

Моделирование взаимодействия "тёмных" атомов скрытой массы с ядрами вещества

Студент группы М20-115:

Бикбаев Т.Э.

Научный руководитель, д.ф.-м.н., проф.:

Хлопов М.Ю.

Научный консультант, к.ф.-м.н., доц.:

Майоров А.Г.

Сценарии гипотетических, стабильных, электрически заряженных частиц.

В данной работе мы рассматриваем сценарий составной скрытой массы, в которой гипотетические, стабильные, реликтовые, лептоноподобные, массивные частицы X с зарядом $-2n$ (где n это натуральное число) избегают экспериментального открытия, потому что они связаны кулоновским взаимодействием с n ядрами первичного гелия в нейтральные атомоподобные состояния XHe (X -гелия), называемые "тёмными" атомами.

В случае $n=1$ частица X называется O^{--} , а тёмный атом, - O -гелием.

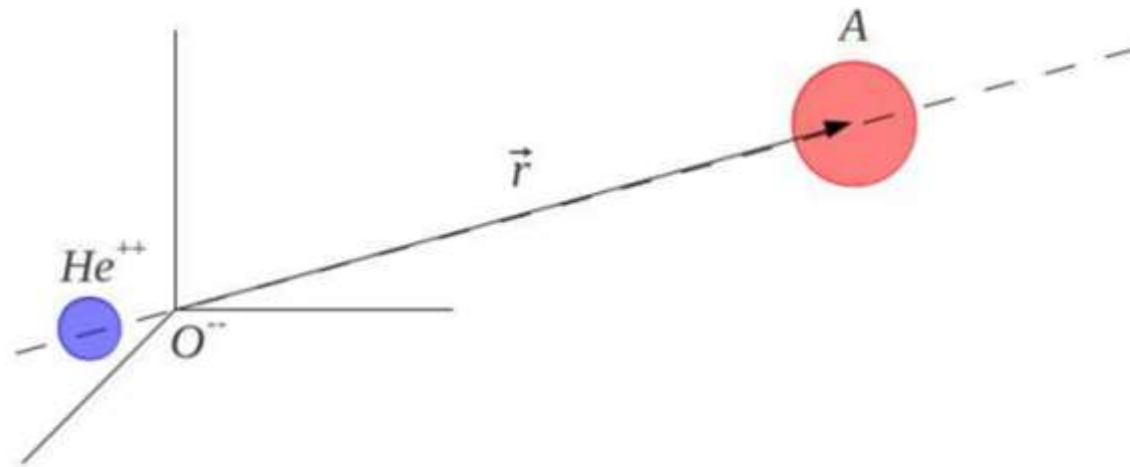
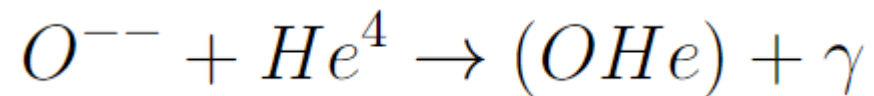


Иллюстрация "тёмного" атома OHe и внешнего ядра вещества A

Структура связанного состояния X-гелия.

Структура связанного состояния X-гелия зависит от значения параметра:

$$a = Z_{\alpha} Z_X \alpha A m_p R_{nHe}$$

- При $0 < a < 1$ связанное состояние выглядит как атом Бора с дважды отрицательно заряженной частицей O^{--} в остовае и ядром He, движущимся по боровской орбите.

$$I_0 = \frac{Z_{O^{--}}^2 Z_{He}^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ} \quad R_b = \frac{\hbar c}{Z_{O^{--}} Z_{He} m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

- При $1 < a < \infty$ связанные состояния выглядят как атомы Томсона, в которых тело ядра nHe колеблется вокруг тяжелой отрицательно заряженной частицы X.

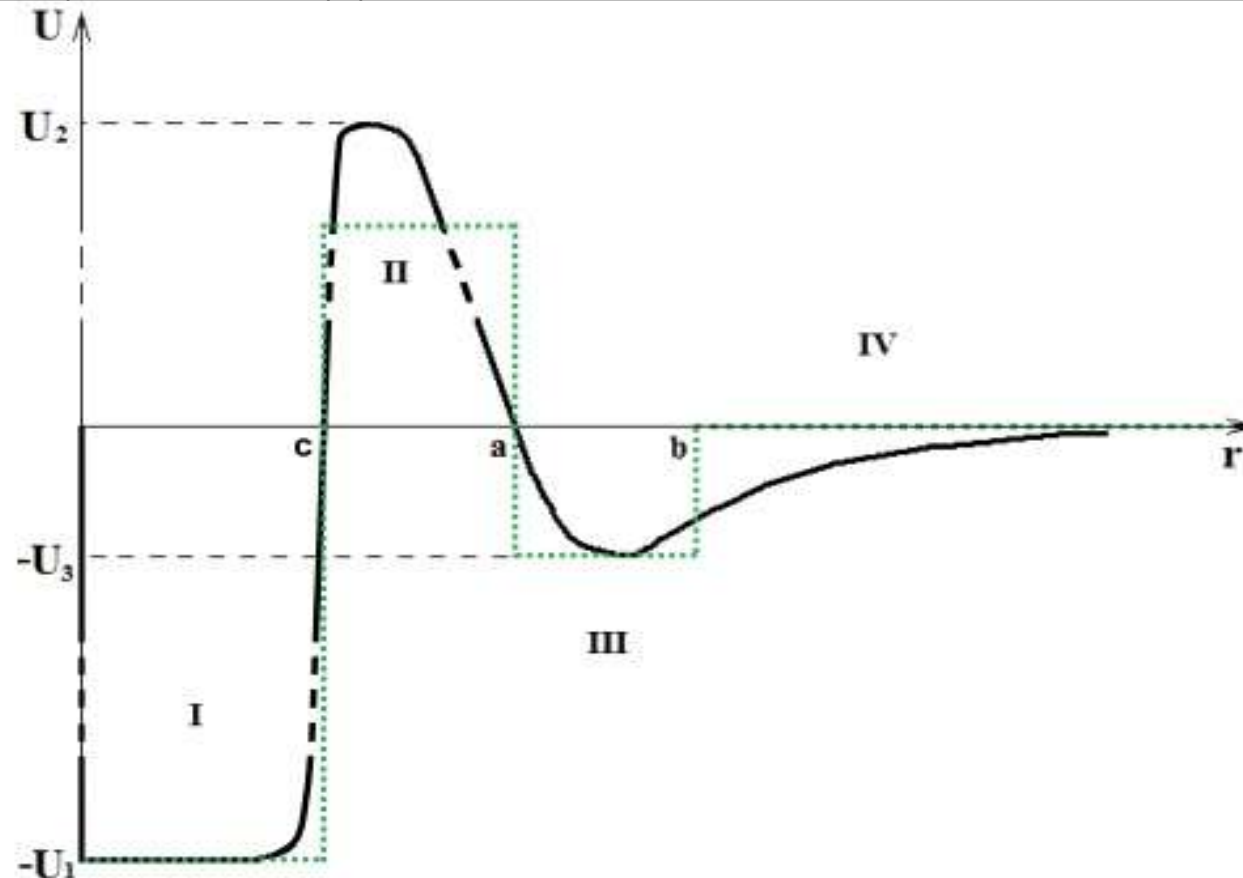
Модель ХНе и решение проблемы прямых поисков частиц скрытой массы.

Результаты экспериментов DAMA/NaI и DAMA/LIBRA можно объяснить годовыми модуляциями энерговыведения при формировании низкоэнергетического связанного состояния ХНе с ядрами.

Детектор	Ядра	A	Z	Температура	Обнаружение
DAMA (/NaI + /LIBRA)	Na I TI	23 127 205	11 53 81	300 К	13 σ
CoGeNT	Ge	70-74	32	70 К	2.8 σ
CDMS	Ge (Si)	70-74 (28-30)	32 (14)	Криогенный	—
XENON100	Xe	124-134	54	Криогенный	—
LUX	Xe	124-134	54	173 К	—

Цель работы: восстановление формы эффективного потенциала взаимодействия XHe с ядром вещества.

Существование низкоэнергетического связанного состояния XHe с ядрами и доминантность упругих процессов в сценарии XHe основывается на гипотезе о наличии потенциального барьера в процессах взаимодействия XHe с ядрами, требующей корректного квантово-механического обоснования.



Эффективный потенциал взаимодействия XHe с ядром вещества

Численное моделирование взаимодействия "тёмного" атома с ядром вещества.

Численная модель

Подход восстановления траекторий частиц

Подход восстановления потенциала в каждой точке

Модель Бора

Модель Томсона

Решение уравнения Шрёдингера в системе XHe - Ядро

Эффект Штарка.

$$\vec{\delta} = \frac{Z_\alpha \vec{E}}{Z_X 4/3\pi\rho} + \frac{\vec{F}_\alpha^N}{e Z_X 4/3\pi\rho}$$

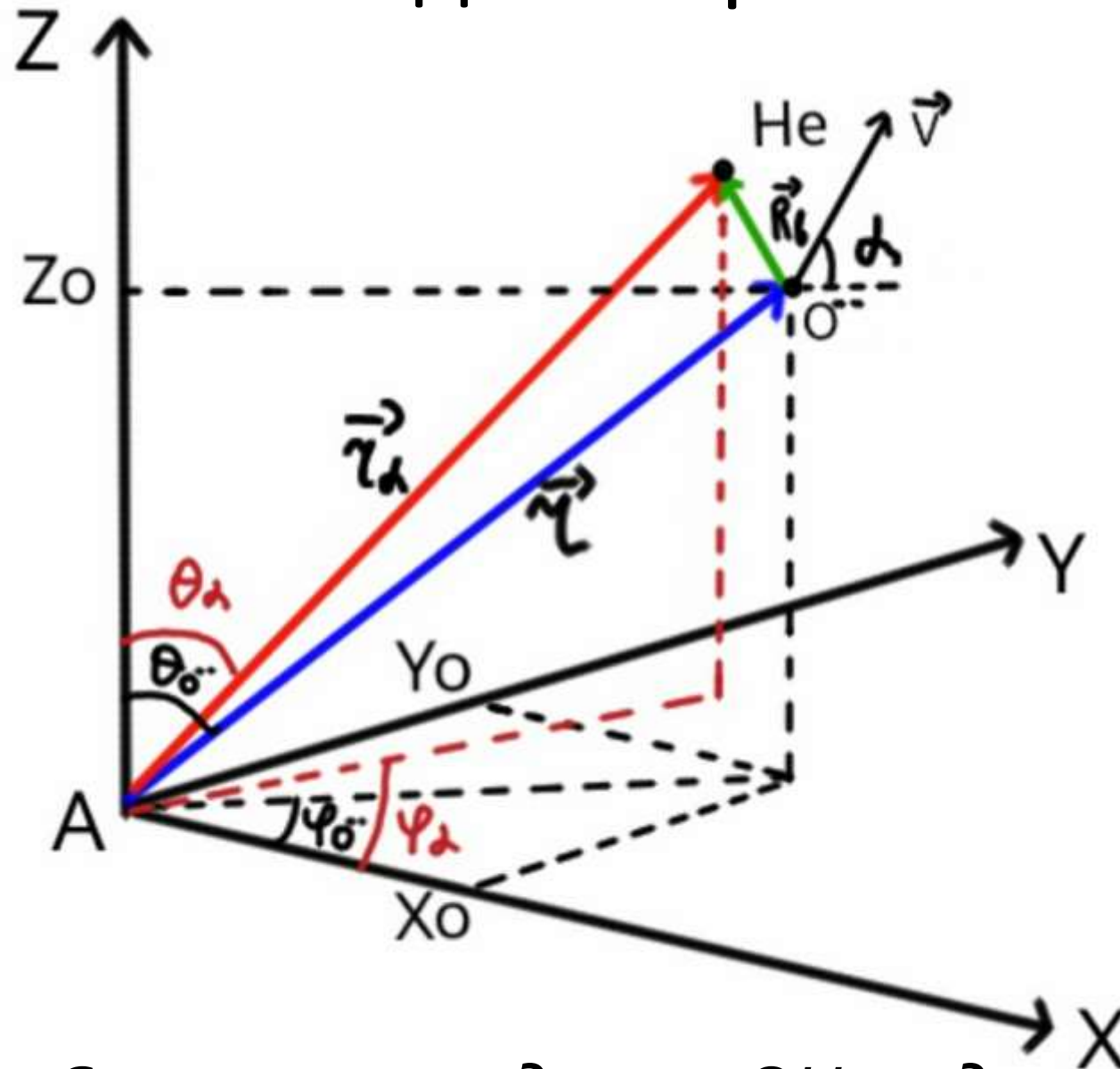
$$\rho = \frac{Z_\alpha e}{4/3\pi R_{nHe}^3}$$

$$\vec{F}_\alpha^N = - \frac{\frac{U_0}{p} \exp\left(\frac{r_{A\alpha} - R_A - R_{nHe}}{p}\right) \frac{\vec{r}_{A\alpha}}{r_{A\alpha}}}{\left(1 + \exp\left(\frac{r_{A\alpha} - R_A - R_{nHe}}{p}\right)\right)^2}$$

