

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

На правах рукописи

ПОПОВ ДАНИЭЛЬ ВАЛЕРЬЕВИЧ

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА СПЕКТРОВ
РЕАКТОРНЫХ АНТИНЕЙТРИНО ДЛЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ
И ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ**

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии»

Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

Москва 2022

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ РАСЧЕТА И АНАЛИЗА СПЕКТРОВ
РЕАКТОРНЫХ АНТИНЕЙТРИНО ДЛЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ
И ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ**

Студент

_____ Д. В. Попов

Научный руководитель,

д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

Рецензент,

д.ф.-м.н., в.н.с.

_____ В. И. Копейкин

Секретарь ГЭК,

к.ф.-м.н.

_____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,

д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

Рук. учеб. прог.,

д.ф.-м.н., проф.

_____ М. Д. Скорохватов

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1 Реакторные антинейтрино и их регистрация	9
1.1 Спектры реакторных антинейтрино	9
1.2 Обратный бета-распад	11
2 Метод конверсии	14
2.1 Соответствие конверсионного и реального спектров реакторных антинейтрино	14
2.2 Алгоритм конверсии КИ	15
2.3 Подгоночные спектры бета-распада	17
2.3.1 Функция Ферми	18
2.3.2 Поправки на конечные размеры ядер	20
2.3.3 Поправка на экранирование	22
2.3.4 Радиационные поправки	23
2.3.5 Слабый магнетизм	25
3 Результаты конверсии	28
3.1 Оценка погрешностей, сравнение с другими моделями и экспериментальными данными	28
3.2 Доказательство устойчивости отношений выходов ОБР	33
3.2.1 Устойчивость к поправкам подгоночных спектров	33
3.2.2 Устойчивость к вкладу запрещенных переходов	37
Заключение	40
Список использованных источников	42
Приложение. Спектры реакторных антинейтрино модели КИ	48

ВВЕДЕНИЕ

С момента открытия электронных антинейтрино в эксперименте Ф. Райнеса и К. Коуэна в Саванна–Ривер [1] было сформулировано и активно развивается по сей день новое направление в физике атомного ядра и элементарных частиц — физика и спектроскопия реакторных антинейтрино. За последние два десятилетия в этой области были достигнуты результаты, имеющие важное значение как для фундаментальных исследований (изучение нейтринных осцилляций, объяснение природы массы нейтрино, поиск стерильных состояний нейтрино и т.д.), так и для прикладных приложений:

- в реакторном эксперименте KamLAND [2] в 2003 — 2008 впервые наблюдалось исчезновение потока антинейтрино реактора, что согласовывалось с гипотезой нейтринных осцилляций;
- впервые в реакторном эксперименте Double Chooz [3] было указано на ненулевое значение угла смешивания θ_{13} , что открывало возможность планирования дальнейших осцилляционных экспериментов, чувствительных к иерархии масс нейтрино и возможному CP–нарушению в лептонном секторе; дальнейшие измерения θ_{13} с большей статистикой проводились коллаборациями Daya Bay [4] и RENO [5];
- в реакторных нейтринных экспериментах проводятся исследования, направленные на поиск новой физики вне рамок Стандартной Модели (в частности, уже упоминавшийся поиск стерильных нейтрино — см., например, [6–8]), что в первую очередь связано со следующими экспериментальными аномалиями:
 - ”Reactor Antineutrino Anomaly” (RAA) [9]: измеренный на стандартном удалении 15–100 м от реактора поток реакторных антинейтрино оказался на 5% меньше теоретически ожидаемого [10; 11];
 - ”Bump effect” [12; 13]: в области энергий реакторных антинейтрино 5 — 7 МэВ наблюдается локальный 10% избыток измеренного потока над теоретически ожидаемым [6; 11];

- в Курчатовском Институте (КИ) Л.А. Микаэляном было предложено использовать антинейтрино ядерного реактора в качестве инструмента для удаленного мониторинга работы последнего [14–16]. Идея получает свое развитие и реализацию в недавних работах [17–19], в том числе для задач ядерного нераспространения [20; 21].

Недостаточно полная совокупность сведений о спектрах реакторных антинейтрино может приводить к неопределенностям в анализе реакторных экспериментов, а иногда и к неоднозначной интерпретации результатов. В связи с повышением точности измерений и планированием реакторных экспериментов нового поколения (например, [22]), изучение реакторных спектров антинейтрино в последние годы приобретает особую **актуальность**.

Существует два основных подхода к вычислению спектров реакторных антинейтрино: метод прямого суммирования и метод конверсии. Метод прямого суммирования (также называемый методом *ab initio* — методом расчёта из первых принципов) состоит в вычислении спектров антинейтрино от всех бета-активных продуктов деления топлива ядерного реактора, основную часть которого (более 99%) составляют тяжелые изотопы ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu , и их последующем сложении с учётом активности каждого продукта (см., например, обзор [23] и работу [24]). Всего в спектры бета-электронов и антинейтрино дают вклад порядка нескольких тысяч ядерных переходов; для части переходов экспериментальные данные о схемах распада могут быть не вполне достоверными из-за эффекта пандемониума [25], а в ряде случаев данные совсем отсутствуют. Помимо этого, зачастую имеется разброс в информации о кумулятивных выходах продуктов деления, приводимой в разных базах данных; более того, метод предполагает, что при расчёте спектров для всех осколков деления используются одинаковые допущения и приближения, что не всегда правомерно (см., например, анализ, приведённый в работе [26]). Всё сказанное осложняет предсказания спектров в рамках подхода *ab initio*.

Второй метод — метод конверсии — в своей наиболее широко используемой форме был сформулирован и применен в работах [27–30]. Предложенный подход основан на "генетической" связи между бета-спектрами электронов и антинейтрино и заключается в следующем. Тонкие фольги изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu облучались в потоке тепловых нейтронов реактора Института Лауэ—Ланжевена (ILL), бета-электроны от продуктов деления выводились из

реактора и измерялись спектрометром с высоким разрешением [31]. Каждый измеренный таким образом кумулятивный бета–спектр описывался как сумма некоторого количества (обычно около 30) синтетических разрешенных бета–спектров, параметры которых определялись методом подгонки. Далее, для таких переходов производился пересчет электронного спектра в антинейтринный и полученные спектры суммировались для получения кумулятивных спектров соответствующих изотопов $\rho_{\nu}^{235}(E_{\nu})$, $\rho_{\nu}^{239}(E_{\nu})$, $\rho_{\nu}^{241}(E_{\nu})$.

Поскольку деление ^{238}U инициируется быстрыми нейтронами, соответствующий кумулятивный бета–спектр невозможно было измерить на реакторе ILL, и спектр антинейтрино $\rho_{\nu}^{238}(E_{\nu})$ был рассчитан только из предположений теоретических моделей (например, [32]). Измерение кумулятивного бета–спектра продуктов деления ^{238}U быстрыми нейтронами было выполнено в Техническом университете Мюнхена (TUM) в эксперименте на нейтронном источнике FRM с последующем пересчетом в спектр антинейтрино $\rho_{\nu\text{TUM}}^{238}(E_{\nu})$ [33].

В 2007 году в работе [34] был проведен дополнительный анализ процедуры конверсии на основе моделирования методом Монте–Карло, получены условия применимости этой процедуры, обеспечивающие восстановление спектров реакторных антинейтрино с точностью порядка 1%. В частности, было показано, что для достижения такой точности требуется информация из ядерных баз данных о связи между эффективным средним зарядом ядра и граничной энергией для реальных бета–переходов.

В работе [35] для получения кумулятивных спектров антинейтрино продуктов деления ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu был применен смешанный подход. Сначала спектры электронов и антинейтрино от переходов с хорошо известными параметрами суммировались согласно методу *ab initio*. Далее, для определения вклада неизученных переходов, вычисленный кумулятивный бета–спектр вычитался из данных ILL; результат вычитания преобразовывался методом конверсии в спектр антинейтрино. Итоговый спектр антинейтрино получался сложением вкладов изученных и неизученных переходов. Нормировка спектров антинейтрино, полученных этим новым методом, примерно на 3% превышала нормировку спектров, полученных группой ILL [27–30].

Позднее в работе [36] алгоритм конверсии спектров бета–электронов с использованием только виртуальных бета–переходов был дополнен с помощью введения ряда поправок для описания разрешенных бета–спектров. Результа-

ты для ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu хорошо согласовались с результатами смешанной модели [35] и подтвердили сдвиг нормировки на 3% по сравнению с ILL. По итогам работ [35; 36] была сформирована т.н. модель Huber–Mueller (HM), широко применяемая для анализа реакторных нейтринных экспериментов, сочетающая в себе результаты конверсионной модели [36] для спектров антинейтрино продуктов деления ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu и спектр ^{238}U из работы [35].

Дальнейшее развитие методика расчета спектров получила в работах [37–39] путем рассмотрения запрещенных переходов первого порядка. Известно, что вклад таких переходов в кумулятивные реакторные спектры составляет около 25%, и правильный учет их формы существенен в рамках метода *ab initio*. Метод конверсии же основан на преобразовании измеренного бета–спектра, в котором уже содержится вклад запрещённых переходов. Соответственно, можно ожидать, что процедура конверсии реального бета–спектра в ”генетически” связанный с ним спектр антинейтрино слабо зависит от формы подгоночных спектров. Анализ вопроса в работах [37; 38] показал, что варьирование доли запрещённых переходов приводит к изменениям значений конвертированных спектров в пределах 1–4%. Тем не менее, на данный момент проблема о правильном учёте запрещённых переходов в методе конверсии остается открытой.

Отметим, что ни одна из представленных моделей не объясняет реакторную антинейтринную аномалию [9] и ”bump”–эффект [11–13].

