of the Top Quark / S. Abachi [и др.] // Physical Review Letters. 1995. Т. 74, № 14. С. 2632—2637.
- 19. Discovery ofmml:math xmlns:mml="http://www.w3.org/1998/Math/MathML"c Appearance in the CNGS Neutrino Beam with the OPERA Experiment / N. Agafonova [и др.] // Physical Review Letters. 2015. Т. 115, № 12.
- 20. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC / G. Aad [и др.] // Physics Letters B. -2012. T. 716, № 1. C. 1-29.
- 21. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC / S. Chatrchyan [μ др.] // Physics Letters B. 2012. T. 716, № 1. C. 30—61. ISSN 0370-2693.
- 22. Evans L., Bryant P. LHC Machine // Journal of Instrumentation. 2008. T. 3, No. 08. S08001—S08001.
- 23. ATLAS detector and physics performance : Technical Design Report, 1 : тех. отч. Geneva:CERN, 1999. С. 460.
- 24. The CMS experiment at the CERN LHC / T. C. Collaboration [и др.] // Journal of Instrumentation. 2008. Т. 3, № 08. S08004—S08004.

- 25. The ALICE experiment at the CERN LHC / T. A. Collaboration [и др.] // Journal of Instrumentation. 2008. Т. 3, № 08. S08002—S08002.
- 26. The LHCb Detector at the LHC / T. L. Collaboration [и др.] // Journal of Instrumentation. 2008. Т. 3, № 08. S08005—S08005.
- 27. The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider / G. Aad [и др.] // JINST. 2008. Т. 3. S08003. 437 р. Also published by CERN Geneva in 2010.
- 28. Performance of the ATLAS trigger system in 2015 / M. Aaboud and and G. Aad and B. Abbott and J. Abdallah and O. Abdinov and B. Abeloos // The European Physical Journal C. 2017. T. 77, \mathbb{N}^{2} 5.
- 29. Jet energy scale and its systematic uncertainty in proton-proton collisions at sqrt(s)=7 TeV in ATLAS 2010 data. 2011.
- 30. Cacciari M., Salam G. P., Soyez G. The anti-ik/isubit/i/subjet clustering algorithm // Journal of High Energy Physics. 2008. T. 2008, № 04. C. 063—063.
- 31. Optimisation and performance studies of the ATLAS *b*-tagging algorithms for the 2017-18 LHC run : тех. отч. / CERN. Geneva, 2017.
- 32. Optimisation and performance studies of the ATLAS b-tagging algorithms for the 2017-18 LHC run : тех. отч. / CERN. Geneva, 2017.
- 33. Topological b-hadron decay reconstruction and identification of b-jets with the JetFitter package in the ATLAS experiment at the LHC : тех. отч. / CERN. Geneva, 2018.
- 34. Performance of Missing Transverse Momentum Reconstruction in ATLAS with 2011 Proton-Proton Collisions at sqrts=7 TeV : тех. отч. / CERN. Geneva, 2012.
- 35. Luminosity determination in pp collisions at $\sqrt{s}=13$ TeV using the ATLAS detector at the LHC : тех. отч. / CERN. Geneva, 2019.
- 36. Event generation with SHERPA 1.1 / T. Gleisberg [и др.] // Journal of High Energy Physics. 2009. Т. 2009, № 02. С. 007—007.

- 37. Frixione S., Nason P., Oleari C. Matching NLO QCD computations with parton shower simulations: the POWHEG method // Journal of High Energy Physics. 2007. T. 2007, № 11. C. 070—070.
- 38. The automated computation of tree-level and next-to-leading order differential cross sections, and their matching to parton shower simulations / J. Alwall [и др.] // Journal of High Energy Physics. 2014. Т. 2014, № 7.
- 39. Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P. A brief introduction to PYTHIA 8.1 // Computer Physics Communications. 2008. T. 178, \mathbb{N} 11. C. 852—867.
- 40. Sinervo P. K. Signal Significance in Particle Physics. 2002.
- 41. Object-based missing transverse momentum significance in the ATLAS detector : тех. отч. / CERN. Geneva, 2018.
- 42. TMVA Toolkit for Multivariate Data Analysis / A. Hoecker [и др.]. 2007.
- 43. Classification and Regression Trees / L. Breiman [и др.] //. 1983.
- 44. Freund Y., Schapire R. E. A Short Introduction to Boosting // In Proceedings of the Sixteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence. Morgan Kaufmann, 1999. C. 1401—1406.
- 45. Friedman J. H. Greedy function approximation: A gradient boosting machine. //
 The Annals of Statistics. 2001. T. 29, № 5. C. 1189—1232.
- 46. La Valle S. M., Branicky M. S., Lindemann S. R. On the relationship between classical grid search and probabilistic roadmaps // The International Journal of Robotics Research. 2004. T. 23, № 7/8. C. 673—692.
- 47. Glaysher P., Katzy J. M., An S. Iterative subtraction method for Feature Ranking. 2019.
- 48. Towards Real-World Applications of ServiceX, an Analysis Data Transformation System / K. Choi [и др.] // EPJ Web of Conferences / под ред. С. Biscarat [и др.]. 2021. Т. 251. С. 02053.
- 49. HistFactory: A tool for creating statistical models for use with RooFit and RooStats: тех. отч. / К. Cranmer [и др.]; New York U. New York, 2012.

50. Asymptotic formulae for likelihood-based tests of new physics / G. Cowan [и др.] // The European Physical Journal C. — 2011. — Т. 71, № 2.