

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

На правах рукописи

БИКБАЕВ ТИМУР ЭДУАРДОВИЧ

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ "ТЁМНЫХ"
АТОМОВ СКРЫТОЙ МАССЫ С ЯДРАМИ ВЕЩЕСТВА**

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии»
Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Ю. Хлопов

Научный консультант,
к.ф.-м.н., доц.

_____ А. Г. Майоров

Москва 2022

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ "ТЁМНЫХ"
АТОМОВ СКРЫТОЙ МАССЫ С ЯДРАМИ ВЕЩЕСТВА**

Студент	_____ Т. Э. Бикбаев
Научный руководитель, д.ф.-м.н., проф.	_____ М. Ю. Хлопов
Научный консультант, к.ф.-м.н., доц.	_____ А. Г. Майоров
Рецензент, д.ф.-м.н., проф.	_____ Д. Н. Воскресенский
Секретарь ГЭК, к.ф.-м.н.	_____ А. А. Кириллов
Зав. каф. №40, д.ф.-м.н., проф.	_____ М. Д. Скорохватов
Рук. учеб. прог., д.ф.-м.н., проф.	_____ М. Д. Скорохватов

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
I Свидетельства существования скрытой массы	8
1 Кривые вращения галактик	8
2 Формирование галактик	9
3 Динамика скоплений галактик	11
4 Гравитационное линзирование	12
5 Анизотропия реликтового излучения	14
II Классификация скрытой массы и космологические ограничения .	17
III Составная скрытая масса	23
1 Модель Глэшоу	24
2 Современные модели составной скрытой массы	26
3 Заряженные компоненты составной скрытой массы	26
IV "Тёмные" атомы X -гелия	29
V Численное моделирование взаимодействия "тёмного" атома с ядром. Модель Бора.	33
1 Моделирование O -гелия	33
2 Система координат системы OHe -ядро	34
3 Учёт всех сил взаимодействия в системе OHe -ядро	36
4 Квантово-механический эффект туннелирования	38
5 Эффект Штарка	39
VI Численное моделирование взаимодействия "тёмного" атома с ядром. Модель Томсона.	45
1 Моделирование X -гелия	45
2 Учёт всех сил взаимодействия в системе XHe -ядро	47
3 Добавление силы Штарка в модель Томсона	54
VII Подход восстановления потенциалов в каждой точке	60
1 Электрический потенциал X -гелия	60

2	Результаты подхода восстановления потенциалов в каждой точке с ядерной силой типа Саксона-Вудса	61
3	Результаты подхода восстановления потенциалов в каждой точке с ядерной силой учитывающей неточечность взаимодействующих ядер	63
VIII	Уравнение Шрёдингера для ядра гелия	66
1	Одномерное уравнение Шрёдингера для атома O -гелия . .	68
2	Двумерное уравнение Шрёдингера для атома водорода . .	69
IX	Заключение	71
	Список литературы	74

ВВЕДЕНИЕ

Одной из самых важных, фундаментальных и актуальных задач современной физики является изучение скрытой массы, которая составляет большую часть от плотности энергии нерелятивистского вещества Вселенной.

Серьёзное исследование скрытой массы, в том числе на внегалактических масштабах, фактически началось с работ Фрица Цвикки, который в 1933 году обнаружил [1] необычно большой разброс радиальных скоростей восьми галактик в скоплении Кома и применив вириальную теорему, заключил, что для устойчивости скопления его полная масса должна быть в 400 раз больше, чем масса входящих в него звёзд.

Вскоре обозначилась ещё одна проблема с распределением масс и отношением масса/светимость для спиральных галактик, полученным по их кривым вращения [2]. Так, в 1939 году американец Хорес Бэбкок опубликовал в своей диссертации подробную кривую вращения галактики туманность Андромеды, — скорость вращения звёзд вокруг её центра не уменьшалась, как предсказывала небесная механика, обратно пропорционально расстоянию до центра, а оставалась почти постоянной. Эти явления были объяснены тем, что масса галактик может быть значительно больше, чем наблюдается непосредственно. Это положило начало поискам нового вида материи, которую впоследствии назвали скрытой массой. О наличии такой невидимой материи можно узнать по ее гравитационному воздействию на известное нам барионное вещество [3].

Барионное вещество – это вещество состоящее из барионов (нейтронов, протонов) и электронов. Согласно современным представлениям: 7% её массы содержится в звёздах, 7% холодный и горячий газ внутри галактик, 4% газ в галактических кластерах, 28% холодный межгалактический газ, 15% тёплый межгалактический газ, 40% в разреженном газе с волокнистой структурой [4,5]. Существует также барионное антивещество.

Если принять во внимание все формы барионного вещества, такие, как

межзвездный газ, коричневые и белые карлики, нейтронные звезды и черные дыры, то оказывается, что для объяснения всех наблюдаемых явлений необходима значительная доля небарионного вещества. Измерения Planck и WMAP (от англ. Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) показывают [6,7], что вклад скрытой массы в полную плотность вещества в современной Вселенной около 25%. Предполагается, что она состоит из новых массивных частиц, отсутствующих в Стандартной Модели.

Скрытая масса - это то, что вызывает динамический эффект, который необходим для образования Галактик, она должна отцепиться от излучения и плазмы до того, как возникнет нейтральный газ при рекомбинации. То есть на стадии, когда доминирует нерелятивистское вещество, но барионное вещество ещё ионизовано и представляет собой плазму.

Галактики формируются и растут за счёт гравитационной неустойчивости из исходных возмущений плотности в ранней Вселенной. Через 400 000 лет после Большого взрыва эти флуктуации плотности были ещё очень малы ($\sim 10^{-5}$ относительно самой плотности). И если бы во Вселенной в этот момент было только обычное барионное вещество, то эти неоднородности просто не успели бы усилиться до такой степени, чтобы создать наблюдаемое разнообразие структур, — для этого флуктуации в эпоху первичной рекомбинации должны были бы составлять порядка 10^{-3} . Решением этого парадокса и является предположение о наличии во Вселенной значительного количества небарионной скрытой массы. Фотоны реликтового излучения взаимодействуют лишь с барионным веществом и, поэтому, температурная анизотропия фонового излучения несёт информацию только о флуктуациях плотности обычного вещества. Небарионное же вещество на момент рекомбинации могло быть скучено уже гораздо сильнее, формируя таким образом основу для роста будущих галактик и их скоплений [8].

Скрытая масса это неизвестный нам тип материи, отличный от тёмной энергии и известного нам барионного вещества. Иногда, в различного рода литературе, скрытую массу называют тёмной материей, что, конечно, не совсем верно. Ибо материя определяется множеством всего содержимого пространства-времени, она содержит в себе и обычное вещество, и антивещество, и гипотетические докварковые сверхплотные материальные образования, и поля различной природы, и тёмную энергию, и скрытую массу. Скрытая масса же вносит

вклад в полную плотность вещества и лишь относится к одному из множества различных видов материи, поэтому, вместо тёмной материи её скорее правильнее было бы называть тёмным веществом. В слове «скрытая» или «тёмная» отражается тот факт, что скрытая масса невидима в электромагнитном спектре излучения.

Плотность материи во Вселенной, ρ , обычно выражается в единицах критической плотности:

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \approx 5,5 \text{ КэВ/см}^3, \quad (1)$$

где H это постоянная Хаббла, G это гравитационная постоянная.

Интерпретация данных по анизотропии реликтового излучения, полученных в ходе работы WMAP, говорит о том, что наблюдаемая плотность $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$, близка к критической [6]. Это означает, что Вселенная является плоской и открытой.

Наблюдаемая плотность Вселенной состоит из различных компонент:

$$\Omega = \Omega_{DM} + \Omega_B + \Omega_\nu + \Omega_\Lambda + \Omega_{rad}, \quad (2)$$

где Ω_{DM} , Ω_B , Ω_Λ , Ω_{rad} это плотности скрытой массы, барионного вещества, нейтрино, тёмной энергии и излучения соответственно.

Экспериментальное обнаружение существования скрытой массы имеет фундаментальное значение для космологии и физики элементарных частиц. Теория предсказывает существование новых частиц, выходящих за рамки Стандартной модели. Самым важным для этих частиц, для того чтобы они могли являться кандидатами на роль скрытой массы, формирующей крупномасштабную структуру Вселенной, кроме того, что они должны быть стабильными, насыщать измеренную плотность скрытой массы и отделяться от плазмы и излучения, по крайней мере, до начала этапа доминирования обычного вещества, является то, что все кандидаты на роль частиц скрытой массы так или иначе должны отражать какую-то дополнительную, новую симметрию микромира [9–11].

Некоторые виды таких частиц должны быть доступны прямому экспериментальному поиску. Аннигиляция и распад частиц скрытой массы могут наблюдаться косвенно по эффектам в космических лучах и гамма излучении [12]. На ускорителях возможен поиск слабозаимодействующих частиц по недоста-

ющей энергии. Тёмные атомы, составляющие скрытую массу, могут состоять из новых заряженных стабильных частиц, обнаружение которых также возможно на ускорителях элементарных частиц.

I. СВИДЕТЕЛЬСТВА СУЩЕСТВОВАНИЯ СКРЫТОЙ МАССЫ

1. КРИВЫЕ ВРАЩЕНИЯ ГАЛАКТИК

Одно из свидетельств существования скрытой массы появилось при рассмотрении вращательных скоростей звёзд в галактике. В первом приближении центральную область галактики можно считать сферической, т.е. во внутренней части галактики ожидается линейное увеличение скорости вращения с увеличением расстояния от центра $v \propto r$.

Во внешней области галактики масса M практически постоянна, и предполагается, что движение звёзд должно описываться следующим законом:

$$v(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}, \quad (3)$$

где M — вся масса вещества внутри сферы радиуса r .

Поведение экспериментально измеренных кривых вращения спиральных галактик не соответствовало уменьшению вращательной скорости с ростом радиуса. Вместо этого оказывается, что кривая вращения выравнивается с увеличением расстояния. Постоянство $v(r)$ при больших значениях радиуса означает, что масса, сосредоточенная под радиусом r , также увеличивается с ростом радиуса: $M(r) \propto r$.

Это можно объяснить присутствием дополнительной неизлучающей компоненты материи вне видимой части галактического диска. Звезды движутся быстрее, чем это предсказывалось теорией.

Кривые вращения обычно получают путем объединения наблюдений линии 21 см с оптической фотометрией поверхности. Наблюдаемые кривые вращения обычно демонстрируют характерное плоское поведение на больших расстояниях, то есть по направлению к краю видимых дисков и даже далеко за

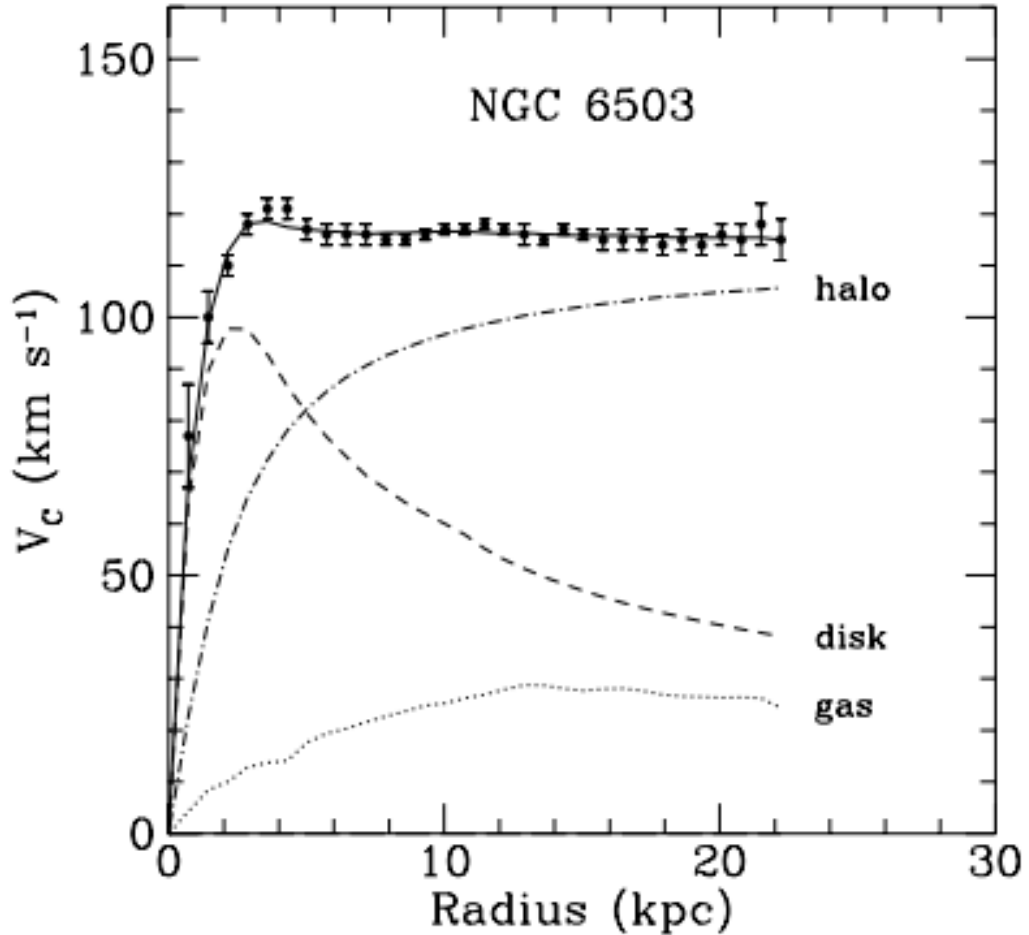


Рисунок 1 — Кривая вращения NGC 6503. Пунктирная, штриховая и штрих-пунктирная линии — вклад газа, диска и скрытой массы соответственно [13].

ними (см. типичный пример на рис. 1).

Формы кривых вращения показывают, что плотность скрытой массы в галактике распределяется следующим образом:

$$\rho(r) \propto \frac{M(r)}{r^3} \sim \frac{1}{r^2}. \quad (4)$$

На основе таких наблюдений было постулировано существование сферического гало скрытой массы, окружающего галактику и объясняющего поведение полученных ротационных кривых.

2. ФОРМИРОВАНИЕ ГАЛАКТИК

Скрытая масса имеет решающее значение для теории Большого Взрыва как компонент, прямо соответствующий измерениям параметров в решениях

уравнения Фридмана в общей теории относительности. Поскольку вклад скрытой массы в гравитационное взаимодействие должен доминировать над вкладом обычной материи, она неразрывно связана с формированием галактик и скоплений галактик.

Для возникновения галактик необходима гравитационная неустойчивость, то есть нарастание со временем пространственных флуктуаций скорости и плотности вещества под действием сил тяготения. Гравитационная неустойчивость ведёт к образованию неоднородностей в первоначально однородной среде и сопровождается уменьшением гравитационной энергии системы, переходящей в кинетическую энергию сжимающегося вещества, которая, в свою очередь, может переходить в тепловую энергию и излучение.

Согласно нынешним моделям, протогалактический коллапс происходил с участием электрически нейтральной скрытой массы, которая не взаимодействует с излучением: её флуктуации образовали тёмные гало вскоре после Большого взрыва, а барионное вещество стало концентрироваться под действием гравитации тёмных гало. В отсутствие скрытой массы флуктуации плотности барионного вещества нарастали бы очень медленно из-за расширения Вселенной и галактики бы не успели образоваться к настоящему времени [14, 15].

Выделенным моментом в эволюции крупномасштабной структуры Вселенной можно считать момент рекомбинации водорода. Какое-то время до рекомбинации эволюция обычного вещества и скрытой массы идут синхронно, но из-за взаимодействия с излучением температура обычного вещества падает медленнее. Происходит кинематическое и термическое разделение скрытой массы и барионного вещества. Предполагается, что этот момент наступает при $z = 10^5$. В ту эпоху амплитуда возмущений плотности барионной компоненты не росла и не убывала, а испытывала акустические осцилляции. В это же время скрытая масса таких осцилляций не испытывала, так как ни давление света, ни давление барионов и электронов не оказывала на неё воздействия. Более того, амплитуда её возмущений росла. После рекомбинации обычное вещество скапывается в потенциальные ямы, сформированные скрытой массой [16].

Согласно иерархической концепции, формирование галактик началось с уплотнения флуктуаций холодной скрытой массы. Первоначально флуктуации её плотности имели контраст не более 10^{-5} , но под действием гравитации со временем уплотнялись и объединялись, увеличиваясь в массе и в размерах —

именно поэтому концепция получила своё название. Через 0,5 миллиарда лет после Большого взрыва образовались тёмные гало с массой $10^7 \div 10^8 M_{\odot}$, а через 2 миллиарда – $10^{10} M_{\odot}$. На данный момент масса таких гало должна составлять $10^{14} \div 10^{15} M_{\odot}$, что соответствует массе скоплений галактик. Газ, масса которого в 6 раз меньше массы скрытой массы, в этом сценарии лишь увлекается за тёмными гало, стремясь к их центрам. Нагретый при коллапсе газ собирается в гало, и, охлаждаясь, оседает в диск, где начинается звездообразование. Образуется полностью дисковая галактика без сфероидальной компоненты — то есть, спиральная галактика позднего типа или неправильная галактика [14].

Моделирование также показывает, что для обнаруженных неоднородностей барионного вещества в момент рекомбинации $\sim 10^{-5}$ ($z \sim 1000$) образование крупномасштабных структур (звезд, галактик, скоплений галактик, сверхскоплений) невозможно (неоднородности будут $\sim 10^{-2}$, $z \sim 1$) без холодной скрытой массы, потому что структуры формируются иерархически, сначала мелкие, затем крупные.

3. ДИНАМИКА СКОПЛЕНИЙ ГАЛАКТИК

Динамика скоплений галактик свидетельствует в пользу существования скрытой массы. Когда движение системы, потенциальная энергия которой является однородной функцией координат, происходит в ограниченной пространственной области, то усредненные по времени значения кинетической и потенциальной энергии связаны друг с другом теоремой о вириале. Она может быть использована для оценки плотности вещества в скоплениях большого числа галактик:

$$2 \langle T \rangle + \langle U \rangle = 0. \quad (5)$$

Средняя кинетическая и потенциальная энергии скопления N галактик задаются следующими выражениями:

$$\langle T \rangle = \frac{N \langle mv^2 \rangle}{2}, \quad (6)$$

$$\langle U \rangle = \frac{GN(N-1) \langle m^2 \rangle}{2 \langle r \rangle}. \quad (7)$$

Учитывая, что $Nm = M$ и $N-1 \approx N$, получаем следующую оценку для

динамической массы:

$$M = \frac{2 \langle v^2 \rangle \langle r \rangle}{G}. \quad (8)$$

Измерения среднего расстояния $\langle r \rangle$ и средней скорости $\langle v \rangle$ дают значение динамической массы, которое примерно на два порядка превышает массу, полученную на основе анализа светимости галактик. Данный факт может быть использован как еще одно свидетельство в пользу существования скрытой массы.

Этот аргумент также имеет свои слабые места. Теорема о вириале справедлива только при усреднении по длительному временному периоду, когда замкнутые системы находятся в равновесии. Однако, измерения галактических скоплений представляют информацию о конкретном моменте времени. Более того, скопления галактик не являются замкнутыми системами, они связаны друг с другом. И наконец, не ясно, достигли они состояния равновесия или нет.

4. ГРАВИТАЦИОННОЕ ЛИНЗИРОВАНИЕ

Метод гравитационного линзирования заключается в явлении связанном с полевыми уравнениями общей теория относительности, а именно, в отклонении электромагнитного излучения в близи массивных тел. Как правило, для заметного искажения изображения нужны массы порядка размера галактик или их скоплений. Гравитационное поле скопления искривляет лучи света, испущенные галактикой, находящейся за скоплением, таким образом гравитационное поле действует на свет как линза.

Существует три класса гравитационных линз [17, 18]:

1) Сильное гравитационное линзирование, вызывающее легко различимые искажения, такие как эйнштейновское кольцо, дуги и размноженные изображения.

2) Слабое гравитационное линзирование, вызывающее лишь малые искажения в изображении объекта, который находится позади линзы (далее — объект фона). Эти искажения могут быть зафиксированы только после статистического анализа большого количества объектов фона, что позволяет найти небольшое согласованное искажение их изображений. Линзирование проявляется в небольшом растяжении изображения перпендикулярно направлению к центру

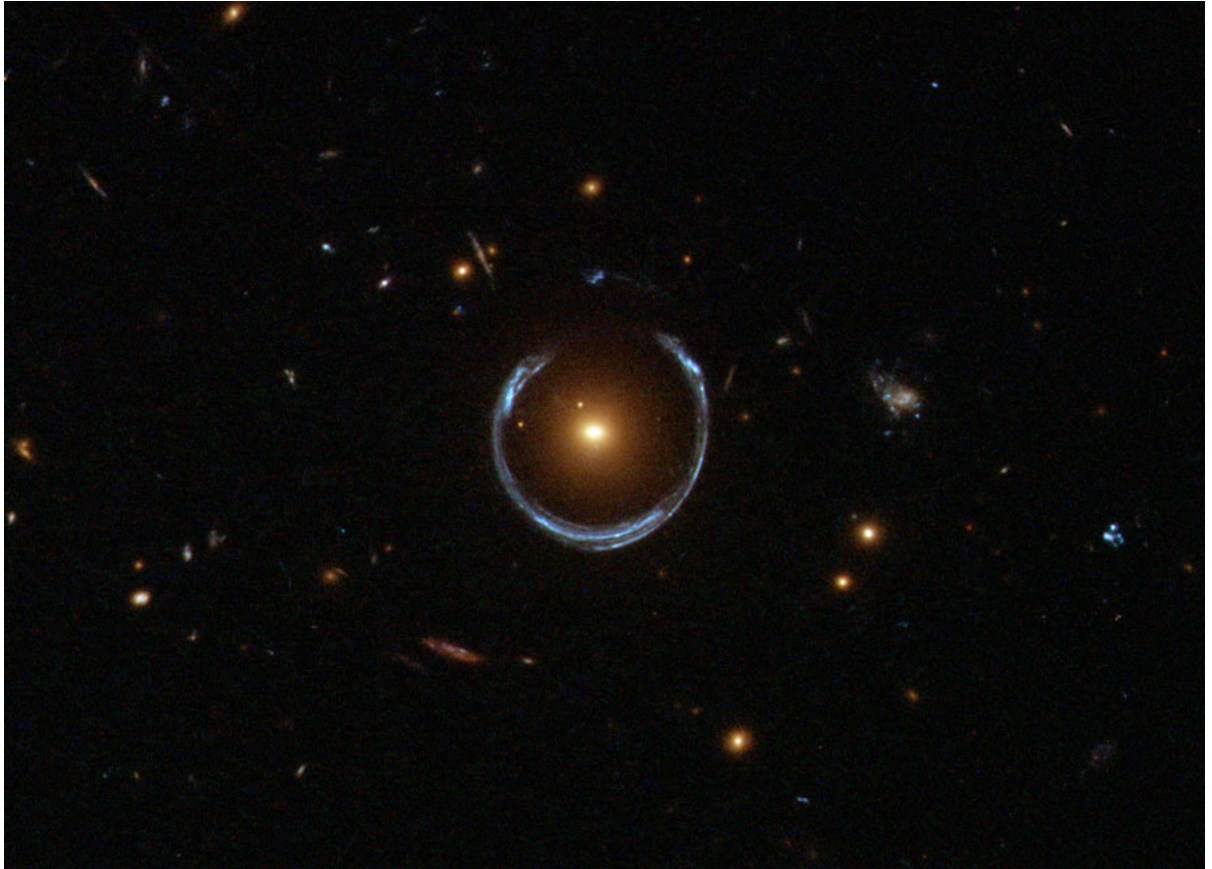


Рисунок 2 — Снято телескопом Хаббл, т.н. «Космическая подкова» – гигантская эллиптическая галактика на $z = 0,45$, линзирующая карликовую галактику на $z = 2,38$. Изображение с сайта <https://apod.nasa.gov/apod/ap111221.html>.

линзы. Изучая форму и ориентацию большого количества отдалённых галактик фона, мы получаем возможность измерить линзирующее поле в любой области. Эти данные, в свою очередь, могут быть использованы, чтобы восстановить распределение масс в данной области пространства; в частности, этим методом можно исследовать распределение скрытой массы. Поскольку галактики сами по себе обладают эллиптической формой и искажения от слабого линзирования малы, для использования этого метода необходимо наблюдение большого числа галактик фона. Такого рода обзоры должны тщательно учитывать многие источники систематической погрешности: собственную форму галактик, пространственную функцию отклика светочувствительной матрицы, атмосферные искажения и т. д. Результаты этих исследований важны для оценки космологических параметров, для лучшего понимания и развития модели Лямбда-CDM, а также для того, чтобы обеспечить проверку непротиворечивости с другими космологическими наблюдениями.

3) Микролинзирование не вызывает никакого наблюдаемого искажения

формы, но количество света, принимаемое наблюдателем от объекта фона, временно увеличивается. Линзирующим объектом могут быть звёзды Млечного Пути, их планеты, а источником света — звёзды отдалённых галактик или квазары, находящиеся на ещё более далёком расстоянии. В отличие от первых двух случаев, изменение наблюдаемой картины при микролинзировании происходит за характерное время от секунд до сотен дней. Микролинзирование позволяет оценить количество слабосветящихся объектов с массами порядка звёздных (например, белых карликов) в Галактике, которые могут вносить некоторый вклад в барионную компоненту скрытой массы. Кроме того, микролинзирование является одним из методов поиска экзопланет.

Скопление галактик создает гравитационную линзу на рисунке 3 слева. Она искажает форму расположенных за линзой объектов — вытягивая их изображения в одном направлении. По величине и направлению вытягивания группа ученых построила распределение масс, которое показано на правом изображении. Как видно, в скоплении сосредоточено гораздо больше массы, чем видно в телескоп. В данном случае скрытая масса предположительно участвует в роле гравитационной линзы.

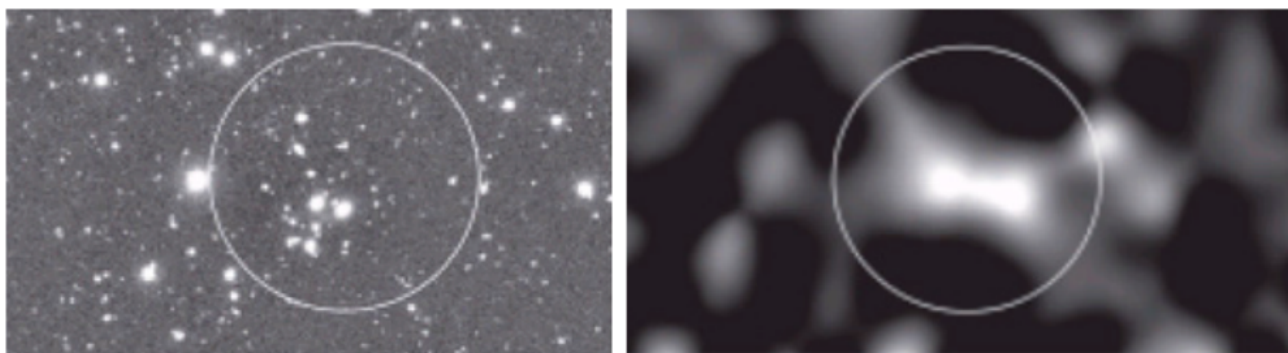


Рисунок 3 — Слева: скопление галактик создает гравитационную линзу. Справа: распределение масс для данного скопления галактик.

5. АНИЗОТРОПИЯ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Реликтовое излучение — свидетельство самых ранних эпох развития нашей Вселенной, важнейшее наблюдательное доказательство модели «Горячей Вселенной», на основе которой строится современная Стандартная космологическая модель. Реликтовое излучение очень однородно и изотропно. Его температура однородна с точностью до 10^{-3} . Но небольшая анизотропия (неоднород-

ность, разница температур в разных точках на небе) все-таки существует. Она несёт важнейшую информацию о ранней Вселенной и определяет космологические параметры. Анизотропию реликтового излучения принято представлять в виде углового энергетического спектра, который содержит информацию об образовании Вселенной и о её современном состоянии. Спектр показывает, как сильно от точки к точке на небе меняется температура в зависимости от мультиполя («угловой частоты») (см. рисунок 4).