Целью настоящей работы является уточнение кумулятивных спектров реакторных антинейтрино. В ходе исследования ставились следующие **задачи**:

- 1) Сформулировать и реализовать математическую модель процедуры конверсии кумулятивных бета–спектров в спектры антинейтрино, описать ограничения предложенной методики и неучтенные факторы в предсказании реальных реакторных спектров;
- 2) Провести отбор поправок, вносящих существенный вклад (в пределах 1% и выше) в форму одиночных бета–спектров; привести сравнительный анализ различных моделей для одной и той же поправки;
- 3) Сформулировать и реализовать методы анализа погрешностей предложенной процедуры расчета, вызванных как наличием статистических экспериментальных ошибок, так и неопределенностями самой процедуры;
- 4) Провести конверсию кумулятивных бета–спектров группы ILL [27–30] в спектры антинейтрино, привести сравнение полученных результатов с дру-

гими моделями (НМ [35; 36], TUM [33]) и данными реакторных экспериментов [40].

- 5) Провести анализ устойчивости процедуры расчета к возмущениям исходных данных и используемых допущений;

Научная новизна. Объединение представленной в настоящей работе методики расчета спектров реакторных антинейтрино с данными группы ILL [27–30] и результатами по измерению отношения кумулятивных реакторных бета-спектров, полученными группой НИЦ «Курчатовский институт» [41], формирует новую модель спектров реакторных антинейтрино — модель Курчатовского института (КИ), предсказания которой согласуются с результатами реакторных экспериментов и позволяют решить проблему RAA [42]. Представленный анализ аддитивности влияния различных поправок на процедуру конверсии объясняет различие спектров антинейтрино моделей НМ [35; 36] и ILL [27–30] и позволяет упростить вычисления наблюдаемых величин.

Методология и методы исследования. Настоящая работа является расчетно–теоретической и в основном использует численные методы (в частности, Монте-Карло) и методы статистического анализа. При описании бета-спектра и его поправок используется аппарат квантовой механики и квантовой теории поля.

1 РЕАКТОРНЫЕ АНТИНЕЙТРИНО И ИХ РЕГИСТРАЦИЯ

1.1 СПЕКТРЫ РЕАКТОРНЫХ АНТИНЕЙТРИНО

Принцип работы ядерного реактора основан на самоподдерживающейся, цепной реакции деления тяжелых ядер, сопровождающейся выделением энергии. При одном таком делении образуется 2 (или более) нестабильных осколка с избыточным числом нейтронов, которые претерпевают серию бета-распадов для возвращения в долину стабильности. На один акт деления приходится в среднем 6 бета-распадов, что соответствует рождению 6 электронных антинейтрино с энергиями от 0 до 8 МэВ.

Поток антинейтрино $\Phi_\nu(E_\nu, t)$ на расстоянии L от центра активной зоны реактора в момент времени t в дипольном приближении описывается следующим уравнением:

$$\Phi_\nu(E_\nu, t) = \frac{1}{4\pi L^2} \sum_i N_f^{(i)}(t) \rho_\nu^{(i)}(E_\nu) [\text{МэВ}^{-1} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}], \quad (1.1)$$

где индекс i пробегает значения ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu , ^{241}Pu , $N_f^{(i)}(t)$ — число делений i -ого изотопа в единицу времени в момент времени, $\rho_\nu^{(i)}(E_\nu)$ — кумулятивный спектр реакторных антинейтрино продуктов деления i -ого изотопа «в момент рождения», нормированный на одно деление i -ого изотопа.

Отметим, что продукты деления ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu являются основными, но не единственными источниками реакторных антинейтрино. Существуют и другие процессы, приводящие к излучению антинейтрино, такие как, например, захват нейтронов в материалах активной зоны реактора. Описание этих процессов, которые далее не рассматриваются, можно найти в [43]. Их вклад в интенсивность составляет не более 3-3.5% и важен только в области до

3–3.5 МэВ.

Числа делений $N_f^{(i)}$ связаны с тепловой мощностью реактора P_{th} соотношением

$$P_{\text{th}} = \sum_i N_f^{(i)} \varepsilon_i = N_f \sum_i \alpha_i \varepsilon_i = N_f \langle \varepsilon \rangle, \quad (1.2)$$

где $N_f = \sum_i N_f^{(i)}$ — полное число делений, $\alpha_i = N_f^{(i)}/N_f$ — доля делений i -ого изотопа, ε_i — тепловая энергия, выделяемая в активной зоне при одном делении i -ого изотопа, $\langle \varepsilon \rangle = \sum_i \alpha_i \varepsilon_i$ — средняя тепловая энергия, выделяемая в активной зоне при одном делении.

В этих обозначениях поток антинейтрино (1.1) можно представить в одной из следующих форм:

$$\Phi_\nu(E_\nu, t) = \frac{N_f}{4\pi L^2} \sum_i \alpha_i(t) \rho_\nu^{(i)}(E_\nu) = \frac{P_{\text{th}}}{4\pi L^2 \langle \varepsilon \rangle} \sum_i \alpha_i(t) \rho_\nu^{(i)}(E_\nu). \quad (1.3)$$

Каждый из кумулятивных спектров антинейтрино $\rho_\nu^{(i)}(E_\nu)$ является суммой по всем возможным продуктам деления f и по всем возможным реализациям их бета-распадов b [35; 44]:

$$\rho_\nu^{(i)}(E_\nu) = \sum_f \sum_b a_f \text{BR}_f^b \rho_\nu^{fb}(E_\nu, Q_{fb}, Z_f, A_f), \quad (1.4)$$

где a_f — активность f -ого элемента, нормированная на одно деление i -ого изотопа, BR_f^b — коэффициент ветвления (branching ratio) — доля f -ядер, распадающихся по данной b -ветви относительно всех f -ядер, Q_{fb} — граничная энергия бета-распада (часто вместо Q_{fb} используют $E_0^{(fb)} = Q_{fb} + m_e$ — граничную энергию спектра, выраженную в терминах полной энергии), Z_f, A_f — заряд и атомный номер f ядра. Входящий в (1.4) одиночный спектр антинейтрино $\rho_\nu^{fb}(E_\nu, Q_{fb}, Z_f, A_f)$ "генетически" связан с соответствующим ему одиночным бета-спектром:

$$\rho_\beta^{fb} = k p_\beta E_\beta (Q_{fb} - T_\beta)^2 F(Z_f, E_\beta) C^{fb}(E_\beta) \delta(Q_{fb}, Z_f, E_\beta), \quad (1.5)$$

где k — нормировочный множитель, $p_\beta, T_\beta, E_\beta$ — импульс, кинетическая и полная энергии β -электрона соответственно, $F(Z_f, E_\beta)$ — функция Ферми, опи-

сывающая кулоновское взаимодействие β -электрона с дочерним ядром. Множитель $C^{(bf)}(E_\beta)$ — фактор формы — включает в себе ядерный матричный элемент и зависит от запрещенности перехода (в случае разрешенных переходов он равен единице). Последний множитель $\delta(Q_{fb}, Z_f, E_\beta)$ содержит различные поправки к одиночному спектру (связанные, например, с конечными размерами ядер, экранированием дочернего ядра от β -электронов электронами с атомных оболочек и т.д.), наиболее существенные из которых будут далее обсуждаться дополнительно. Для получения искомого $\rho_\nu^{fb}(E_\nu, Q_{fb}, Z_f, A_f)$ в выражении (1.5) необходимо сделать замену $T_\beta = E_\nu \rightarrow Q_{fb} - T_\beta$ и изменить поправки, входящие в $\delta(Q_{fb}, Z_f, E_\beta)$, если для антинейтринного спектра они имеют отличный вид, чем для бета-спектра.

1.2 ОБРАТНЫЙ БЕТА-РАСПАД

С момента открытия в экспериментах на ядерном реакторе [1], детектирование антинейтрино осуществляется, в основном, по реакции обратного бета-распада (ОБР)



с пороговой энергией антинейтрино

$$E_{\text{thr}} = \frac{(m_n + m_e)^2 - m_p^2}{2m_p} \approx 1.806 \text{ [МэВ]} , \quad (1.7)$$

где m_n, m_p и m_e — массы нейтрона, протона и электрона соответственно.

Сечение реакции ОБР крайне мало (порядка 10^{-43} см²) при энергиях реакторных антинейтрино, поэтому для эффективной регистрации необходимы большие объемы рабочего вещества детектора, в качестве которого обычно используют сцинтиллятор с высоким содержанием протонов. Рожденный в результате ОБР позитрон забирает большую часть энергии реакции, которую затем достаточно быстро (за несколько наносекунд) теряет в рабочем веществе за счет ионизационных и радиационных потерь, после чего происходит аннигиляция позитрона с электронами вещества в два γ -кванта с энергиями $m_e = 0.511$ МэВ. Нейтрон ОБР тем временем замедляется и диффундирует в среде до момента захвата протоном с последующим испусканием γ -кванта с энергией 2.2

МэВ. Происходит это через фиксированное время после реакции ОБР. В результате описанного процесса на выходе детектора появляются два сигнала — быстрый, от потерь энергии позитроном и аннигиляции, и запаздывающий, от захвата нейтрона. Отметим, что сигнал определенной энергии от нейтрона, наблюдаемый через фиксированное время после первого сигнала, выступает в качестве естественного триггера регистрации антинейтринного события.

В наиболее общем виде сечение ОБР представлено в работах [45–47]. В релятивистски-ковариантной форме оно записывается в виде [45]:

$$\frac{d\sigma_{\text{IBD}}}{dt} = \frac{G_F^2 |V_{ud}|^2}{4\pi(s - m_p^2)^2} \sum_{i=1}^7 A_i(s, t), \quad (1.8)$$

где G_F — постоянная Ферми слабого взаимодействия, V_{ud} — ud -элемент СКМ-матрицы смешивания, s, t — мандельштамовские переменные. Явный вид функций $A_i(s, t)$ можно найти в приложении работы [45].

В системе покоя протона, где $s = 2m_p E_\nu, t = m_n^2 - m_p^2 - 2m_p(E_\nu - E_e)$, дифференциальное сечение ОБР записывается как

$$\frac{d\sigma_{\text{IBD}}}{dE_e}(E_e, E_\nu) = 2m_p \frac{d\sigma_{\text{IBD}}}{dt}. \quad (1.9)$$

Отметим, что сечение обратного бета-распада известно с точностью долей процента при известных константах слабого взаимодействия $G_V = G_F g_V$ и $G_A = G_F g_A$, которые можно получить либо из измерения времени жизни свободного нейтрона, либо из измерений угловых корреляций $e\bar{\nu}_e$ в бета-распаде и родственных ему процессах.