$$U_{St} = e Z_\alpha E \delta$$

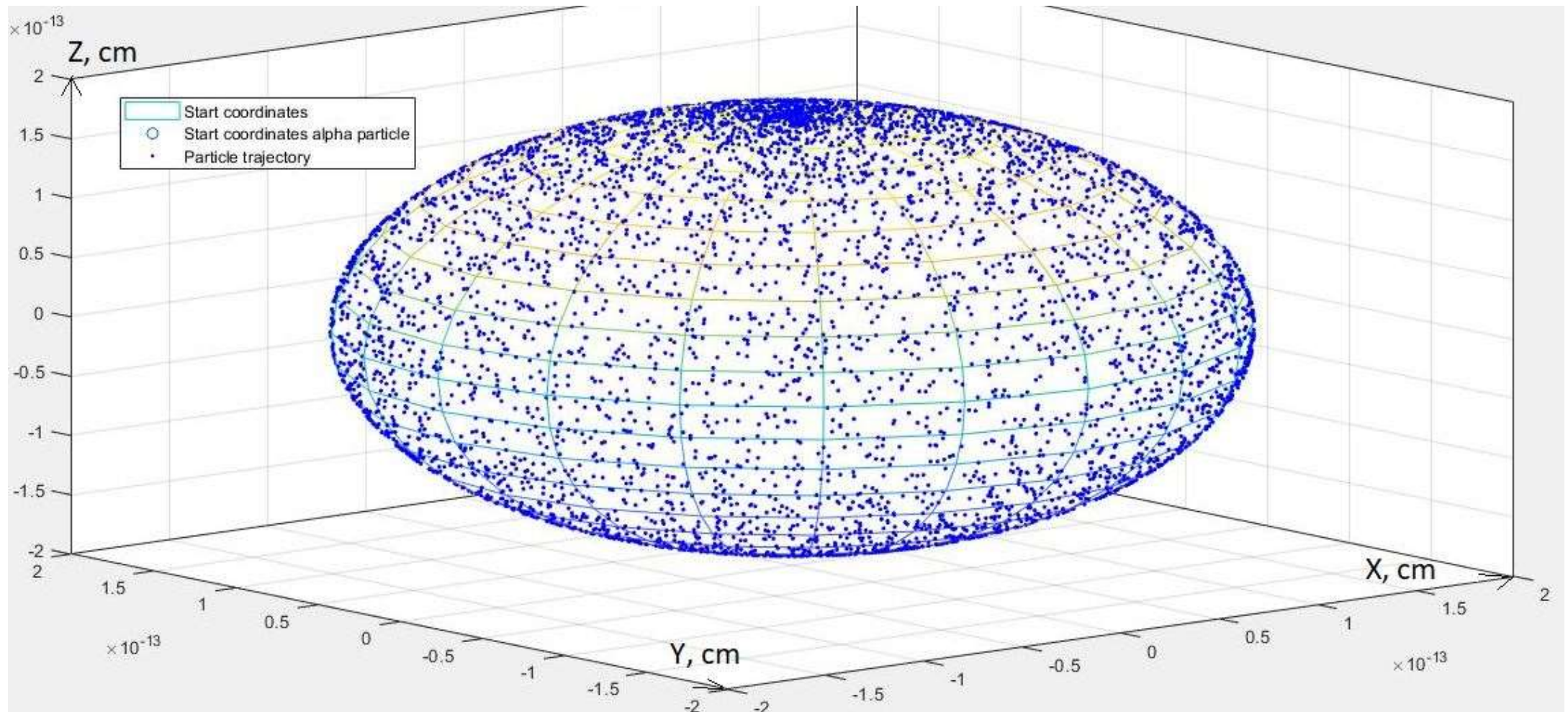
$$\vec{F}_{St} = - \text{grad } U_{St}$$

Модель Бора.



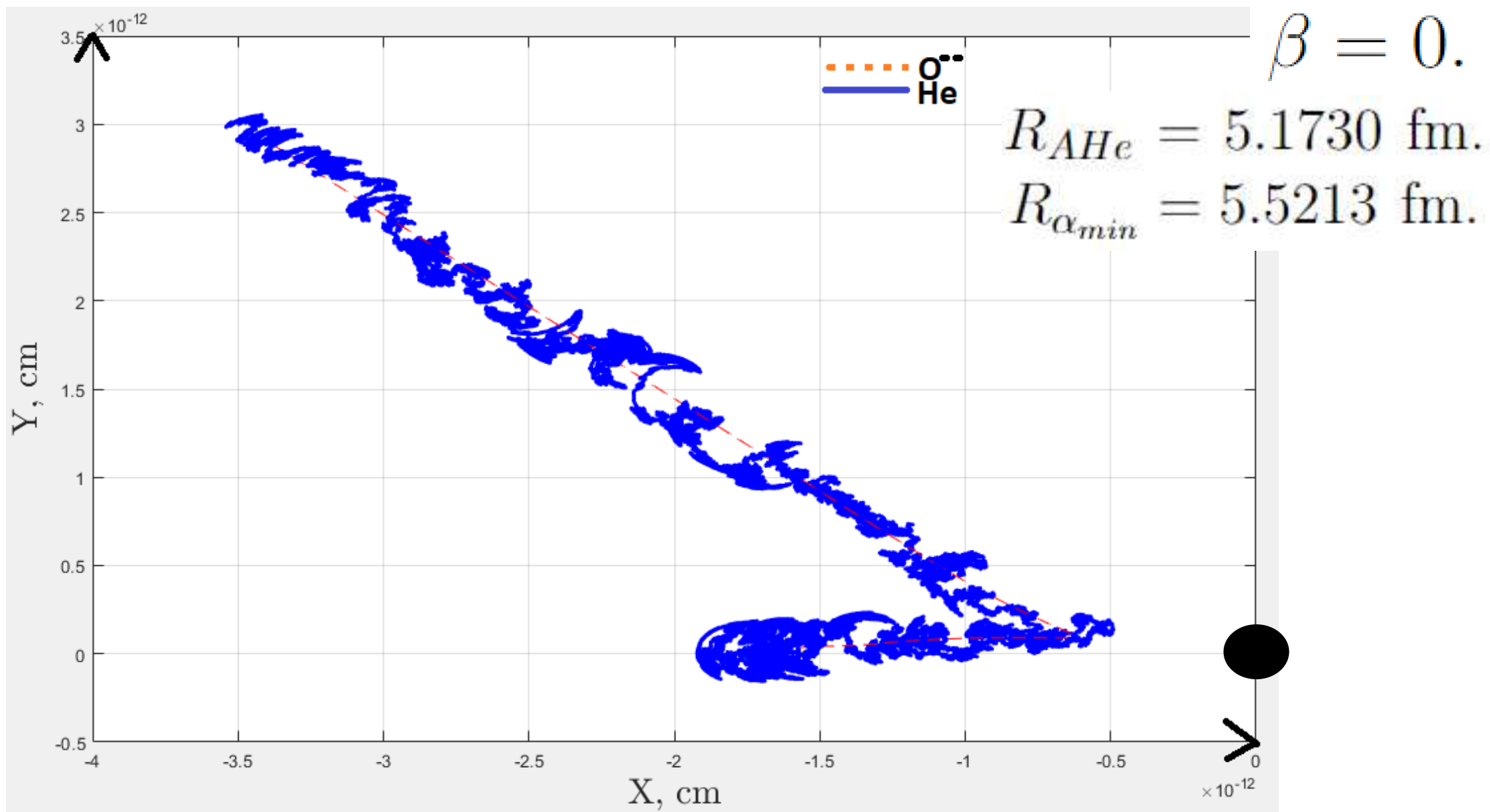
Система координат OHe -ядро

Система OHe.



Плотность распределения координат α -частицы на орбите, соответствующей основному состоянию системы

Нулевой прицельный параметр.



Траектория движения альфа-частицы и частицы O^{--} в плоскости XY

Величина дипольного момента в модели Бора.

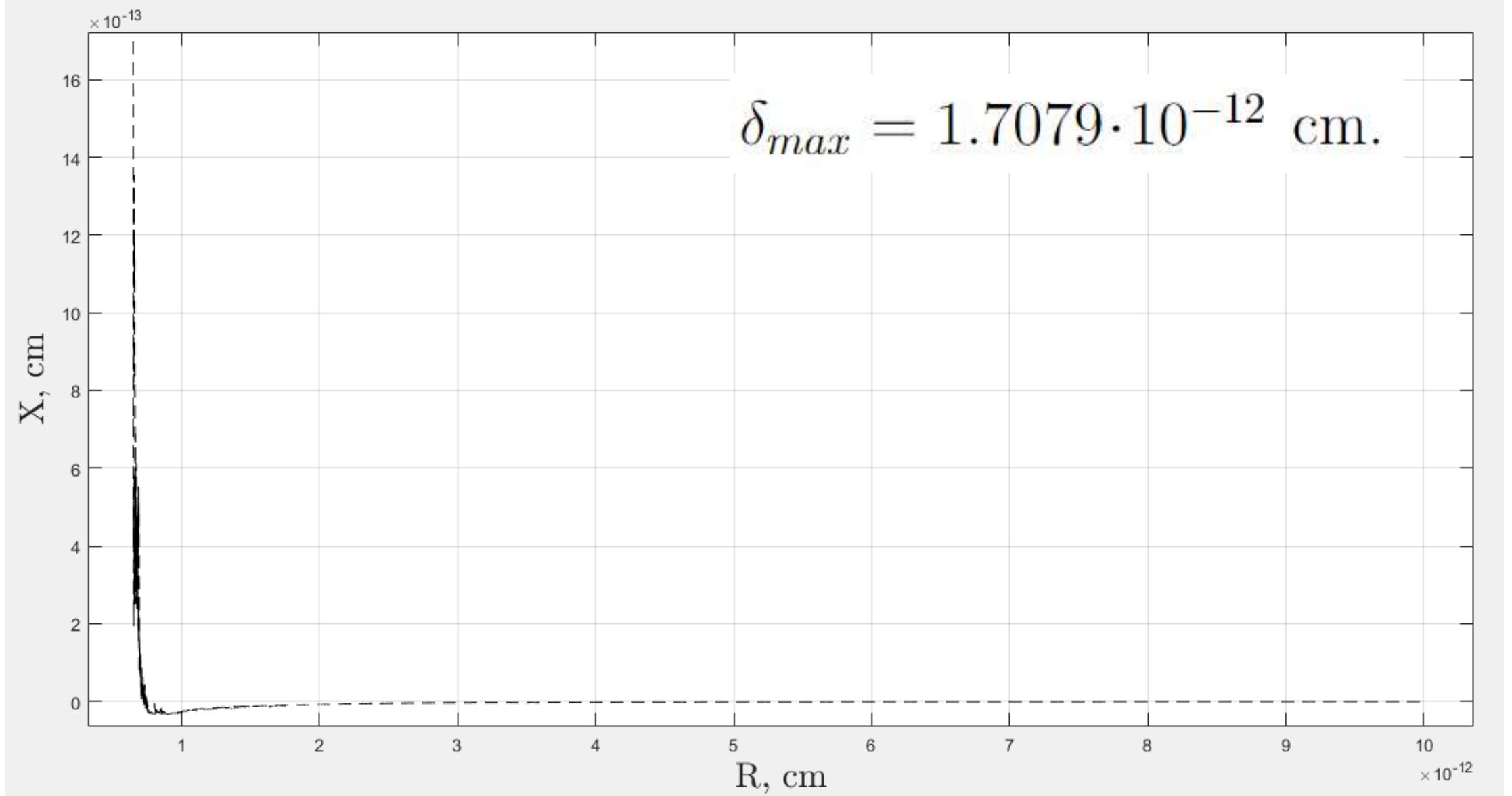
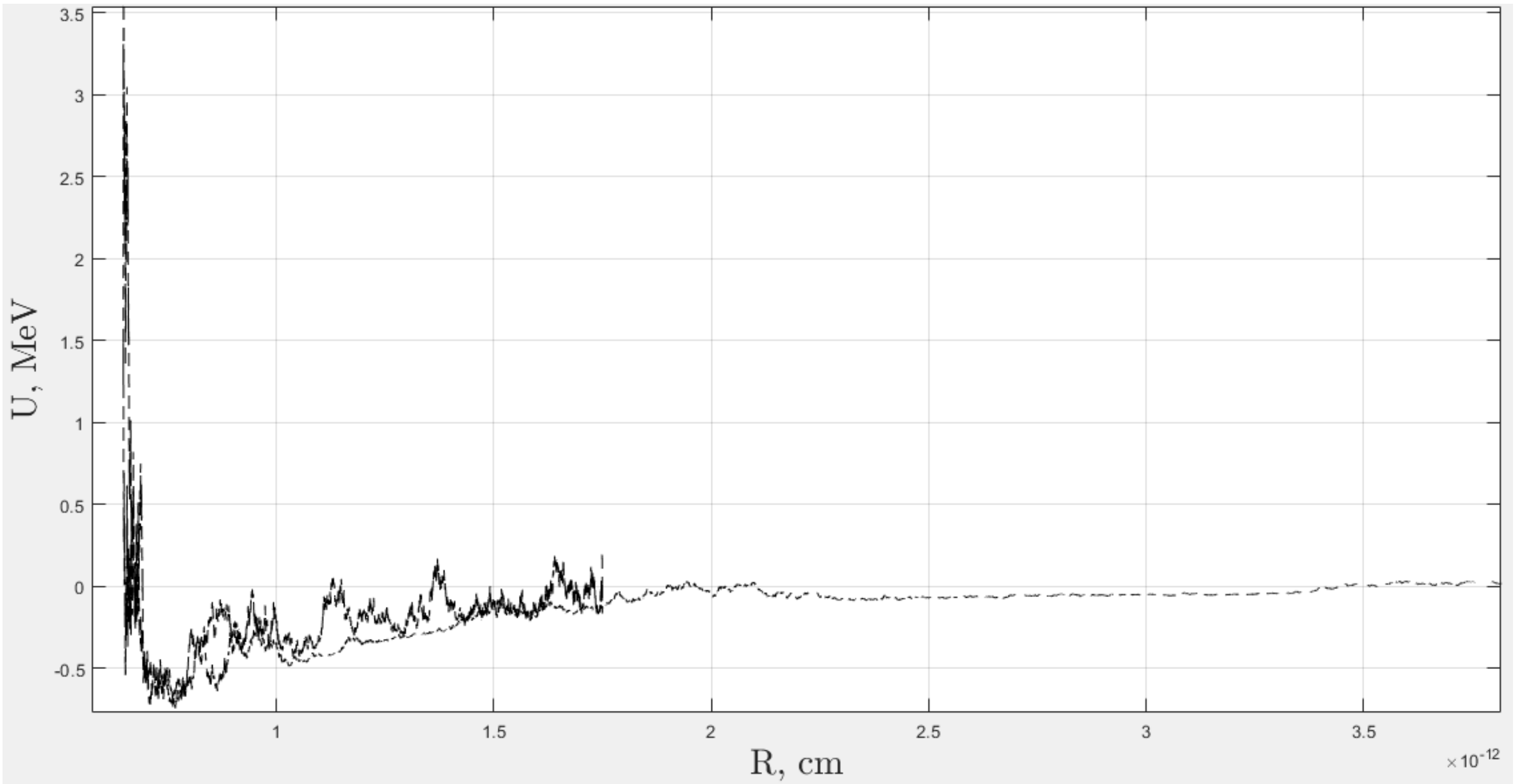


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в модели Бора при нулевом прицельном параметре



Суммарный потенциал взаимодействия между OHe и ядром-мишенью Na в зависимости от радиус-вектора частицы O^{--} при нулевом прицельном параметре

Модель атома Томсона. МОДЕЛИРОВАНИЕ Х-ГЕЛИЯ.