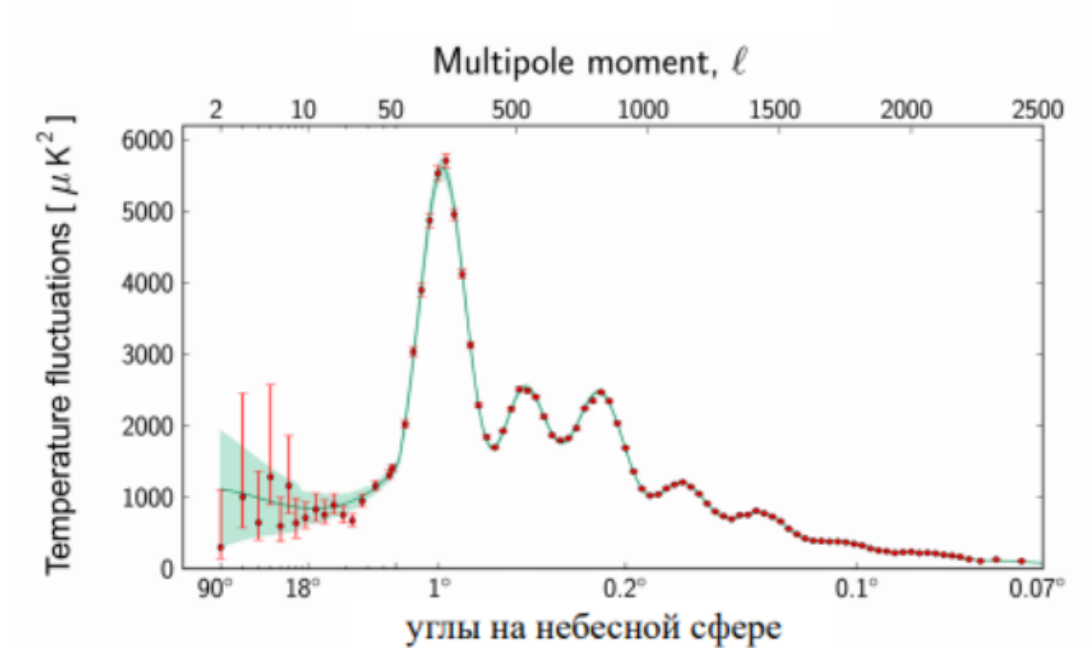


Рисунок 4 — Угловой энергетический спектр реликтового излучения (данные космической обсерватории Планка)

Влияние величин космологических параметров на угловой спектр мощности анизотропии температуры микроволнового фона (СМВР от англ. Cosmic Microwave Background) показано на рисунке 5. Зависимость углового спектра мощности от величины параметра плотности кривизны показана на рисунке 5(a). Существует два эффекта, связанных с влиянием пространственной кривизны на угловой спектр мощности СМВР: смещение минимумов и максимумов доплеровских пиков и сильная зависимость спектра в области с $l \leq 100$ от величины полного параметра плотности энергии, Ω_{tot} . Влияние темной энергии (космологической постоянной Λ) на угловой спектр мощности СМВР в случае пространственно-плоской вселенной представлено на рисунке 5(b). Можно заметить, что расположение акустических пиков почти не зависит от величины параметра плотности тёмной энергии, Ω_{Λ} . Зависимость от величины параметра плотности энергии барионов показана на рисунке 5(c). Увеличение величины

параметра плотности энергии барионов, $\Omega_b h^2$, приводит к увеличению амплитуды первого акустического пика и к уменьшению амплитуды второго акустического пика. Влияние величины параметра плотности энергии материи, $\Omega_m h^2$, на спектр мощности СМВР представлено на рисунке 5(d). Изменение величины этого параметра вызывает изменения амплитуд акустических пиков и расположения этих пиков [19].

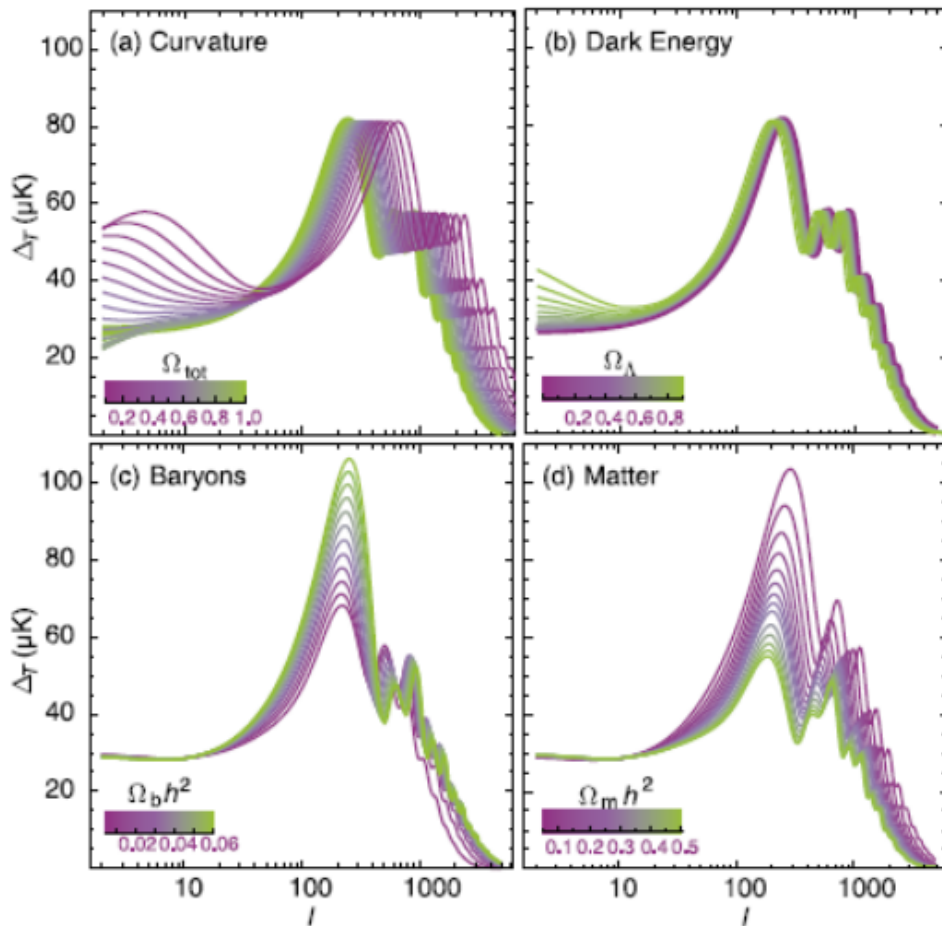


Рисунок 5 — Влияние космологических параметров на угловой спектр мощности температурной анизотропии реликтового излучения [20]

Данные эксперимента WMAP [6] показали, что распределение температуры реликтового излучения по небесной сфере соответствует случайным флуктуациям с нормальным распределением. Параметры функции, описывающей измеренное распределение, согласуются с моделью Вселенной, состоящей на 4% из обычного вещества, на 23% из скрытой массы и на 73% из тёмной энергии, вызывающей ускоренное расширение Вселенной.

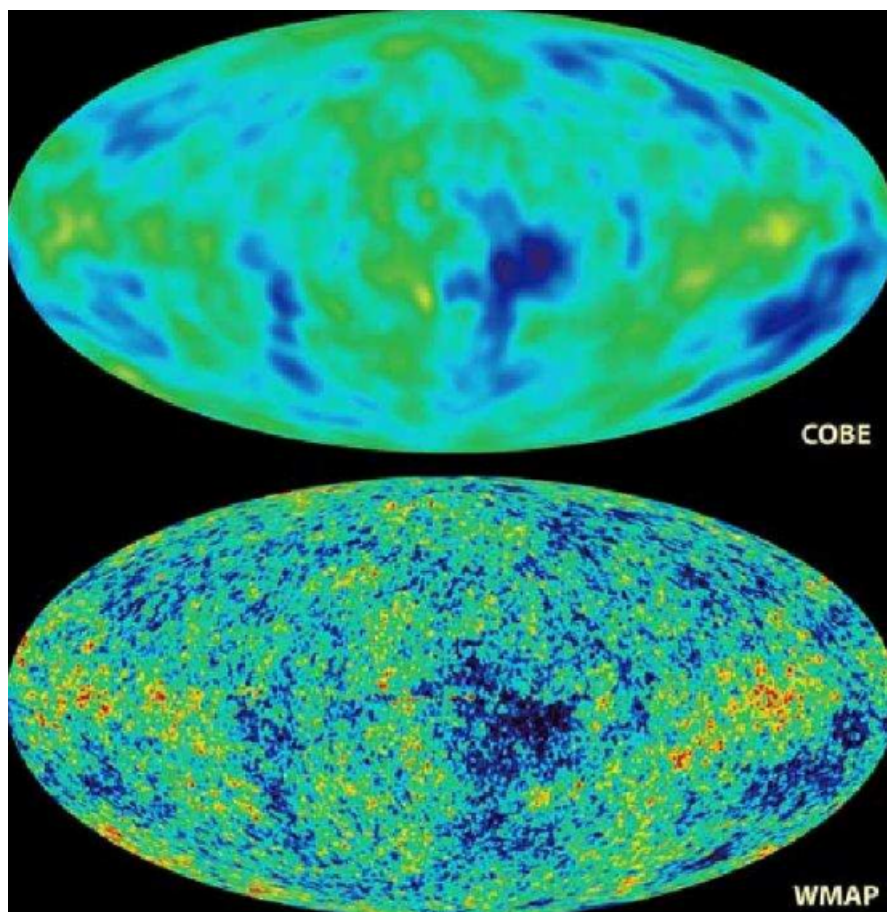


Рисунок 6 — Флуктуации температуры реликтового излучения: сравнение между COBE и WMAP. Изображение с сайта <http://map.gsfc.nasa.gov/>.

Полученные данные также позволяют утверждать, что скрытая масса является холодной (то есть состоит из тяжёлых частиц, а не из лёгких). Иначе движущиеся с релятивистскими скоростями частицы горячей скрытой массы разглаживали бы неоднородности плотности материи на масштабах порядка хаббловского, что приводило бы к малым флуктуациям плотности в ранней Вселенной.

II. КЛАССИФИКАЦИЯ СКРЫТОЙ МАССЫ И КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

Самым важным для частиц скрытой массы, для того, чтобы они могли являться кандидатами на эту роль, кроме того, что они должны быть стабильными, насыщать измеренную плотность скрытой массы и отделяться от плазмы

и излучения, по крайней мере, до начала этапа доминирования обычного вещества, является то, что все кандидаты на роль частиц скрытой массы так или иначе должны отражать какую-то дополнительную, новую симметрию микромира. Даже если это макроскопические кандидаты, потому что они создаются в очень ранней Вселенной, когда работает физика вне рамок Стандартной Модели. Таким образом, скрытая масса является сущностью, которая отражает существование новых законов сохранения, новых симметрий и связана с фундаментальной структурой микромира.

1) Классификация по барионному заряду.

1.a) Барионная скрытая масса.

Барионная скрытая масса состоит из барионного вещества, по каким-либо причинам слабо взаимодействующего электромагнитным образом и поэтому необнаружимого при исследовании, к примеру, линий излучения и поглощения.

В состав скрытой массы такого типа могут входить уже обнаруженные космические объекты, например, тёмные галактические гало, коричневые карлики и массивные планеты, компактные объекты на конечных стадиях эволюции, такие как белые карлики, нейтронные звёзды, чёрные дыры. Кроме того, такие гипотетические объекты, как кварковые звёзды, также могут являться частью барионной скрытой массы.

Проблемы такого подхода проявляются в космологии Большого взрыва: если вся скрытая масса представлена барионами, то соотношение концентраций лёгких элементов после первичного нуклеосинтеза, наблюдаемое в самых старых астрономических объектах, должно быть другим, резко отличающимся от наблюдаемого. Кроме того, эксперименты по поиску гравитационного линзирования света звёзд нашей Галактики показывают, что достаточной концентрации крупных гравитирующих объектов типа планет или чёрных дыр для объяснения массы гало нашей Галактики не наблюдается, а мелкие объекты достаточной концентрации должны слишком сильно поглощать свет звёзд.

1.b) Небарионная скрытая масса.

Небарионная скрытая масса может быть представлена различными новыми частицами, выходящими за рамки Стандартной модели, предсказываемыми в разнообразных теориях.

2) Классификация по стабильности.

2.a) Стабильная.

2.b) Нестабильная.

2.c) Распадающаяся.

Частицы скрытой массы могут быть нестабильными со временем жизни превышающим возраст Вселенной [21]. Если эти частицы способны распадаться, продуктом распада являются практически монохроматичные фотоны. Это свойство позволяет искать такие распады с помощью космических обсерваторий и детекторов космических лучей. Подобный сигнал может так же исходить от двухфотонной аннигиляции скрытой массы.

Данные полученные с помощью обсерватории Планка говорят о том, что в настоящий момент Вселенная расширяется заметно быстрее, чем это следовало ожидать из анализа реликтового излучения. Возможное объяснение предлагает модель DDM (от англ. Decaying Dark Matter) [22].

В этой теории предполагается [23], что скрытая масса состоит из нескольких компонент, и одна компонента состоит из нестабильных частиц, чье время жизни довольно большое: в момент образования водорода они еще есть во Вселенной, а в наше время уже исчезли, распавшись на нейтрино или другие релятивистские частицы. Количество скрытой массы в таком случае в прошлом и сегодня будет разным.

Для объяснения наблюдаемых несоответствий требуется распад относительно небольшого количества скрытой массы – от 2,5% до 5% от её общей массы. Сейчас вся эта материя распалась, и оставшаяся стабильная часть скрытой массы ведет себя как описывает теория CDM (от англ. Cold Dark Matter). С другой стороны, возможно, что она продолжает распадаться.

3) Классификация по количеству компонент.

3.a) Однокомпонентная.

Содержит только один вид частиц.

3.b) Многокомпонентная.

Содержит два или более видов или сортов частиц.

4) Классификация по количеству частиц.

4.a) Одночастичная.

Частицы скрытой массы находятся в свободном состоянии.

4.b) Составная.

Частицы скрытой массы могут образовывать новые состояния с обычными частицами (например, «тёмный» атом XHe).

5) Классификация по наличию симметрии.

5.a) Симметричная.

Сечение аннигиляции и масса частиц имеют большое значение, так как они определяют концентрацию частиц скрытой массы.

5.b) Асимметричная.

Сечение распада не имеет большого значения, так как материя изначально асимметрична, но концентрация зависит от величины избытка частиц или античастиц.

6) Классификация по «температуре».

В космологии отцепление относится к периоду в развитии Вселенной, когда различные типы частиц выходят из теплового равновесия друг с другом. Это происходит в результате расширения Вселенной, поскольку скорость их взаимодействия уменьшается (а длина свободного пробега увеличивается) вплоть до этой критической точки. Двумя подтвержденными случаями отцепления после Большого взрыва, которые чаще всего обсуждаются, являются отцепление фотонов в результате рекомбинации и отцепление нейтрино, поскольку они привели к космическому микроволновому фону и космическому фону нейтрино соответственно.

Отцепление могло также произойти для кандидатов в скрытую массу, например вимпов (от англ. WIMP, Weakly Interacting Massive Particle). Они известны как «холодные реликвии», что означает, что они отцепились после того, как стали нерелятивистскими (для сравнения, фотоны и нейтрино отцепились, оставаясь релятивистскими и известны как «горячие реликвии»). Вычислив гипотетическое время и температуру отцепления для нерелятивистских вимпов определенной массы, можно найти их плотность. Сравнивая это с измеренным параметром плотности в холодной скрытой массе сегодня, можно исключить вимпы определенных масс как разумных кандидатов в скрытую массу.

Многие теории происхождения скрытой массы основаны на механизме «теплового замораживания или закалки (от англ. freeze-out)». В этом процессе частицы скрытой массы имеют большую начальную тепловую плотность, которая по мере того, как температура горячей плазмы ранней Вселенной падает ниже их массы, уменьшается до тех пор, пока их аннигиляция до более легких частиц не станет медленнее, чем скорость расширения Вселенной и соответствующая числовая плотность частиц скрытой массы становится фиксированной.

Чем больше это сечение аннигиляции, тем больше частиц скрытой массы способны аннигилировать, и, следовательно, тепловое распределение с экспоненциальным фактором Больцмана поддерживается при более низкой температуре, что дает более низкий конечный выход. Привлекательной особенностью механизма замораживания является то, что для перенормируемых связей в выходе преобладают низкие температуры, при этом закалка обычно происходит при температуре, которая в 20 – 25 раз ниже массы частиц скрытой массы, и, таким образом, не зависит от неопределенной ранней тепловой истории Вселенной и возможных новых взаимодействий в больших масштабах.

Существует альтернативный механизм закалки, – “freeze-in” [24]. Предположим, что при температуре T существует множество частиц ванны, находящихся в тепловом равновесии, и некоторая другая долгоживущая частица X , взаимодействующая с ванной настолько слабо, что X термически расцеплена с плазмой. Предполагается, что более ранняя история Вселенной делает содержание X пренебрежимо малым, будь то инфляция или какой-либо другой механизм. Несмотря на слабое взаимодействие с ванной, оно все же приводит к образованию некоторого количества X , а для перенормируемых взаимодействий доминирующее производство X происходит, когда T падает ниже массы X (при условии, что X тяжелее частиц ванны, с которыми он взаимодействует). Обилие X «замораживается (“freeze-in”)» с выходом, который увеличивается с увеличением силы взаимодействия X с ванной. Механизм «freeze-in» можно рассматривать как процесс, противоположный механизму «freeze-out». Когда температура падает ниже массы соответствующей частицы, скрытая масса движется либо от (freeze-out) теплового равновесия, либо к нему (freeze-in). «Freeze-out» начинается при полной термической плотности частиц скрытой массы, равной T^3 , и уменьшение силы взаимодействия помогает поддерживать эту большую численность. «Freeze-in» имеет незначительное начальное содержание скрытой массы, но увеличение силы взаимодействия увеличивает производство из термальной ванны. Это проиллюстрировано на рисунке 7, где показана эволюция содержания скрытой массы в зависимости от температуры в соответствии с обычным механизмом «freeze-out» и механизмом «freeze-in» соответственно.

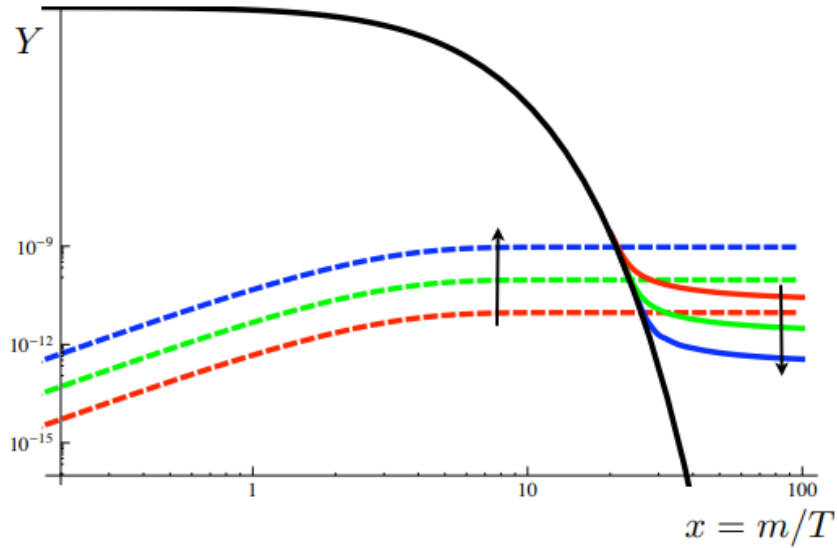


Рисунок 7 — Логарифмический график эволюции выходов реликтов для обычного замораживания (freeze-out) (сплошной цвет) и замораживания (freeze-in) с помощью взаимодействия Юкавы (штриховая линия) в зависимости от $x = m/T$. Сплошная черная линия указывает на выход при сохранении равновесия, а стрелки указывают на эффект увеличения силы связи для двух процессов. Обратите внимание, что при механизме «freeze-in» доминирует эпоха $x \sim 2 - 5$, в отличие от механизма «freeze-out», который отклоняется от равновесия только при $x \sim 20 - 30$ [24].

Предполагая, что частицы скрытой массы находились в термодинамическом равновесии с обычной материей на ранних этапах эволюции Вселенной. В определенный момент эти частицы вышли из равновесия и с тех пор свободно распространяются. В зависимости от температуры замораживания («freeze-out») T_f , при которой это произошло, скрытая масса делится на «горячую», «теплую» и «холодную».

6.b) Горячая скрытая масса.

Если в момент выхода из равновесия энергия частиц много превышала их массу ($T_f > M_x$) $M_x \approx 10 - 100$ эВ, скрытую массу называют «горячей». Таковыми могли бы быть лёгкие частицы движущиеся с околосветовыми скоростями типа нейтрино, но космологические данные исключают возможность того, что последние составляют значительную долю скрытой массы.

6.b) Тёплая скрытая масса.

Если M_x порядка кэВ, в таком случае говорят о «тёплой» скрытой массе. Разница между «горячей» скрытой массой и «тёплой» состоит в том, что к моменту перехода от радиационнодоминирующей стадии к пылевой «горячая»

скрытая масса является релятивистской, а «тёплая» уже нерелятивистской [25].

6.с) Холодная скрытая масса.

Если частицы скрытой массы отцепились от космической плазмы уже будучи нерелятивистскими, то есть если T_f значительно меньше массы частиц M_x , то такую скрытую массу называют «холодной». Она должна состоять из массивных медленно движущихся (и в этом смысле «холодных») частиц или сгустков вещества. Она наиболее предпочтительна с точки зрения космологии, так как частицы «горячей» скрытой массой при движении с релятивистскими скоростями разглаживали бы неоднородности плотности материи на масштабах порядка хаббловского на ранних стадиях эволюции Вселенной и, таким образом, препятствовали бы образованию крупномасштабных структур, что противоречит наблюдательным данным. Фактически, поведение частиц уже с массами выше 30 кэВ обнаруживает все свойства «холодной» скрытой массы.

Космологические ограничения на массы новых стабильных частиц.

В процессе закалки устанавливается концентрация слабо взаимодействующих частиц, которые потом сформируют крупномасштабную структуру Вселенной. Характерный масштаб L , определяющий коротковолновое обрезание спектра масс, который может сформироваться в ходе развития гравитационной неустойчивости, связан с массой m частиц как:

$$L = m_{pl} \left(\frac{m_{pl}}{m} \right)^2, \quad (9)$$

где $m_{pl} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 1,2209 \cdot 10^{19}$ ГэВ, это масса Планка.

III. СОСТАВНАЯ СКРЫТАЯ МАССА

Согласно космологии, которая даёт наблюдательные доказательства существования скрытой массы, она является небарионной и не может быть объяснена Стандартной моделью (СМ) физики элементарных частиц. Поэтому, в последние десятилетия активно разрабатывались теории, расширяющие СМ и имеющие преимущество в решении её внутренних проблем. Например, широ-

ко рассматривались суперсимметричные (SUSY) обобщения СМ. SUSY модели привлекательны решением проблемы расходимости массы бозона Хиггса и могут предложить стабильные частицы на роль кандидатов скрытой массы [26,27]. Таким образом, если скрытая масса состоит из частиц, то они предсказываются вне рамок СМ. Наиболее популярной является модель, в которой элементарные слабо взаимодействующие массивные частицы, – WIMP, предлагаются как частицы скрытой массы.

Однако, SUSY частицы до сих пор не обнаружены на LHC, как и WIMP, которые также не обнаруживаются в ходе прямых подземных поисков скрытой массы. Поэтому, ученые предлагают альтернативные версии таких частиц [27–30]. Всё это подталкивает исследовать более обширную область физики за пределами СМ и, в частности, рассмотреть возможные несуперсимметричные решения, сокращающие расходимость массы бозона Хиггса и дающие объяснение физической природы скрытой массы. Такое решение может быть предоставлено моделями составного Хиггса, например, в данной работе рассматривается подобная модель на основе гипотезы Walking Technicolor (WTC). WTC также может привести к новому подходу в рассмотрении скрытой массы, раскрывающий её составной характер [31–33]. В частности, предполагается, что могут существовать стабильные, электрически заряженные частицы.

Скрытая масса не испускает излучения, тогда как заряженные частицы являются источниками электромагнитного излучения. Поэтому, нейтральные слабо взаимодействующие элементарные частицы обычно рассматривают как кандидаты на роль скрытой массы. Однако, если заряженные стабильные частицы образуют нейтральные объекты, они могут играть роль скрытой массы во Вселенной. Поиск и изучение таких нейтральных объектов может позволить определить свойства заряженных стабильных частиц входящих в их состав.

1. МОДЕЛЬ ГЛЭШОУ

Модель Глэшоу является расширением Стандартной Модели посредством введения дополнительной группы симметрии $SU(2)$ [34]. Дополнительная группа симметрии связывается с существованием тяжелых партнеров обычных ча-

стиц (терапартнеров), масса которых определяется свободным параметром S :

$$\frac{m_E}{m_e} = \frac{m_U}{m_u} = \frac{m_D}{m_d} = S_6 = \frac{S}{10^6}. \quad (10)$$

Самые «лёгкие» из партнеров теоретически являются стабильными.

$$\begin{pmatrix} \nu'_e \\ E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}. \quad (11)$$

$\nu'_e \rightarrow$ тяжёлая нестабильная частица.

$E \rightarrow m \sim 500$ GeV, стабильная частица.

$U \rightarrow m \sim 3$ TeV, тяжелая метастабильная частица.

$D \rightarrow m \sim 5$ TeV, $D \Rightarrow U + E + \bar{\nu}'_e$.

Данное расширение позволяет устранить такие проблемы СМ как нарушение CP – чётности в сильных взаимодействия и проблему массы нейтрино. Также Глэшоу было высказано предположение о существовании составной нейтральной скрытой массы, состоящей из новых заряженных частиц. Он установил, что тяжёлая конфигурация (UUU) является стабильной (аналог в СМ – (uud)). Еще одно предположение – образование на ранних этапах эволюции Вселенной тера-гелия $(UUUEE)$, играющего роль скрытой массы.

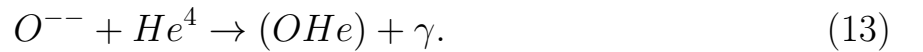
Реализация данной модели сталкивается с рядом проблем: из существования постулируемого избытка частиц не следует подавление анти-тера-частиц; вместе с тера-гелием должны рождаться и другие состояния – $({}^4HeE^-)^+$, E^+ , $(UUUE)$, $(UUuE)$, $(UduE)$. Чтобы решить эти проблемы вводится (Ep) – катализ, результатом которого является уничтожением продуктов неполной аннигиляции и связывания:

$$\begin{aligned} [(UUU)E] + (Ep) &\rightarrow [(UUU)EE] + p, \\ E^+ + (Ep) &\rightarrow (E^+E) + p. \end{aligned} \quad (12)$$

Но ещё до установления необходимой температуры в 25 кэВ, все свободные E^- захватываются первичным гелием, в результате образуются ионы $({}^4HeE^-)^+$, которые не позволяют реализовать данную модель [32].

2. СОВРЕМЕННЫЕ МОДЕЛИ СОСТАВНОЙ СКРЫТОЙ МАССЫ

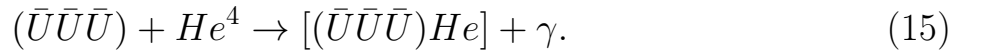
Если ввести новую частицу (будем обозначать её O^{--}) с зарядом -2 (в общем случае $-2n$, где n – натуральное число, тогда будем обозначать её X) в избытке по отношению к её античастице, то проблемы модели Глэшоу не возникают. O^{--} при температуре 100 кэВ образует с первичным гелием связанное состояние OHe [11, 31, 35–37]:



Боровский радиус для связанного состояния равен $2 \cdot 10^{-13}$ см, что сравнимо с радиусом ядра гелия. В моделях с четырьмя или пятью поколениями фермионов [38, 39] возможно формирование избытка античастиц. В этом случае возможно существование стабильного состояния с зарядом -2 аналогичного тера-гелию [40]:

$$\Delta_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}^{--} = (\bar{U}\bar{U}\bar{U}). \quad (14)$$

С участием $\Delta_{\bar{U}\bar{U}\bar{U}}^{--}$ может образоваться нейтральный OHe :



«Тёмный» атом OHe – один из перспективных кандидатов на роль скрытой массы. Существование гипотезы O -гелия важно, поскольку она может объяснить противоречивые результаты экспериментов по прямому поиску скрытой массы из-за особенностей взаимодействия "тёмных" атомов с веществом подземных детекторов [41]. Например, положительные результаты по обнаружению частиц скрытой массы в таких экспериментах, как *DAMA/NaI* и *DAMA/LIBRA*, которые вступают в кажущееся противоречие со всеми остальными экспериментами, например с *XENON100*, *LUX*, *CDMS*, дающими отрицательный результат.