Используя выражения (1.8) – (1.9) для дифференциального сечения ОБР и предсказываемый поток антинейтрино ядерного реактора (1.1, 1.3), можно записать ожидаемый спектр позитронов:

$$\frac{dN_e}{dE_e}(E_e, t) = \epsilon N_p \int_{E_\nu^{\min}}^{E_\nu^{\max}} \Phi_\nu(E_\nu, t) \frac{d\sigma_{\text{IBD}}}{dE_e}(E_e, E_\nu) dE_\nu [\text{МэВ}^{-1} \text{с}^{-1}], \quad (1.10)$$

где ϵ — эффективность регистрации, N_p — число протонов мишени. Традици-

онно выражение (1.10) записывают в более удобном виде:

$$\frac{dN_e}{dE_e}(E_e, t) = \frac{\epsilon N_p P_{\text{th}}}{4\pi L^2 \langle \epsilon \rangle} \sum_i \alpha_i(t) \rho_e^{(i)}(E_e). \quad (1.11)$$

Здесь введен спектр позитронов $\rho_e^{(i)}(E_e)$, порождаемый кумулятивным спектром антинейтрино продуктов деления i -ого изотопа "в момент рождения":

$$\rho_e^{(i)}(E_e) = \int_{E_\nu \text{ min}}^{E_\nu \text{ max}} \rho_\nu^{(i)}(E_\nu) \frac{d\sigma_{\text{IBD}}}{dE_e}(E_e, E_\nu) dE_\nu [\text{см}^2 \text{ МэВ}^{-1} \text{ дел}^{-1}]. \quad (1.12)$$

Интегрирование (1.11) по наблюдаемым энергиям позитрона позволяет получить интегральную скорость счета антинейтринных событий в единицу времени:

$$\begin{aligned} N_e(t) &= \frac{\epsilon N_p P_{\text{th}}}{4\pi L^2 \langle \epsilon \rangle} \sum_i \alpha_i \int_{E_e \text{ min}}^{E_e \text{ max}} \rho_e^{(i)}(E_e) dE_e = \frac{\epsilon N_p P_{\text{th}}}{4\pi L^2 \langle \epsilon \rangle} \sum_i \alpha_i \sigma^{(i)} \\ &= \frac{\epsilon N_p P_{\text{th}}}{4\pi L^2 \langle \epsilon \rangle} \langle \sigma \rangle [\text{с}^{-1}]. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Величины $\sigma^{(i)}$ и их среднее значение $\langle \sigma \rangle$ с размерностью $[\text{см}^2 \text{ дел}^{-1}]$ называются сечениями ОБР, взвешенными по спектрам реакторных антинейтрино продуктов деления i -ых изотопов (выходы ОБР на деление i -ого изотопа). По своему построению они характеризуют интенсивность взаимодействия реакторных антинейтрино и являются универсальными наблюдаемыми.

2 МЕТОД КОНВЕРСИИ

2.1 СООТВЕТСТВИЕ КОНВЕРСИОННОГО И РЕАЛЬНОГО СПЕКТРОВ РЕАКТОРНЫХ АНТИНЕЙТРИНО

Перед началом описания алгоритма конверсии, перечислим факторы, ограничивающие точность описания реального спектра антинейтрино от ядерного реактора. Как было отмечено выше, продукты деления ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu являются основными, но не единственными источниками реакторных антинейтрино (см. [43]). Помимо этого, время облучения мишеней изотопов урана и плутония в экспериментах ILL составляло около одних суток, в то время как на энергетических реакторах типа ВВЭР облучение топлива происходит в течение примерно 4 лет. В результате измеренный в ILL спектр является неравновесным и не в полной мере воспроизводит вклад долгоживущих продуктов деления. Учет бета-переходов с временами жизни более суток увеличивает выход бета-электронов на величину до 5% в области энергий до 3 МэВ [43].

Наконец, энергетические спектры нейтронов при облучении мишеней в исследовательском и энергетическом реакторах, вообще говоря, различны. В случае энергетических реакторов в деления изотопов урана и плутония дают вклад надтепловые нейтроны, которые могут изменить выходы продуктов деления. Однако согласно оценке [48], различие в энергии нейтронов приводит к изменению выхода антинейтрино менее чем на 1% на одно деление и не существенно влияет на спектры.

Таким образом, конвертированный спектр антинейтрино не может в полной мере описать спектр антинейтрино от ядерного реактора, особенно в области до 3–3.5 МэВ, где требуется введение вклада дополнительных источников нейтринного излучения (см. [43]).

2.2 АЛГОРИТМ КОНВЕРСИИ КИ

Пусть имеется экспериментально измеренный кумулятивный бета-спектр $\rho_\beta = \left\{ \rho_\beta^{(i)} \pm \Delta\rho_\beta^{(i)} \right\}_{i=1}^N$, содержащий N точек. Выберем пробное число точек \tilde{s} , начиная с последнего значения: $S_{\tilde{s}}^N = \left\{ \rho_\beta^{(N-\tilde{s})}, \rho_\beta^{(N-\tilde{s}-1)}, \dots, \rho_\beta^{(N)} \right\}$, и аппроксимируем их функцией $a\rho_\beta(T_\beta, Q)$ с такими параметрами a и Q , что значение функционала

$$R = R(a, Q) = \sum_{i=N-\tilde{s}}^N \left(\rho_\beta^{(i)} - a \rho_\beta(T^{(i)}, Q) \right)^2 \quad (2.1)$$

минимально. Из этого условия находятся значения $\{\tilde{a}_N, \tilde{Q}_N\}$, соответствующие срезу $S_{\tilde{s}}^N$, т.е.

$$\{\tilde{a}_N, \tilde{Q}_N\} = \operatorname{argmin} [R(a, Q)] . \quad (2.2)$$

После этого строится функция $\tilde{a}_N \rho_\beta(T_\beta, \tilde{Q}_N)$, которая до некоторого значения ρ_β^{N-s} целиком лежит в полосе погрешностей исходного кумулятивного бета-спектра. Значение

$$s = \min \left\{ \tilde{s} : \left(\rho^{(N-\tilde{s})} - \tilde{a}_N \rho_\beta(T_\beta^{(N-\tilde{s})}, \tilde{Q}_N) \right) \geq \Delta\rho_\beta^{(N-\tilde{s})} \right\} \quad (2.3)$$

определяет истинное число точек s в первом срезе. Для набора $S_s^N = \left\{ \rho_\beta^{(N-s)}, \rho_\beta^{(N-s-1)}, \dots, \rho_\beta^{(N)} \right\}$ описанная выше процедура аппроксимации повторяется, находятся истинные значения a_N и Q_N . Полученный подгоночный спектр вычитается из исходного кумулятивного:

$$\rho_\beta^{(i)} == \rho_\beta^{(i)} - a_N \rho_\beta(T_\beta^{(i)}, Q_N), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.4)$$

где "==" означает операцию присваивания.

Алгоритм, описанный выше, итерационно повторяется до тех пор, пока весь экспериментальный спектр ρ_β не будет описан, в результате чего получается набор значений $\{a_i, Q_i\}_{i=1}^M$ (M — число срезов), с помощью которого строится кумулятивный спектр антинейтрино, соответствующий исходному ρ_β :

$$\rho_\nu(E_\nu) = \sum_{i=1}^M a_i \rho_\nu(E_\nu, Q_i) \quad (2.5)$$

Результаты применения процедуры подгонки бета-спектров показывают, что согласие с экспериментальными данными ILL достигается уже при использовании 10–15 виртуальных переходов. Однако, в отличие от гладкого бета-спектра, на конверсионном спектре антинейтрино появляются пилообразные скачки в области верхних границ Q энергии виртуальных бета-переходов. Очевидно, что такие скачки имеют нефизическую природу и не воспроизводят тонкую структуру спектра антинейтрино. Устранение этих скачков в рамках процедуры конверсии КИ проводилось в 2 этапа. На первом этапе к первичному набору виртуальных бета-спектров добавлялись с меньшими весами дополнительные. При этом учитывалось, что в мягкую область энергий реального кумулятивного спектра вносит вклад большее число бета-переходов. Параметры дополнительных ветвей уточнялись в процессе описания всего кумулятивного бета-спектра целиком, с использованием как первичного, фиксированного набора, так и дополнительного. На втором этапе проводилось усреднение уточненного спектра антинейтрино по энергетическим диапазонам шириной 250 кэВ.

Форма подгоночного бета-спектра определяется, вообще говоря, следующими параметрами: нормировочным коэффициентом k , энергией реакции Q , зарядом Z и атомным номером A дочернего ядра. Традиционно на них накладываются дополнительные условия связи, основанной на информации о реальных бета-распадах из ядерных баз данных. Это решение упрощает модель за счет уменьшения числа свободных параметров.

Широко используемый подход состоит в том, чтобы в качестве параметра Z взять эффективный ядерный заряд [29; 34; 36]:

$$\langle Z \rangle(Q) = \frac{\sum_{Z,A} Y(Z, A) \sum_f BR_f(Q) Z}{\sum_{Z,A} Y(Z, A) \sum_f BR_f(Q)} \quad (2.6)$$

где $Y(Z, A)$ — кумулятивный выход деления. В модели конверсии КИ используется аппроксимация $\langle Z \rangle(Q)$ квадратичной функцией, предложенная в работе [36]:

$$\langle Z \rangle(Q) = c_0 + c_1 Q + c_2 Q^2. \quad (2.7)$$

Коэффициенты c_i представлены в таблице 2.1.

Помимо этого, эффективный заряд связывается с атомным номером простым соотношением $A = 2\langle Z \rangle$ (отметим, что влияние параметра A на процедуру конверсии оказывается достаточно малым). Таким образом, в рамках исполь-

Таблица 2.1 — Коэффициенты параметризации $\langle Z \rangle(Q)$

Изоотоп	c_0	c_1	c_2
^{235}U	$48.992_{-0.164}^{+0}$	$-0.399_{-0}^{+0.161}$	$-0.084_{-0.044}^{+0}$
^{239}Pu	$49.650_{-0.214}^{+0}$	$-0.447_{-0}^{+0.036}$	$-0.089_{-0.016}^{+0}$
^{241}Pu	$49.906_{-0.178}^{+0}$	$-0.510_{-0}^{+0.160}$	$-0.044_{-0.052}^{+0}$

зуюемого нами метода конверсии форма подгоночных бета–переходов полностью определяется нормировочным множителем k и энергией реакции Q .