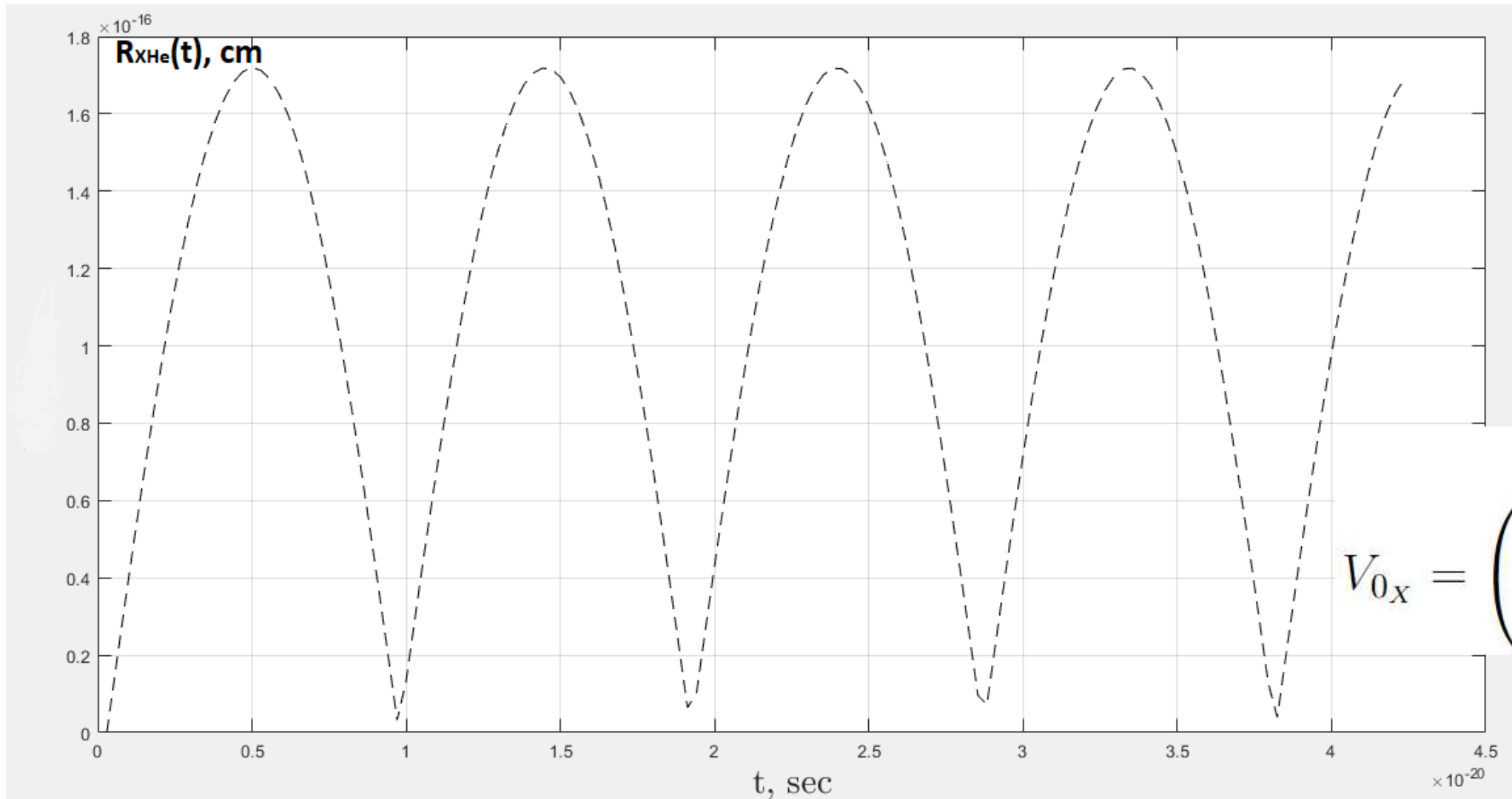
$$U_{XHe}(R_{XHe}) = \begin{cases} -\frac{4e^2n^2}{R_{XHe}} & \text{для } R_{XHe} > R_{He}, \\ -\frac{4e^2n^2}{2R_{He}} \left(3 - \frac{R_{XHe}^2}{R_{He}^2} \right) & \text{для } R_{XHe} < R_{He}, \end{cases}$$

$$\vec{F}_{XHe}(R_{XHe}) = \begin{cases} -\frac{4e^2n^2}{R_{XHe}^3} \vec{R}_{XHe} & \text{для } R_{XHe} > R_{He}, \\ -\frac{4e^2n^2}{R_{He}^3} \vec{R}_{XHe} & \text{для } R_{XHe} < R_{He}, \end{cases}$$

Потенциал кулоновского взаимодействия и соответствующая ему сила между n-гелием и X

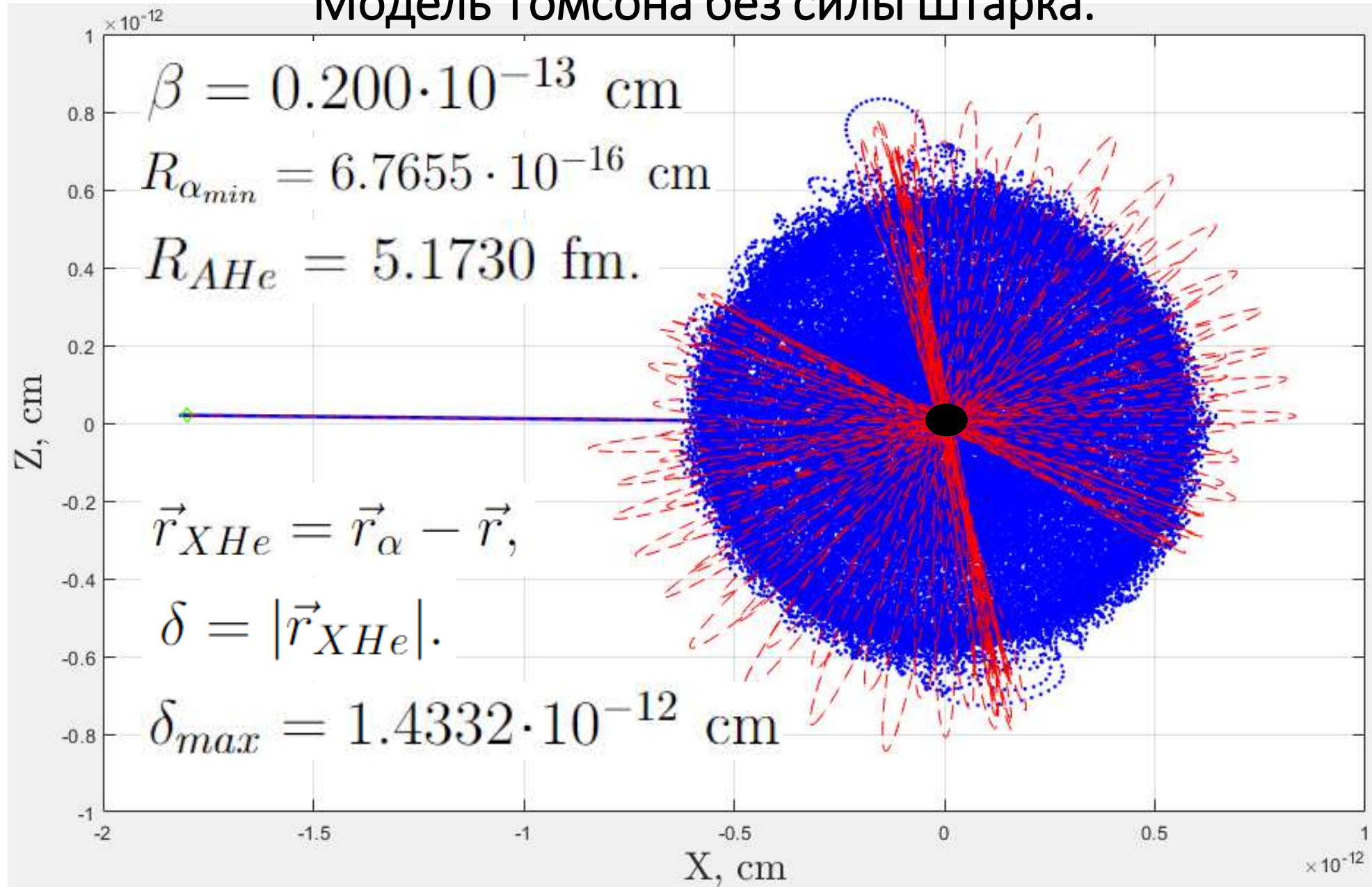
Система XHe.

Зависимость модуля радиус-вектора частицы X от времени t , при $n = 1$



$$\tau = 2 \cdot 10^{-20} \text{ сек}$$

Модель Томсона без силы Штарка.



Траектории движения He и частицы O^{-} в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре в модели Томсона без силы Штарка

Добавление силы Штарка в модель Томсона.