3. ЗАРЯЖЕННЫЕ КОМПОНЕНТЫ СОСТАВНОЙ СКРЫТОЙ МАССЫ

1) Четвёртое поколение фермионов.

$$\begin{pmatrix} N \\ E \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}. \quad (16)$$

$N \rightarrow m \sim 50 \text{ GeV}$ квазистабильная частица.

$E \rightarrow 100 \text{ GeV} < m < \sim 1 \text{ TeV}$, $E \rightarrow Nl\nu$, нестабильная частица.

$U \rightarrow 220 \text{ GeV} < m < \sim 1 \text{ TeV}$, $U \rightarrow N + (\text{лёгкие фермионы})$, долгоживущая частица.

$D \rightarrow 220 \text{ GeV} < m < \sim 1 \text{ TeV}$, $D \rightarrow Ul\nu$, нестабильная частица.

2) АС лептоны.

АС модель – это расширение СМ в рамках подхода, предложенного Аланом Коном и основанного на принципах почти коммутативной геометрии [42–45]. В данной модели вводятся два дополнительных дважды заряженных A^{--} и C^{++} лептонов и их античастицы, взаимодействующие с фотонами и Z – бозоном. Также предполагается существование избытка этих частиц по сравнению с их античастицами, что позволяет формироваться АС атомам, которые могут играть роль холодной скрытой массы.

3) Новые частицы в модели техницвета.

Модель техницвета предполагает существование нового типа взаимодействия, которое связывает новый тип кварков [12, 46]. В данной модели появляются свои механизмы образования массы у частиц и спонтанного нарушения симметрии электрослабого взаимодействия.

В первых вариантах этой модели использовались фундаментальные представления для техникварков и широкие группы симметрии техницвета, для того чтобы обеспечить масштаб конфайнмента по техницвету в области ТэВ. Серьезные трудности этих моделей были преодолены в современной модели, в которой константа взаимодействия очень медленно меняется с переданным импульсом (Walking TechniColor model). Это позволило реализовать идею техницвета в рамках симметрии $SU(2)$, в которой техникварки преобразуются по присоединенному представлению.

Гипотеза Walking Technicolor (WTC) предоставляющая модель составного Хиггса, также может привести к новому подходу в рассмотрении скрытой массы, раскрывающий её составной характер. В WTC может генерироваться $-2n$, где n это натуральное число, заряженных стабильных техночастиц в избытке по сравнению с их $+2n$ заряженными партнерами, уравновешенными переходами

сфалеронов с избытком барионов. Связь между превышением $-2n$ и барионной асимметрией может объяснить наблюдаемое соотношение плотностей барионной материи и скрытой массы [31–33].

В рамках теории техницвета рассматриваются технибарионы это частицы образованные из техникварков и имеющие свой тип взаимодействия (не проявляющийся явным образом при энергиях ниже масштаба конфайнмента по техницвету) и заряд. Также вводится существование четвертого поколения технилептонов.

Семейство техничастиц

Частицы	Тип	Заряд
U,D	Техникварки	
ν, ζ	Технилептоны	$\frac{1-3y}{2}, \frac{-1-3y}{2}$
UU,UD,DD	Технибарионы	$y+1, y, y-1$

y – действительное число, при $y = 1$ получают новые кандидаты на роль стабильных дважды отрицательно заряженных частиц: $\bar{U}\bar{U}$ – антитехнибарионы, ζ – технилептоны.

В зависимости от существования законов сохранения существует три варианта скрытой массы из техничастиц:

- 1) Сохраняется технибарионное число. Основной вклад вносят технибарионы.
- 2) Сохраняется технилептонное число. Основной вклад вносят технилептоны.
- 3) Сохраняется и то, и другое. Вклад вносят и технибарионы, и технилептоны.

В WTC заряд частиц «новой» физики не фиксирован. Но есть ограничения на дробные заряды, так как свободные кварки не наблюдаются. Важной проблемой для сценариев гипотетических, стабильных, электрически заряженных частиц является их отсутствие в окружающем нас веществе. Если они существуют, то должны быть связаны с обычным веществом и образовывать аномальные изотопы (с аномальным отношением Z/A). Основная трудность для этих сценариев состоит в подавлении обилия положительно заряженных

частиц, связанных с электронами, которые ведут себя как аномальные изотопы водорода или гелия. Серьезные экспериментальные ограничения на такие изотопы, особенно на аномальный водород, очень жёстко ограничивают возможность стабильных положительно заряженных частиц [47]. Поэтому, положительно заряженные частицы не подходят в качестве частиц скрытой массы. Эта проблема также неразрешима, если модель предсказывает стабильные частицы с отрицательным, нечётным зарядом. Такие частицы связываются с первичным гелием в $+1$ заряженные ионоподобные системы, которые рекомбинируют с электронами в атомы аномального водорода [48]. В связи с чем, стабильные отрицательно заряженные частицы могут иметь только заряд $-2n$, где n – натуральное число [49].

В данной работе мы рассматриваем сценарий составной скрытой массы, в которой гипотетические стабильные частицы O^{--} (X) избегают экспериментального открытия, потому что они формируют с первичным гелием нейтральные атомоподобные состояния OHe (X – гелия), называемые "тёмными" атомами [50]. Поскольку все эти модели также предсказывают соответствующие $+2n$ зарядовые античастицы, космологический сценарий должен обеспечить механизм их подавления, что, естественно, может иметь место в зарядово-асимметричном случае, соответствующем избытку $-2n$ заряженных частиц [27]¹. Тогда их положительно заряженные античастицы могут эффективно аннигилировать в ранней Вселенной. Существуют различные модели, в которых предсказываются такие стабильные $-2n$ заряженные частицы [12, 39, 51].

IV. "ТЁМНЫЕ" АТОМЫ X-ГЕЛИЯ

"Тёмный" атом - это система состоящая из $-2n$ заряженных частиц (в случае $n = 1$, это O^{--}), связанная кулоновской силой с n ядрами ${}^4\text{He}$. Структура соответствующего связанного состояния зависит от значения параметра $a = Z_\alpha Z_X \alpha A m_p R_{nHe}$. Где α – это постоянная тонкой структуры, Z_X и Z_α – зарядовые числа частицы X и n ядер He соответственно, m_p – масса протона, A это массовое число n –ядра He , а R_{nHe} это радиус соответствующего ядра.

При $0 < a < 1$ связанное состояние выглядит как атом Бора с отрицатель-

¹Электрический заряд этого избытка компенсируется соответствующим избытком положительно заряженных барионов, так что электронейтральность Вселенной сохраняется

но заряженной частицей в остове и ядром, движущимся по боровской орбите. При $1 < a < \infty$ связанные состояния выглядят как атомы Томсона, в которых тело ядра колеблется вокруг тяжелой отрицательно заряженной частицы.

Когда $Z_\alpha = 2$, а $Z_X = -2$, α -частица в такой модели является точечной и движется по боровскому радиусу. Тогда энергия связи OHe для точечного заряда 4He определяется выражением:

$$I_0 = \frac{Z_X^2 Z_\alpha^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ}, \quad (17)$$

где m_{He} – масса α -частицы.

Боровский радиус вращения He в “тёмных” атомах OHe равен [11]:

$$R_b = \frac{\hbar c}{Z_X Z_\alpha m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \quad (18)$$

Во всех моделях X -гелия X ведет себя как лептон или как специфический кластер тяжелых кварков новых семейств с подавленным адронным взаимодействием [40]. А существующее ограничение на массу этого типа частиц, согласно ускорителю ЛНС, составляет около 1ТэВ [52].

Привлекательной чертой гипотезы XHe является то, что она включает в себя только один параметр „новой“ физики – массу частицы X . Но в то же время, она требует глубокого понимания деталей известной ядерной и атомной физики, знания которых не применялись в отношении неклассических связанных систем в виде „тёмных“ атомов XHe [53]. Активное влияние этого типа скрытой массы на ядерные превращения требует специальных исследований и развития ядерной физики X -гелия. Это особенно важно для количественной оценки роли „тёмных“ атомов в первичном космологическом нуклеосинтезе и в эволюции звёзд [11].

Замедление космического XHe в земном грунте не допускает прямых методов обнаружения частиц скрытой массы основанных на поиске эффектов отдачи ядер при столкновениях WIMP-ов с ядрами обычного вещества. Однако, взаимодействие медленных атомов X -гелия с ядрами может приводить к их низкоэнергетическому связыванию. В пределах неопределенности параметров ядерной физики существует диапазон, в котором энергия связи в системе $OHe - Na$ находится в интервале 2-4 кэВ [27,54]. Захват „тёмных“ атомов в это

связанное состояние приводит к соответствующему выделению энергии, наблюдаемому как ионизационный сигнал в детекторе *DAMA*. Концентрация OHe в веществе подземных детекторов определяется равновесием между поступающим космическим потоком атомов скрытой массы и их диффузией к центру Земли. Наличие O -гелия в земном грунте быстро регулируется за счёт кинематики взаимодействия „тёмных“ атомов с веществом, с учетом поступающего космического OHe и следует за изменением этого потока. Поэтому, скорость захвата „тёмных“ атомов должна испытывать годовые модуляции, отраженные в годовых модуляциях ионизационного сигнала от этих реакций. Неизбежным следствием предложенного объяснения является появление в веществе детектора *DAMA/NaI* или *DAMA/LIBRA* аномальных сверхтяжелых изотопов натрия, масса которых примерно на порядок больше, чем у обычных изотопов этих элементов. А появление аномальных сверхтяжелых изотопов йода маловероятно, потому что из расчётов следует, что для атомов O -гелия невыгодно образовывать низкоэнергетические связываемые состояния с этими ядрами [11]. Если атомы этих аномальных изотопов не полностью ионизованы, их подвижность определяется атомными сечениями и становится примерно на 9 порядков меньше, чем для OHe [11]. Это обеспечивает их сохранение в детекторе. Поэтому, масс-спектроскопический анализ этого вещества может обеспечить дополнительную проверку на наличие O -гелиевой природы сигнала *DAMA*. Методы такого анализа должны учитывать хрупкую природу связанных состояний $OHe - Na$, поскольку их энергия связи составляет всего несколько кэВ [53,55].

Столкновения атомов скрытой массы с веществом, частота которых растёт в областях с более высокой концентрацией XHe , особенно в центральной части Галактики, могут привести к возбуждениям X -гелия. Таким образом, наблюдаемый *INTEGRAL* избыток позитронной линии аннигиляции в центральной части галактики можно объяснить образованием пар, излучаемых возбуждёнными в результате столкновений „тёмными“ атомами XHe [53,56].

Основная проблема с атомами XHe заключается в том, что их составляющие могут слишком сильно взаимодействовать с веществом. Это происходит потому, что X – гелий имеет незэкранированное ядерное притяжение к ядрам вещества. Это, в свою очередь, может привести к разрушению связанной системы атомов скрытой массы и образованию аномальных изотопов. Существуют очень строгие экспериментальные ограничения на концентрацию этих изото-

пов в земной почве и морской воде [47]. Чтобы избежать проблемы перепроизводства аномальных изотопов, предполагается, что эффективный потенциал взаимодействия между XHe и ядром материи будет иметь барьер, препятствующий слиянию He и/или X с ядром (см. рисунок 8). Эта задача сформулирована как задача трех тел и не имеет точного аналитического решения. Таким образом, в данной работе предлагается численный подход для описания данного взаимодействия, в котором мы пытаемся построить численную модель для восстановления формы соответствующего эффективного потенциала.

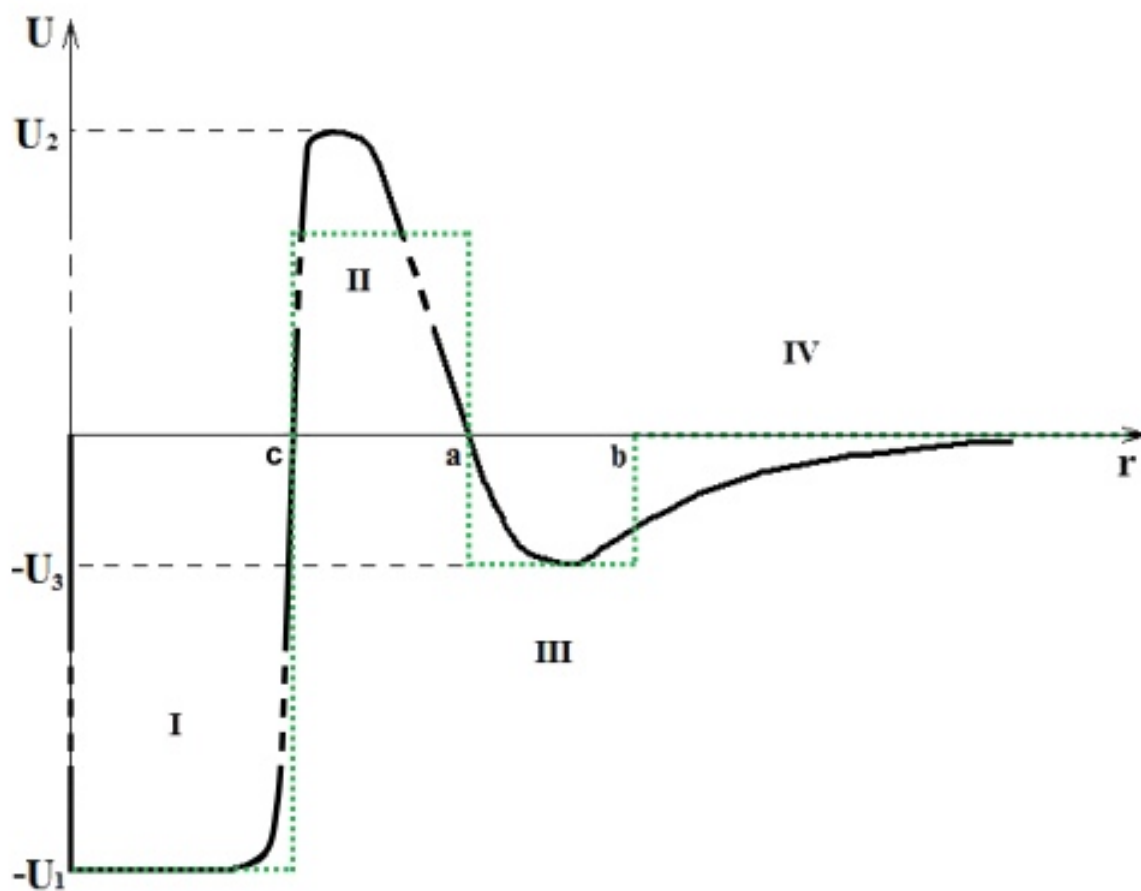


Рисунок 8 — Эффективный потенциал взаимодействия между XHe и ядром вещества [11]

V. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ "ТЁМНОГО" АТОМА С ЯДРОМ. МОДЕЛЬ БОРА.

1. МОДЕЛИРОВАНИЕ O-ГЕЛИЯ

«Тёмный» атом O –гелия (система OHe) состоит из двух точечных и связанных между собой силой Кулона частиц: ядра He и частицы O^{--} . Сферическая система координат расположена в центре частицы O^{--} , вокруг неё по поверхности сферы, радиус которой равен боровскому радиусу атома OHe, – R_b , движется стохастически, с постоянной боровской скоростью V_α , ядро гелия.

Скорость V_α равна:

$$V_\alpha = \frac{\hbar c^2}{m_{He} R_b} \approx 3 \cdot 10^4 \frac{\text{см}}{\text{с}}. \quad (19)$$

Рассмотрим схему численного моделирования динамической системы OHe.

1) α – частица в связанной системе OHe имеет только две независимые степени свободы, в качестве которых принимаются полярный, θ , и азимутальный, ϕ , углы. θ_0 и ϕ_0 – это начальные значения углов, через которые вычисляются начальные компоненты радиус-вектора α – частицы, r_0 .

2) Изменения полярного, $d\theta$, и азимутального, $d\phi$, углов определяются как приращения углов при перемещении от точки r_{i-1} к точке r_i по поверхности сферы за время одной итерации dt , где i это номер итерации:

$$d\theta = \left(\frac{V_\alpha dt}{R_b} \right) (2n - 1), \quad (20)$$

$$d\phi = \frac{\sqrt{\left(\frac{V_\alpha dt}{R_b} \right)^2 - (d\theta)^2}}{\cos(\theta)} (2n - 1), \quad (21)$$

где n это случайная величина с равномерным распределением на отрезке от 0

до 1.

3) Проверяем условие для приращения углов:

$$\left(d\theta\right)^2 + \left(\cos\theta d\phi\right)^2 \leq \left(\frac{V_\alpha dt}{R_b}\right)^2. \quad (22)$$

Это условие необходимо для того, чтобы траектория α – частицы, вычисленная через приращения углов $d\theta$ и $d\phi$, не превышала реального расстояния, которое α – частица прошла по сфере боровского радиуса за время dt .

В результате вычисляются значения компонентов радиус-вектора α – частицы r в каждый момент времени и по полученным данным строится её траектория движения по поверхности сферы боровского радиуса (см. рисунок 9). На рисунке 9 изображена сфера радиуса R_b , на поверхности которой синими точками отмечено расположение α – частицы между моментами времени dt . Заполнение сферы точками зависит от количества итераций цикла.

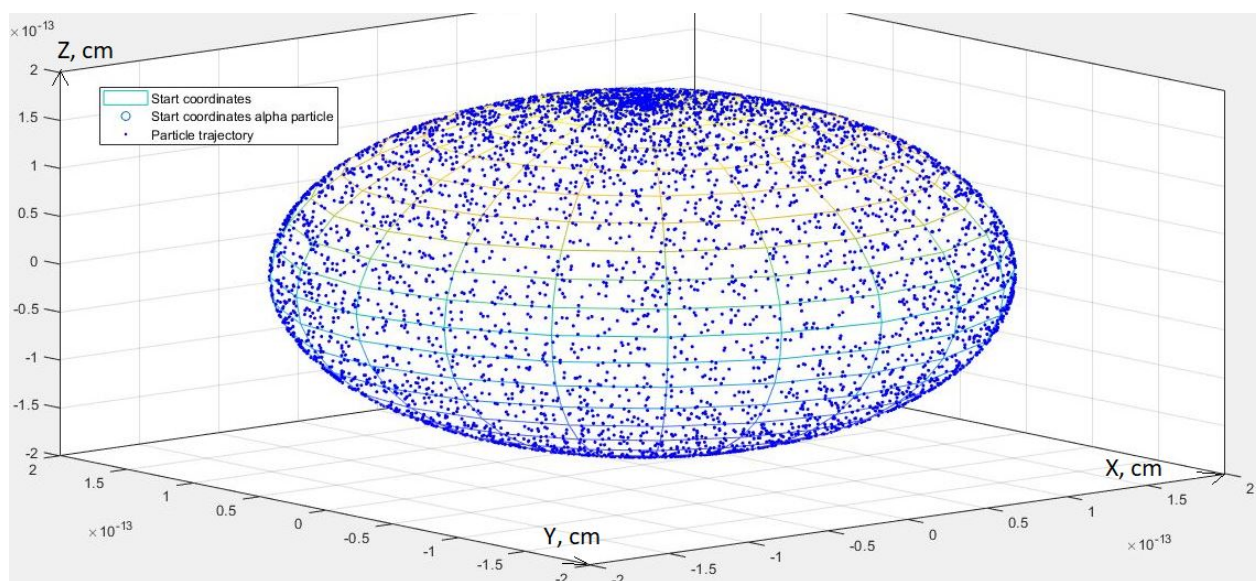


Рисунок 9 — Плотность распределения координат α -частицы на орбите, соответствующей основному состоянию системы ONe

2. СИСТЕМА КООРДИНАТ СИСТЕМЫ ONe –ЯДРО

Рассмотрим систему ONe – ядро, состоящую из трёх заряженных, точечных частиц. Поместим систему координат в центр ядра A . В выбранной системе отсчёта O – гелий движется относительно начала координат. Введены радиус-вектор O^{--} , \vec{r} , и радиус-вектор α -частицы, \vec{r}_α , (см. рисунок 10). В этом случае

\vec{r}_α определяется следующим образом:

$$\vec{r}_\alpha = \vec{r} + \vec{R}_b \quad (23)$$

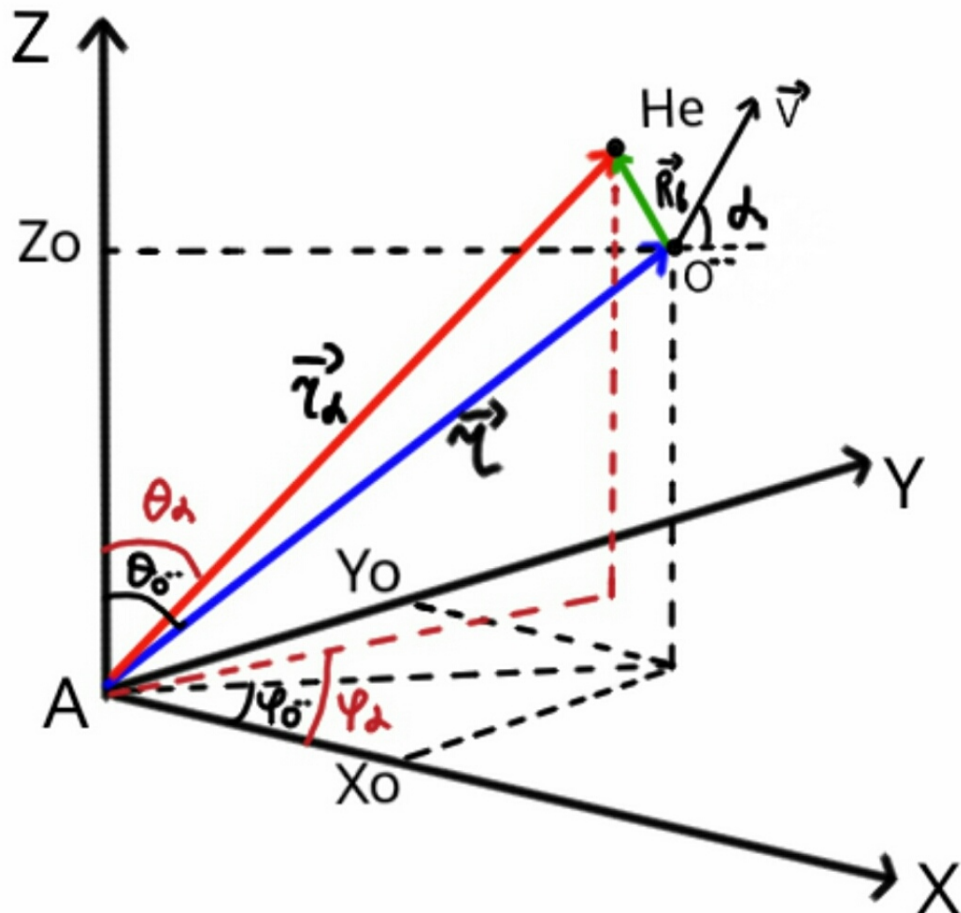


Рисунок 10 — Система координат OHe –ядро.

Наша задача – рассмотреть взаимодействие OHe с ядром, построив набор сил, действующих между всеми частицами в выбранной системе координат. Мы должны учитывать электромагнитные силы, действующие между O^{--} и ядром, O^{--} и He , He и ядром. А также ядерное взаимодействие между гелием и ядром-мишенью. Эта задача сформулирована как задача трех тел и не имеет точного аналитического решения. Таким образом, в данной работе предлагается численный подход для описания перечисленных взаимодействий.

3. УЧЁТ ВСЕХ СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ ОНЕ –ЯДРО

Кулоновское взаимодействие между α -частицей и ядром-мишенью и кулоновское взаимодействие между O^{--} и ядром-мишенью задаются следующими формулами:

$$\vec{F}_{i\alpha}^e = \vec{F}_{i\alpha}^e(\vec{r}_{i\alpha}) = \frac{ZZ_\alpha e^2 \vec{r}_{i\alpha}}{r_{i\alpha}^3}, \quad (24)$$

$$\vec{F}_{iZO}^e = \vec{F}_{iZO}^e(\vec{r}_i) = \frac{ZZ_o e^2 \vec{r}_i}{r_i^3}, \quad (25)$$

где Z , Z_o это зарядовые числа ядра-мишени и частицы O^{--} соответственно.

Ядерное взаимодействие между ядром He и ядром-мишенью определяется силой типа Саксона-Вудса, $\vec{F}_{i\alpha}^N$:

$$\vec{F}_{i\alpha}^N = -\frac{\frac{U_0}{p} \exp\left(\frac{r_{i\alpha} - R_Z}{p}\right) \vec{r}_{i\alpha}}{\left(1 + \exp\left(\frac{r_{i\alpha} - R_Z}{p}\right)\right)^2}, \quad (26)$$

где R_Z радиус ядра-мишени, U_0 глубина потенциальной ямы, $p \approx 0.55$ фм - постоянный параметр.

Полная сила, действующая на систему $ОНе$, \vec{F}_{iSum} , вычисляется следующим образом:

$$\vec{F}_{iSum} = \vec{F}_{iZO}^e + \vec{F}_{i\alpha}^N, \quad (27)$$

где $\vec{F}_{i\alpha}^N$ суммарная сила действующая на α -частицу:

$$\vec{F}_{i\alpha}^N = \vec{F}_{i\alpha}^e + \vec{F}_{i\alpha}^N. \quad (28)$$

Построим численную схему расчета этих сил в зависимости от расстояния между объектами. В этом случае предложенная ранее модель описания системы $ОНе$ будет использована для расчетов в системе $ОНе$ –ядро.

1) Мы используем следующие начальные условия: начальные координаты O^{--} $[x_0, y_0, z_0]$ (или r_0) и начальные компоненты его скорости $[V_{x_0}, V_{y_0}, V_{z_0}]$ (или V_0) ($i = 0$).

2) Рассмотрим состояние системы в следующий момент времени, взятое на временном интервале dt . Определяется i -е значение приращения импульса α -частицы $d\vec{P}_{i\alpha}$:

$$d\vec{P}_{i\alpha} = \vec{F}_{i\alpha} dt. \quad (29)$$

3) Проверяется условие прерывания программы, когда избыток кинетической энергии dT_i , переданной α -частице, превышает потенциал ионизации O -гелия I_0 , что приводит к разрушению связанной системы OHe :

$$dT_i = \frac{d\vec{P}_{i\alpha}^2}{2m_\alpha} < I_0 \approx 1.6 MeV. \quad (30)$$

4) В каждом цикле программа вычисляет полную силу, действующую на систему OHe , $\vec{F}_{i\text{sum}}$.

5) Вычисляется приращение импульса $d\vec{P}_i$ системы OHe , которое в совокупности является приращением импульса частицы O^{--} :

$$d\vec{P}_i = \vec{F}_{i\text{sum}} dt. \quad (31)$$

6) Используя приращение импульса $d\vec{P}_i$, вычисляется приращение скорости частицы O^{--} , $d\vec{V}_i$, для последующего нахождения новой скорости используемой в следующей итерации:

$$d\vec{V}_i = \frac{d\vec{P}_i}{m_{O^{--}} + m_\alpha}. \quad (32)$$

На основе полученных данных программа строит траектории α -частицы и частицы O^{--} (см рисунок 11). На рисунке 11, демонстрирующем результат работы программы, черный кружок показывает расположение ядра-мишени (в данном случае, это ядро Na), синие точки и красная пунктирная линия показывают траектории α -частицы и частицы O^{--} в плоскости XU соответственно.