2.3 ПОДГОНОЧНЫЕ СПЕКТРЫ БЕТА–РАСПАДА

Как и в пионерских работах группы К. Шрекенбаха [27–30], процедура конверсии основывалась на подгонке измеренного бета–спектра несколькими виртуальными бета–переходами разрешенного типа, каждый из которых можно описать ”наивным” выражением вида

$$\rho_{\beta}^0(T_{\beta}) = k p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 F(Z, E_{\beta}) , \quad (2.8)$$

где k — нормировочный множитель, p_{β} , T_{β} и E_{β} — импульс, кинетическая и полная энергии электрона, Q — энергия реакции, Z — заряд дочернего ядра, $F(Z, E_{\beta})$ — функция Ферми.

Для уточнения формы спектра, в (2.8) были введены следующие поправочные множители: $L(Z, E_{\beta})$ и $C(Z - 1, E_{\beta}, Q)$ — поправки на конечный радиус ядра и слабого взаимодействия, $S(Z, E_{\beta})$ — поправка на экранирование, $G_{\beta}(E_{\beta}, Q)$ — радиационная поправка, $(1 + \delta_{\text{WM}})$ — поправка, учитывающая вклад слабого магнетизма. Таким образом, для описания подгоночных спектров было использовано следующее выражение:

$$\rho_{\beta}(T_{\beta}) = \rho_{\beta}^0(T_{\beta}) \times L(Z, E_{\beta}) C(Z - 1, E_{\beta}, Q) S(Z, E_{\beta}) G_{\beta}(E_{\beta}, Q) (1 + \delta_{\text{WM}}) . \quad (2.9)$$

Спектр антинейтрино $\rho_{\nu}(E_{\nu})$ получается заменами $T_{\beta} \rightarrow Q - T_{\beta}$ и $G_{\beta} \rightarrow H_{\nu}$, где H_{ν} — радиационная поправка для спектра антинейтрино.

Обсудим каждую из предложенных поправок, её происхождение и вклад в форму одиночного спектра.

2.3.1 ФУНКЦИЯ ФЕРМИ

Функция Ферми $F(Z, E)$ описывает кулоновское взаимодействие точечного дочернего ядра с β -электроном. Формально она определяется как [49]

$$F(Z, E_\beta) = \frac{|\Psi_{\text{Coulomb}}|^2}{|\Psi_{\text{free}}|^2}, \quad (2.10)$$

где Ψ_{free} — свободное решение уравнения Дирака, Ψ_{Coulomb} — решение уравнения Дирака с кулоновским потенциалом. Явный вид функции Ферми описывается следующим уравнением [49]:

$$F(Z, E_\beta) = 2(\gamma + 1)(2p_\beta R)^{(2\gamma-1)} e^{(\pi\alpha Z E_\beta/p_\beta)} \times \frac{|\Gamma(\gamma + i\alpha Z E_\beta/p_\beta)|^2}{|\Gamma(2\gamma + 1)|^2}, \quad (2.11)$$

где $p_\beta = \sqrt{E_\beta^2 - m_e^2}$, — модуль импульса электрона, $\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}$, α — постоянная тонкой структуры, $\Gamma(z)$ — гамма-функция, $R = R(A)$ — радиус ядра, для вычисления которого была использована формула Элтона [50]:

$$R(A) = 1.121A^{1/3} + 2.426A^{-1/3} - 6.614/A \text{ [фм]}. \quad (2.12)$$

На рисунке 2.1 представлены графики функции Ферми (2.11) в зависимости от кинетической энергии бета-электрона T_β для $Z = 35, 45, 55$, а на рисунке 2.2 — нормированные спектры электронов и антинейтрино, иллюстрирующие вклад функции Ферми.

В случае метода конверсии важную роль играет не нормировка спектра (она находится путем подгонки), а его форма. Пусть Δ — какая-либо поправка к одиночному бета-спектру (или спектру антинейтрино). Определим вклад поправки Δ в форму бета-спектра как

$$\tilde{\Delta} = \frac{\tilde{k} p_\beta E_\beta (Q - T_\beta)^2 \cdot \Delta}{k p_\beta E_\beta (Q - T_\beta)^2} = \frac{\tilde{k}}{k} \cdot \Delta, \quad (2.13)$$

где \tilde{k} — нормировка ρ_β с учетом поправки Δ , а k — нормировка ρ_β без учета поправки. Со спектрами антинейтрино поступим аналогично. Заметим, что $\tilde{\Delta}$

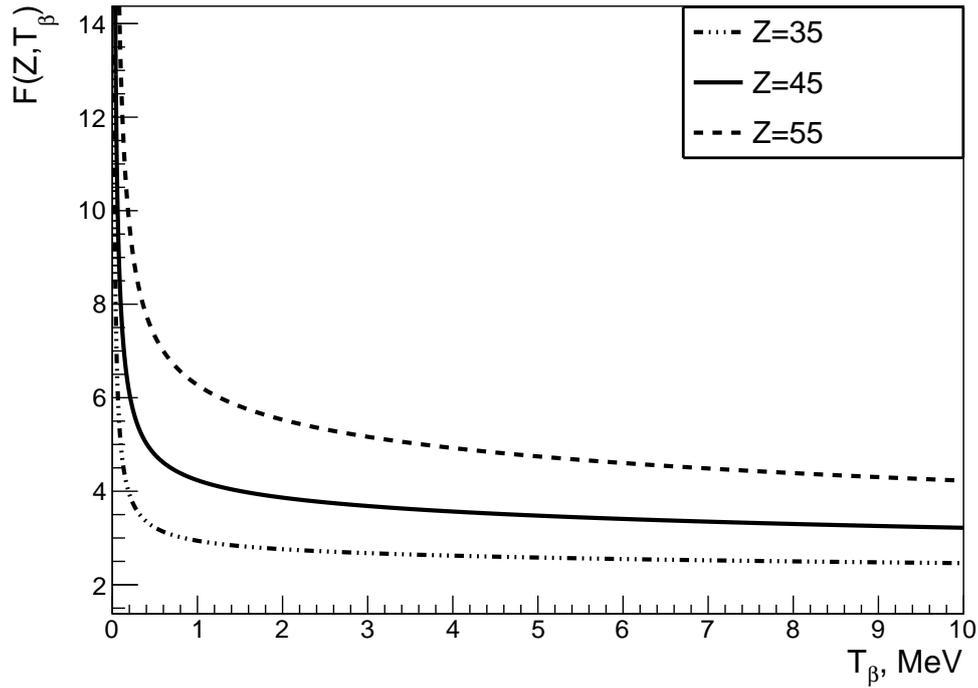


Рисунок 2.1 — Функция Ферми для различных Z в зависимости от кинетической энергии электрона T_β

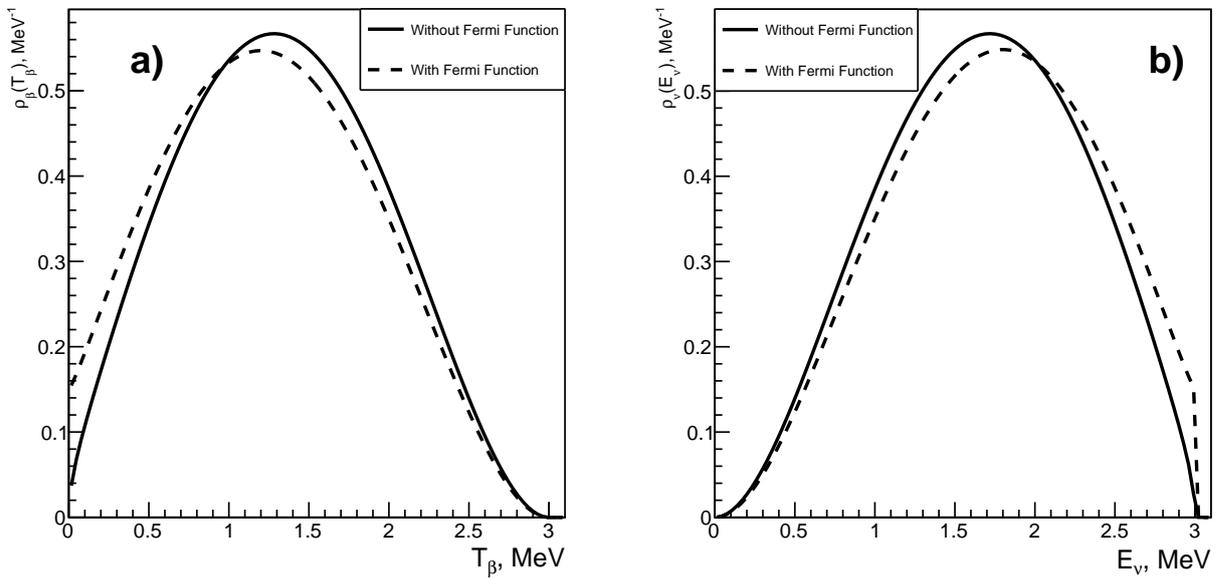


Рисунок 2.2 — Спектры электронов (a) и антинейтрино (b), построенные с учетом и без учета функции Ферми для синтетического бета-распада с $Z = 45$ и $Q = 3$ МэВ

зависит от энергии реакции Q , в отличие от Δ . В дальнейшем мы, обсуждая вклад какой-либо поправки в форму спектра, по умолчанию будем подразумевать именно нормированную поправку, согласно выражению (2.13).