$$\vec{r}_{XHe} = \vec{r}_\alpha - \vec{r},$$

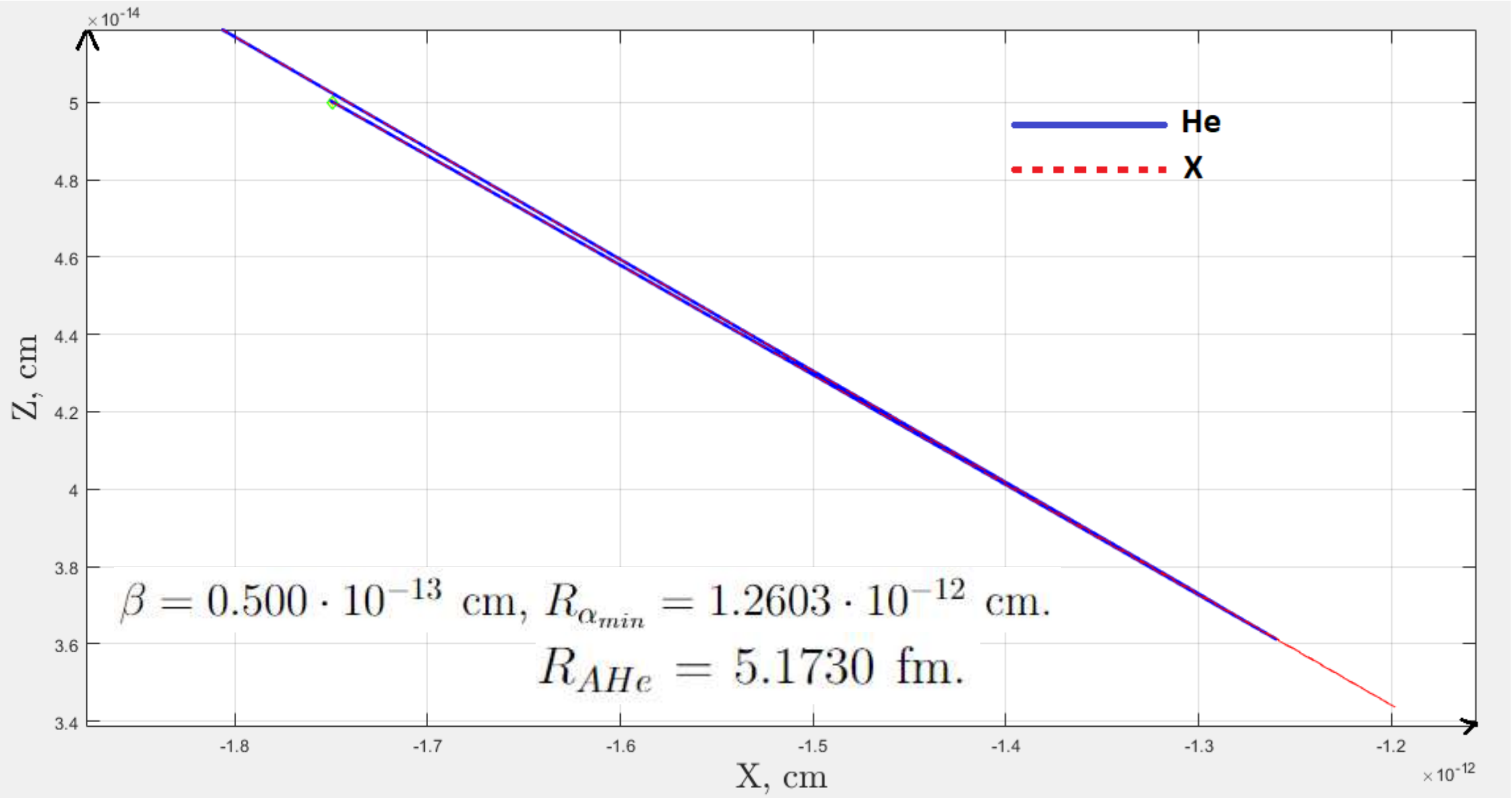
$$\delta = |\vec{r}_{XHe}|.$$

$$U_{St_{i+1}} = F_{i+1_\alpha}^e |\vec{r}_{XHe_{i+1}}|,$$

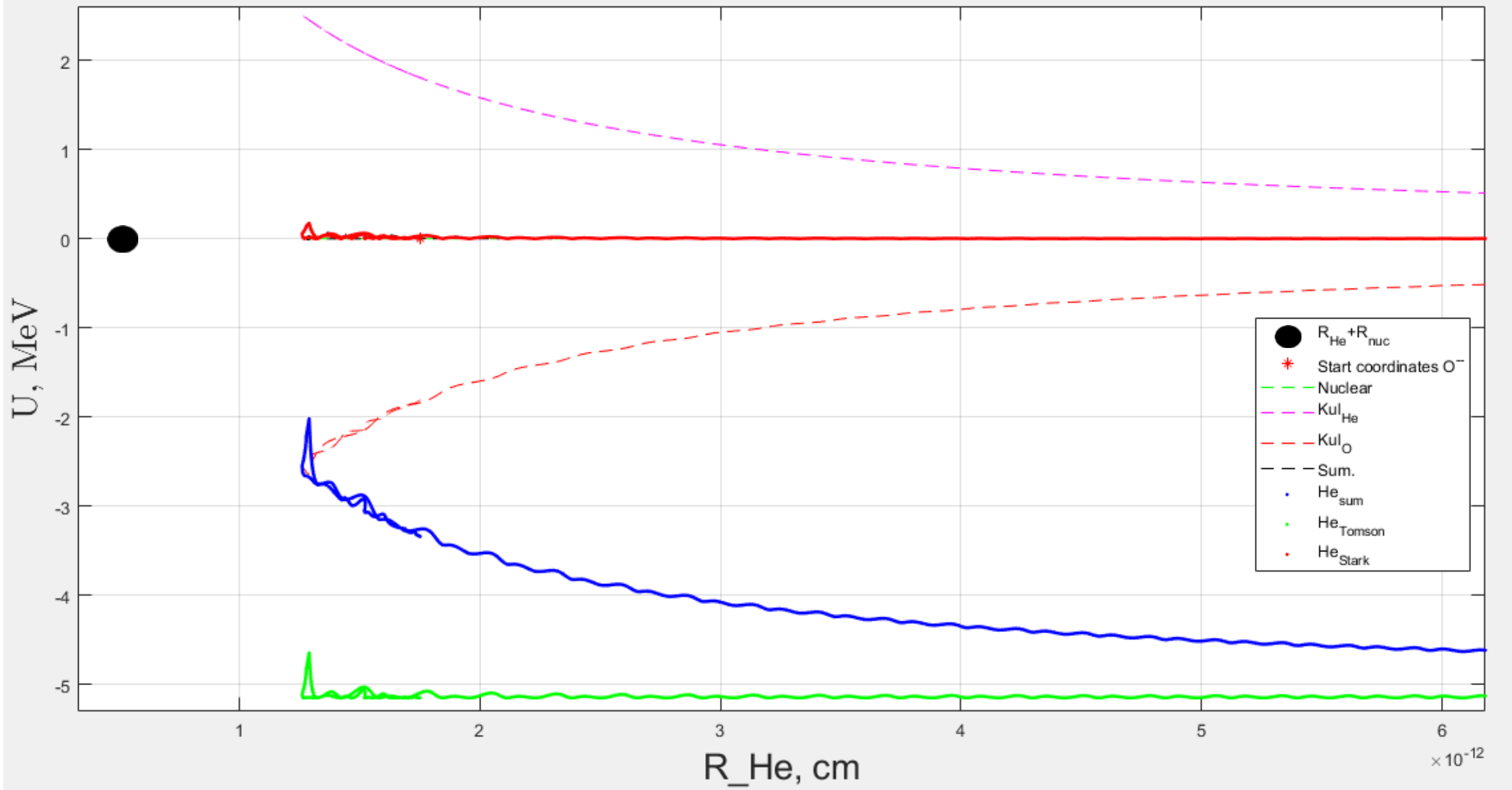
$$h_i = |\vec{r}_{\alpha_{i+1}}| - |\vec{r}_{\alpha_i}|,$$

$$F_{i+1_{St}} = -\frac{U_{St_{i+1}} - U_{St_i}}{h_i}.$$

Упругое взаимодействие.



Траектории движения nHe и частицы X, при n=1, в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре, для упругого взаимодействия



Графики потенциала Кулона, между He и ядром, между O^{--} и ядром, между He и O^{--} , Штарка, суммарного, действующего на He, и суммарного эффективного в зависимости от расстояния между He и ядром при упругом взаимодействии

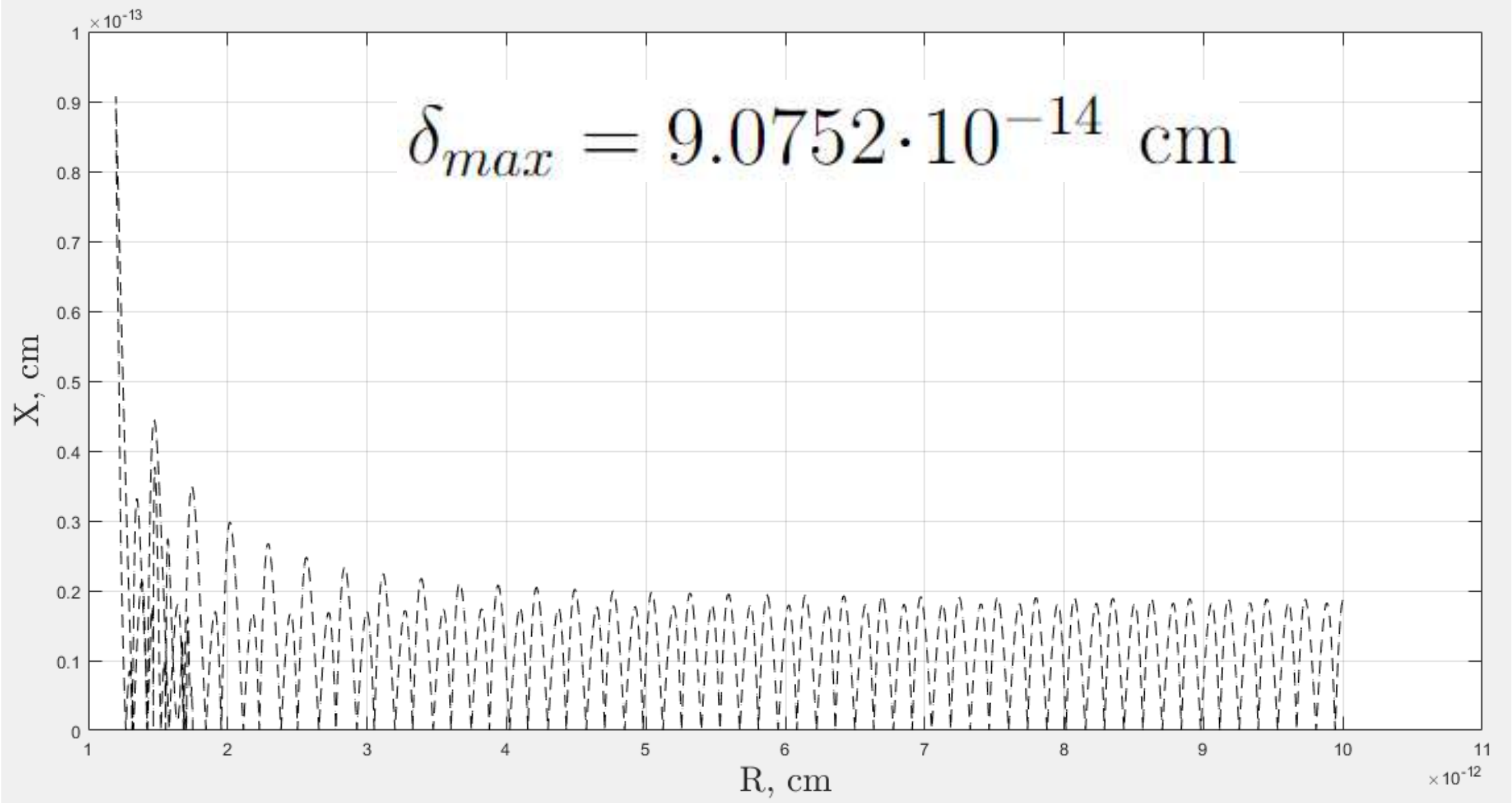
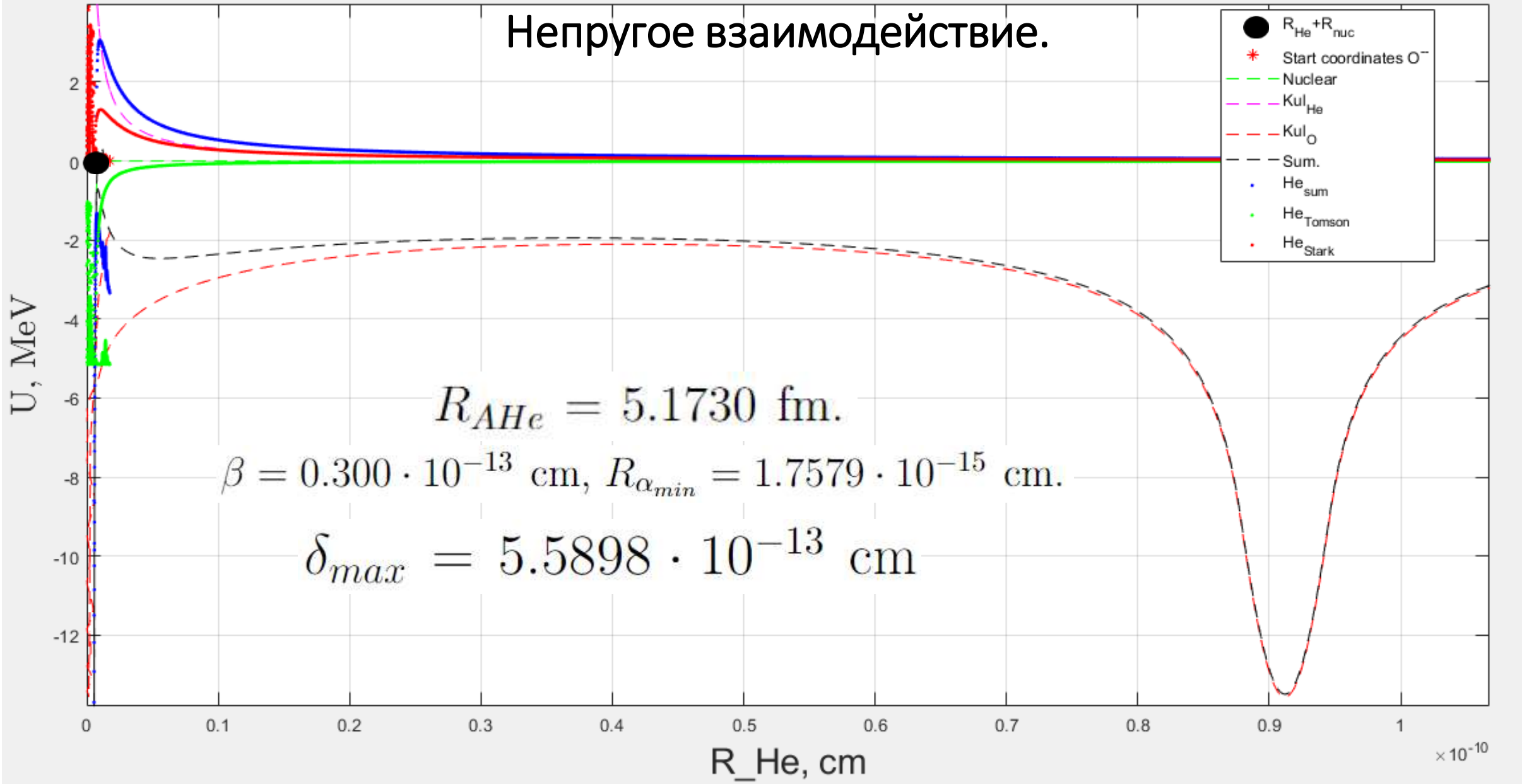


График зависимости модуля величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в модели Томсона при упругом рассеянии и ненулевом прицельном параметре

Неупругое взаимодействие.