На рисунке 11 показан один из результатов нашего моделирования. На рассматриваемом рисунке можно наблюдать отклонение траектории O^{--} от первоначального направления, которое связано с кулоновским взаимодействием между ядром He и ядром-мишенью. Это происходит, потому что за счёт вращения по боровской орбите He в какие-то моменты времени оказывается ближе

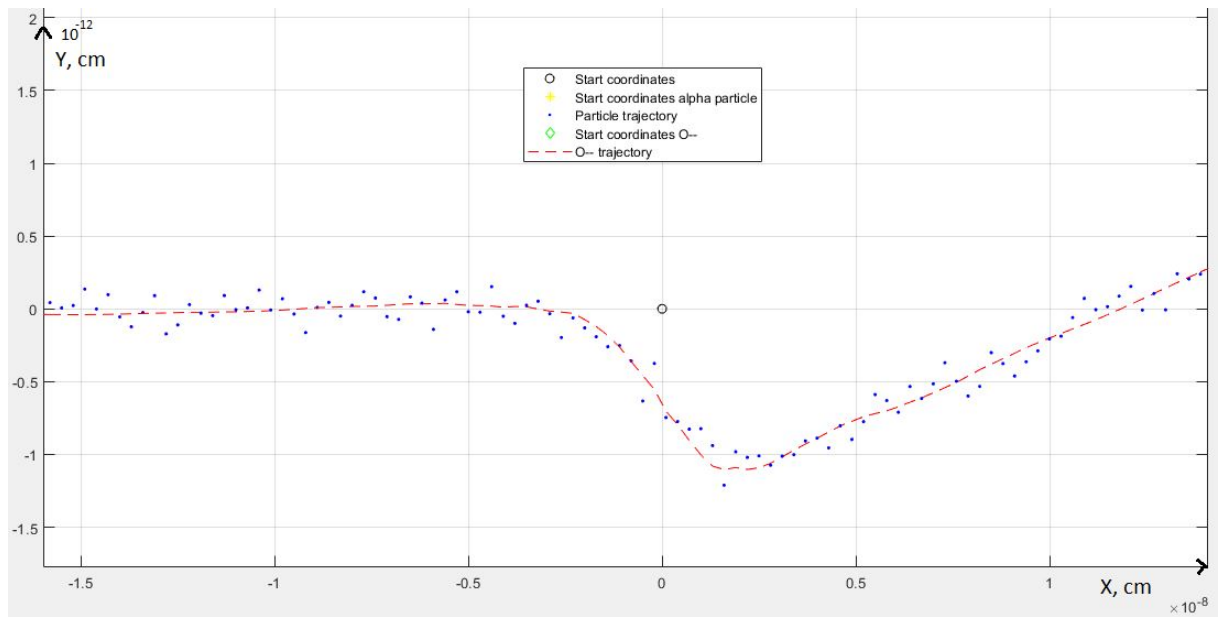


Рисунок 11 — Траектории движения α -частицы и частицы O^{--} в плоскости XY

к началу координат и отталкивается от ядра-мишени сильнее, чем к нему притягивается частица O^{--} . Кроме того, видно, что траектория O^{--} испытывает некоторые биения. Это связано с дополнительным ядерным взаимодействием между α -частицей и ядром, которое приводит к притяжению α -частицы. Соответственно, чем ближе α -частица к ядру, тем больше эта сила и тем более искажается траектория O^{--} .

4. КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ ТУННЕЛИРОВАНИЯ

Кулоновское взаимодействие заряженной частицы с ядром характеризуется высотой кулоновского барьера:

$$B_k = \frac{Zze^2}{R}, \quad (33)$$

где Z и z заряды ядра и частицы соответственно, а R радиус ядра. При сближении связанной системы OHe с ядром барионного вещества, когда кинетическая энергия альфа-частицы $T < B_k$, за счёт квантово-механического эффекта имеется конечная вероятность альфа-частице пройти через потенциальный барьер туннельным переходом и оказаться внутри ядра в какой-то доле случаев рассеяния, что приведёт к разрушению связанной системы O -гелия. В отличие от

классического случая, в котором она никогда не сможет пройти через потенциальный кулоновский барьер. Вероятность туннельного перехода вычисляется по следующей формуле:

$$D \approx \exp \left(-\frac{2}{\hbar} \int_R^{r_2} \sqrt{2\mu(V - T)} dr \right), \quad (34)$$

где μ это приведённая масса, $V = \frac{Zze^2}{r}$ кулоновский потенциал взаимодействия, r расстояние между ядром и α -частицей, $r_2 = \frac{Zze^2}{T}$.

Таким образом, в численную модель, описанную в предыдущем разделе, было добавлено условие прекращения работы алгоритма программы. Для этого в каждой итерации цикла вычисляется скорость α -частицы в системе координат OHe -ядро, $\vec{V}_{i\alpha_{sum}}$. Которая определяется как сумма боровской скорости α -частицы $\vec{V}_{i\alpha}$ в системе OHe и скорости частицы O^{--} \vec{V}_i :

$$\vec{V}_{i\alpha_{sum}} = \vec{V}_{i\alpha} + \vec{V}_i. \quad (35)$$

Далее, с помощью $\vec{V}_{i\alpha_{sum}}$ вычисляется кинетическая энергия α -частицы в системе координат OHe -ядро, T , и соответствующее ей значение r_2 . После чего определяется вероятность туннельного перехода D .

Наконец, с помощью полученного значения D , при условии, что расстояние между ядром и α -частицей меньше или равно r_2 , проверяется условие прекращения работы алгоритма программы. Для этого рассматривается отрезок от 0 до 1 и генерируется случайное число, равномерно распределённое на этом отрезке - n . При чём, если $n \leq D$, то туннельный переход происходит и программа прекращает свою работу, ибо это приводит к разрушению связанной системы O -гелия. Если $n > D$, значит туннельный переход не произошёл и, соответственно, работа алгоритма не прекращается.

5. ЭФФЕКТ ШТАРКА

Предполагается, что взаимодействие медленных атомов X -гелия с ядрами может приводить к их низкоэнергетическому связыванию. Захват „тёмных“

атомов в это связанное состояние приводит к соответствующему выделению энергии, наблюдаемому как ионизационный сигнал в детекторе *ДАМА*. Неизбежным следствием этого является появление в веществе детектора *ДАМА/NaI* или *ДАМА/LIBRA* аномальных сверхтяжелых изотопов натрия, масса которых примерно в сорок раз больше, чем у обычных изотопов этих элементов. Таким образом, низкоэнергетическое связанное состояние XHe – ядро должно представлять собой осциллирующую систему трёх тел.

В нашей численной модели мы фиксируем орбиту вращения He в атоме OHe , что исключает возможность его поляризации и наблюдаем кулоновское отталкивание. С другой стороны, известно, что в переменном, внешнем электрическом поле, созданном ядром-мишенью, должен наблюдаться эффект Штарка, который приводит к поляризации XHe . В нашей полуклассической численной модели это можно сделать включением дипольного момента взаимодействия δ , вызванного эффектом Штарка. Таким образом, включив вручную δ в численную модель, мы можем вычислить силу Штарка, которая легко получается из потенциала, который, в свою очередь, задаётся с помощью того же дипольного момента. δ появляется за счёт действия ядерной силы и силы Кулона на ядро nHe со стороны внешнего ядра, которые уравниваются силой Кулона между частицами атома скрытой массы, отсюда можно получить выражение для δ :

$$\vec{\delta} = \frac{Z_\alpha \vec{E}}{Z_X 4/3\pi\rho} + \frac{\vec{F}_\alpha^N}{e Z_X 4/3\pi\rho} \quad (36)$$

где \vec{E} это напряжённость внешнего электрического поля, а $\rho = \frac{Z_\alpha e}{4/3\pi R_{nHe}^3}$ это плотность заряда ядра nHe .

Потенциал Штарка вычисляется следующим образом: $U_{St} = e Z_\alpha E \delta$. А сила Штарка, соответственно: $\vec{F}_{St} = -\text{grad } U_{St}$.

На основе полученных данных, после добавления силы Штарка, можно также построить траектории α -частицы и частицы O^{--} для разных прицельных параметров, например, для нулевого и ненулевого (см рисунки 12 и 13). На рисунках 12 и 13, демонстрирующих результат работы программы, черный кружок показывает расположение ядра-мишени (в данном случае, это ядро Na), синие точки и красная пунктирная линия показывают траектории α -частицы и частицы O^{--} в плоскости XU соответственно.

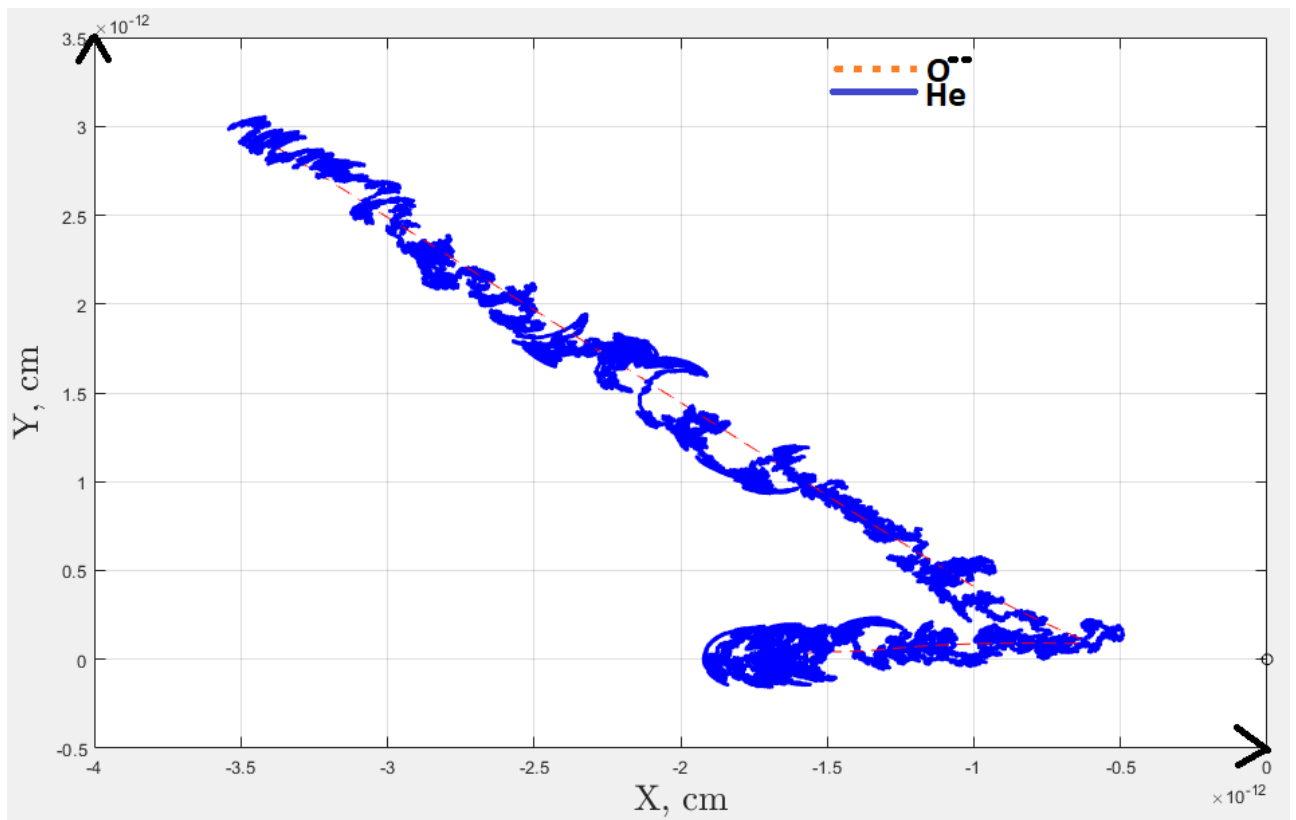


Рисунок 12 — Траектории движения α -частицы и частицы O^{--} в плоскости XY при нулевом прицельном параметре

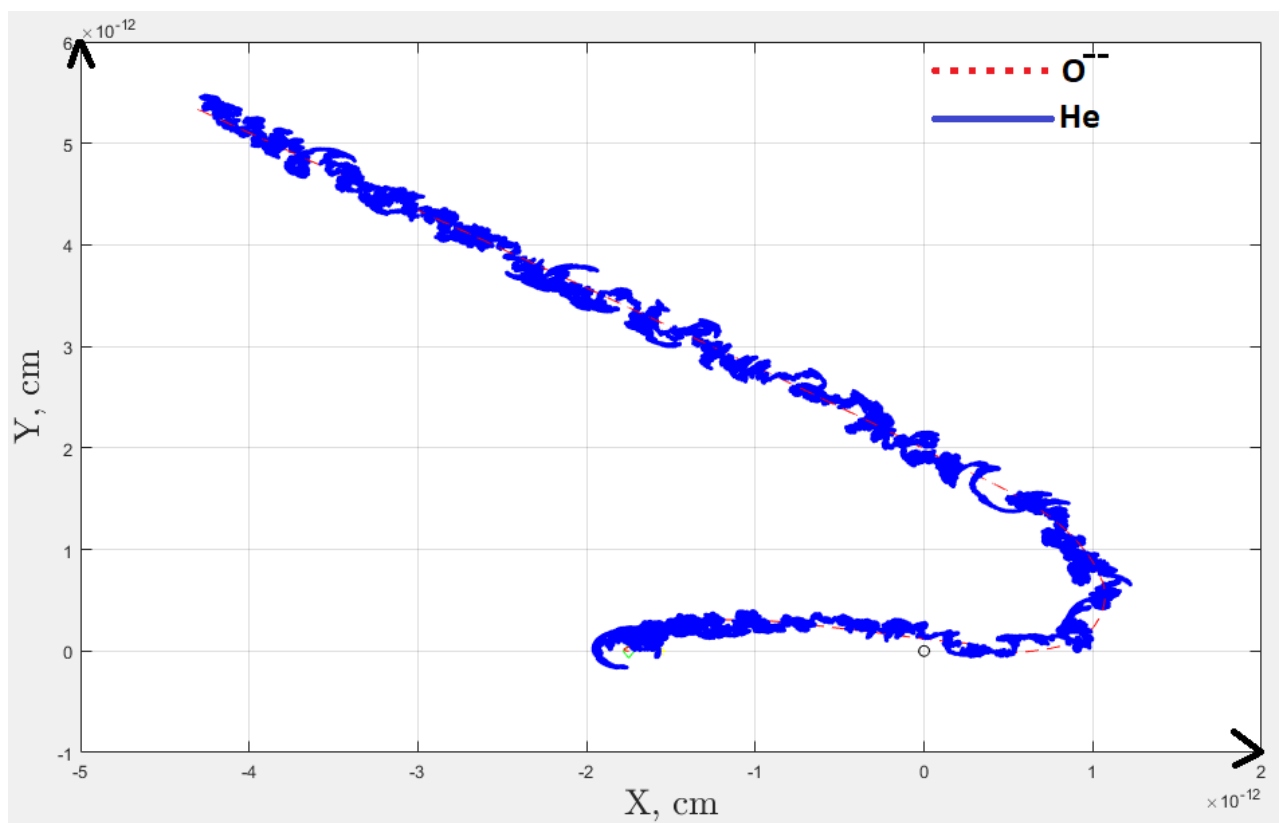


Рисунок 13 — Траектории движения α -частицы и частицы O^{--} в плоскости XY при ненулевом прицельном параметре

1. Прицельный параметр $\beta = 0$ (см рисунок 12).

Сумма радиусов ядра гелия и ядра-мишени Na , $R_{AHe} = 5.1730$ фм. Минимальное расстояние между α -частицей и ядром-мишенью на рисунке 12, $R_{\alpha_{min}} = 5.5213$ фм, то есть α -частица не попадает в ядро-мишень и происходит упругое рассеяние.

Максимальное значение дипольного момента $\delta_{max} = 1.7079 \cdot 10^{-12}$ см.

Среднее значение дипольного момента $\delta_{mean} = 8.9659 \cdot 10^{-18}$ см.

На рисунке 14 построен график зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na при нулевом прицельном параметре, видно, что чем ближе к ядру-мишени находится атом скрытой массы, тем большую поляризацию он испытывает.

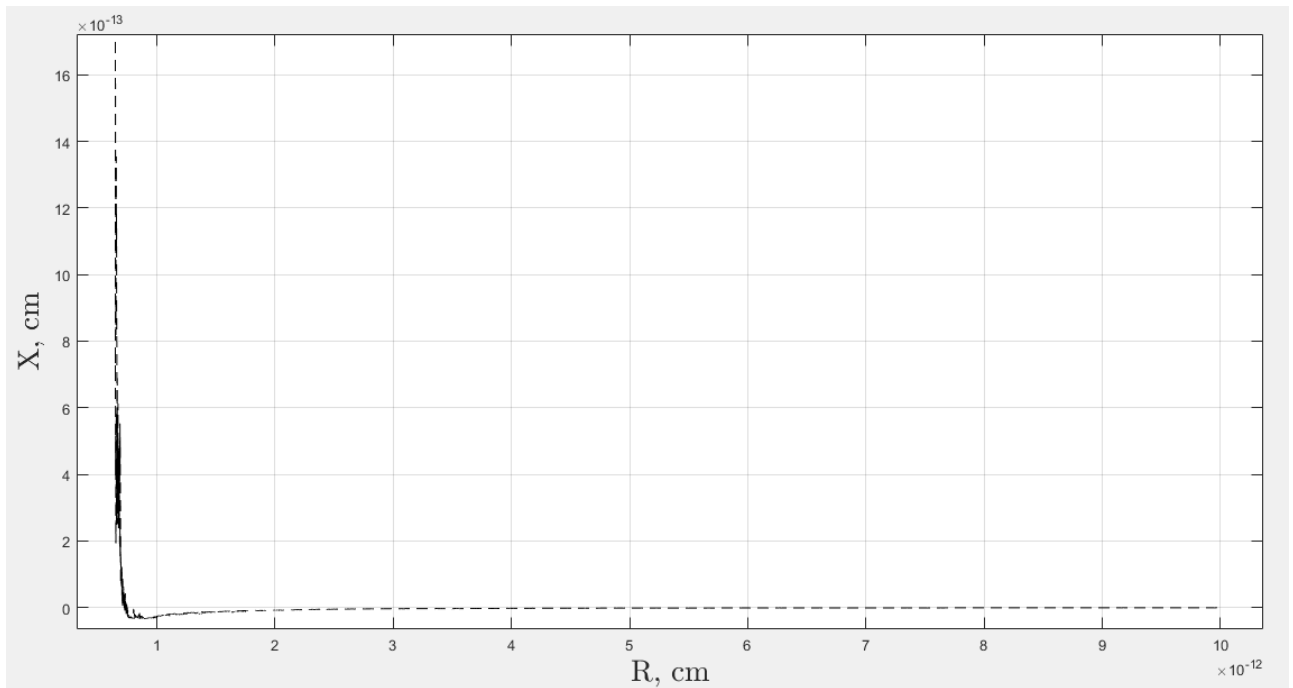


Рисунок 14 — График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в модели Бора при нулевом прицельном параметре

На рисунке 15 построен суммарный потенциал взаимодействия между OHe и ядром-мишенью Na в зависимости от радиус-вектора частицы O^{--} при нулевом прицельном параметре, из рисунка видно, что он качественно совпадает с теоретически ожидаемой формой эффективного потенциала взаимодействия между атомом скрытой массы и ядром вещества.

2. Прицельный параметр $\beta = 1$ фм (см рисунок 13).

Минимальное расстояние между α -частицей и ядром-мишенью $R_{\alpha_{min}} =$

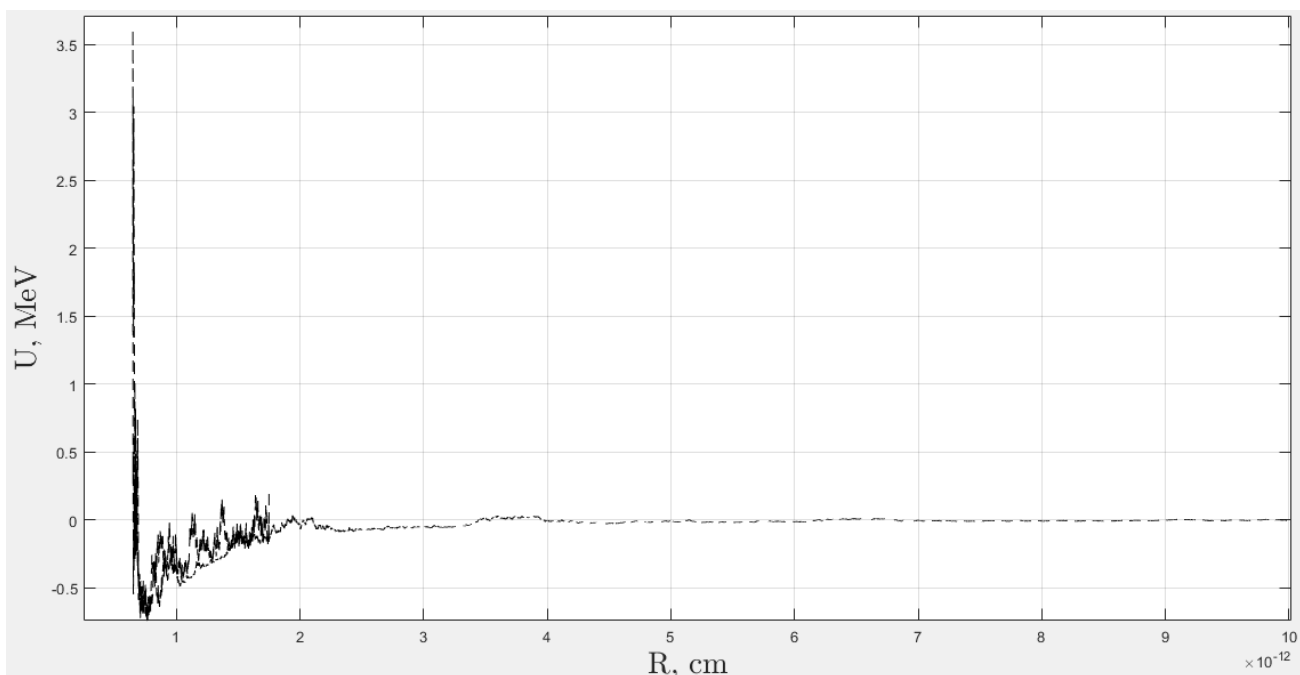


Рисунок 15 — Суммарный потенциал взаимодействия между OHe и ядром-мишенью Na в зависимости от радиус-вектора частицы O^{--} при нулевом прицельном параметре

6.2973 фм, то есть в этом случае также происходит упругое рассеяние.

Максимальное значение дипольного момента $\delta_{max} = 7.3130 \cdot 10^{-13}$ см.

Среднее значение дипольного момента $\delta_{mean} = 3.3727 \cdot 10^{-15}$ см.

На рисунке 16 построен график зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na при ненулевом прицельном параметре, снова можно видеть, что чем ближе к ядру-мишени находится атом скрытой, тем больше он поляризуется.

На рисунке 17 построен суммарный потенциал взаимодействия между OHe и ядром-мишенью Na в зависимости от радиус-вектора частицы O^{--} при ненулевом прицельном параметре, также качественно совпадающий с теоретически ожидаемой формой эффективного потенциала взаимодействия между атомом скрытой массы и ядром вещества.

Тем не менее, в подходе модели атома Бора есть некие минусы, например, в нашей численной модели не задаётся явным образом сила Кулона между гелием и O^{--} , а вручную фиксируется орбита вращения He в атоме OHe , что исключает возможность его естественной поляризации из-за эффекта Штарка, поэтому, приходится вводить аналитическую формулу для вычисления дипольного момента, чтобы рассчитать силу Штарка, что влияет на точность результатов. А при рассмотрении модели атома Томсона эту проблему можно решить,

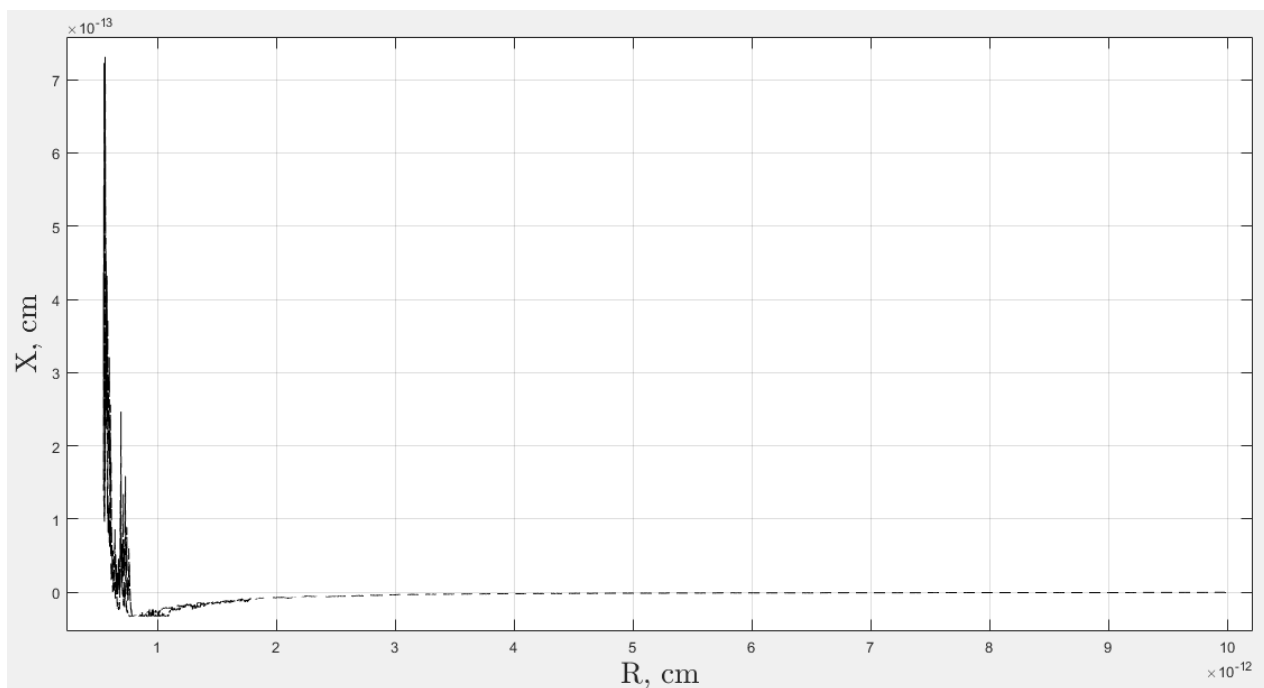


Рисунок 16 — График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в модели Бора при ненулевом прицельном параметре

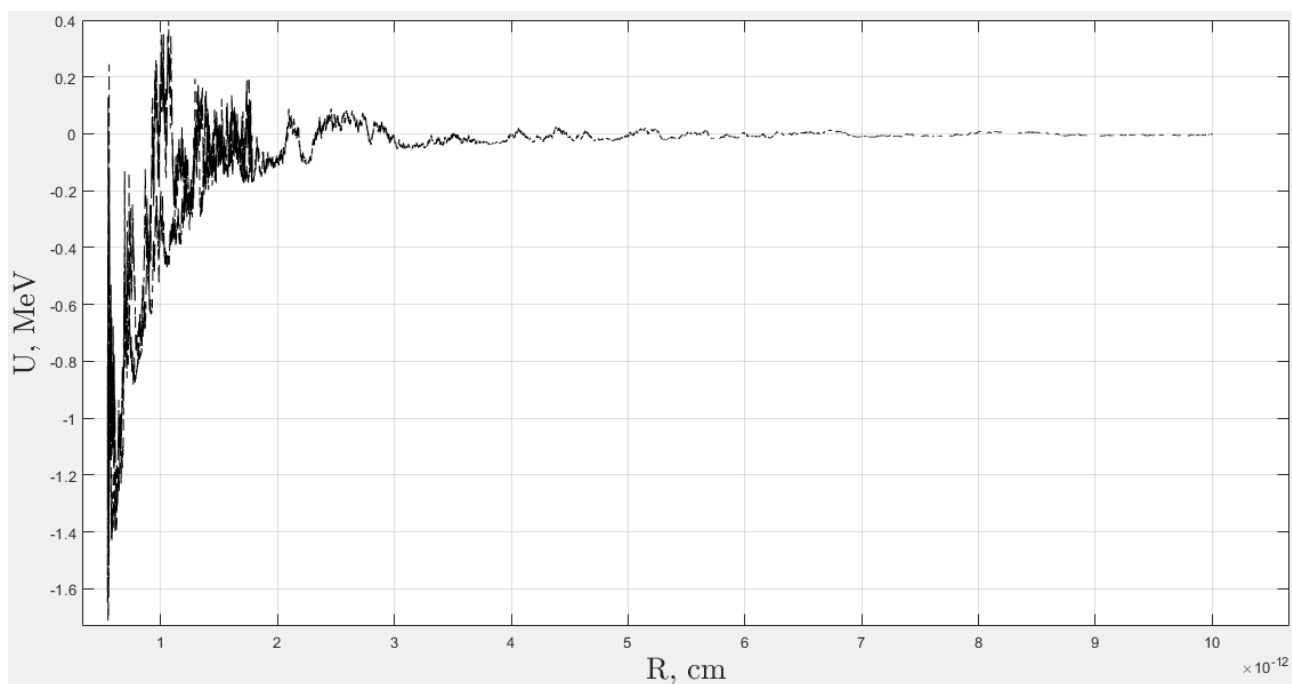


Рисунок 17 — Суммарный потенциал взаимодействия между OHe и ядром-мишенью Na в зависимости от радиус-вектора частицы O^{--} при ненулевом прицельном параметре

так-как при таком подходе гелий не является точечным зарядом, стохастически движущимся по фиксированной боровской орбите, а представляет собой заряженный шар, внутри которого может колебаться частица O^{--} . Тем более,

случай -2 заряженных частиц является лишь частным случаем, так-как рассматриваемые нами частицы могут иметь заряд $-2n$ и образовывать с n ядрами ${}^4\text{He}$ "тёмные" атомы X -гелия, которые сами по себе, начиная с $n = 2$, являются атомами Томсона.