2.3.2 ПОПРАВКИ НА КОНЕЧНЫЕ РАЗМЕРЫ ЯДЕР

При рассмотрении вместо точечного ядра ядра конечного размера, решить уравнение Дирака и получить выражение для уточненной функции Ферми $F(Z, E)$ аналитически не представляется возможным. По этой причине в литературе используют различные приближения, связанные с распределением электрического заряда $\rho_{\text{С1}}$ в ядре. Так, например, ядро можно представить в виде равномерно заряженного шара, радиус которого R подгоняется таким образом, чтобы получить правильное значение $\langle r^2 \rangle^{1/2}$ дочернего ядра [51].

Численное решение уравнения Дирака в такой модели для стабильных ядер было получено в работе [52], а затем расширено в [49] для всех изотопов. Для перехода от точечного ядра к ядру конечного размера достаточно умножить функцию Ферми $F(Z, E)$ на выражение $L_0(Z, E)$, которое в модели [49] имеет вид:

$$L_0^{\text{Wil.}}(Z, E) = 1 + \frac{13(\alpha Z)^2}{60} - ER\alpha Z \frac{(41 - 26\gamma)}{15(2\gamma - 1)} - \alpha Z R \gamma \frac{17 - 2\gamma}{30E(2\gamma - 1)} + \\ + a_{-1} \frac{R}{E} + \sum_{n=0}^5 a_n (ER)^n + 0.41(R - 0.0164)(\alpha Z)^{4.5}, \quad (2.14)$$

$$a_n = \sum_{j=1}^6 b_{j,n} (\alpha Z)^j$$

где $\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z)^2}$, значения коэффициентов $b_{j,n}$ представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 — Коэффициенты параметризации поправки $L_0^{\text{Wil.}}$ для электронов: воспроизведение таблицы 1 работы [49]

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
a_{-1}	0.115	-1.8123	8.2498	-11.223	-14.854	32.086
a_0	-0.00062	0.007165	0.01841	-0.53736	1.2691	-1.5467
a_1	0.02482	-0.5975	4.84199	-15.3374	23.9774	-12.6534
a_2	-0.14038	3.64953	-38.8143	172.137	-346.708	288.787
a_3	0.008152	-1.15664	49.9663	-273.711	657.629	-603.703
a_4	1.2145	-23.9931	149.972	-471.299	662.191	-305.68
a_5	-1.5632	33.4192	-255.133	938.53	-1641.28	1095.36

Помимо описанной выше модели Wilkinson, существует несколько других представлений поправки L_0 . Так, в работе [23] обсуждаются более простые формы L_0 вида:

$$L_0^{\text{Vogel}}(Z, E) = 1 - \frac{10}{9} Z \alpha R E, \quad (2.15)$$

$$L_0^{\text{Hayes}}(Z, E) = 1 - \frac{8}{5} Z \alpha R E \left(1 + \frac{9}{28} \frac{m_e^2}{E^2} \right). \quad (2.16)$$

Заметим, что выражения (2.14 - 2.16) представляются разложениями по малым величинам $(\alpha Z) \approx 0.34$ (при $Z \approx 46$) и $(ER) \approx 0.24$ (при $E \approx 8$ МэВ и $R \approx 6$ фм), причем (2.15) и (2.16) даны до первого порядка по $(\alpha Z ER)$. Исходя из этого, выражение (2.14) представляется более точным, поэтому в модели конверсии КИ использовалось именно оно, т.е. $L_0 = L_0^{\text{Wil}}$.

Описанная выше функция L_0 связана с конечным размером дочернего ядра при рассмотрении электромагнитного взаимодействия и является дополнением к функции Ферми. Помимо неё существует поправка на конечный размер родительского ядра, связанная уже с неточностью слабого взаимодействия (а именно — с конечными длинами волн лептонов и распределением нуклонов внутри ядра) [49]. Её явный вид зависит от разрешенности и типа перехода. В случае разрешенных переходов гамов-теллеровского типа она описывается следующим уравнением [49; 51]:

$$C(Z, E, E_0) = 1 + C_0 + C_1 E + C_2 E^2, \quad (2.17)$$

где

$$\begin{aligned} C_0 &= -\frac{233}{630} (\alpha Z)^2 - \frac{(E_0 R)^2}{5} + \frac{2}{35} E_0 R \alpha Z, \\ C_1 &= -\frac{21}{35} R \alpha Z + \frac{4}{9} E_0 R^2, \\ C_2 &= -\frac{4}{9} R^2. \end{aligned}$$

На рисунке 2.3 показан вклад поправок $L_0(Z, E)$ и $C(Z, E, E_0)$ в форму одиночных спектров, определенный согласно уравнению (2.13).

Из рисунков видно, что вклад $L_0(Z, E)$ составляет 2–4%, а $C(Z, E, E_0)$ — 1.5 – 2.5%. Итоговый вклад эффектов конечного размера может достигать до

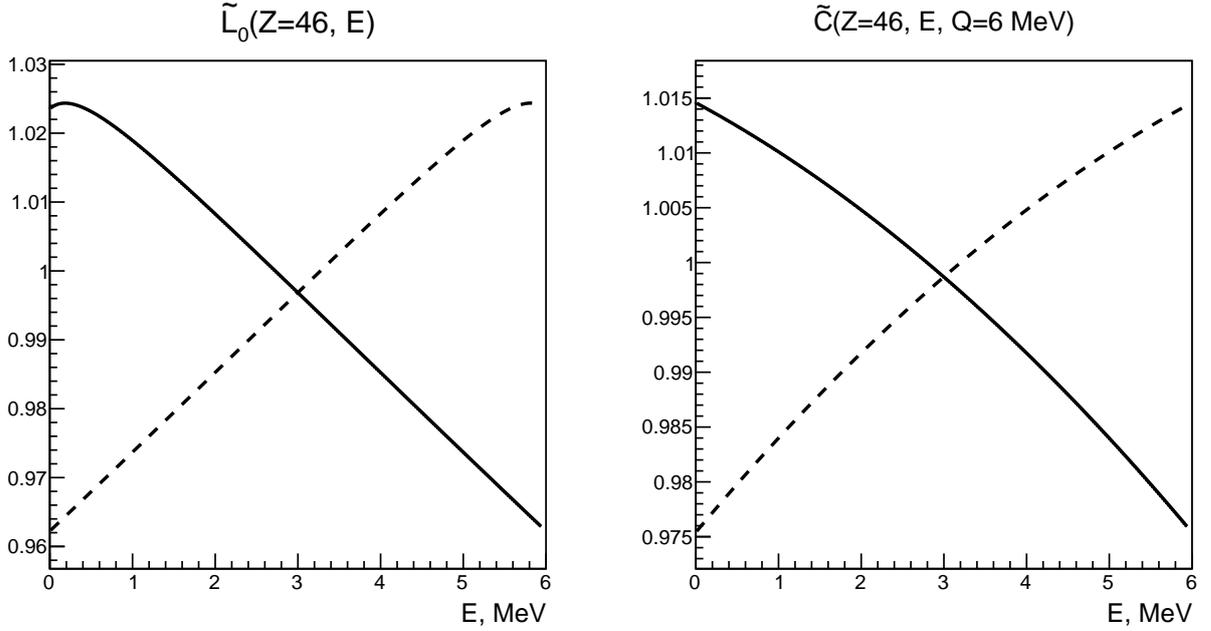


Рисунок 2.3 — Вклад поправок конечного размера в форму одиночного бета-спектра (сплошная линия) и спектра антинейтрино (штриховая линия) для синтетического бета-распада с $Z = 46$ и $Q = 6$ МэВ

6%.

2.3.3 ПОПРАВКА НА ЭКРАНИРОВАНИЕ

Выбор поправки на экранирование S также неоднозначен ввиду существования различных моделей потенциала экранирования. Тем не менее, анализ, представленный в работе [51], показывает, что основные модели экранирования согласуются друг с другом в пределах процента. По этой причине мы используем простое выражение $S(Z, E)$, полученное в работе [53] и наиболее широко применяемое в литературе:

$$S(Z, E) = \begin{cases} \frac{\bar{E}}{E} \left(\frac{\bar{p}}{p}\right)^{(2\gamma-1)} e^{\pi(\bar{y}-y)} \frac{|\Gamma(\gamma+i\bar{y})|^2}{|\Gamma(\gamma+iy)|^2}, & \text{если } \bar{E} > m_e \\ 1, & \text{если } \bar{E} < m_e \end{cases} \quad (2.18)$$

где

$$\bar{E} = E - V_0, \quad \bar{p} = \sqrt{\bar{E}^2 - m_e^2}, \quad y = \frac{\alpha Z E}{p}, \quad \bar{y} = \frac{\alpha Z \bar{E}}{\bar{p}},$$

V_0 — потенциал экранирования:

$$V_0 = \alpha^2 (Z - 1)^{4/3} N(Z - 1), \quad (2.19)$$

$N(Z)$ — линейная интерполяция значений, представленных в таблице 2.3.

Таблица 2.3 — Узлы сеточной функции $N(Z)$ для параметризации поправки на экранирование: воспроизведение таблицы 4.7 работы [53]

Z	1	8	13	16	23	27	29	49	84	92
$N(Z)$	1.000	1.420	1.484	1.497	1.52	1.544	1.561	1.637	1.838	1.907

На рисунке 2.4 представлен вклад в форму одиночных спектров от поправки экранирования.