Графики потенциала Кулона, между He и ядром, между O^{--} и ядром, между He и O^{--} , Штарка, суммарного, действующего на He, и суммарного эффективного в зависимости от расстояния между He и ядром при неупругом взаимодействии

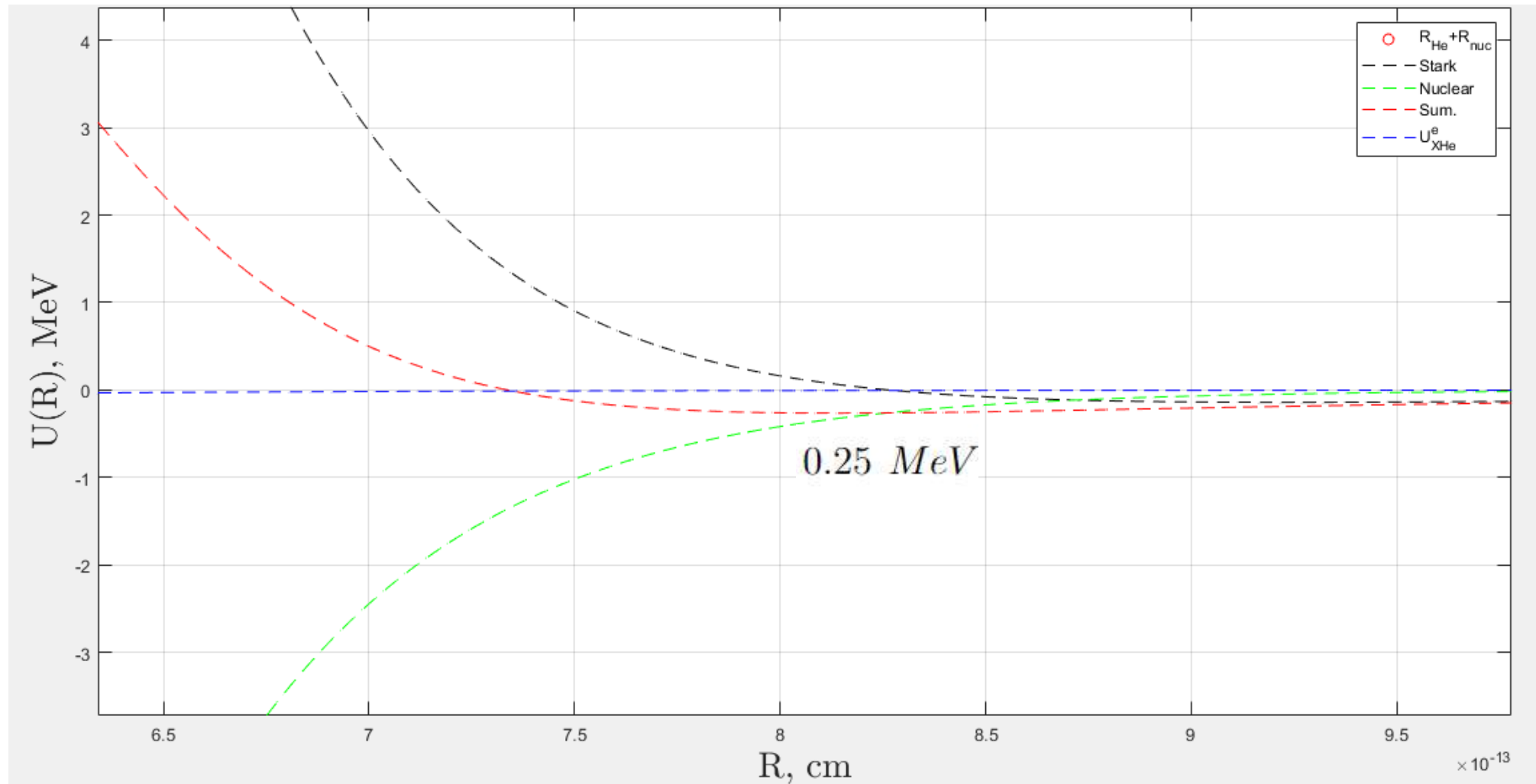
Электрический потенциал X-гелия.

$$\psi = \frac{e^{-r/r_0}}{\sqrt{\pi}r_0^{3/2}} \quad en_p = \begin{cases} \frac{eZ_\alpha}{\frac{4}{3}\pi R_{nHe}^3} & \text{для } r < R_{nHe}, \\ 0 & \text{для } r > R_{nHe}. \end{cases}$$

$$\frac{1}{r}(\phi r)'' = -4\pi e \left(n_p + \frac{Z_X e^{-2r/r_0}}{\pi r_0^3} \right) \quad U_{XHe}^e = eZ_A \phi$$

$$\phi = \begin{cases} -eZ_X e^{-2r/r_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) & \text{для } r > R_{nHe}, \\ -eZ_X e^{-2r/r_0} \left(\frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) + \frac{eZ_X}{r} + \frac{eZ_\alpha}{R_{nHe}} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R_{nHe}^2} \right) & \text{для } r < R_{nHe}. \end{cases}$$

Подход восстановления потенциалов с ядерной силой типа Саксона-Вудса.



Графики зависимости ядерного потенциала типа Саксона-Вудса, U_{XHe}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром Na

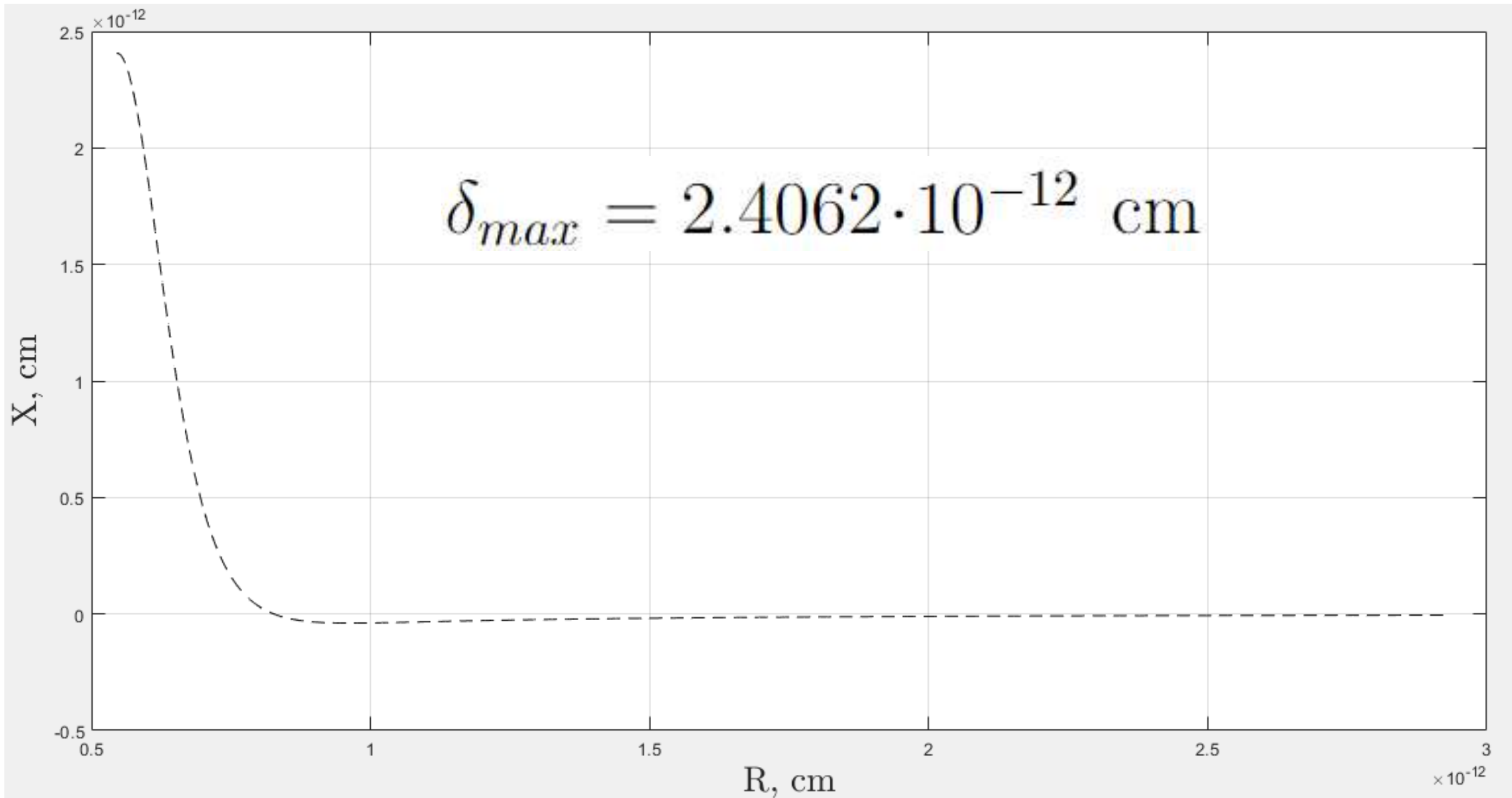
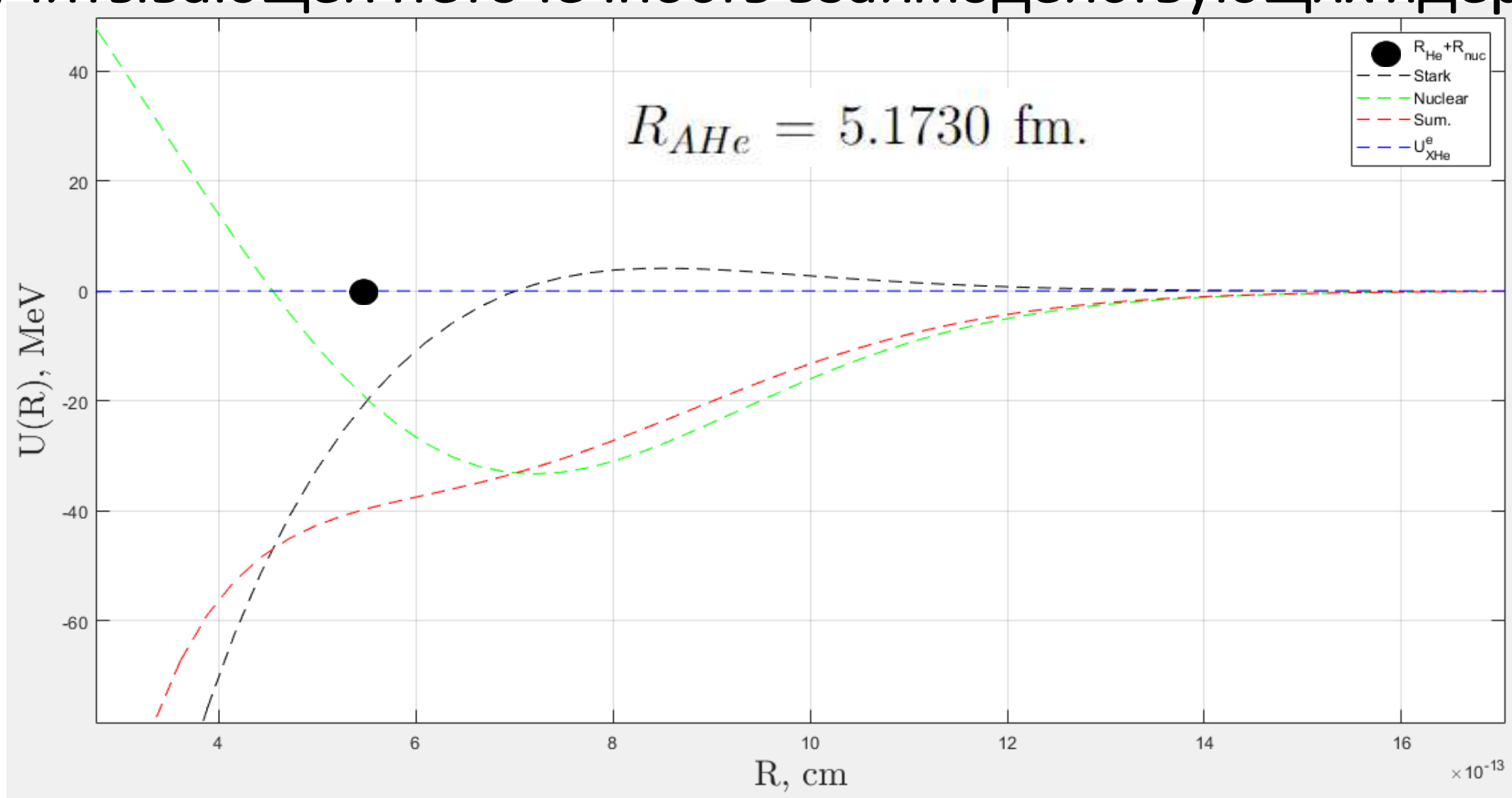


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na

Ядерная сила с учётом неточечности взаимодействующих ядер.

$$U_N(R) = 2C_0 A_1 \left(\frac{\gamma^2}{\pi} \right)^{1/2} e^{-\gamma^2 R^2} \frac{1}{R} \int_0^\infty e^{-\gamma^2 r^2} \frac{\rho_2(r)}{\rho_{00}} \left[(F_{\text{in}} - F_{\text{ex}}) \left(\rho_2(r) \sinh(2\gamma^2 Rr) \right) + \frac{A_1}{4} \left(\frac{\gamma^2}{\pi} \right)^{3/2} e^{-\gamma^2 (r^2 + R^2)} \sinh(4\gamma^2 Rr) + \rho_{00} F_{\text{ex}} \sinh(2\gamma^2 Rr) \right] r dr .$$

Подход восстановления потенциалов с ядерной силой учитывающей неточечность взаимодействующих ядер.