VI. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ "ТЁМНОГО" АТОМА С ЯДРОМ. МОДЕЛЬ ТОМСОНА.

1. МОДЕЛИРОВАНИЕ X -ГЕЛИЯ

"Тёмный" атом X -гелия состоит из двух связанных между собой частиц: ядра n -гелия и частицы X . Мы располагаем сферическую систему координат в центре ядра n -гелия, представляющего собой заряженный шар, внутри него, в центре, находится точечная частица X . При внешнем возмущении, т.е. когда внешние силы приводят к тому, что расстояние между n -гелием и X становится отличным от нуля, частица X начинает колебаться внутри ядра $n\text{He}$ (в реальности $n\text{He}$ намного легче X , поэтому это ядерная капля, которая колеблется вокруг X).

Потенциал кулоновского взаимодействия и соответствующая ему сила между n -гелием и X задаются следующими формулами:

$$U_{X\text{He}}(R_{X\text{He}}) = \begin{cases} -\frac{4e^2n^2}{R_{X\text{He}}} & \text{для } R_{X\text{He}} > R_{\text{He}}, \\ -\frac{4e^2n^2}{2R_{\text{He}}} \left(3 - \frac{R_{X\text{He}}^2}{R_{\text{He}}^2} \right) & \text{для } R_{X\text{He}} < R_{\text{He}}, \end{cases} \quad (37)$$

$$\vec{F}_{X\text{He}}(R_{X\text{He}}) = \begin{cases} -\frac{4e^2n^2}{R_{X\text{He}}^3} \vec{R}_{X\text{He}} & \text{для } R_{X\text{He}} > R_{\text{He}}, \\ -\frac{4e^2n^2}{R_{\text{He}}^3} \vec{R}_{X\text{He}} & \text{для } R_{X\text{He}} < R_{\text{He}}, \end{cases} \quad (38)$$

где R_{XHe} это расстояние между X и центром ядра nHe , а R_{He} это радиус ядра n -гелия.

Рассмотрим схему численного моделирования динамической системы XHe .

1) Мы используем следующие начальные условия: начальную координату частицы X , $\vec{R}_{0X} = 0$, и его начальную скорость, соответствующую внешнему

возмущению, $V_{0X} = \left(\frac{3kT}{M_{nuc}} \right)^{\frac{1}{2}}$, где M_{nuc} это масса ядра-мишени, например Na , T это температура, а k – постоянная Больцмана. Используя начальные условия вычисляется начальная сила, действующая на частицу X .

2) Рассмотрим состояние системы в следующий момент времени, взятое на временном интервале dt . Определяется i -е значение приращения компонент радиус-вектора частицы X , dr_i :

$$dr_i = V_{iX} dt. \quad (39)$$

3) Вычисляется $i+1$ значение компонент радиус-вектора частицы X , r_{i+1} :

$$r_{i+1} = r_i + dr_i. \quad (40)$$

4) В каждом цикле программа вычисляет силу, действующую на X , \vec{F}_{iXHe} , с помощью которой определяется приращение импульса $d\vec{P}_i$, частицы X :

$$d\vec{P}_i = \vec{F}_{iXHe} dt. \quad (41)$$

5) Используя приращение импульса $d\vec{P}_i$, вычисляется приращение скорости частицы X , $d\vec{V}_{iX}$, для последующего нахождения новой скорости, используемой в следующей итерации, путём добавления приращения скорости к скорости в прошлой итерации:

$$d\vec{V}_{iX} = \frac{d\vec{P}_i}{m_X}. \quad (42)$$

Используя полученные данные, можно построить зависимость модуля радиус-вектора частицы X от времени, например, при $n = 1$ (см. рис. 18). На рисунке 18 можно наблюдать колебание частицы X внутри ядра nHe с периодом, примерно равным $2 \cdot 10^{-20}$ секунды. Оно появляется потому, что кулоновская

сила между ядром nHe и частицей X стремится вернуть X в центр ядра и нивелировать внешнее возмущение, придаваемое частице X . $R_{XHe} < 1$ фм, что свидетельствует об устойчивости системы $X - \text{гелия}$.

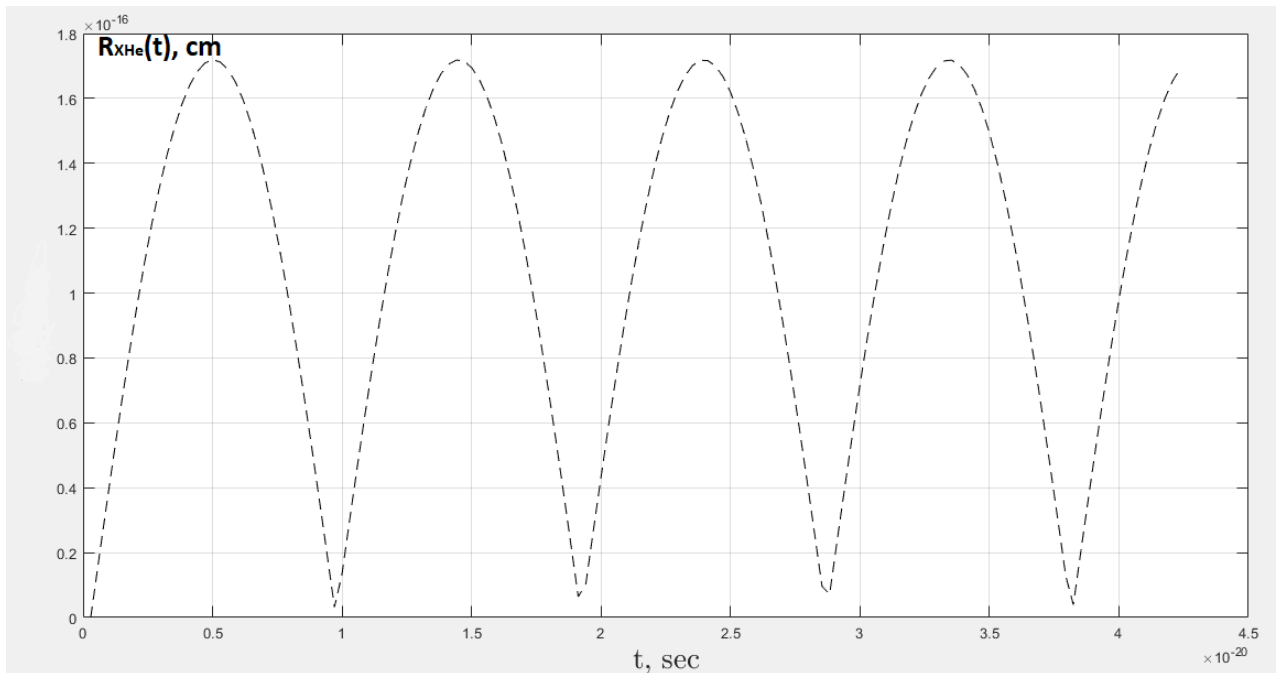


Рисунок 18 — Зависимость модуля радиус-вектора частицы X от времени t , при $n = 1$

2. УЧЁТ ВСЕХ СИЛ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ XHe – ЯДРО

Система координат XHe –ядро, в которой будет происходить моделирование взаимодействия XHe с ядром-мишенью, аналогична системе координат OHe –ядро, описанной в пункте V.2 данной работы. Отличие состоит в том, что расстояние между X и nHe теперь не строго фиксировано и не равняется борновскому радиусу. Таким образом, радиус вектора nHe , r_{He} , и X , r , определяются независимо, а расстояние между частицей X и nHe , r_{XHe} , определяется следующим образом:

$$\vec{r}_{XHe} = \vec{r}_\alpha - \vec{r} \quad (43)$$

Силы, действующие между частицами в системе XHe –ядро, аналогичны силам, описанным в пункте V.3 данной работы. Но также появляются две дополнительные силы, равные по модулю, но противоположенные по знаку. Это сила Кулона между X и nHe (см. формулу 38). Силу, действующую на nHe ,

обозначим $\vec{F}_{i\alpha}^{XHe}$. А силу, действующую на X , обозначим $\vec{F}_{iX}^{XHe} = -\vec{F}_{i\alpha}^{XHe}$.

Суммарная сила, действующая на частицу X , \vec{F}_{iSum}^X , вычисляется следующим образом:

$$\vec{F}_{iSum}^X = \vec{F}_{iZO}^e + \vec{F}_{iX}^{XHe}. \quad (44)$$

Суммарная сила, действующая на nHe , $\vec{F}_{i\alpha}$:

$$\vec{F}_{i\alpha} = \vec{F}_{i\alpha}^e + \vec{F}_{i\alpha}^N + \vec{F}_{i\alpha}^{XHe}. \quad (45)$$

Построим численную схему расчета этих сил в зависимости от расстояния между объектами.

1) Мы используем следующие начальные условия: начальные координаты

$$X \text{ и } nHe, \vec{r}_0 = \vec{r}_{0\alpha}, \text{ и их начальные скорости, } V_{X_0} = V_{\alpha_0} = \left(\frac{3kT}{M_{nuc}} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

2) Рассмотрим состояние системы в следующий момент времени, взятое на временном интервале dt . Определяется i -е значение приращения импульса nHe , $d\vec{P}_{i\alpha}$, и X , $d\vec{P}_i$:

$$d\vec{P}_{i\alpha} = \vec{F}_{i\alpha} dt, \quad (46)$$

$$d\vec{P}_i = \vec{F}_{iSum}^X dt. \quad (47)$$

3) Используя приращение импульсов $d\vec{P}_{i\alpha}$ и $d\vec{P}_i$, вычисляются $i+1$ значения скоростей ядра nHe и X , $\vec{V}_{\alpha_{i+1}}$ и $\vec{V}_{X_{i+1}}$:

$$\vec{V}_{\alpha_{i+1}} = \vec{V}_{\alpha_i} + \frac{d\vec{P}_{i\alpha}}{m_{He}}, \quad (48)$$

$$\vec{V}_{X_{i+1}} = \vec{V}_{X_i} + \frac{d\vec{P}_i}{m_X}. \quad (49)$$

4) Вычисляется $i+1$ значение радиус-вектора X и nHe :

$$\vec{r}_{i+1} = \vec{r}_i + \vec{V}_{\alpha_{i+1}} dt, \quad (50)$$

$$\vec{r}_{\alpha_{i+1}} = \vec{r}_{\alpha_i} + \vec{V}_{X_{i+1}} dt, \quad (51)$$

5) В каждом цикле программа вычисляет суммарную силу, действующую на частицу X , \vec{F}_{iSum}^X , и суммарную силу, действующую на nHe , $\vec{F}_{i\alpha}$.

На основе полученных данных можно построить зависимость радиус вектора частицы X от радиус вектора ядра n -гелия (см. рисунок 19) и суммарный потенциал взаимодействия nHe с ядром-мишенью Na в зависимости от r_α , при $n = 1$ (см. рисунок 20).

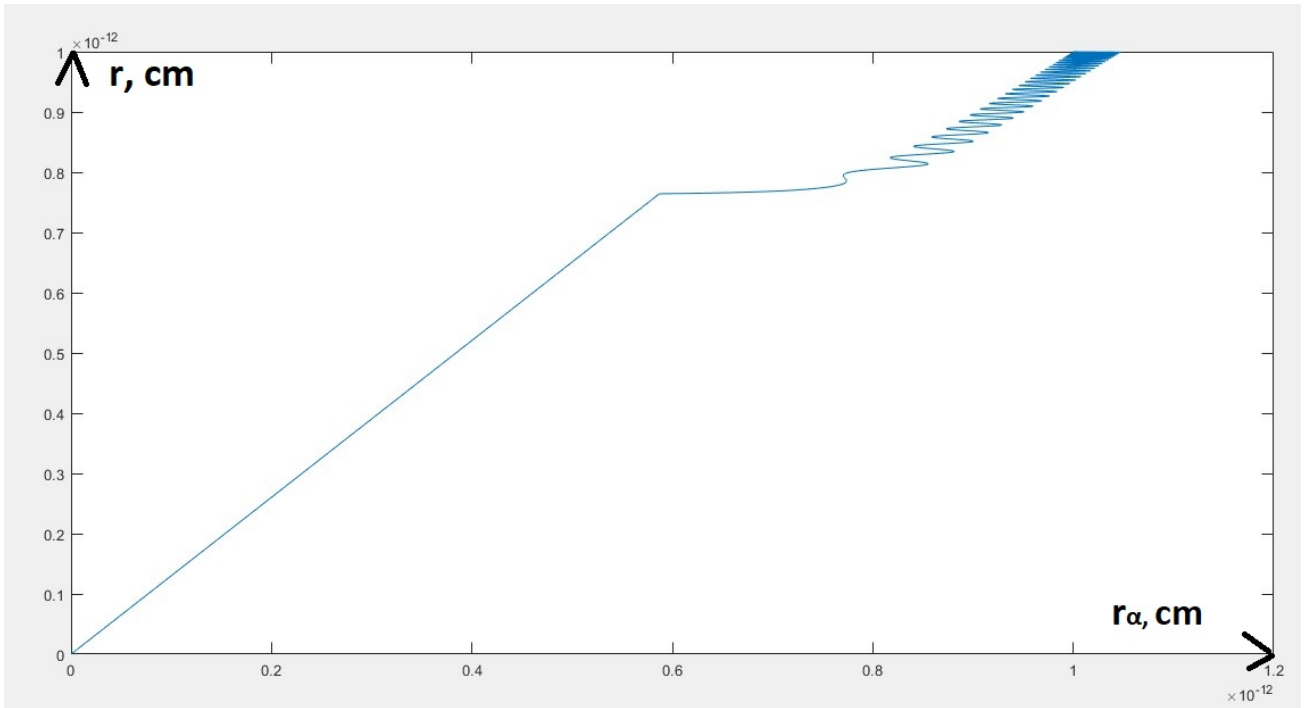


Рисунок 19 — График зависимости r от r_α в модели Томсона, при $n = 1$

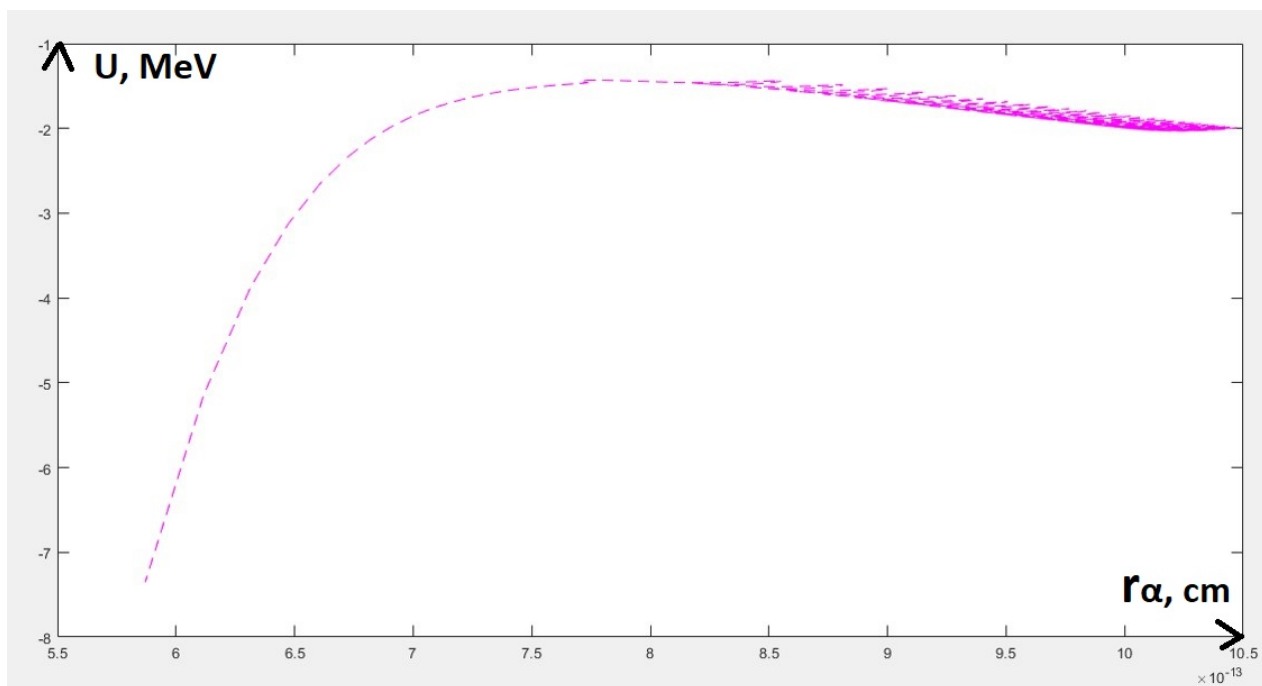


Рисунок 20 — График зависимости суммарного потенциала взаимодействия nHe , при $n = 1$, с ядром-мишенью Na от r_α

Из рисунков видно, что система XHe движется в сторону ядра-мишени как связанная система, причём частица X немного опережает ядро nHe , т.е. наблюдается поляризация "тёмного" атома, которое летит следом осциллируя. Но при достаточно близком расстоянии от ядра-мишени, ядерная сила становится достаточно сильной, чтобы пересилить кулоновское отталкивание nHe ядром-мишенью и n -гелий вырываясь вперёд проникает в ядро.

После этого мы дополнили силу Кулона, действующую между nHe и ядром, и силу Кулона, действующую между частицей X и ядром, аналогично формуле 38, т.е. добавили условие, чтобы её вид менялся при проникновении частиц nHe и X в ядро-мишень.

Из анализа траекторий, при $n = 1$, можно выделить два характерных случая. При нулевом прицельном параметре атом XHe пролетает сквозь ядро-мишень Na , после возвращается обратно и летит в противоположенную сторону (см. рисунок 21 и 22).

На рисунке 21 чёрным кружком изображено ядро-мишень Na , желтая звездочка и зелёный ромб - начальные местоположения nHe и частицы X соответственно, синими точками и красной пунктирной линией показаны траектории nHe и частицы X соответственно.

При ненулевом прицельном параметре $\beta = 0.200 \cdot 10^{-13}$ см, атом XHe

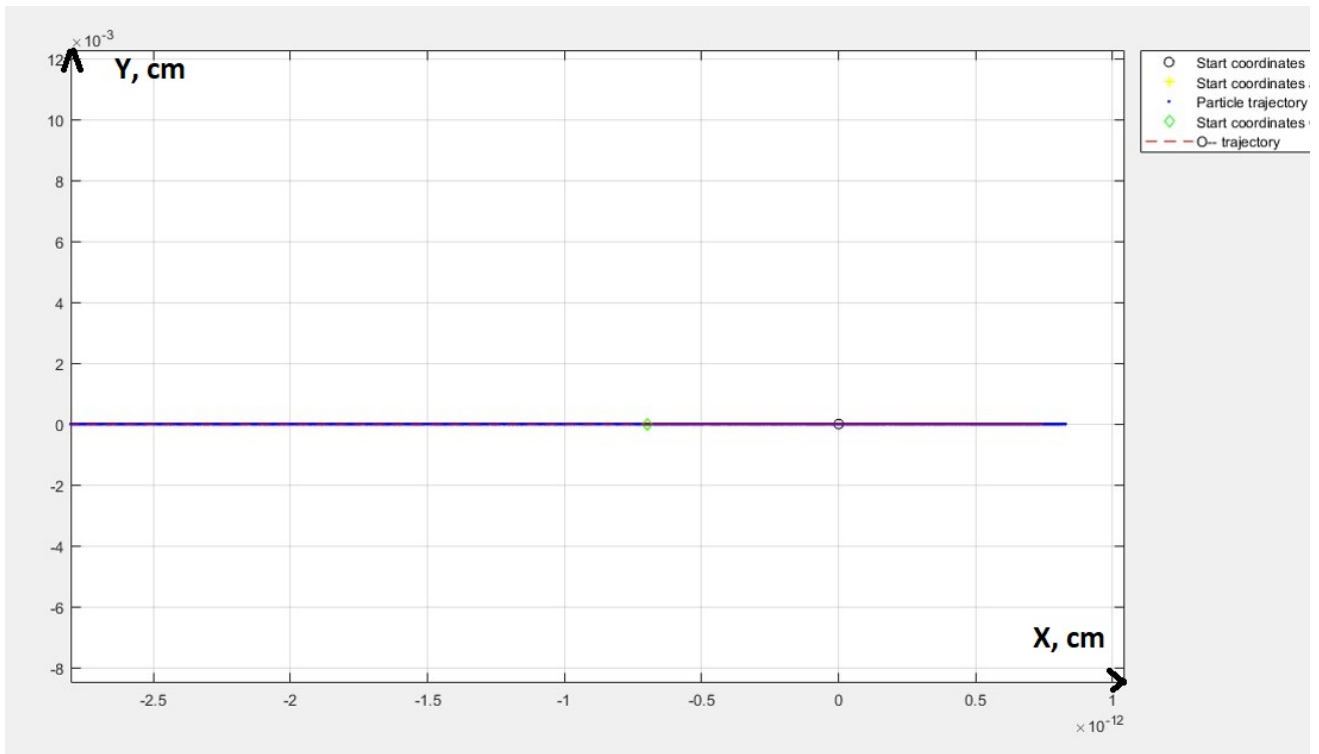


Рисунок 21 — Траектории движения nHe и частицы X , для $n = 1$, в плоскости XY при нулевом прицельном параметре

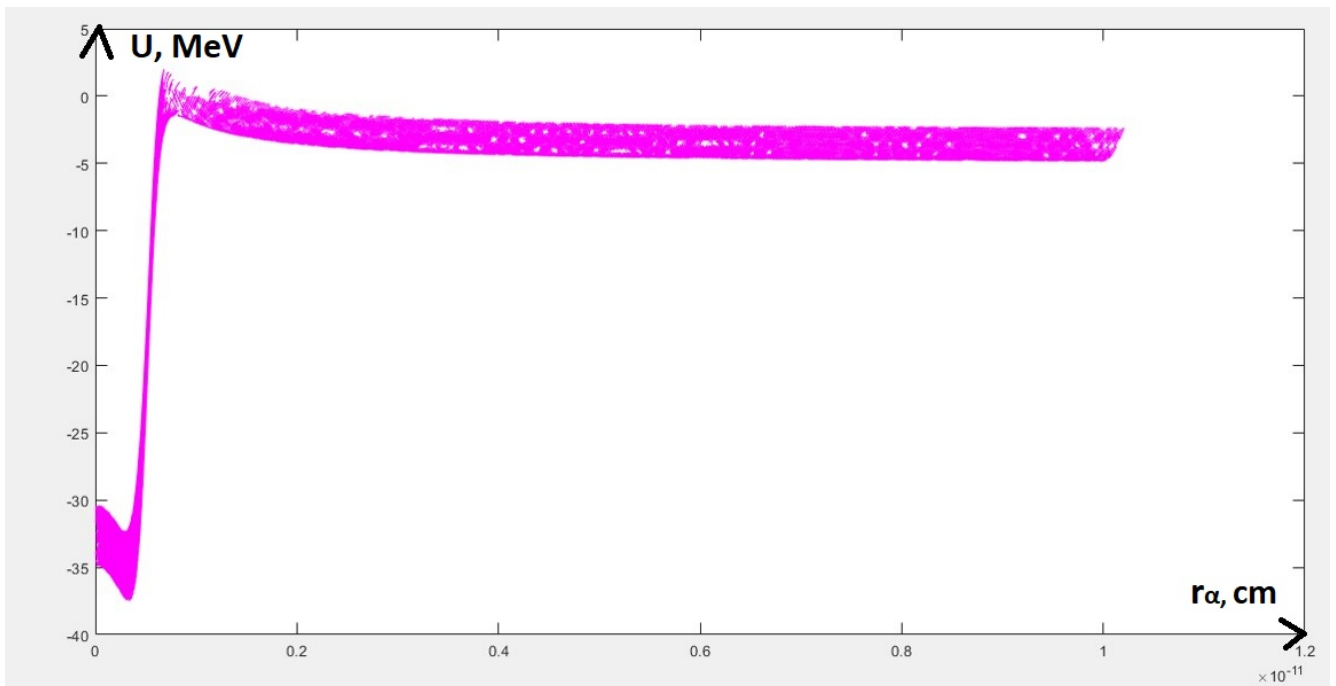


Рисунок 22 — График зависимости суммарного потенциала взаимодействия nHe , для $n = 1$, с ядром-мишенью Na от r_α при нулевом прицельном параметре

попадает в ядро-мишень, образуется колебательная система трёх тел (см. рисунки 23 и 24). Минимальное расстояние между n – гелием и ядром-мишенью

На для этого случая $R_{\alpha_{min}} = 6.7655 \cdot 10^{-16}$ см. На рисунке 23 чёрным кружком изображено ядро-мишень Na , жёлтая звездочка и зелёный ромб - начальные местоположения nHe и частицы X соответственно, синими точками и красной пунктирной линией показаны траектории nHe и частицы X соответственно.

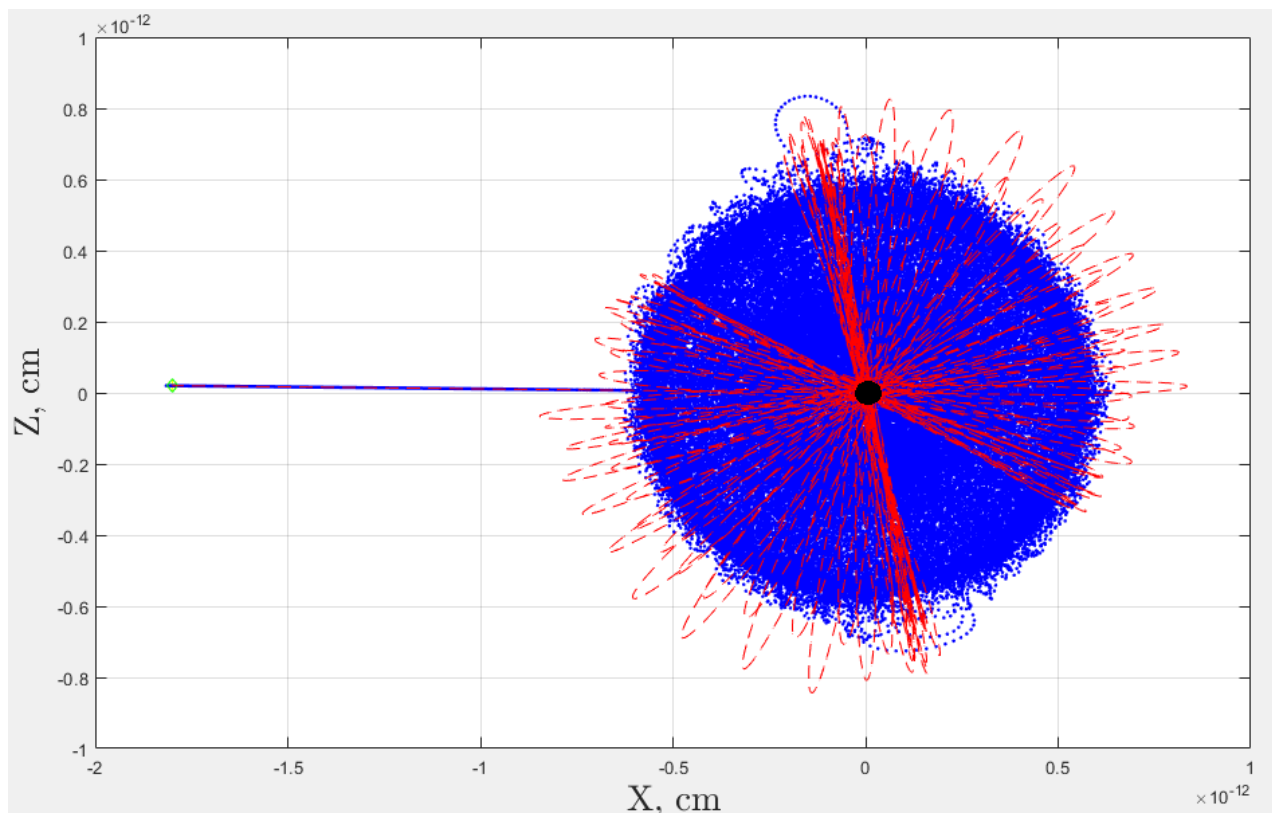


Рисунок 23 — Траектории движения n – гелия и частицы X , для $n = 1$, в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре в модели Томсона

Максимальное значение дипольного момента $\delta_{max} = 1.4332 \cdot 10^{-12}$ см.