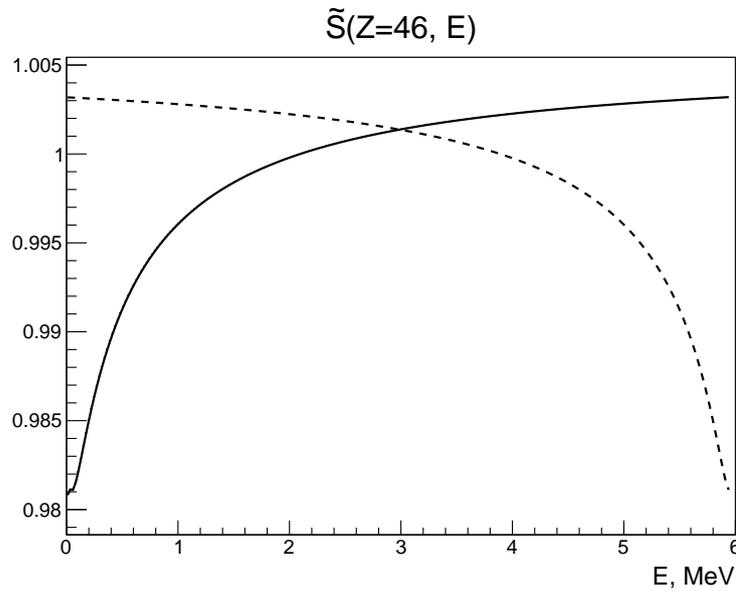


Рисунок 2.4 — Вклад поправки на экранирование в форму одиночного бета-спектра (сплошная линия) и спектра антинейтрино (штриховая линия) для синтетического бета-распада с $Z = 46$ и $Q = 6$ МэВ

Как видно из рисунка 2.4, изменение формы спектра за счет экранирования может достигать до 1.5% при $Q \approx 6$ МэВ (при $Q \approx 2$ МэВ получим изменение формы на 1%, а при $Q \approx 8$ МэВ форма спектра изменится примерно на 2%).

2.3.4 РАДИАЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ

Радиационная поправка обусловлена эффектами квантовой электродинамики и связана с возможностью испускания реальных и виртуальных фотонов. Радиационные поправки G_β и H_ν в лидирующем порядке теории возмущений ($\sim \alpha$) в аналитическом виде были получены в [54; 55]:

$$\begin{aligned}
G_\beta(E_\beta, E_0) &= 1 + \alpha / (2\pi) \cdot g_\beta(E_\beta, E_0), \\
H_\nu(\hat{E}, E_0) &= 1 + \alpha / (2\pi) \cdot h_\nu(\hat{E}, E_0),
\end{aligned} \tag{2.20}$$

где

$$\begin{aligned}
g_\beta &= 3 \ln \left(\frac{m_N}{m_e} \right) - \frac{3}{4} + 4 \left(\frac{\tanh^{-1} \beta}{\beta} - 1 \right) \left[\frac{E_0 - E_\beta}{3E_\beta} - \frac{3}{2} + \right. \\
&\quad \left. + \ln \left(\frac{2(E_0 - E_\beta)}{m_e} \right) \right] + \frac{4}{\beta} L \left(\frac{2\beta}{1 + \beta} \right) + \frac{1}{\beta} \tanh^{-1} \beta \times \\
&\quad \times \left[2(1 + \beta^2) + \frac{(E_0 - E_\beta)^2}{6E_\beta^2} - 4 \tanh^{-1} \beta \right],
\end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}
h_\nu &= 3 \ln \left(\frac{m_N}{m_e} \right) + \frac{23}{4} + \frac{8}{\hat{\beta}} L \left(\frac{2\hat{\beta}}{1 + \hat{\beta}} \right) + 8 \left(\frac{\tanh^{-1} \hat{\beta}}{\hat{\beta}} - 1 \right) \times \\
&\quad \times \ln \left(\frac{2\hat{E}\hat{\beta}}{m_e} \right) + 4 \frac{\tanh^{-1} \hat{\beta}}{\hat{\beta}} \left(\frac{7 + 3\hat{\beta}^2}{8} - 2 \tanh^{-1} \hat{\beta} \right).
\end{aligned} \tag{2.22}$$

Здесь m_N — масса нуклона, $\beta = p_\beta/E_\beta$, $\hat{E} = E_0 - E_\nu$, $\hat{\beta} = \hat{p}/\hat{E}$. Функция $L(x)$, фигурирующая в (2.21) — (2.22), есть функция Спенса, определяемая как

$$L(x) = \int_0^x \frac{\ln(1-t)}{t} dt. \tag{2.23}$$

На рисунке 2.5 показан вклад радиационных поправок в бета-спектр и спектр антинейтрино. В случае бета-спектра изменение формы составляет порядка 6%, в случае спектра антинейтрино порядка 0.5%.

Отметим, что для H_ν существует несколько более подробная модель [56], требующая численных расчётов. В среднем, вклады [55] и [56] отличаются друг от друга на 5%, чем можно пренебречь с учетом малости самой поправки H_ν , вклад которой в форму спектра проявляется только в жесткой области и составляет порядка 1%. Важно подчеркнуть, что используемая поправка не зависит от Z — вклады ($\sim \alpha Z$) имеют более высокий порядок малости.

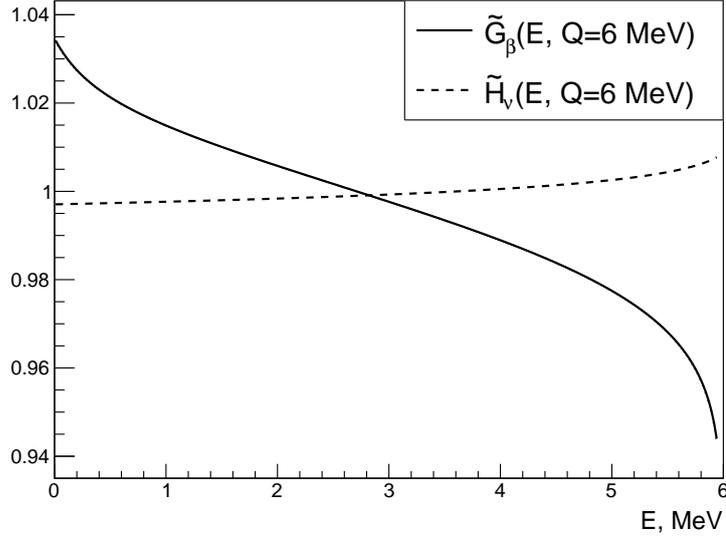


Рисунок 2.5 — Вклад радиационных поправок в форму одиночного бета-спектра (сплошная линия) и спектра антинейтрино (штриховая линия) для синтетического бета-распада с $Z = 46$ и $Q = 6$ МэВ

2.3.5 СЛАБЫЙ МАГНЕТИЗМ

Слабый магнетизм вызван вкладом дополнительного формфактора, кроме g_a и g_v в слабое взаимодействие, что эффективно приводит к взаимодействию магнитного момента ядра и β -электрона. В случае разрешенных переходов гамов-теллеровского типа поправка имеет вид [57]:

$$\delta_{\text{WM}} = \frac{4}{3} E_\beta \left[\frac{\mu_v + \frac{\langle J_f | \vec{\Lambda} | J_i \rangle}{\langle J_f | \vec{\Sigma} | J_i \rangle}}{2m_N g_A} \right] \left(2 - \frac{m_e^2}{E_\beta^2} - \frac{E_0}{E_\beta} \right), \quad (2.24)$$

где m_N — масса нуклона, g_A — аксиальный формфактор (при низких энергиях его можно считать постоянной величиной), μ_v — магнитный момент нуклона, $\vec{\Sigma} = \sum_i \tau_i \vec{\sigma}_i$ — оператор спина, $\vec{\Lambda} = \sum_i \tau_i \vec{l}_i$ — оператор углового момента. Здесь $\vec{l}_i = [\vec{r}_i \times \vec{p}_i]$ — орбитальный момент i -ого нуклона, $\vec{\sigma}_i = 2\vec{S}_i$, \vec{S}_i — спин i -ого нуклона.

Строго говоря, отношение матричных элементов $\frac{\langle J_f | \vec{\Lambda} | J_i \rangle}{\langle J_f | \vec{\Sigma} | J_i \rangle}$ необходимо рассчитывать для каждого перехода индивидуально, однако часто в литературе для простоты его полагают равным $-1/2$. Данное приближение было подробно рассмотрено в работе [57], там же было показано, что оно вносит менее 1%

неопределенности в кумулятивные спектры антинейтрино.

Таким образом, поправка на слабый магнетизм имеет вид:

$$\delta_{\text{WM}} \approx \frac{4}{3} E \frac{\mu_\nu - 1/2}{g_A m_N} \left(1 - \frac{m_e^2}{2E^2} - \frac{E_0}{2E} \right) \approx 0.5\% E \quad (2.25)$$

На рисунке 2.6 показан вклад поправки слабого магнетизма $1 + \delta_{\text{WM}}$. Из рисунка видно, что слабый магнетизм меняет форму одиночного спектра примерно на 2 - 2.5% при высоких значениях Q (при низких $Q \approx 1 - 2$ МэВ вклад будет порядка 1%).

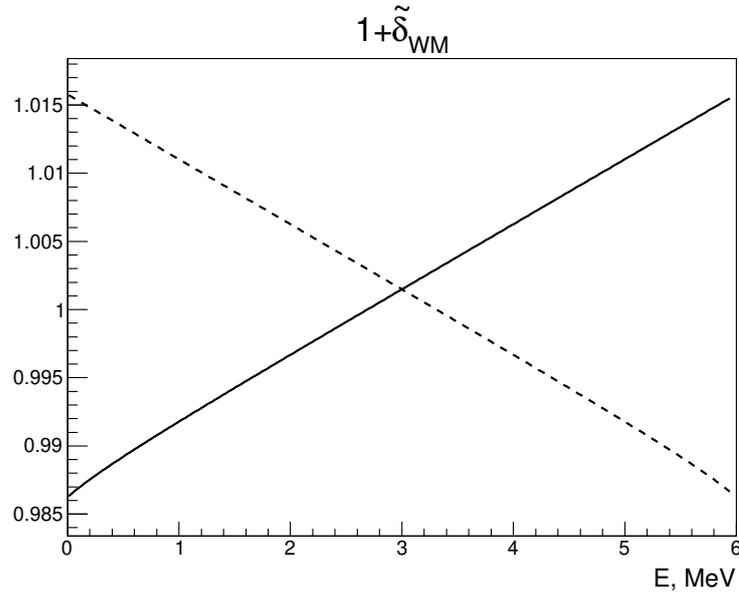


Рисунок 2.6 — Вклад поправки на слабый магнетизм в форму одиночного бета-спектра (сплошная линия) и спектра антинейтрино (штриховая линия) для синтетического бета-распада с $Z = 46$ и $Q = 6$ МэВ

Подытожив вышеизложенное, приведем в сводной таблице 2.4 характерные вклады от каждой поправки и проиллюстрируем их на рисунке 2.7.