Графики зависимости неточечного ядерного потенциала, U_{He}^e , потенциала Штарка и суммарного потенциала в зависимости от расстояния между He и ядром Na

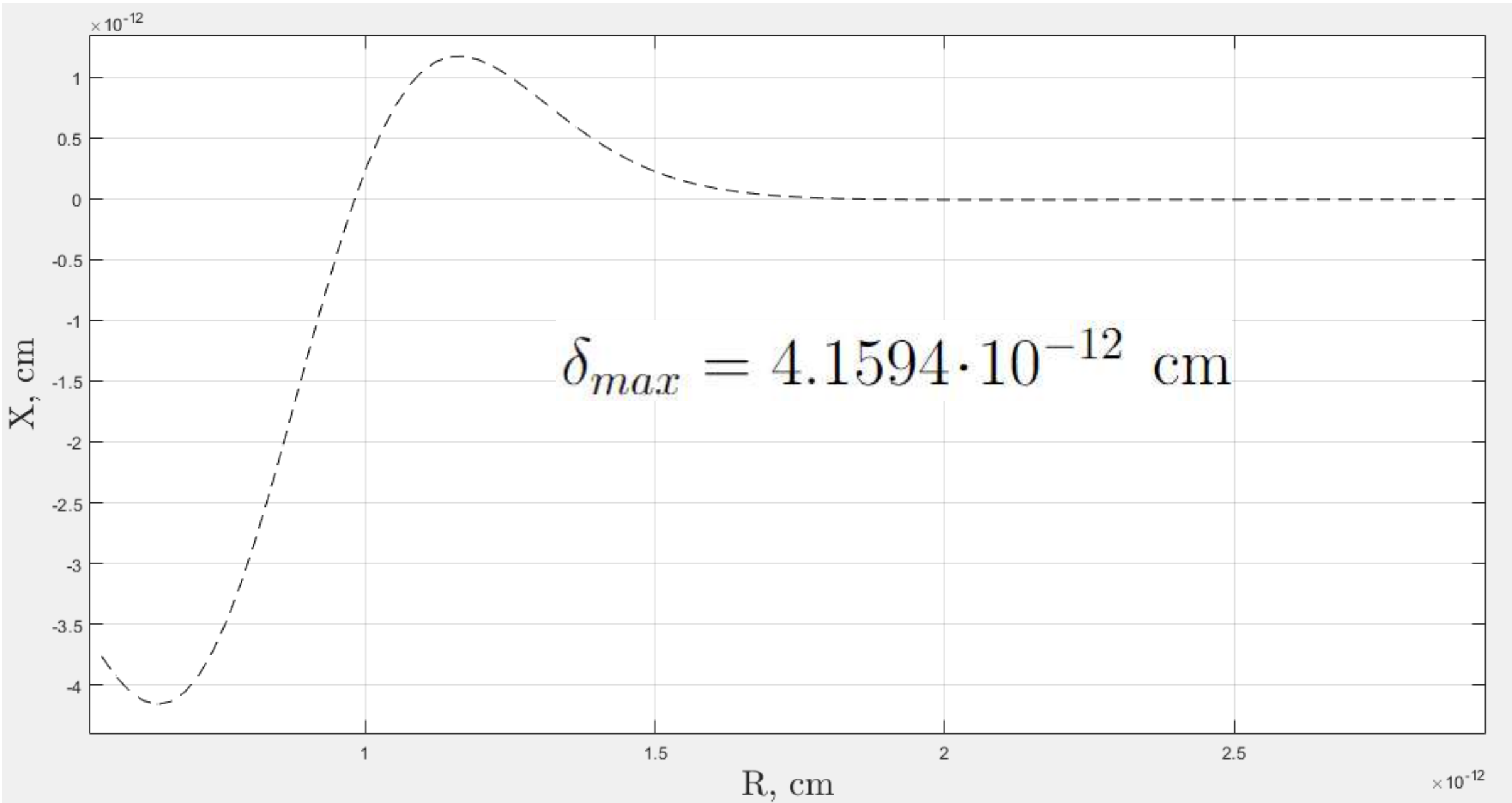


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na

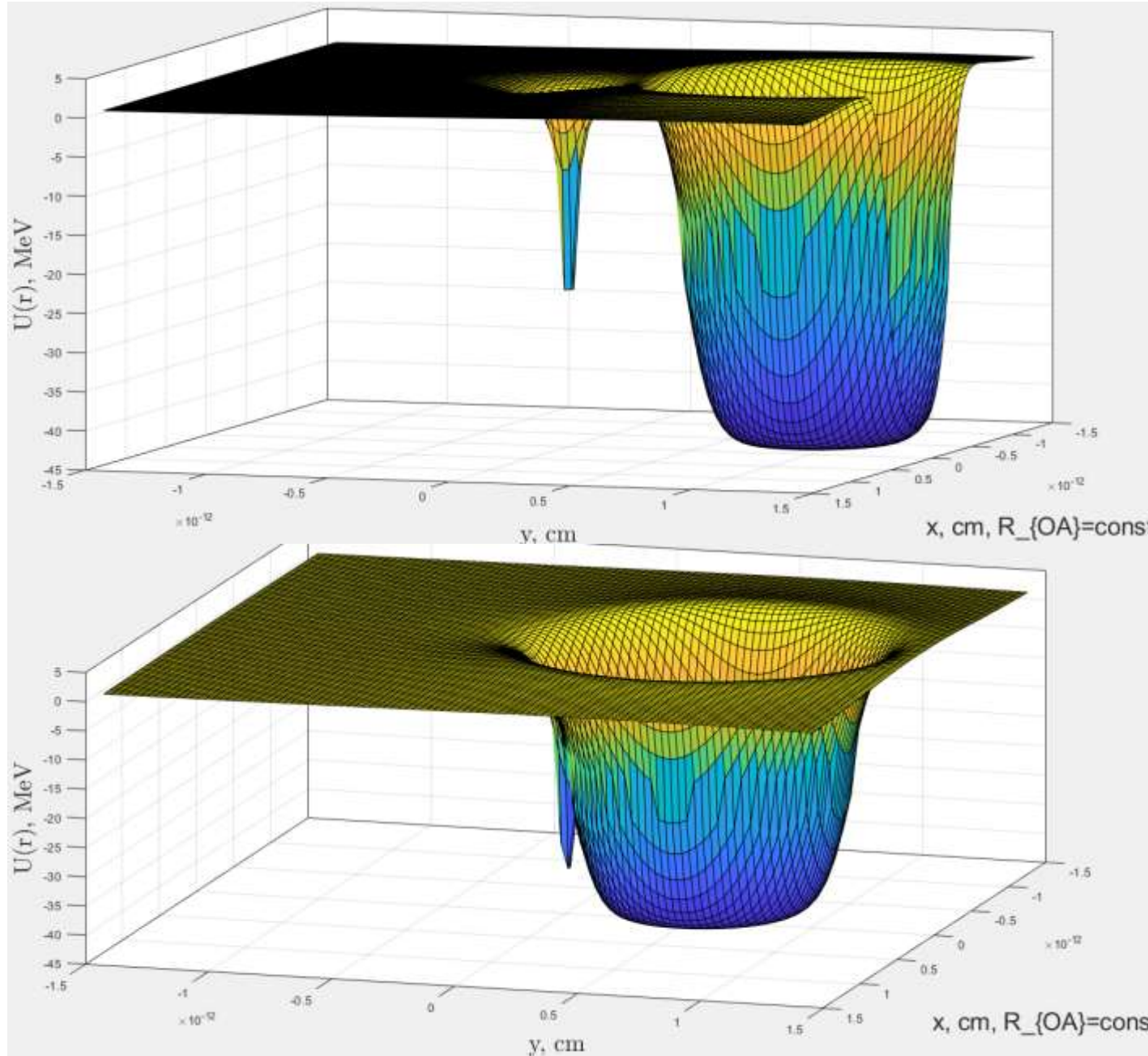
Уравнение Шрёдингера для ядра гелия.

$$\vec{R}_{HeA} = \vec{R}_{OA} - \vec{r} \quad \hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U} \quad \hat{H}\Psi = E\Psi$$

$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_{He}}\Delta_{r,\phi} - \frac{4e^2}{r} \quad \hat{U} = \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$

$$\Delta_{r,\phi}\Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2}\left(E + \frac{4e^2}{r} - \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} - U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)\right)\Psi = 0$$

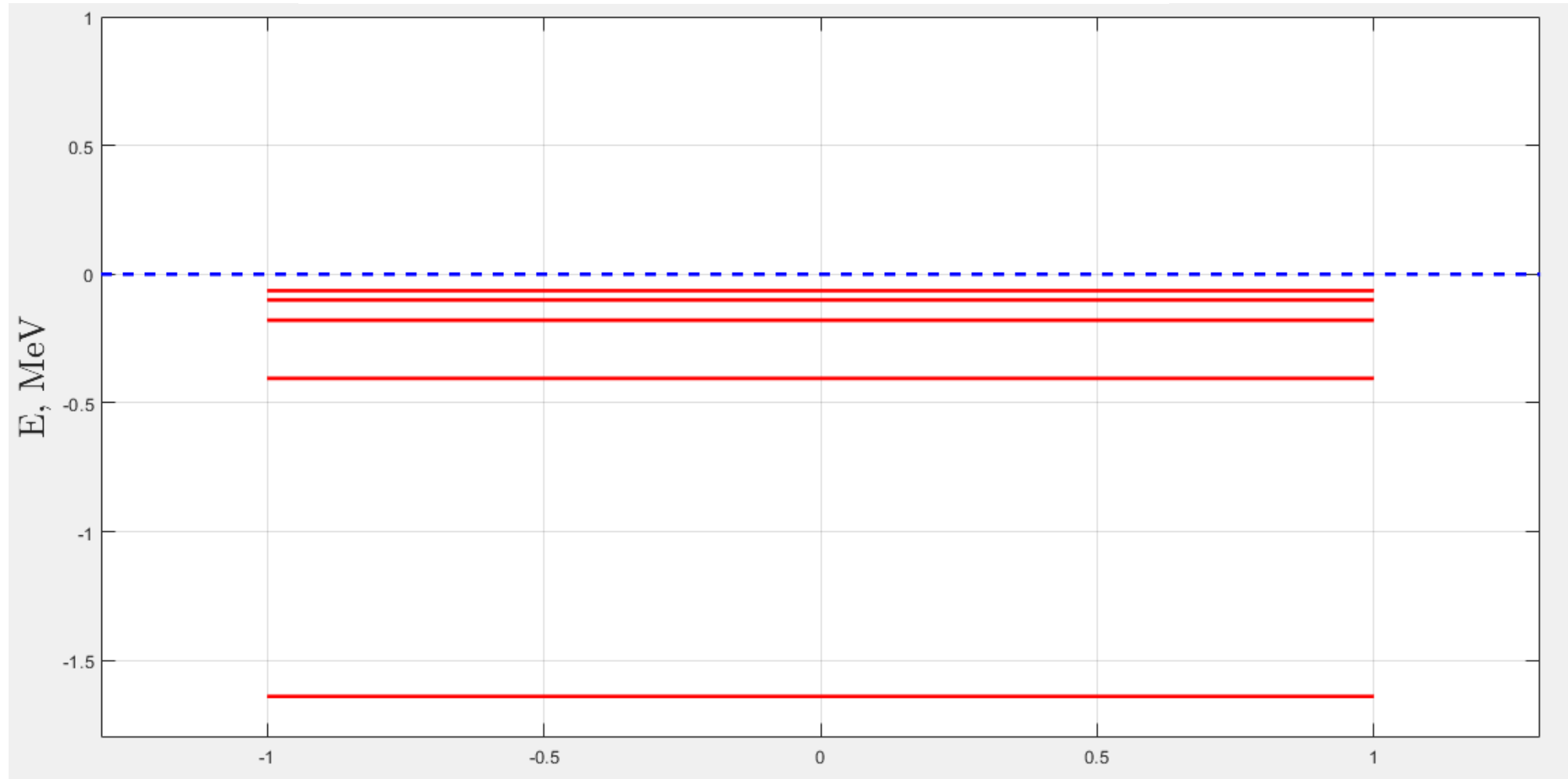
Потенциал взаимодействия гелия в системе OHe – ядро.