Среднее значение дипольного момента $\delta_{mean} = 5.3905 \cdot 10^{-13}$ см.

На рисунке 23 чёрным кружком изображено ядро-мишень, желтая звездочка и зелёный ромб - начальные местоположения nHe и частицы X соответственно, синими точками и красной пунктирной линией показаны траектории nHe и частицы X соответственно.

При анализе траекторий оказалось, что вариация массы X никак не влияет на результат. Есть зависимость от прицельного параметра и начальной скорости системы. Но при любых их значениях облако координат частиц оказывается внутри ядра-мишени. Вероятно, это разумно, так-как нулевой баланс сил для гелия может быть достигнут только в области, где уравниваются ядерная и кулоновская силы со стороны ядра. Но ядерная сила мала за его пределами. Таким образом, до границы ядра происходит кулоновская поляризация XHe ,

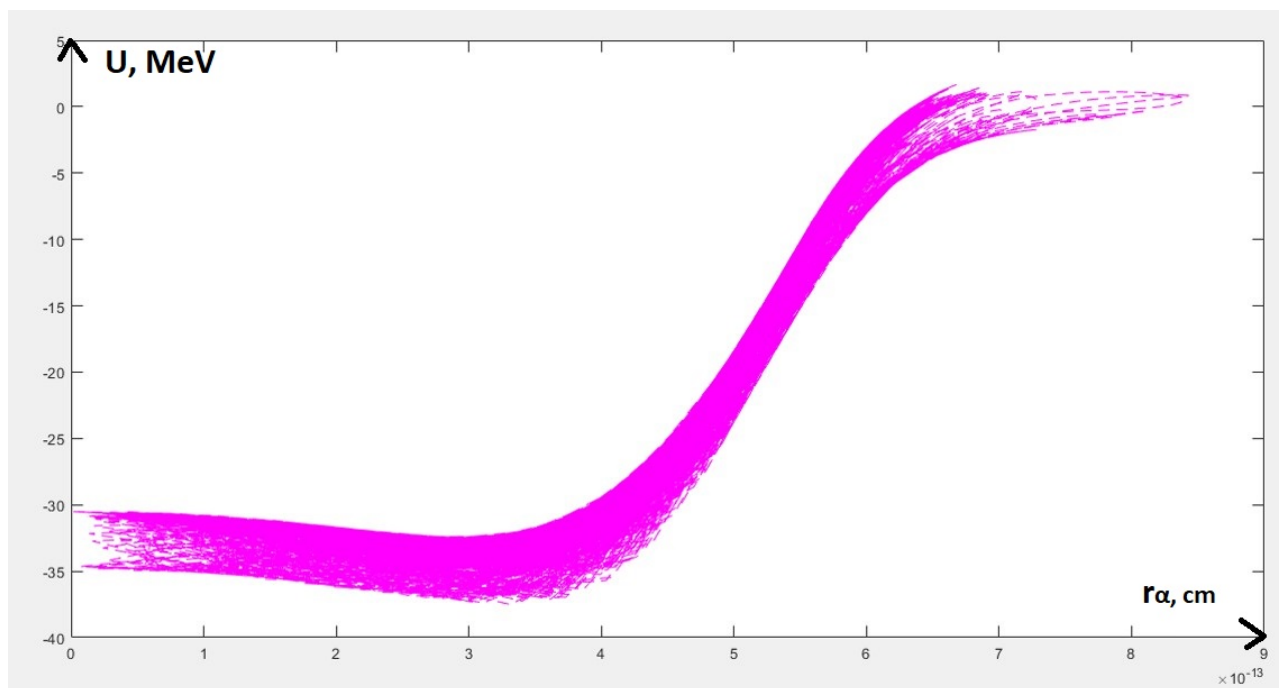


Рисунок 24 — График зависимости суммарного потенциала взаимодействия nHe , для $n = 1$, с ядром-мишенью Na от r_α при ненулевом прицельном параметре

а ядерная поляризация становится возможной только внутри него.

При моделировании в приближении атома Томсона наблюдались следующие эффекты: при нулевом прицельном параметре атом XHe пролетает сквозь ядро-мишень, после возвращается обратно и летит в противоположенную сторону, при ненулевом прицельном параметре атом XHe попадает в ядро-мишень, при этом образуется некая колебательная система трёх тел, что ожидается видеть при образовании низкоэнергетического связанного состояния He – ядро, кроме того, в модели Томсона автоматически появляется поляризация “тёмного” атома из-за эффекта Штарка, которую в модели Бора приходилось вводить вручную. Однако, недостатком Томсоновского приближения является то, что осцилляции частиц происходят внутри ядра-мишени и упругого рассеяния не наблюдается, что очень важно для существования гипотезы. В Боровском приближении было наоборот. Кроме того, в отличие от Боровской модели, в которой сохраняется квантово-механическая связь между частицами “тёмного” атома, выражающаяся в виде фиксированной боровской орбиты α -частицы, но которая при этом не позволяла получить автоматическую поляризацию “тёмного” атома, в модели Томсона теряется такая связь. Это происходит, так-как в этой модели XHe представляет собой две независимые частицы,

между которыми явно действует Кулоновская сила, которую можно ввести благодаря автоматически появляющейся поляризации, т.е. можно не вводить "руками" поляризацию, но при этом теряется квантово-механическая связь в XHe или же можно сохранить эту связь, но тогда приходится неестественным способом, что влияет на точность результатов, вычислять длину дипольного момента. Поэтому, в модели Томсона необходимо ввести связь между гелием и частицей X . Кроме того, чтобы точнее описать взаимодействие XHe с ядром вещества, что может привести к решению проблемы попадания X -гелия в ядро и привести к доминированию упругих взаимодействий, необходимо также вручную, как в модели Бора, ввести силу Штарка, но уже используя естественным образом получаемую длину дипольного момента.

3. ДОБАВЛЕНИЕ СИЛЫ ШТАРКА В МОДЕЛЬ ТОМСОНА

Так-как в модели Томсона радиус-вектора nHe , r_{He} , и X , r , определяются независимо, расстояние между X и nHe , r_{XHe} , вычисляется как разница радиус-векторов этих частиц (см. формулу 43). Но при этом, r_{XHe} также определяет поляризацию атома скрытой массы, поэтому величина дипольного момента равна:

$$\delta = |\vec{r}_{XHe}|. \quad (52)$$

Для того, чтобы добавить силу Штарка, в каждой i -ой итерации определяется шаг итерации для nHe , $h_i = |\vec{r}_{\alpha_{i+1}}| - |\vec{r}_{\alpha_i}|$, и используя вычисленную силу Кулона между nHe и ядром вещества, $\vec{F}_{i+1\alpha}^e$, вычисляется потенциал и сила Штарка:

$$U_{St_{i+1}} = F_{i+1\alpha}^e |\vec{r}_{XHe_{i+1}}|, \quad (53)$$

$$F_{i+1St} = -\frac{U_{St_{i+1}} - U_{St_i}}{h_i}. \quad (54)$$

Следовательно, суммарная сила, действующая на nHe , складывается теперь из ядерной силы, силы Кулона между X и nHe , силы Кулона между nHe и ядром вещества и из силы Штарка.

Чтобы усилить связь между частицами атома скрытой массы, мы также изменили расчёт $i+1$ значения скоростей ядра nHe и X , $\vec{V}_{\alpha_{i+1}}$ и $\vec{V}_{X_{i+1}}$, путём добавления следующего условия: если $|\vec{r}_{XHe}| < R_{He}$, т.е. если частица X внутри

nHe , где R_{He} это радиус ядра n -гелия, тогда расчёт происходит по следующим формулам:

$$\vec{V}_{\alpha_{i+1}} = \vec{V}_{\alpha_i} + \frac{d\vec{P}_{i\alpha}}{m_X + m_{He}}, \quad (55)$$

$$\vec{V}_{X_{i+1}} = \vec{V}_{X_i} + \frac{d\vec{P}_i}{m_X + m_{He}}, \quad (56)$$

таким образом, приращения импульсов nHe , $d\vec{P}_{i\alpha}$, и частицы X , $d\vec{P}_i$, делятся на всю массу XHe . Если же $|\vec{r}_{XHe}| > R_{He}$, т.е. если частица X более не находится внутри nHe , тогда приращение импульсов делятся на массы соответствующих частиц (см. формулы 48 и 49).

Из анализа траекторий в модели Томсона с силой Штарка, при $n = 1$, т.е. когда частица X представляет собой частицу O^{--} , а ядро nHe является α -частицей, можно выделить два характерных случая, независимых от прицельного параметра: упругое взаимодействие и неупругое, когда частица X попадает в ядро. Упругое взаимодействие при ненулевом прицельном параметре можно видеть на рисунке 25, на котором показаны траектории движения nHe и частицы X в плоскости XZ при взаимодействии с ядром Na .

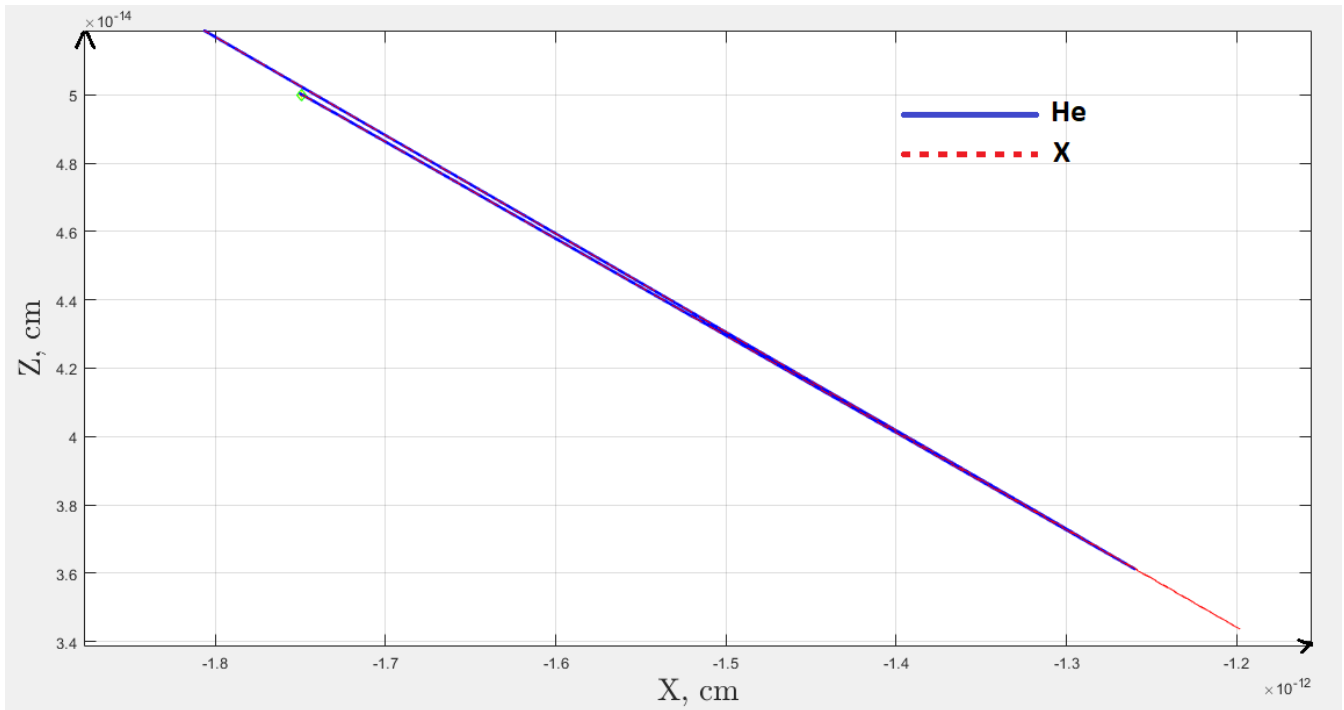


Рисунок 25 — Траектории движения nHe и частицы X , при $n = 1$, в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре, для упругого взаимодействия

На рисунке 25 синие точки и красная пунктирная линия показывают тра-

ектории n – гелия и частицы X при упругом взаимодействии в плоскости XZ соответственно, зелёный ромб показывает начальное положение частиц атома скрытой массы. Из рисунка видно, что в результате упругого рассеяния частицы XHe меняют направление движения на противоположное, атом X -гелия испытывает тем большую поляризацию, чем ближе подходит к ядру-мишени.

Прицельный параметр и минимальное расстояние между α – частицей и ядром-мишенью, соответствующие взаимодействию изображённому на рисунке 25, равны: $\beta = 0.500 \cdot 10^{-13}$ см, $R_{\alpha_{min}} = 1.2603 \cdot 10^{-12}$ см.

Максимальное значение дипольного момента $\delta_{max} = 9.0752 \cdot 10^{-14}$ см.

Среднее значение дипольного момента $\delta_{mean} = 2.3249 \cdot 10^{-15}$ см.

На рисунке 26 построен график зависимости величины модуля дипольного момента от расстояния между частицей X и ядром-мишенью Na при упругом взаимодействии и ненулевом прицельном параметре.

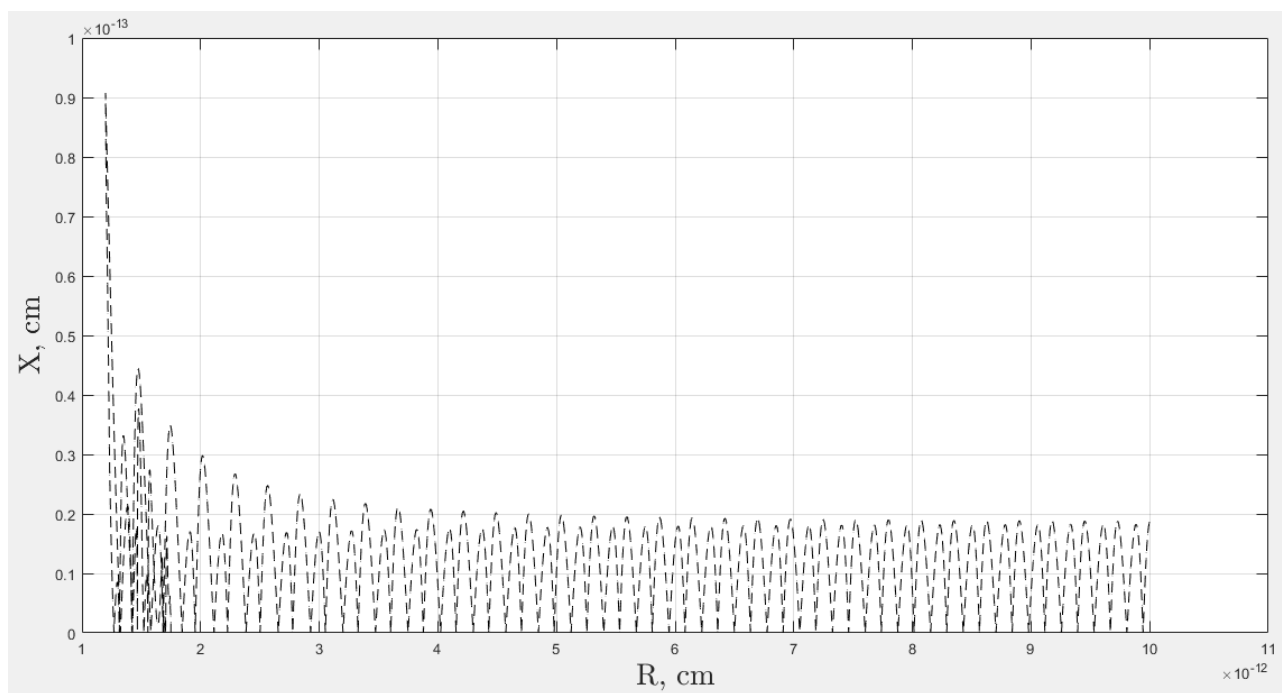


Рисунок 26 — График зависимости величины модуля дипольного момента от расстояния между частицей X и ядром-мишенью Na в модели Томсона, для $n = 1$, при упругом рассеянии и ненулевом прицельном параметре

Можно построить графики зависимости различных потенциалов, соответствующих силам действующим между частицами в системе XHe – ядро, в зависимости от расстояния между nHe и ядром при упругом взаимодействии (смотрите рисунок 27).

На рисунке 27 голубым кружочком показана сумма радиусов ядра n –

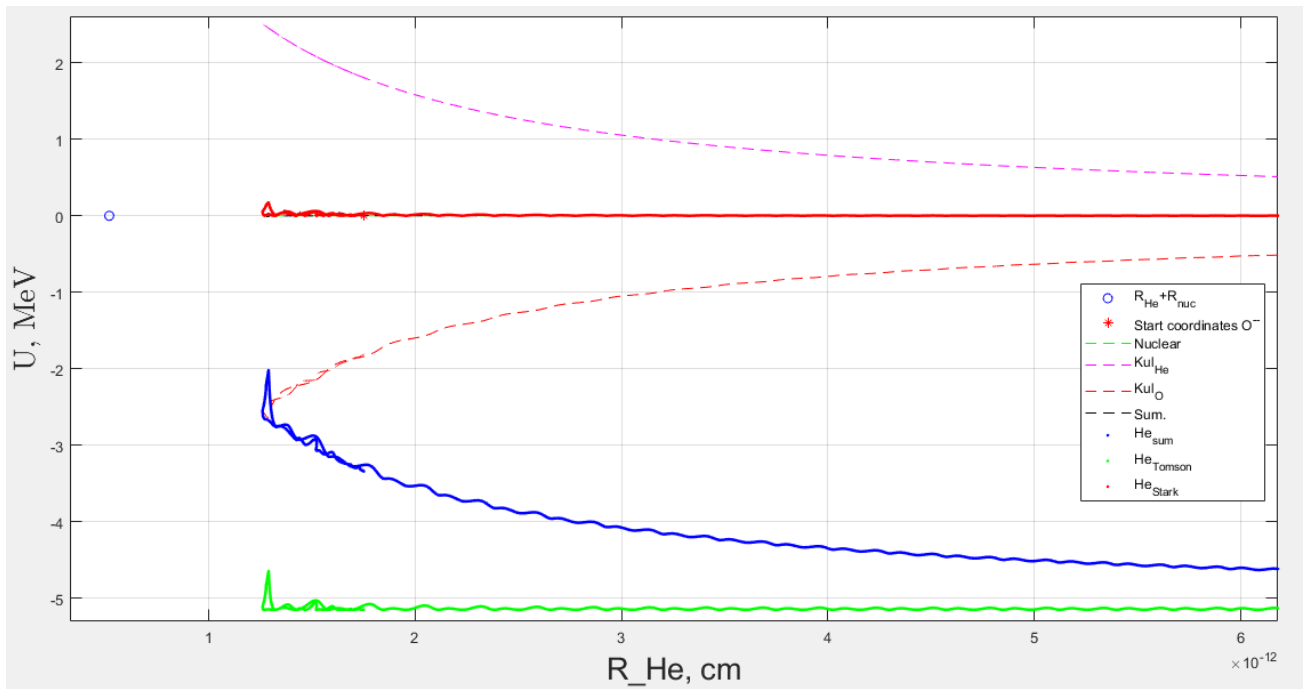


Рисунок 27 — Графики потенциала Кулона, между nHe и ядром, между X и ядром, между nHe и X , Штарка, суммарного, действующего на nHe , и суммарного эффективного в зависимости от расстояния между nHe и ядром при упругом взаимодействии

гелия и ядра-мишени натрия, красной звёздочкой начальное положение частиц атома XHe , фиолетовой и красной пунктирной линией показаны графики зависимости потенциала Кулона между nHe и ядром, и между X и ядром соответственно, от расстояния между nHe и ядром; красной, синей и зелёной сплошными линиями показаны графики зависимости потенциала Штарка, суммарного потенциала, действующего на n – гелий, и потенциала Кулона между nHe и X соответственно, от расстояния между nHe и ядром-мишенью; чёрной пунктирной линией показан график зависимости суммарного эффективного потенциала взаимодействия между XHe и ядром от расстояния между nHe и ядром.

Из рисунка 27 понятно, что атом скрытой массы слабо поляризуется, сила Кулона между nHe и X остаётся примерно постоянной, nHe отталкивается от ядра-мишени сильнее, чем к нему притягивается X и атом скрытой массы испытывает упругое рассеяние.

Неупругое взаимодействие при ненулевом прицельном параметре можно видеть на рисунке 28, на котором показаны траектории движения nHe и частицы X в плоскости XZ при взаимодействии с ядром Na .

На рисунке 28 синие точки и красная пунктирная линия показывают траектории n – гелия и частицы X при неупругом взаимодействии в плоскости XZ

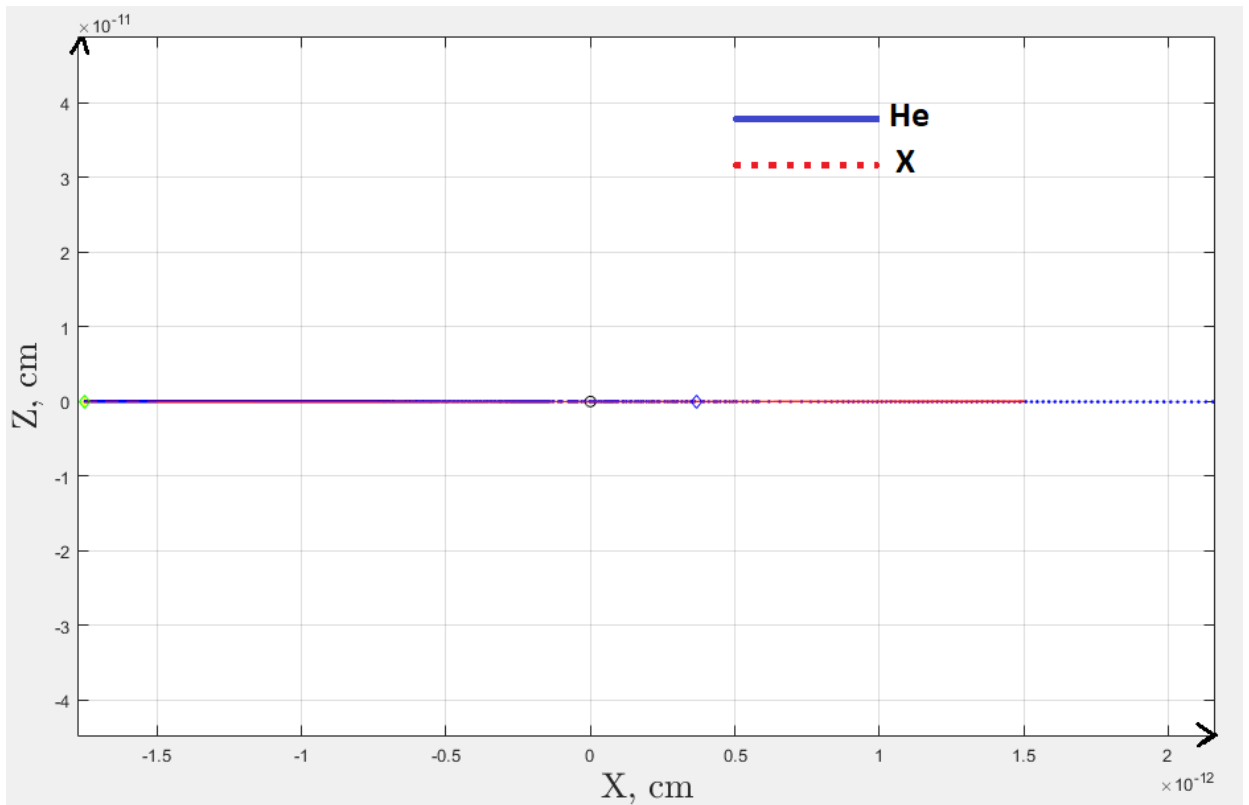


Рисунок 28 — Траектории движения nHe и частицы X , при $n = 1$, в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре, для неупругого взаимодействия

соответственно, зелёный ромб показывает начальное положение частиц атома скрытой массы, голубой ромб показывает конечное положение частицы X , чёрным кружком показано начало координат. Из рисунка видно, что в результате неупругого рассеяния атом XHe разрушается и частица X остаётся в ядре-мишене, а ядро nHe летит дальше в изначальном направлении.

Прицельный параметр и минимальное расстояние между α -частицей и ядром-мишенью, соответствующие взаимодействию изображённому на рисунке 28, равны: $\beta = 0.300 \cdot 10^{-13}$ см, $R_{\alpha_{min}} = 1.7579 \cdot 10^{-15}$ см.

Так-как в результате неупругого рассеяния и разрушения атома скрытой массы частица X осциллирует вокруг ядра, а ядро гелия улетает на бесконечность, вычисление длины дипольного момента, который определяется как разность радиус-векторов частиц "тёмного" атома, на всём интервале является нефизичным, следовательно, мы приводим здесь результаты вычисленные до момента выхода nHe из ядра-мишени: максимальное значение дипольного момента $\delta_{max} = 5.5898 \cdot 10^{-13}$ см; среднее значение дипольного момента $\delta_{mean} = 5.4110 \cdot 10^{-14}$ см.

Также можно построить графики зависимости различных потенциалов,

соответствующих силам действующим между частицами в системе XHe – ядро, в зависимости от расстояния между nHe и ядром при неупругом взаимодействии (смотрите рисунок 29).

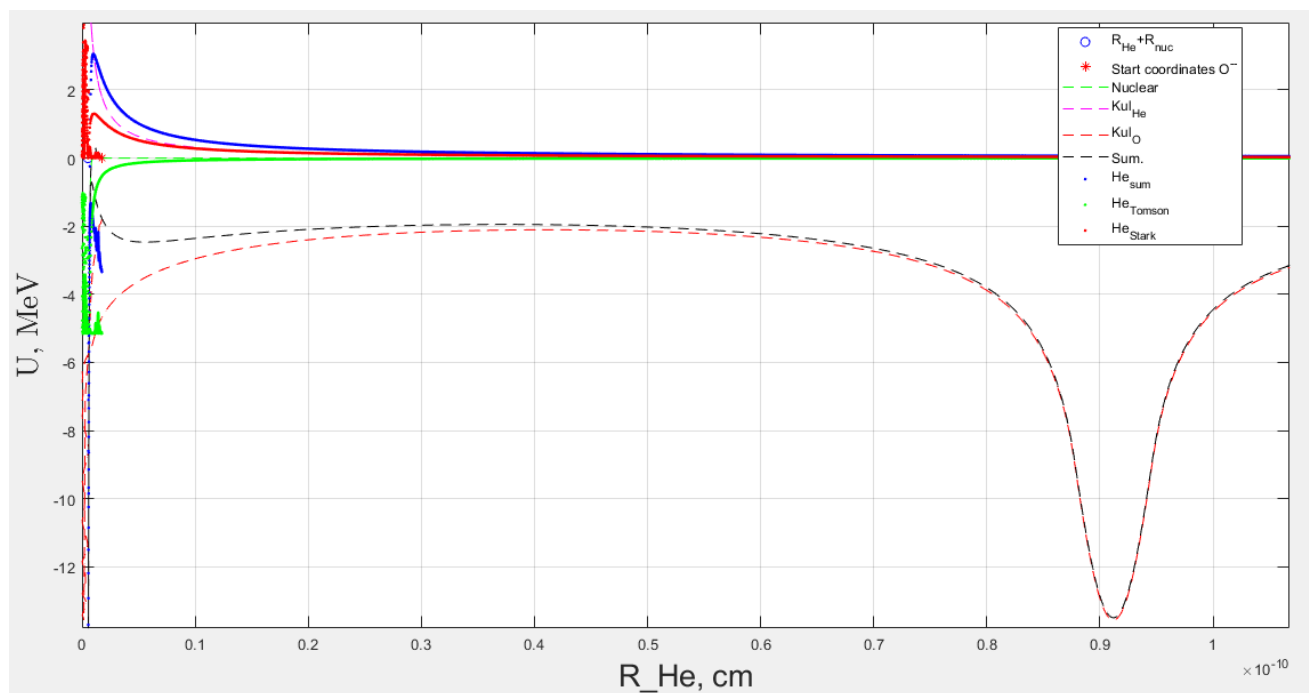


Рисунок 29 — Графики потенциала Кулона, между nHe и ядром, между X и ядром, между nHe и X , Штарка, суммарного, действующего на nHe , и суммарного эффективного в зависимости от расстояния между nHe и ядром при неупругом взаимодействии

На рисунке 29 голубым кружочком показана сумма радиусов ядра n – гелия и ядра-мишени натрия, красной звёздочкой начальное положение частиц атома XHe , фиолетовой и красной пунктирной линией показаны графики зависимости потенциала Кулона между nHe и ядром, и между X и ядром соответственно, от расстояния между nHe и ядром; красной, синей и зелёной сплошными линиями показаны графики зависимости потенциала Штарка, суммарного потенциала, действующего на гелий, и потенциала Кулона между nHe и X соответственно, от расстояния между nHe и ядром-мишенью; чёрной пунктирной линией показан график зависимости суммарного эффективного потенциала взаимодействия между XHe и ядром от расстояния между nHe и ядром.