Таблица 2.4 — Поправки к виртуальным бета-спектрам, используемые в данной работе.

Поправка	Физический эффект, учитываемый поправкой	Вклад в форму спектров, %	Ссылка
$L(Z, E)$	Влияние размера дочернего ядра, изменяющего вид кулоновского поля.	≈ 2	[49]
$C(Z, E, Q)$	Учет размеров и ядерной структуры родительского ядра, пространственных вариаций лептонных волновых функций.	≈ 2.5	[49]
$S(Z, E)$	Экранирование заряда дочернего ядра электронами атома.	≈ 2.5	[53]
$G_\beta(E, Q)$	Влияние на бета-спектр виртуальных/реальных фотонов вследствие электростатического взаимодействия дочернего ядра с улетающим электроном.	≈ 6	[54]
$H_\nu(E, Q)$	Косвенное влияния электростатического поля дочернего ядра на спектр антинейтрино через обмен виртуальными фотонами и учет тормозного излучения.	≈ 1	[55]
$1 + \delta_{WM}$	Поправка на слабый магнетизм, учитывающая эффективное взаимодействие бета-электрона с магнитным моментом ядра.	≈ 2.5	[57]

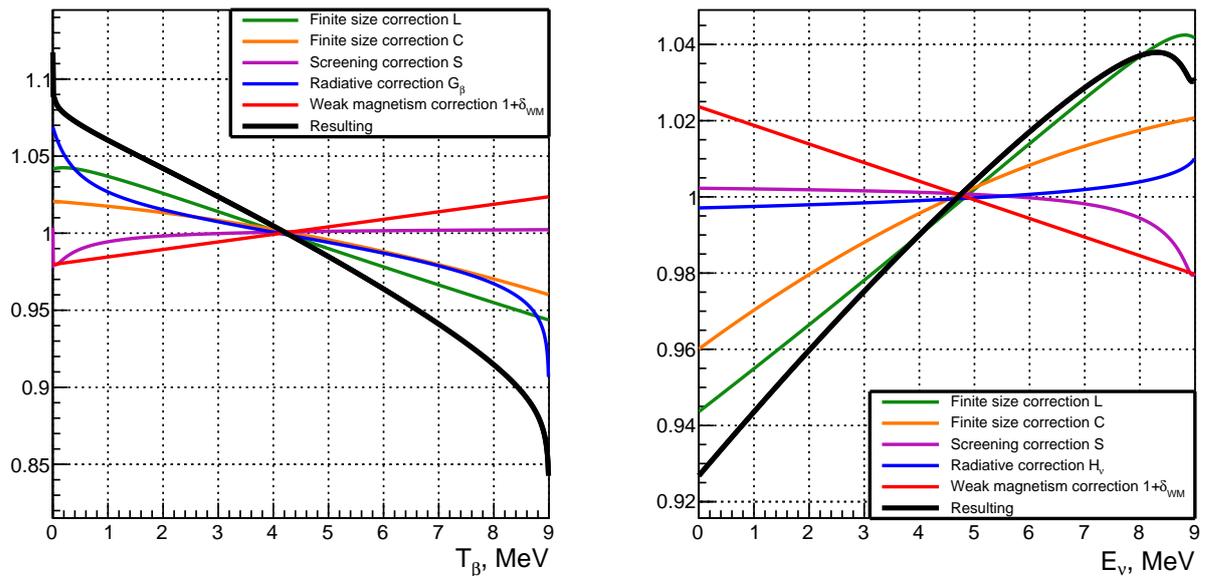


Рисунок 2.7 — Вклад поправок в форму одиночного бета-спектра (левая картинка) и спектра антинейтрино (правая картинка) для синтетического бета-распада с $Z = 46$ и $Q = 9$ МэВ

3 РЕЗУЛЬТАТЫ КОНВЕРСИИ

3.1 ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ, СРАВНЕНИЕ С ДРУГИМИ МОДЕЛЯМИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

В процедуре конверсии были использованы скорректированные, согласно данным работы [58], кумулятивные бета-спектры продуктов деления ^{235}U и ^{238}U . Спектр антинейтрино $\rho_{\text{KI}}^{235}(E_\nu)$ был получен непосредственной конверсией скорректированного бета-спектра, после чего был рассчитан спектр антинейтрино $\rho_{\text{KI}}^{238}(E_\nu)$. Полученные кумулятивные спектры антинейтрино продуктов деления изотопов урана представлены в приложении.

Обсудим ошибки результирующих спектров антинейтрино. Основная погрешность значений связана с переносом ошибок исходного бета-спектра на конвертированный спектр антинейтрино, включающих статистическую погрешность и погрешность нормировки. Погрешности нормировки δ_{norm} бета-спектров напрямую переносились на спектры антинейтрино, они даны в работах [33; 59] и для ^{235}U составляют от 1.7% до 1.9%.

Для оценки статистической погрешности был использован метод многократного повторения процедуры конверсии с варьированием значений бета-спектров в пределах их погрешностей, распределённых по нормальному закону. Полученный таким образом усредненный спектр $\langle\rho_\nu\rangle$ антинейтрино брался как итоговый, а среднеквадратичный разброс значений $\Delta\rho_\nu$ отождествлялся с ошибкой процедуры конверсии δ_{stat} , порожденной статистической погрешностью исходных данных. На рисунке 3.1 в качестве примера приведены полученные описанным выше способом распределения значений спектра антинейтрино ^{235}U для промежуточных энергий антинейтрино 2 МэВ, 4 МэВ, 6 МэВ и 8 МэВ, средние значения распределений и среднеквадратичные отклонения.

Помимо погрешностей δ_{stat} и δ_{norm} , порождаемых ошибками исходных дан-

ных, заметный вклад в погрешность процедуры преобразования оказывают разброс δ_{WM} значений величины слабого магнетизма и ошибки $\delta_{\langle Z \rangle}$ эффективного заряда ядра $\langle Z \rangle(Q)$. Их вклад был рассчитан в работе [36] и составил по совокупности от сотых долей процента до 5% для разных энергий. Итоговая погрешность конвертированного спектра антинейтрино при заданной энергии оценивается как $\delta\rho_\nu = \sqrt{\delta_{\text{stat}}^2 + \delta_{\text{norm}}^2 + \delta_{\text{WM}}^2 + \delta_{\langle Z \rangle}^2}$.

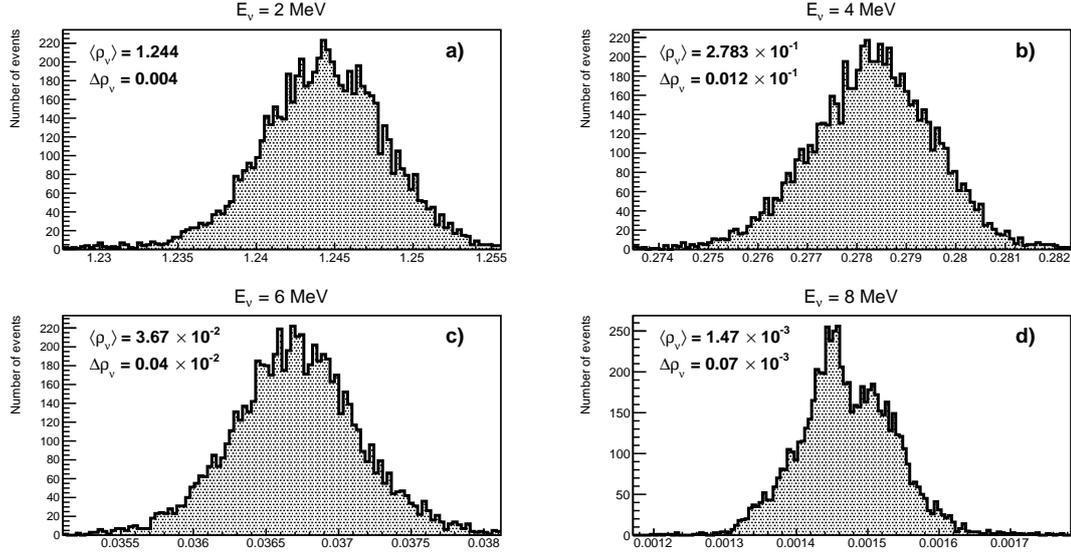


Рисунок 3.1 — распределения значений $\rho_\nu^{235}(E_\nu)$ в единицах $\text{МэВ}^{-1} \text{дел}^{-1}$ для энергий антинейтрино 2 МэВ (а), 4 МэВ (б), 6 МэВ (с), 8 МэВ (д), полученные многократной конверсией за 10000 итераций

На рисунке 3.2 представлено сравнение спектров антинейтрино продуктов деления ^{235}U и ^{238}U , полученных согласно процедуре НМ [35; 36] (для ^{238}U мы дополнительно приводим сравнение со спектром TUM [33]) с теми же спектрами, полученным по процедуре КИ. Видно, что конвертированные спектры антинейтрино продуктов деления изотопов урана показывают существенную разницу, связанную, в основном, с переоценкой исходных кумулятивных бета-спектров. Аналогичным образом была проведена конверсия кумулятивных бета-спектров продуктов деления изотопов плутония, взятых из работы [59], результаты приведены в приложении. Сравнение спектров антинейтрино моделей КИ и НМ для ^{239}Pu и ^{241}Pu , представленное на рисунке 3.3, показывает согласие двух моделей в пределах погрешностей при использовании одинаковых исходных бета-спектров.

Таким образом, модель КИ в целом предсказывает более мягкий спектр реакторных антинейтрино, чем модель НМ.