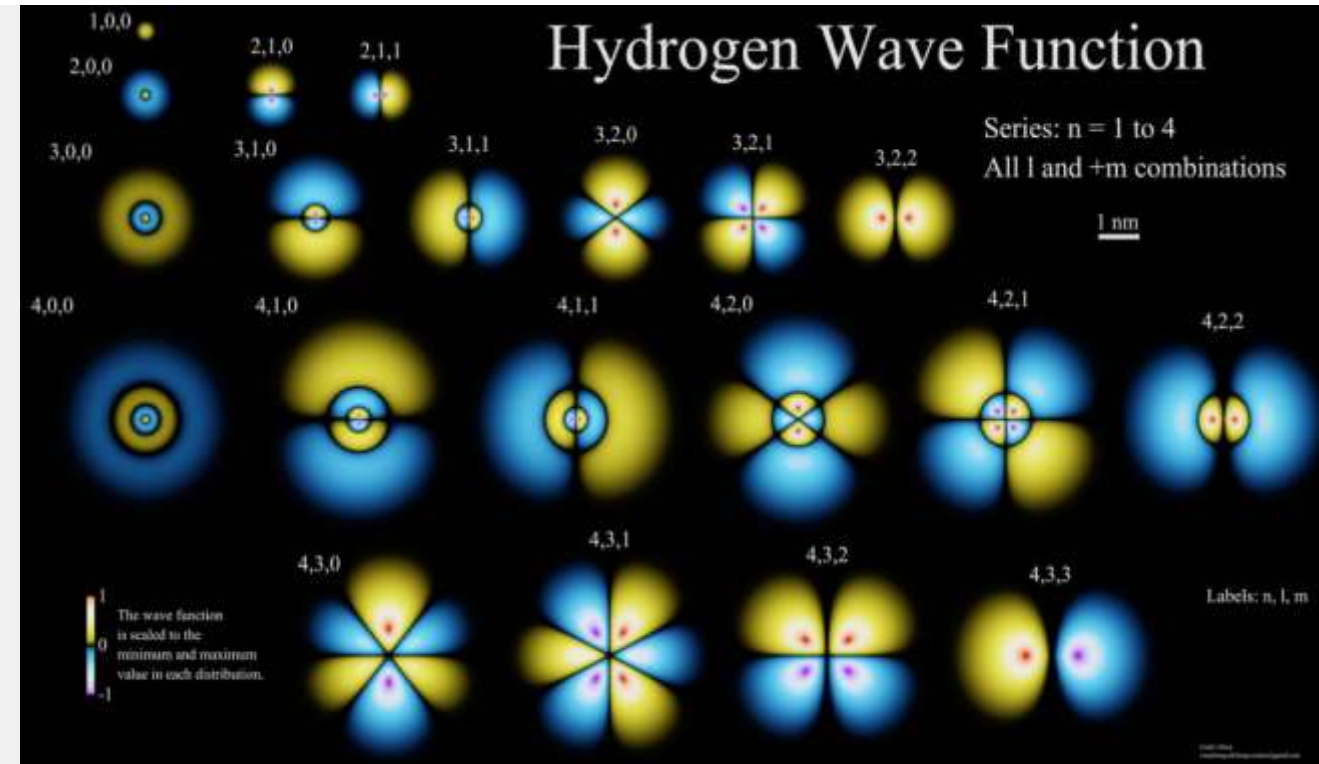
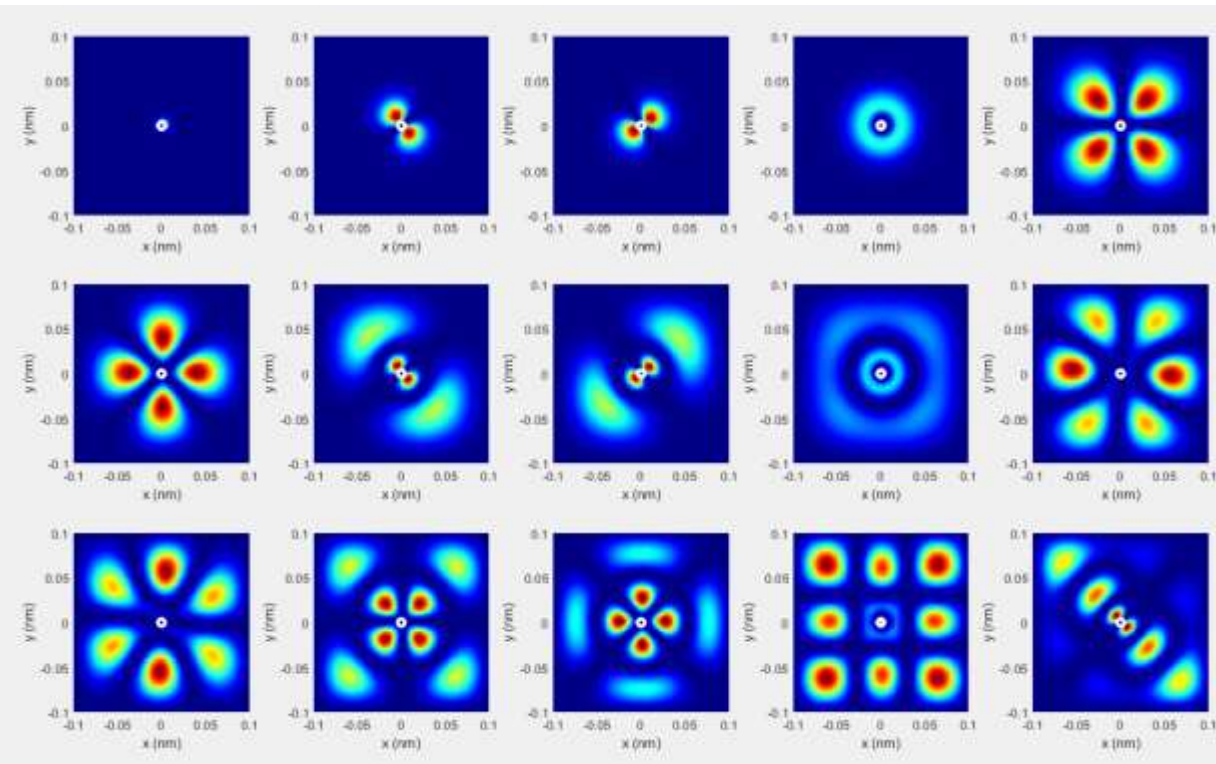
$$U_{He} = -\frac{4e^2}{r} + \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$

Одномерное уравнение Шрёдингера для атома О-гелия.

$$\Delta_r \Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2} \left(E + \frac{4e^2}{r} \right) \Psi = 0$$



Двумерное уравнение Шрёдингера для атома водорода.



Численный расчёт распределения квадрата модуля волновой функции электрона в атоме водорода в зависимости от квантовых чисел

Заключение

В работе построена численная модель взаимодействия «тёмных» атомов $X\text{He}$ с ядром в двух полуклассических подходах: в подходе восстановления траекторий частиц, который в свою очередь имеет две модели: модель Бора и модель Томсона, и в подходе восстановления потенциала в каждой точке.

При моделировании в приближении атома Бора преобладает упругое взаимодействие и форма эффективного потенциала взаимодействия $O\text{He}$ с ядром качественно совпадает с теоретически ожидаемой. Однако, модель исключает возможность естественной поляризации атома скрытой массы из-за эффекта Штарка, что требует ручного введения дипольного момента и влияет на точность результатов.

При моделировании в приближении атома Томсона из анализа траекторий, при $n=1$, можно выделить два характерных случая, независящих от прицельного параметра: упругое взаимодействие и неупругое, когда частица O^{--} попадает в ядро. В отличие от Боровской модели в модели Томсона теряется квантово-механическая связь в «тёмном» атоме из-за чего атом скрытой массы в части случаев неупруго рассеивается.

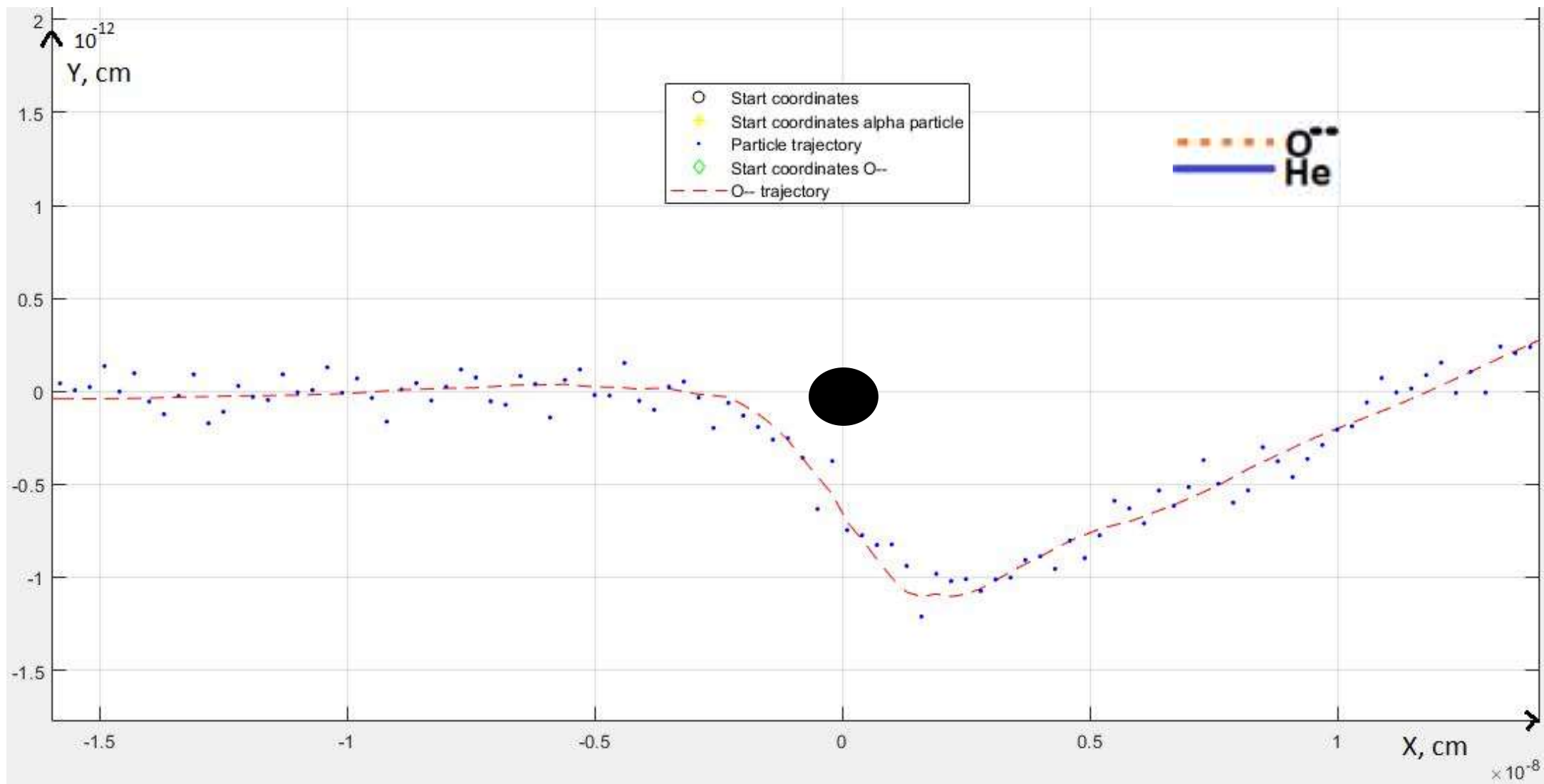
При моделировании в полуклассическом подходе восстановления потенциала в каждой точке форма эффективного потенциала взаимодействия $X\text{He}$ с ядром вещества качественно удовлетворяет теоретически ожидаемой. Однако, при учёте неточности в ядерной силе форма эффективного потенциала взаимодействия значительно отличается от ожидаемой. Энергия связи в системе OHe-Na находится в интервале 2-4 кэВ, что является достаточно тонким эффектом, который при нашем грубом расчёте эффекта Штарка полуклассическим способом мог быть утерян.

Из анализа величины длины дипольного момента в различных подходах и моделях видно, что поляризация атома скрытой массы тем больше, чем ближе он находится к ядру вещества и максимально возможное значение длины дипольного момента δ_{max} "тёмного" атома при взаимодействии с ядром Na равняется порядка 10^{-12} см.

Для улучшения точности результатов расчёта эффективного потенциала взаимодействия необходимо рассмотреть квантово-механический подход, который подразумевает под собой решение уравнение Шрёдингера для гелия в системе OHe - ядро, чтобы квантово-механическим способом вычислить поляризацию атома скрытой массы и таким образом более точно рассчитать потенциал Штарка.

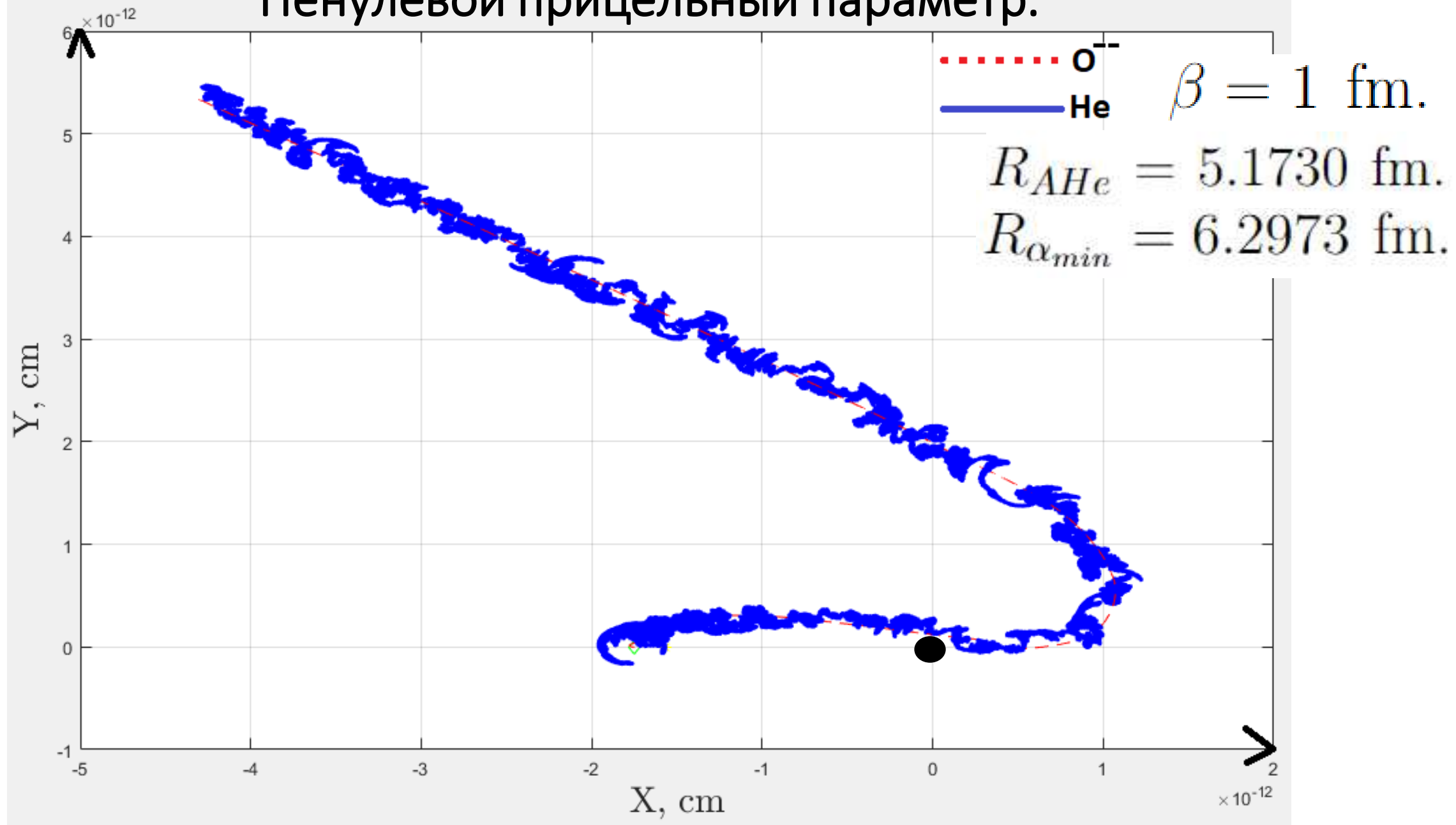
Спасибо за внимание!