На рисунке 29 видно, что частицы XHe попадают в ядро, после чего X остаётся в ядре, это видно по характерной яме в потенциале Кулона между X и ядром. Атом скрытой массы неупруго рассеивается из-за недостаточной квантово-механической связи между частицами "тёмного" атома, поэтому,

несмотря на то, что сила Штарка и Кулона отталкивает n – гелий от ядра, X притягивается к нему как независимая частица.

VII. ПОДХОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛОВ В КАЖДОЙ ТОЧКЕ

Для восстановления эффективного потенциала взаимодействия между XHe и ядром вещества в каждой точке необходимо учесть все типы взаимодействия существующие в данной системе трёх тел. Мы должны учитывать электромагнитное взаимодействие между "тёмным" атомом XHe и ядром, ядерное взаимодействие между гелием и ядром вещества, а также необходимо учесть эффект Штарка возникающий во внешнем, переменном электрическом поле, создаваемым ядром вещества, который приводит к поляризации XHe .

1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ X – ГЕЛИЯ

Для получения электрического потенциала, ϕ , создаваемого "тёмным" атомом XHe , в который мы поместим ядро вещества, нужно решить самосогласованное уравнение Пуассона для пробной волновой функции $\psi = \frac{e^{-r/r_0}}{\sqrt{\pi r_0^3/2}}$, где r_0 свободный параметр:

$$\frac{1}{r}(\phi r)'' = -4\pi e \left(n_p + \frac{Z_X e^{-2r/r_0}}{\pi r_0^3} \right), \quad (57)$$

где $e n_p$ это плотность заряда nHe :

$$e n_p = \begin{cases} \frac{e Z_\alpha}{4} & \text{для } r < R_{nHe}, \\ \frac{4}{3} \pi R_{nHe}^3 & \\ 0 & \text{для } r > R_{nHe}. \end{cases} \quad (58)$$

Таким образом, решая это уравнение мы получили потенциал создаваемый атомом XHe , состоящем из конечного ядра nHe и частицы X , с учётом экранирующего действия частицы X на ядро nHe :

$$\phi = \begin{cases} -eZ_X e^{-2r/r_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) & \text{для } r > R_{nHe}, \\ -eZ_X e^{-2r/r_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) + \frac{eZ_X}{r} + \frac{eZ_\alpha}{R_{nHe}} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R_{nHe}^2} \right) & \text{для } r < R_{nHe}. \end{cases} \quad (59)$$

Потенциальная энергия электрического взаимодействия XHe с ядром равна:

$$U_{XHe}^e = eZ_A \phi, \quad (60)$$

где Z_A это зарядовое число ядра вещества.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ПОДХОДА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛОВ В КАЖДОЙ ТОЧКЕ С ЯДЕРНОЙ СИЛОЙ ТИПА САКСОНА-ВУДСА

Используя полученные результаты, были построены графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка (восстанавливаемого при помощи расчёта дипольного момента, см. формулу 36) и суммарного потенциала взаимодействия атома скрытой массы с ядром вещества в зависимости от расстояния между nHe и ядром вещества для $n = 1$, то есть для атома OHe . В качестве внешнего ядра рассматривались ядра натрия и йода (см. рисунки 30 и 31).

Интервал на котором восстанавливаются потенциалы: $[R_{AHeNa}$ или R_{AHeI} ; $15R_{He}]$, где $R_{He} = 1.9525$ фм это радиус ядра гелия, а $R_{AHeNa} = 5.1730$ фм и $R_{AHeI} = 8.1351$ фм это сумма радиусов ядра гелия и ядра-мишени Na или I соответственно.

На рисунках 30 и 31 зелёной, голубой, серой и красной пунктирными линиями показаны графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала соответственно в зависимости от расстояния между ядром гелия атома OHe и ядром вещества, красным кружком показана сумма радиусов ядра гелия и ядра вещества. На рисунке 30 и 31 суммарный потенциал качественно повторяет ожидаемую форму эффективного потенциала взаимодействия OHe с ядром вещества, можно видеть связанное состояние с энергией около 0.25 MeV на рисунке 30 и с энергией около

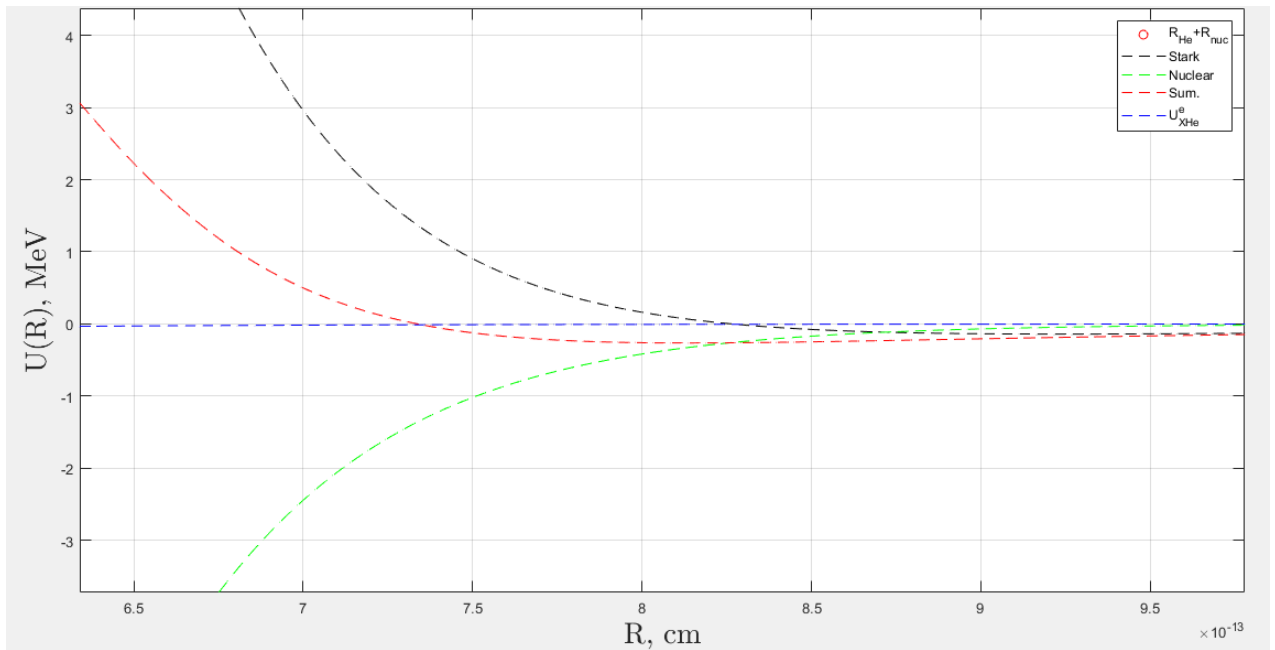


Рисунок 30 — Графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром Na

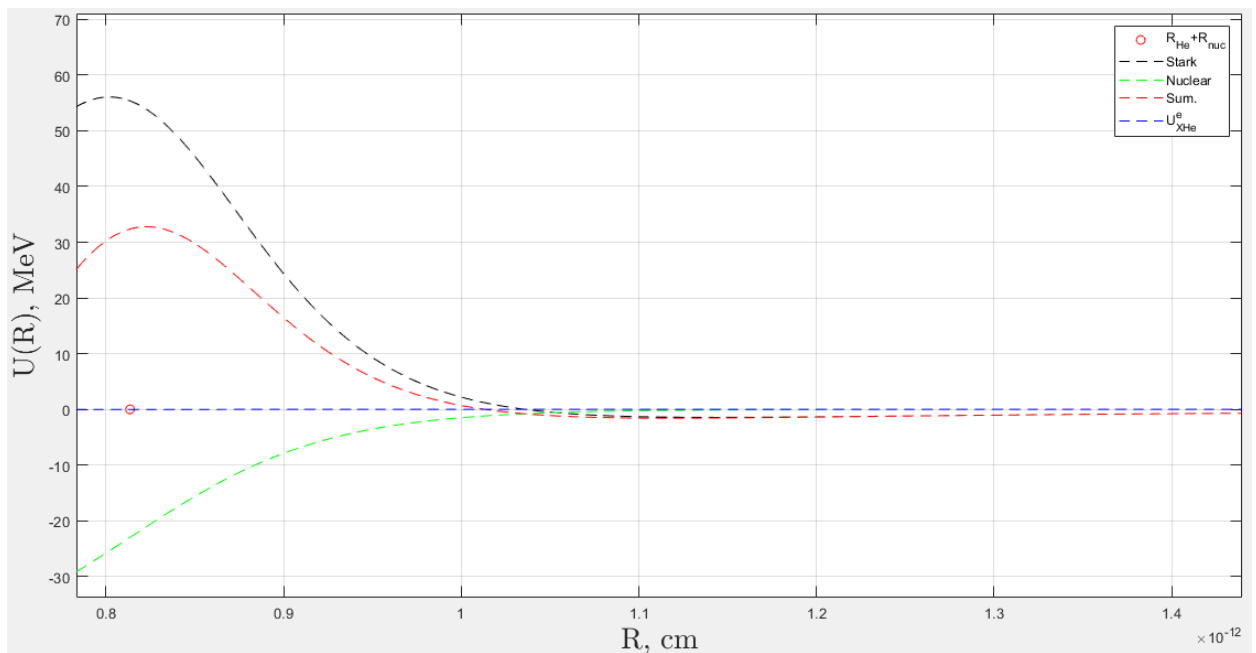


Рисунок 31 — Графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром I

1.5 MeV на рисунке 31.

Максимальное значение дипольного момента для взаимодействия с ядром натрия $\delta_{max} = 2.4062 \cdot 10^{-12}$ см.

Среднее значение дипольного момента для взаимодействия с ядром на-

трия $\delta_{mean} = 9.1850 \cdot 10^{-14}$ см.

На рисунке 32 построен график зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na , из которого видно, что поляризация тем больше, чем ближе атом скрытой массы находится к ядру-мишени.

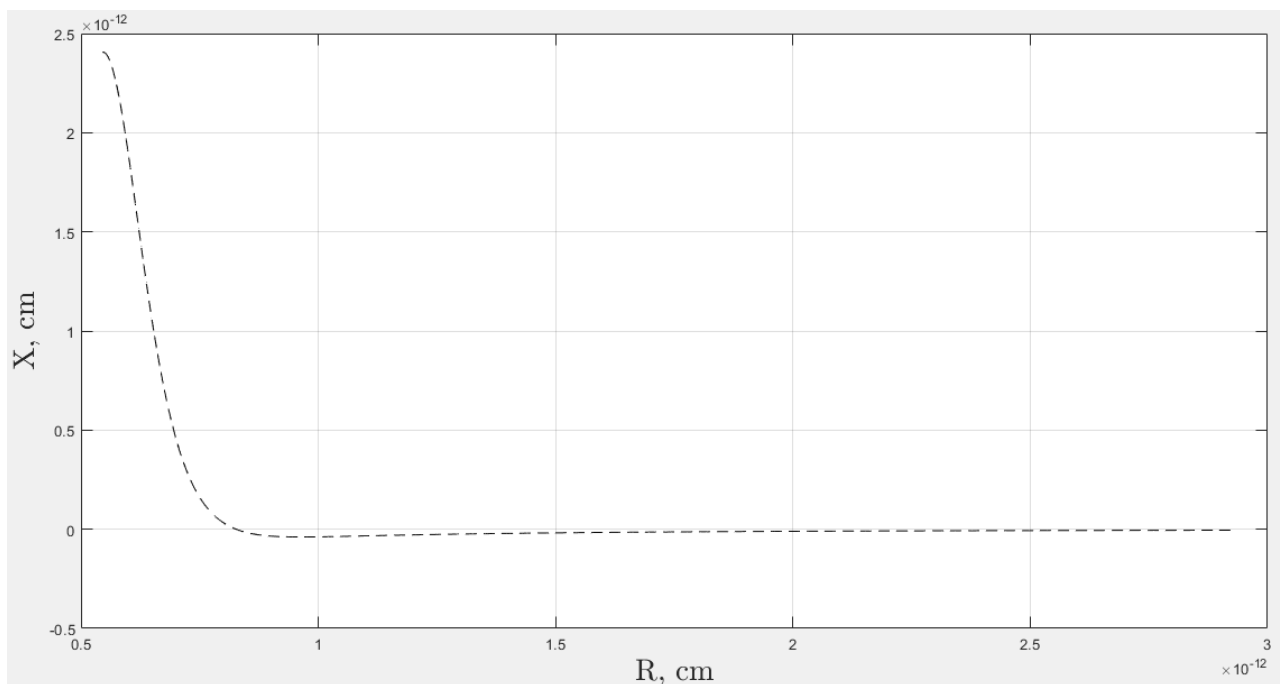


Рисунок 32 — График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в подходе восстановления потенциалов в каждой точке с ядерной силой типа Саксона-Вудса

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ПОДХОДА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛОВ В КАЖДОЙ ТОЧКЕ С ЯДЕРНОЙ СИЛОЙ УЧИТЫВАЮЩЕЙ НЕТОЧЕЧНОСТЬ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЯДЕР

Используя результаты полученные в статье [57], мы, в нашем полуклассическом подходе расчёта эффективного потенциала взаимодействия XHe с ядром вещества, заменили ядерный потенциал Саксона-Вудса, который в общем не учитывает конечные размеры взаимодействующих ядер, на ядерный потенциал, который рассчитывается по формуле 22 из статьи [57]. При выводе этой формулы учтены плотности нуклонов взаимодействующих ядер, плотность двойной ядерной системы, из-за небольшого перекрытия ядер пренебрегается спиновым

взаимодействием, оба ядра рассматриваются как сферические. В результате, численным методом, используя ранее упомянутую формулу, были вычислены ядерные потенциалы взаимодействия между гелием и ядрами натрия и йода. Далее, используя разностную схему, были рассчитаны соответствующие ядерные силы, чтобы с их помощью по формуле 36 данной работы получить значения дипольного момента, с помощью которых, в свою очередь, был рассчитан потенциал Штарка.

Используя полученные результаты были построены графики зависимости соответствующего неточечного ядерного потенциала, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром вещества для атома OHe скрытой массы. В качестве внешнего ядра рассматривались ядра натрия и йода (см. рисунки 33 и 34).

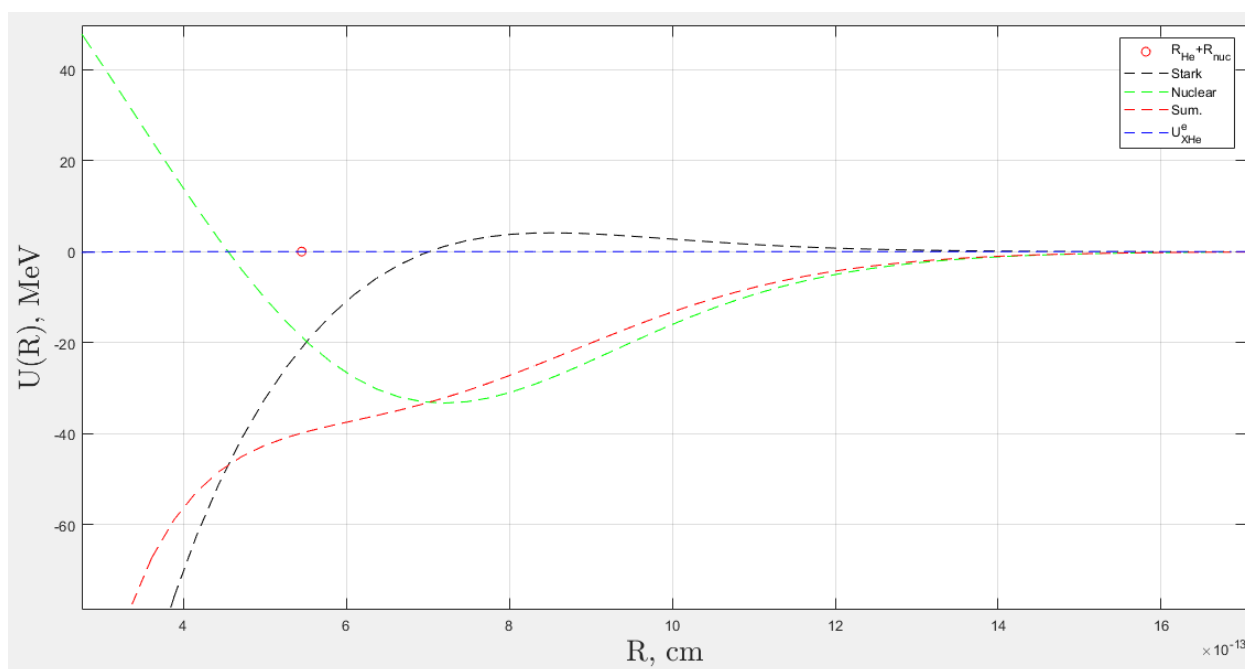


Рисунок 33 — Графики зависимости неточечного ядерного потенциала, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром Na

На рисунках 33 и 34 зелёной, голубой, серой и красной пунктирными линиями показаны графики зависимости неточечного ядерного потенциала, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала соответственно в зависимости от расстояния между ядром гелия атома OHe и ядром вещества, красным кружком показана сумма радиусов ядра гелия и ядра вещества. На рисунке 34 суммарный потенциал качественно повторяет ожидаемую форму эффективного потенциала взаимодействия OHe с ядром вещества, можно видеть связанное

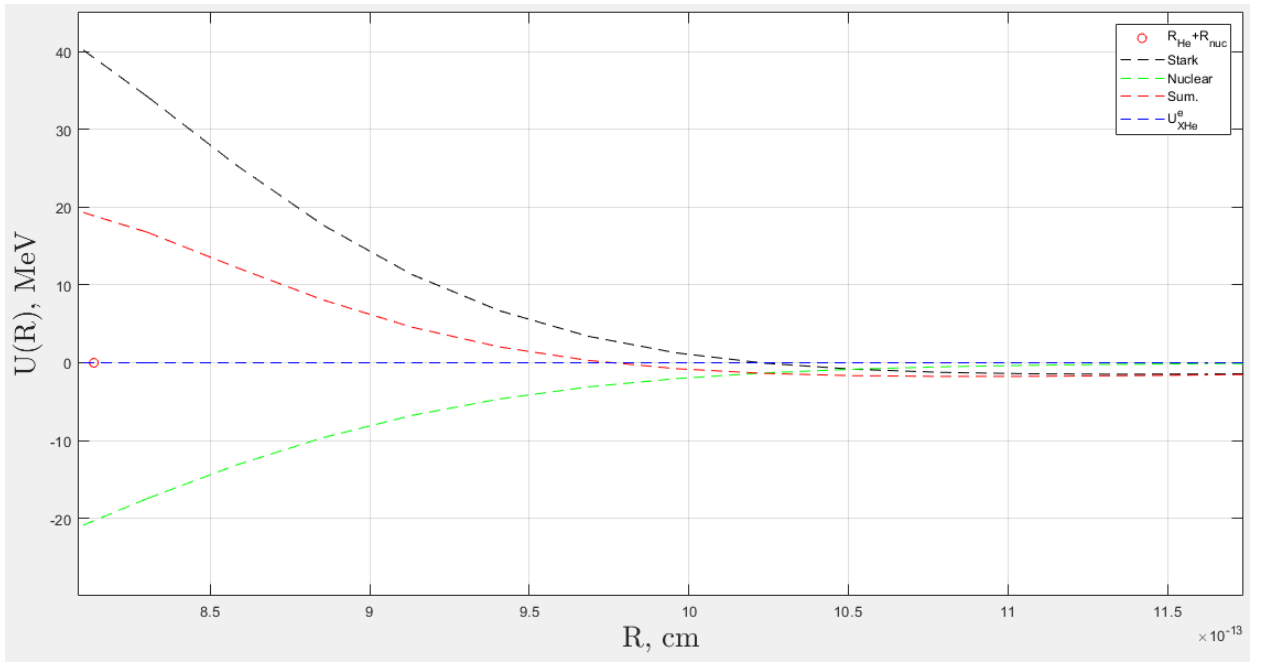


Рисунок 34 — Графики зависимости неточечного ядерного потенциала, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром I

состояние с энергией около 1.75 MeV .

Максимальное значение дипольного момента для взаимодействия с ядром натрия $\delta_{max} = 4.1594 \cdot 10^{-12} \text{ см}$.

Среднее значение дипольного момента для взаимодействия с ядром натрия $\delta_{mean} = 3.7938 \cdot 10^{-13} \text{ см}$.

На рисунке 35 построен график зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na .

При взаимодействии с ядром Na , на рисунке 33, форма суммарного потенциала взаимодействия значительно отличается от ожидаемой. В пределах неопределенности параметров ядерной физики существует диапазон, в котором энергия связи в системе $OHe - Na$ находится в интервале 2-4 кэВ [27, 54], что является достаточно тонким эффектом, который при нашем грубом расчёте эффекта Штарка полуклассическим способом мог быть утерян.

Поэтому, для улучшения точности результатов нашего расчёта эффективного потенциала взаимодействия нужно решить уравнение Шрёдингера для гелия в системе $OHe - \text{ядро}$, чтобы квантово-механическим способом вычислить поляризацию атома скрытой массы и, таким образом, более точно рассчитать потенциал Штарка.

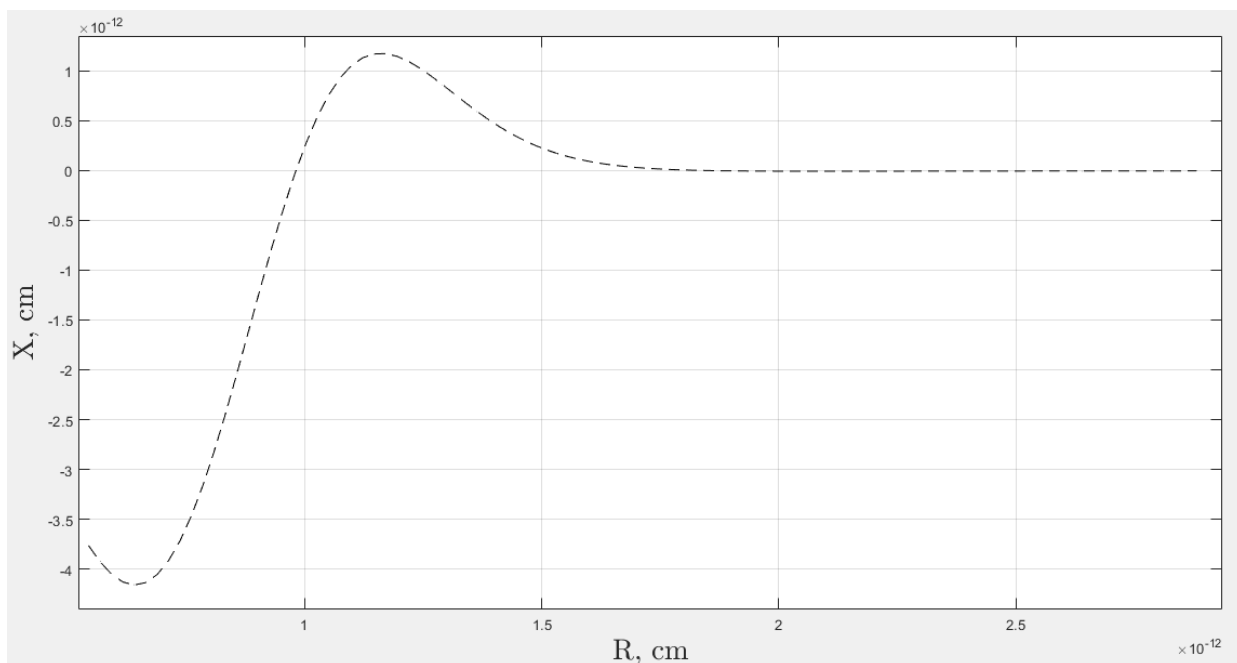


Рисунок 35 — График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в подходе восстановления потенциалов в каждой точке с ядерной силой учитывающей неточечность взаимодействующих ядер

VIII. УРАВНЕНИЕ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ ЯДРА ГЕЛИЯ

Рассматриваемая нами задача трёх тел представляет собой систему OHe – ядро, начало системы координат находится в центре частицы O^{--} , которая взаимодействует с ядром He силой Кулона и образует с ним связанную систему атома скрытой массы, который находится во внешнем неоднородном электрическом поле, создаваемом третьей частицей, являющейся ядром элемента с зарядовым числом Z_A , приближающемся к данной системе, при этом сильно взаимодействуя с He .

Гамильтониан ядра гелия, можно представить в виде:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U}, \quad (61)$$

где \hat{H}_0 это гамильтониан изолированного (не подверженного внешним воздействиям) атома OHe скрытой массы.

Введём следующие вектора: \vec{r} , \vec{R}_{OA} и \vec{R}_{HeA} , где \vec{r} это вектор взаимного расстояния между частицей O^{--} и ядром гелия, \vec{R}_{OA} - радиус-вектор внешнего

ядра, а \vec{R}_{HeA} это вектор проведённый из центра ядра гелия до центра внешнего ядра. Причём только \vec{r} и \vec{R}_{OA} являются независимыми, соответственно \vec{R}_{HeA} равен:

$$\vec{R}_{HeA} = \vec{R}_{OA} - \vec{r}. \quad (62)$$

Запишем чему равны \hat{H}_0 и \hat{U} в полярной системе координат:

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_{He}}\Delta_{r,\phi} - \frac{4e^2}{r}, \quad (63)$$

$$\hat{U} = \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|). \quad (64)$$

где $U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$ потенциал ядерного взаимодействия, который мы будем брать в виде потенциала Саксона-Вудса.

Таким образом, зафиксировав положение ядра вещества, т.е. зафиксировав значение вектора \vec{R}_{OA} , можно получить множество двумерных уравнений Шрёдингера для каждого положения внешнего ядра. Следовательно, необходимо решить следующие двумерные уравнения Шрёдингера:

$$\hat{H}\Psi = E\Psi \quad (65)$$

Или

$$\Delta_{r,\phi}\Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2}\left(E + \frac{4e^2}{r} - \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} - U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)\right)\Psi = 0. \quad (66)$$

При помощи разностной схемы, представляя оператор Гамильтона в виде матрицы, можно численно вычислить собственные значения оператора, которые равны энергиям гелия E , и собственные вектора, которые являются Ψ - функциями He , для каждого положения внешнего ядра обычного вещества.

Для этого, помимо представления оператора Лапласа в виде матрицы, также необходимо воостановить вид потенциала, в котором находится ядро гелия, для каждого значения \vec{R}_{OA} :

$$U_{He} = -\frac{4e^2}{r} + \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|). \quad (67)$$

На рисунке 36 показан потенциал взаимодействия гелия в системе OHe -

ядро для фиксированного расстояния между частицей O^{--} и ядром Na , \vec{R}_{OA} , в декартовой системе координат.

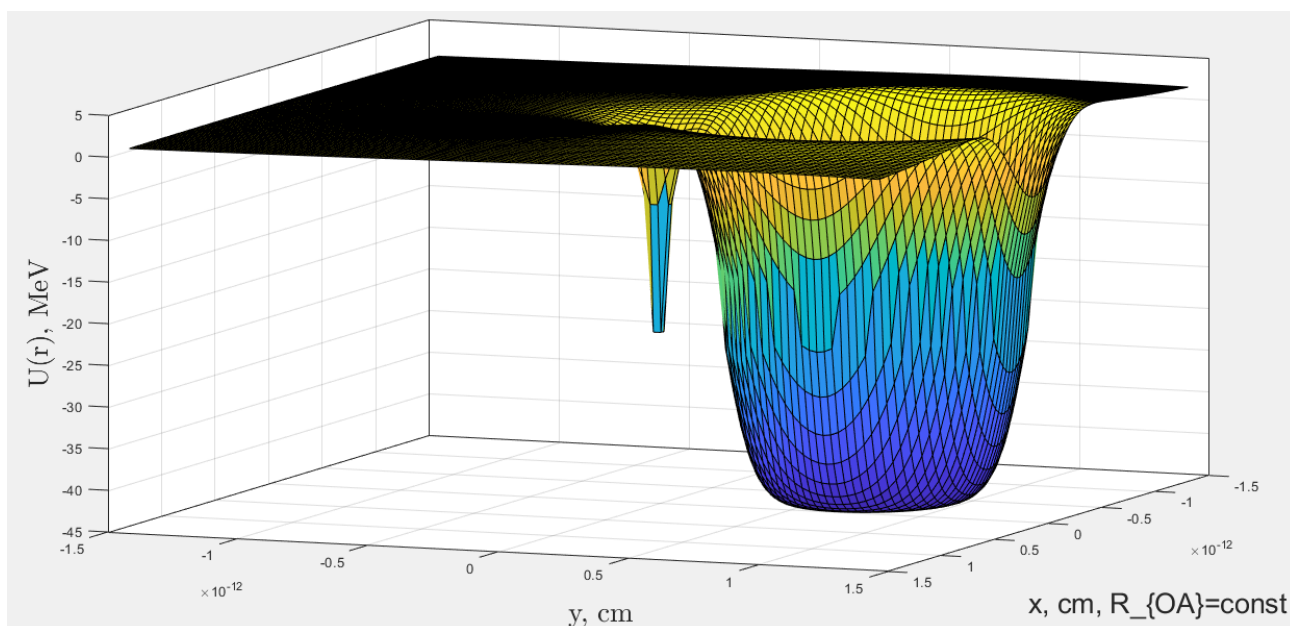


Рисунок 36 — Потенциал взаимодействия гелия в системе $OHe - Na$, при фиксированном \vec{R}_{OA} , в декартовой системе координат

1. ОДНОМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ АТОМА О-ГЕЛИЯ

Для начала мы рассмотрели одномерный \hat{H}_0 , то есть одномерный гамильтониан изолированного (не подверженного внешним воздействиям) атома OHe скрытой массы. И представив оператор \hat{H}_0 в виде матрицы, численно вычислили собственные значения оператора Гамильтона, которые равны энергиям гелия E в атоме OHe , и его собственные вектора, т.е. решили следующее одномерное уравнение Шрёдингера:

$$\hat{H}_0\Psi = E\Psi \quad (68)$$

Или

$$\Delta_r\Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2}\left(E + \frac{4e^2}{r}\right)\Psi = 0. \quad (69)$$

На рисунке 37 представлен дискретный спектр энергий ядра гелия в атоме скрытой массы OHe , который хорошо согласуется с теоретическими вычислениями, которые показывают, что уровни энергии гелия в $OHe \approx \frac{1,6}{n^2}$ МэВ, где n это натуральное число.

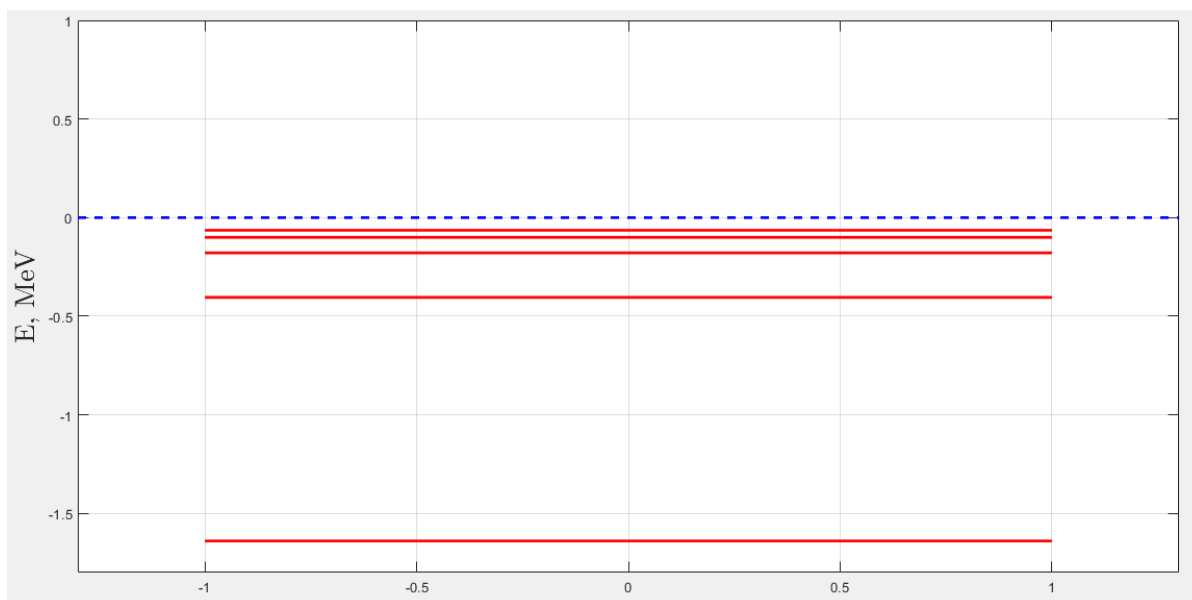


Рисунок 37 — Спектр энергий ядра гелия в атоме He

2. ДВУМЕРНОЕ УРАВНЕНИЕ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ АТОМА ВОДОРОДА

После решения одномерного уравнения Шрёдингера для атома He , мы рассмотрели двумерное уравнение Шрёдингера для атома скрытой массы, взяв гамильтониан изолированного атома He , \hat{H}_0 , записанный в формуле 63, но переписав его в декартовой системе координат. Так как можно провести аналогию между атомом водорода и изолированным атомом He , имеющими практически идентичный оператор Гамильтона, для проверки правильности работы алгоритма, решающего соответствующее двумерное уравнение Шрёдингера, мы провели расчёт для атома водорода. В результате были построены распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода, т.е. плотности вероятности нахождения электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел.

На рисунке 38 показаны распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел, рассчитанные численным алгоритмом. На рисунке 39 показаны теоретические распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел. Видно, что численный расчёт довольно хорошо соответствует теоретическим распределениям.

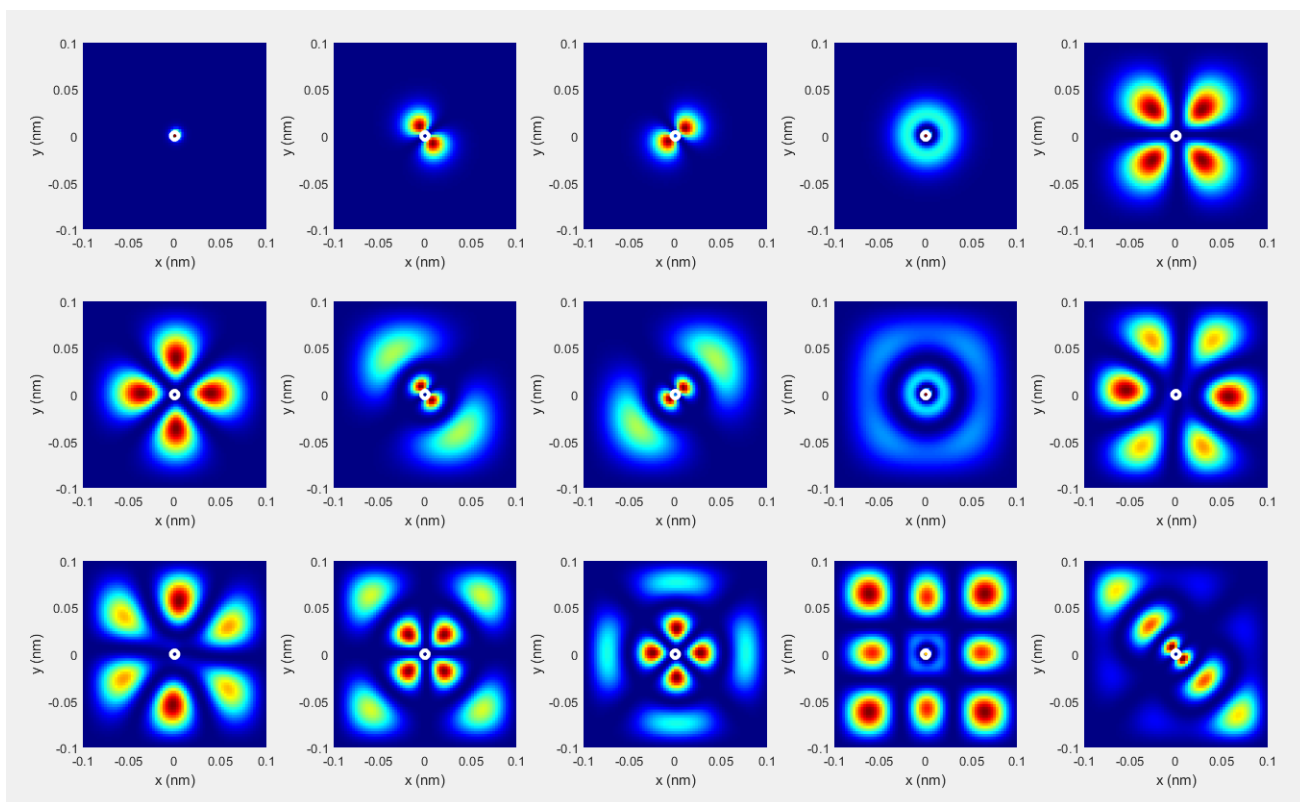


Рисунок 38 — Численный расчёт распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел

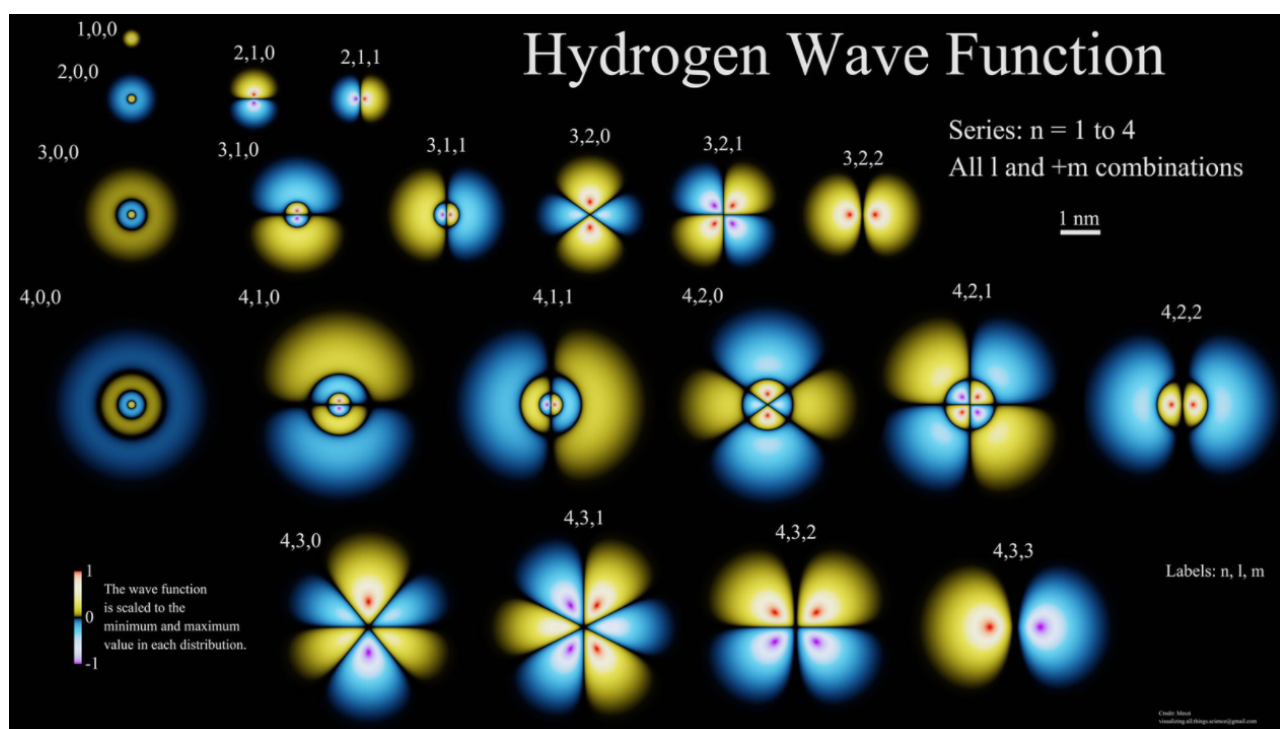


Рисунок 39 — Теоретические распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел

IX. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривается гипотеза составной скрытой массы, в которой гипотетические стабильные частицы с зарядом $-2n$ образуют нейтральные атомоподобные состояния XHe с первичными ядрами гелия. X -гелий будет взаимодействовать с ядрами обычного вещества и специфика этого взаимодействия может объяснить некоторые факты, наблюдаемые в экспериментах.

Гипотеза XHe не может работать, если на некотором расстоянии между XHe и ядром не возникнет отталкивающего взаимодействия, и решение данной проблемы является жизненно важным для дальнейшего существования модели атома XHe скрытой массы [48]. Чтобы избежать проблемы перепроизводства аномальных изотопов, предполагается, что эффективный потенциал взаимодействия между XHe и ядром материи будет иметь барьер, препятствующий слиянию He и/или X с ядром. Эта задача сформулирована как задача трех тел и не имеет точного аналитического решения. Таким образом, в данной работе предлагается численный подход для описания данного взаимодействия, в котором мы пытаемся последовательно строить численную модель для восстановления формы соответствующего эффективного потенциала. Такая численная модель строится в данной работе в двух полуклассических подходах: в подходе восстановления траекторий частиц, который в свою очередь имеет две модели: модель Бора и модель Томсона, и в подходе восстановления потенциала в каждой точке. Эти модели описывают систему из трех взаимодействующих друг с другом посредством кулоновских и ядерных сил, заряженных частиц.

При моделировании в приближении атома Бора преобладает упругое взаимодействие и форма эффективного потенциала взаимодействия OHe с ядром качественно совпадает с теоретически ожидаемой. Тем не менее, в подходе модели атома Бора имеются некоторые минусы, например, в этой численной модели не задаётся явным образом сила Кулона между гелием и O^{--} , а вручную фиксируется боровская орбита вращения He в атоме OHe , что исключает возможность его поляризации из-за эффекта Штарка. А при рассмотрении модели атома Томсона эту проблему можно решить, так-как при таком подходе ядро гелия не является точечным зарядом, стохастически движущимся по фиксированной боровской орбите, а представляет собой заряженный шар, внутри которого может колебаться частица O^{--} . Более того, случай -2 заряженных частиц

является лишь частным случаем, так-как рассматриваемые нами частицы могут иметь заряд $-2n$ и образовывать с n ядрами ${}^4\text{He}$ "тёмные" атомы X -гелия, которые сами по себе, начиная с $n = 2$, являются атомами Томсона. При моделировании в приближении атома Томсона из анализа траекторий, при $n = 1$, можно выделить два характерных случая, независящих от прицельного параметра: упругое взаимодействие и неупругое, когда частица O^{--} попадает в ядро. В результате упругого рассеяния частицы OHe меняют направление движения на противоположное, атом O -гелия испытывает тем большую поляризацию, чем ближе подходит к ядру-мишени. В результате неупругого рассеяния атом OHe разрушается и частица O^{--} остаётся в ядре-мишене, а ядро гелия летит дальше в изначальном направлении.

В модели Томсона автоматически появляется поляризация "тёмного" атома из-за эффекта Штарка, которую в модели Бора приходилось вводить вручную. Но в отличие от Боровской модели, в которой сохраняется квантово-механическая связь между частицами "тёмного" атома, выражающаяся в виде фиксированной боровской орбиты α -частицы, но которая при этом не позволяла получить автоматическую поляризацию "тёмного" атома, в модели Томсона такая связь теряется. И атом скрытой массы неупруго рассеивается как раз из-за недостаточной квантово-механической связи между частицами "тёмного" атома, поэтому несмотря на то, что сила Штарка и Кулона отталкивает гелий от ядра, O^{--} притягивается к нему как независимая частица. То есть можно не вводить "руками" поляризацию, но при этом теряется квантово-механическая связь в XHe или же можно сохранить эту связь, но тогда приходится неестественным способом, что влияет на точность результатов, вычислять длину дипольного момента. Поэтому, в модели Томсона необходимо ввести более строгую квантово – механическую связь между гелием и частицей X .

При моделировании в полуклассическом приближении форма эффективного потенциала взаимодействия XHe с ядром вещества качественно удовлетворяет ожидаемой: наблюдается Кулоновский барьер и связанное состояние в системе XHe – ядро. Однако, при учёте неточности в ядерной силе для ядра Na форма эффективного потенциала взаимодействия значительно отличается от ожидаемой. В пределах неопределенности параметров ядерной физики существует диапазон, в котором энергия связи в системе OHe – Na находится в интервале 2-4 кэВ [27, 54], что является достаточно тонким эффектом, который

при нашем грубом расчёте эффекта Штарка полуклассическим способом мог быть утерян.

Из анализа величины длины дипольного момента в различных подходах и моделях видно, что поляризация атома скрытой массы тем больше, чем ближе он находится к ядру вещества и максимально возможное значение длины дипольного момента δ_{max} "тёмного" атома при взаимодействии с ядром Na равняется порядка 10^{-12} см.

Для улучшения точности результатов расчёта эффективного потенциала взаимодействия необходимо рассмотреть квантово-механический подход, который подразумевает под собой решение уравнение Шрёдингера для гелия в системе OHe – ядро, чтобы квантово-механическим способом вычислить поляризацию атома скрытой массы и, таким образом, более точно рассчитать потенциал Штарка.

В будущем планируется, кроме добавления более строгой квантово – механической связи между частицами атома скрытой массы в модели Томсона, применить написанный алгоритм для расчёта двумерного уравнения Шрёдингера в системе OHe – ядро, используя восстановленный потенциал взаимодействия, после чего необходимо будет рассчитать поляризацию атома OHe и вычислив потенциал Штарка построить суммарный потенциал взаимодействия, в котором помимо потенциала Штарка также учитывается ядерный потенциал и потенциал электромагнитный.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] F. Zwicky, Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln, *Helvetica Physica Acta*. — 1933. — Bd. 6. — S. 110—127.
- [2] J. Einasto Dark matter // *Astronomy and Astrophysics* : [англ.] / Ed. by Oddbjørn Engvold, Rolf Stabell, Bozena Czerny and John Lattanzio. — Singapore: EOLSS Publishers, 2012. — Т. 2. — С. 152—198. — 488 с. — (Encyclopedia of Life Support Systems). — ISBN 978-1-84826-823-4.
- [3] M. Lisanti: Lectures on Dark Matter Physics, arXiv:1603.03797
- [4] Anna de Graaff, Yan-Chuan Cai, Catherine Heymans, John A. Peacock: Missing baryons in the cosmic web revealed by the Sunyaev-Zel'dovich effect, arXiv:1709.10378
- [5] Taotao Fang: Missing matter found in the cosmic web, *Nature* 558, 375-376 (2018)
- [6] WMAP Collaboration (D.N. Spergel et al.). Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) three year results: implications for cosmology. Mar 2006. 89 pp. *Astro-phys.J.Suppl.* 170 (2007) 377
- [7] P. Ade, A. R. et al., Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results, *Astron. Astrophys.* 571, A1. (2014b)
- [8] В. Решетников, Глава 2.5. Скрытая масса во Вселенной // Почему небо тёмное. Как устроена Вселенная. — Фрязино: Век 2, 2012. — 167 с. — ISBN 978-5-85099-189-0.
- [9] M.Yu. Khlopov in *Cosmion-94*, Eds. M.Yu.Khlopov et al. (Editions frontieres, 1996) P. 67; M. Y. Khlopov in *hep-ph/0612250*, p 51.

- [10] M.Y.Khlopov, Bled Workshops in Physics 8, 114 (2007); in arXiv:0711.4681, p. 114; M. Y. Khlopov and N. S. MankocBorstnik, *ibid*, p. 195.
- [11] M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, E. Yu. Soldatov: The dark atoms of dark matter, *Prespace. J.* **1**, 1403 –1417 (2010)
- [12] M. Y. Khlopov, C. Kouvaris: Strong interactive massive particles from a strong coupled theory, *Physical Review D* **77**, PP. 065002 (2008)
- [13] K. G. Begeman, A. H. Broeils and R. H. Sanders, 1991, *MNRAS*, 249, 523.
- [14] О. К. Сильченко, Происхождение и эволюция галактик / под редакцией В. Г. Сурдина. — Фрязино: Век 2, 2017. — 224 с. — 1500 экз. — ISBN 978-5-85099-196-8.
- [15] В. Г. Сурдин, Галактики. — 2-е, исправленное и дополненное. — М.: Физматлит, 2017. — 432 с. — ISBN 978-5-9221-1726-5.
- [16] Д. С. Горбунов, В. А. Рубаков, Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения. Инфляционная теория. — М.: Краснад, 2010. — 568 с. — ISBN 978-5-396-00046-9.
- [17] P. Schneider, J. Ehlers, E. E. Falco, *Gravitational Lenses*. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Press, 1992. — ISBN 3-540-97070-3.
- [18] F. Melia, *The Galactic Supermassive Black Hole*. — Princeton University Press, 2007. — С. 255—256. — ISBN 0-691-13129-5.
- [19] Olga Avsajanishvili: Cosmological models of dark energy: theory and observations, arXiv:1909.00366 [astro-ph.CO]
- [20] W. Hu, T. Okamoto: Mass reconstruction with cmb polarization, *Astrophys. J.* 574, 566–574.(2002)
- [21] W. Bonivento, D. Gorbunov, M. Shaposhnikov and A. Tokareva – Polarization of photons emitted by decaying dark matter, arXiv:1610.04532
- [22] Z. Berezhiani, A.D. Dolgov, and I.I. Tkachev Reconciling Planck results with low redshift astronomical measurements *Phys. Rev. D* 92, 061303(R) – Published 22 September 2015

- [23] A. Chudaykin, D. Gorbunov, I. Tkachev – Dark matter component decaying after recombination: Lensing constraints with Planck data INR-TH/2016-006
- [24] Lawrence J. Hall, Karsten Jedamzik, John March-Russell, Stephen M. West, Freeze-In Production of FIMP Dark Matter, JHEP 1003:080, (2010), arXiv:0911.1120 [hep-ph]
- [25] M.Yu. Khlopov - "Fundamentals of Cosmic Particle Physics"
- [26] M. Khlopov: Cosmological Reflection of Particle Symmetry, Symmetry, **8**, 81 – 121 (2016)
- [27] M. Khlopov: Fundamental particle structure in the cosmological dark matter, International Journal of Modern Physics A. **28**, 1330042 (2013)
- [28] G. Bertone, D. Hooper, J. Silk: Particle dark matter: evidence, candidates and constraints, Physics Reports **405**, 279 – 390 (2005)
- [29] M. Y. Khlopov: Dark matter reflection of particle symmetry, Modern Physics Letters A. **32**, 1740001 (2017)
- [30] P. Scott: Searches for Particle Dark Matter: An Introduction, (2011), e-Print: arXiv:1110.2757.
- [31] M. Yu. Khlopov, C. Kouvaris: Composite dark matter from a model with composite Higgsboson, Phys. Rev. **78**, 065040 (2008)
- [32] D. Fargion, M. Yu. Khlopov: Tera-leptons' shadows over Sinister Universe, Gravitation Cosmol. **19**, 219 (2013)
- [33] M. Yu. Khlopov, A. G. Mayorov, and E. Yu. Soldatov: Towards nuclear physics of OHe darkmatter, Bled Workshops Phys. **12**, 94 (2011)
- [34] S. L. Glashow, A Sinister Extension of the Standard Model to SU(3)XSU(2)XSU(2)XU(1), arXiv:hep-ph/0504287 (2005)
- [35] M. Y. Khlopov, AIP Conf. Proc. 1241, 388 (2010); arXiv:0911.5685
- [36] M. Y. Khlopov, A. G. Mayorov and E. Y. Soldatov, Int. J. Mod. Phys. D 19, 1385 (2010); arXiv:1003.1144

- [37] M. Y. Khlopov, A. G. Mayorov and E. Y. Soldatov, Bled Workshops in Physics 11, 73 (2010); arXiv:1011.4586
- [38] M.Yu. Khlopov, K.I. Shibaev, Gravitation and Cosmology, Suppl. 8 (2002), 45
- [39] K. M. Belotsky, M. Y. Khlopov, K. I. Shibaev: Composite Dark Matter and its Charged Constituents, Grav.Cosmol., V.12 PP.93-99, (2006), arXiv:astro-ph/0604518
- [40] M. Y. Khlopov: Composite dark matter from 4th generation, JETP Letters **83**, 1 –4 (2006)
- [41] R. Bernabei: Dark matter investigation by DAMA in Gran Sasso, International Journal of Modern Physics A **28**, 1330022 (2013)
- [42] M. Y. Khlopov, arXiv:astro-ph/0607048
- [43] C. A. Stephan, arXiv:hep-th/0509213
- [44] M. Y. Khlopov and C. A. Stephan, arXiv:astro-ph/0603187
- [45] A. Connes, Noncommutative Geometry (Academic Press, London and San Diego, 1994)
- [46] F. Sannino and K. Tuominen, Phys. Rev. D 71, 051901 (2005)
- [47] J. R. Cudell, M. Y. Khlopov, Q. Wallemacq: The nuclear physics of OHe, Bled Workshops Physics **13**, 10 –27 (2012)
- [48] M. Yu. Khlopov: 10 years of dark atoms of composite dark matter, Bled Workshops Physics **16**, 71 –77 (2015)
- [49] O. V. Bulekov, M.Yu.Khlopov, A. S. Romaniouk, Yu. S. Smirnov: Search for Double Charged Particles as Direct Test for Dark Atom Constituents, Bled Workshops in Physics **18**, 11-24 (2017)
- [50] M. Y. Khlopov: Conspiracy of BSM physics and cosmology, Bled Workshops in Physics, V.20 PP.21-35 (2019), e-Print: arXiv: 1911.03294.

- [51] M. Y. Khlopov, C. A. Stephan, D. Fargion: Dark matter with invisible light from heavy double charged leptons of almost-commutative geometry?, *Classical and Quantum Gravity* **23**, 7305 –7354 (2006)
- [52] V. Beylin, M. Khlopov, V. Kuksa, N. Volchanskiy: New physics of strong interaction and Dark Universe, *Universe* **6**, 196 (2020)
- [53] M. Khlopov: Dark atoms and puzzles of dark matter searches, *International Journal of Modern Physics A*. **29**, № 19, 1443002 (2014)
- [54] M. Y. Khlopov: Physics of dark matter in the light of dark atoms, *Modern Physics Letters A*. **26**, 2823 –2839 (2011)
- [55] V. Beylin, M. Yu. Khlopov, V. Kuksa, N. Volchanskiy: Hadronic and Hadron-Like Physics of Dark Matter, *Symmetry*. **11**, № 4, 587 (2019)
- [56] M. Y. Khlopov: Composite dark matter from stable charged constituents, arXiv: 0806.3581 (2008)
- [57] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, R.V. Jolos, S.P. Ivanova, O.I. Melnikova: Effective nucleus-nucleus potential for calculation of potential energy of a dinuclear system, *Int.J.Mod.Phys.E* **5** 191-216 (1996)