Система OHe–ядро без силы Штарка.



Траектория движения альфа-частицы и частицы O^- в плоскости XY

Ненулевой прицельный параметр.



Траектория движения альфа-частицы и частицы O^{--} в плоскости XY

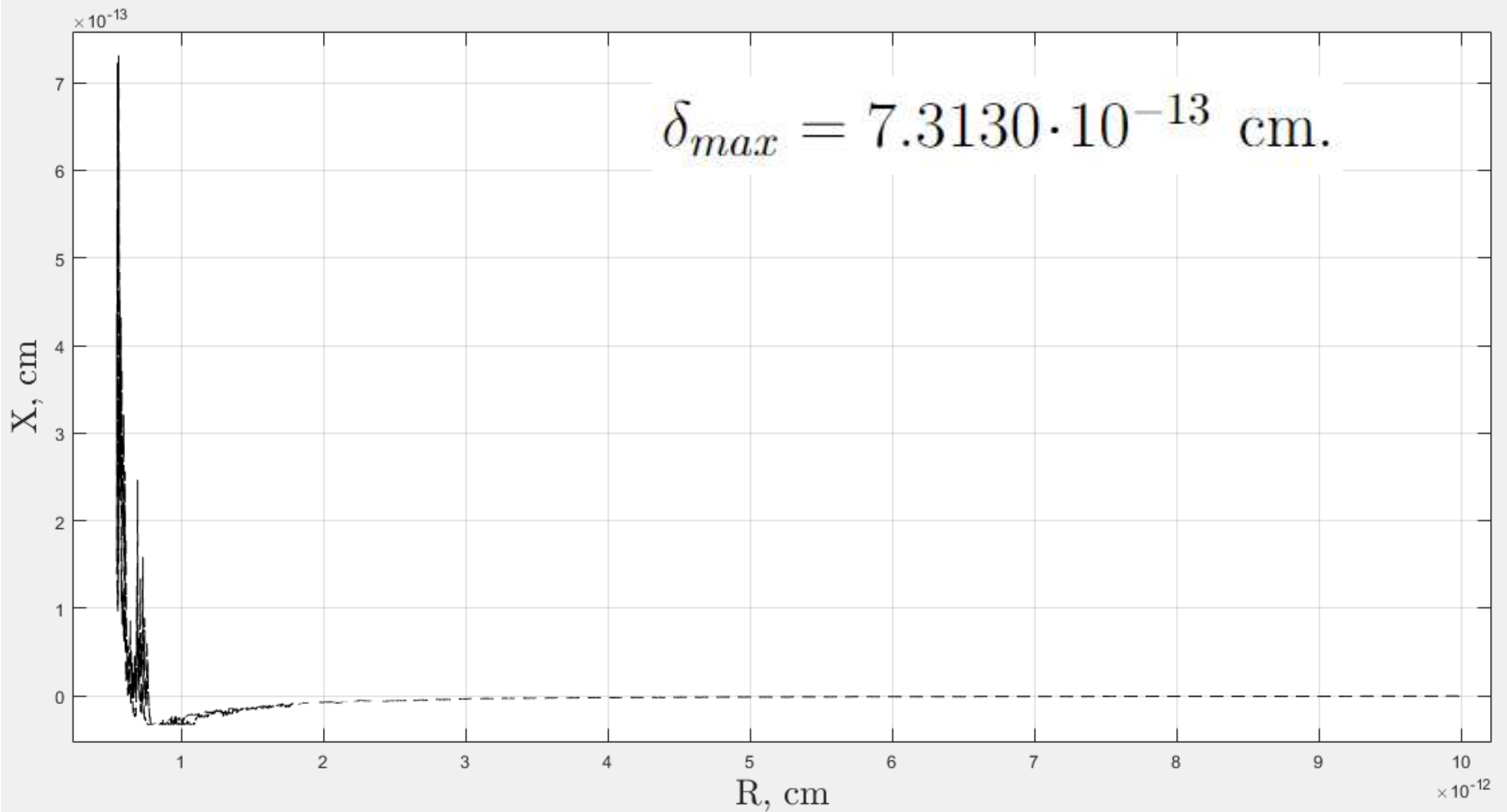
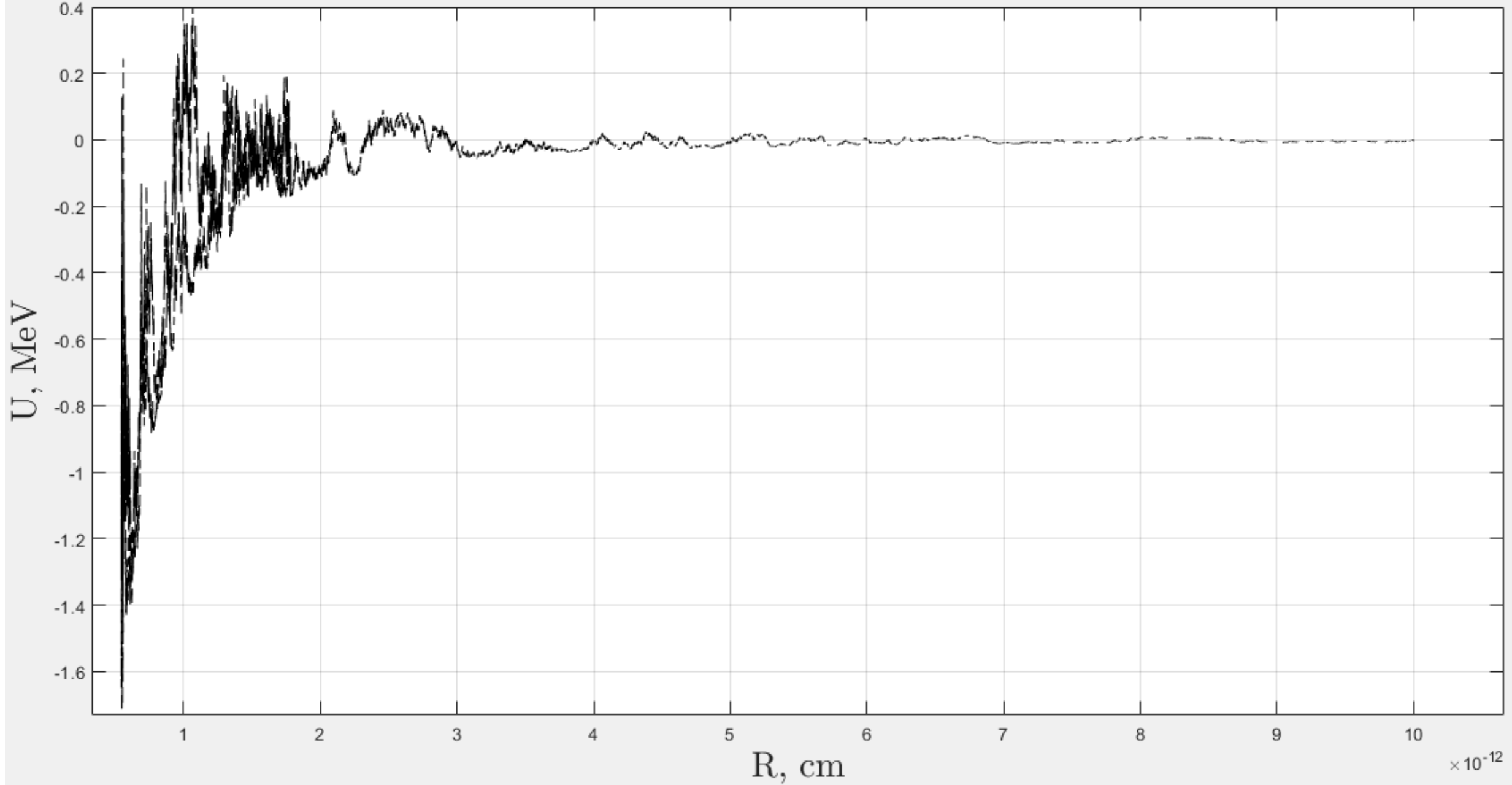
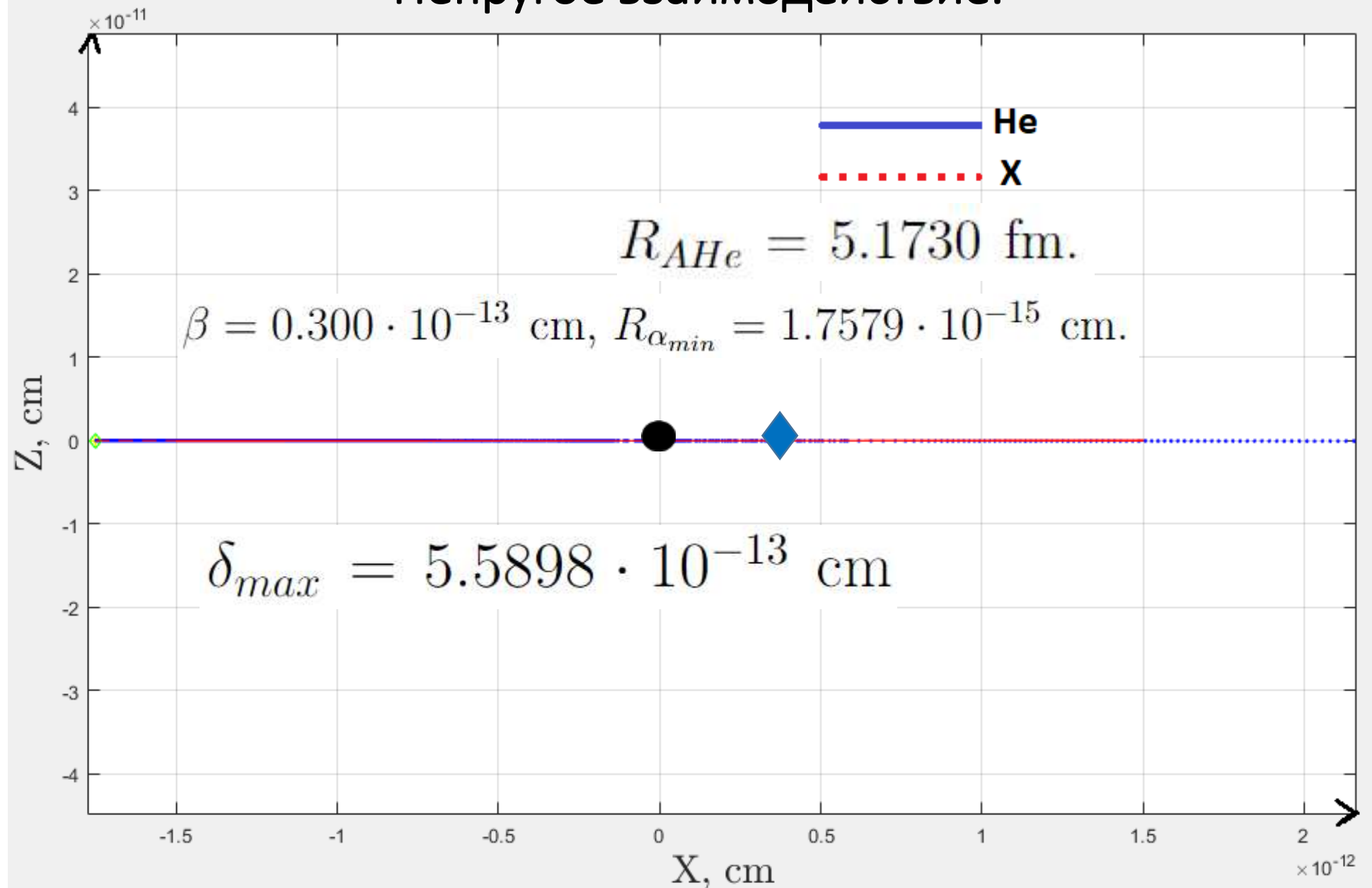


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей O^{--} и ядром-мишенью Na в модели Бора при ненулевом прицельном параметре



Суммарный потенциал взаимодействия между OHe и ядром-мишенью Na в зависимости от радиус-вектора частицы O^{--} при ненулевом прицельном параметре

Неупругое взаимодействие.



Траектории движения nHe и частицы X, при n=1, в плоскости XZ при ненулевом прицельном параметре, для неупругого взаимодействия