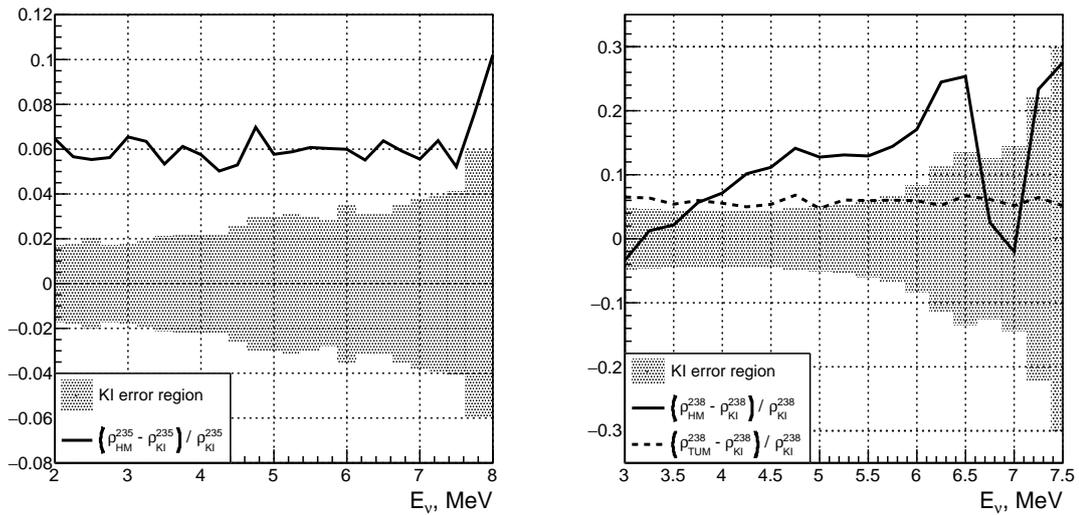


Рисунок 3.2 — Сравнение спектров антинейтрино для ^{235}U и ^{238}U согласно моделям КИ, НМ[35; 36] и TUM [33]

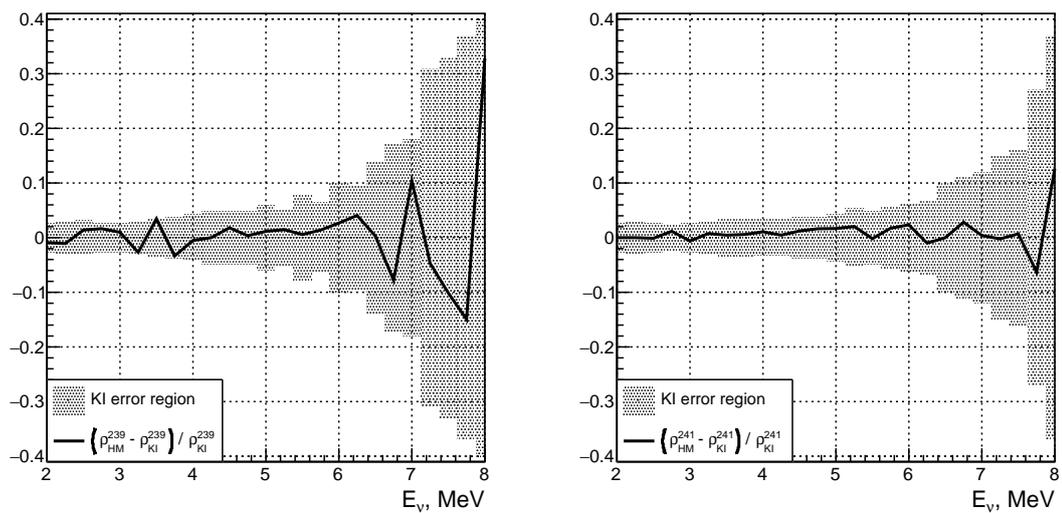


Рисунок 3.3 — Сравнение спектров антинейтрино для ^{239}Pu и ^{241}Pu согласно моделям КИ и НМ[36]

Аккуратное сравнение экспериментальных данных с теоретически предсказываемыми является сложной задачей. На данный момент достоверных измеренных кумулятивных спектров антинейтрино каждого из изотопов по отдельности не существует. Отметим, что предпринимаются попытки измерить спектр продуктов деления ^{235}U на исследовательских реакторах с высокообогащенным топливом, однако из-за малых объемов рабочего вещества детектора в подобных экспериментах, высокого фона и неопределенностях в функции отклика, полученные результаты нельзя считать надежными.

Ввиду вышеизложенных причин, достоверные результаты соответствуют крупным реакторным экспериментам, в которых регистрируется смесь спектральных потоков антинейтрино продуктов деления ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu . Наиболее статистически значимым из таких экспериментов является Daya Bay. Достоверные измеренные спектры Daya Bay представлены в работе [40] и ее приложении и соответствуют спектральной смеси в следующей пропорции средних долей делений изотопов урана и плутония:

$$\alpha^{235} : \alpha^{238} : \alpha^{239} : \alpha^{241} = 0.586 : 0.076 : 0.288 : 0.050. \quad (3.1)$$

С использованием уравнений (1.11) – (1.12), кумулятивных спектров реакторных антинейтрино КИ и средних долей делений (3.1), был построен предсказываемый в рамках модели КИ спектр позитронов ОБР, сравнение которого с экспериментальными данными [40] представлено на рисунке 3.4. Погрешности измеренных спектров соответствуют квадратным корням из соответствующих диагональных элементов ковариационной матрицы $\sqrt{\text{Cov}_{ii}}$, представленной в приложении [40].

Расчет по данным Daya Bay [40] дает следующие значения выходов ОБР:

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{\text{KI}} \rangle &= (5.93 \pm 0.19) \times 10^{-43} \text{ [см}^2 \text{ дел}^{-1} \text{]}, \\ \langle \sigma_{\text{DB}} \rangle &= (5.92 \pm 0.14) \times 10^{-43} \text{ [см}^2 \text{ дел}^{-1} \text{]}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Предсказание модели КИ согласуется с данными Daya Bay в пределах погрешностей (1σ) в области энергий $2 \leq E_\nu < 5$ МэВ и $6.5 < E_\nu \leq 8$ МэВ, что иллюстрирует рисунок 3.4. В диапазоне энергий $5 \leq E_\nu \leq 6.5$ наблюдается локальное превышение наблюдаемого потока над предсказываемым — ”bump”-эффект, который упоминался во введении.

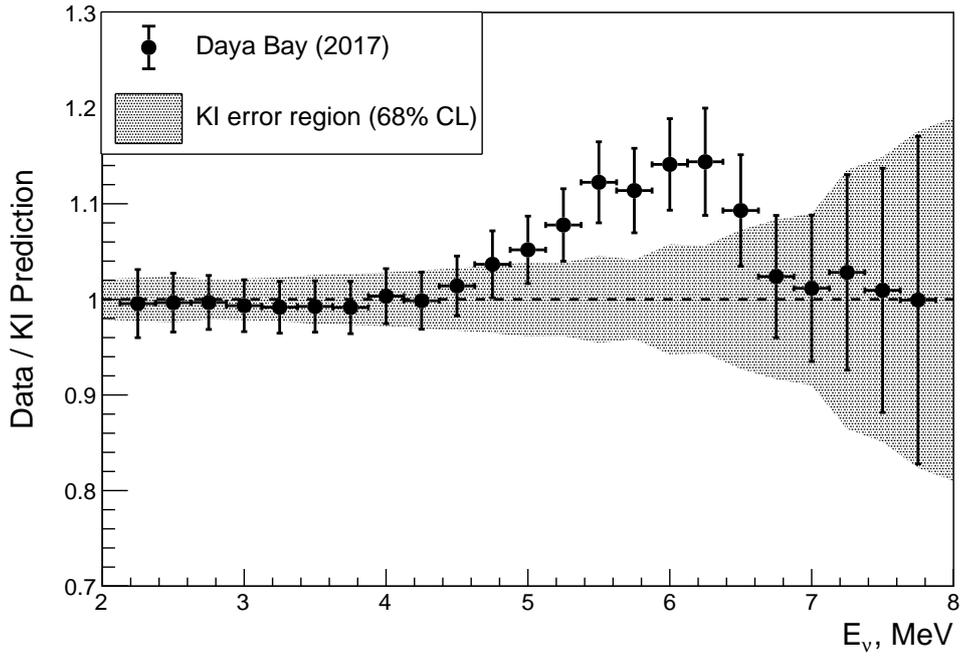


Рисунок 3.4 — Отношение наблюдаемого спектра позитронов Daya Bay [40] к предсказываемому в рамках модели КИ

Отметим, что на данный момент причина ”bump”-эффекта не установлена, в том числе и в модели КИ. Несмотря на это, с учетом вышеизложенного, можно сделать вывод, что в эксперименте Daya Bay в рамках предсказаний модели КИ реакторная антинейтринная аномалия в пределах погрешностей не наблюдается.

3.2 ДОКАЗАТЕЛЬСТВО УСТОЙЧИВОСТИ ОТНОШЕНИЙ ВЫХОДОВ ОБР

3.2.1 УСТОЙЧИВОСТЬ К ПОПРАВКАМ ПОДГОНОЧНЫХ СПЕКТРОВ

Для анализа устойчивости отношения выходов ОБР основных изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu была проведена конверсия спектров группы LL со всевозможными комбинациями поправок модели КИ к одиночному бета-спектру. По результатам каждой из конверсий по полученным спектрам антинейтрино были рассчитаны соответствующие спектры позитронов и выходы ОБР. Полученные результаты представлены в таблицах 3.1–3.3 для трех основных изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu .

Таблица 3.1 — Выходы ОБР ^{235}U в единицах 10^{-43} см² дел⁻¹ для различных наборов поправок, используемых при реконструкции кумулятивного спектра антинейтрино, и их относительные отклонения.

Поправка Δ	$\sigma(\Delta)$	$\frac{\sigma(A)-\sigma(\Delta)}{\sigma(A)}$	$\frac{\sigma(\Delta)-\sigma(1)}{\sigma(\Delta)}$	$\frac{\sigma(A)-\sigma(A-\Delta)}{\sigma(A)}$
1	6.05	3.33%	—	—
(LC)	6.29	-0.30%	3.63%	3.64%
S	6.02	3.79%	-0.47%	-0.45%
G_β	6.13	2.12%	1.24%	1.36%
δ_{WM}	5.99	4.24%	-0.95%	-1.06%
(LC) S	6.25	0.15%	3.19%	3.18%
(LC) G_β	6.36	-1.67%	4.92%	4.85%
(LC) δ_{WM}	6.21	0.76%	2.60%	2.58%
S G_β	6.10	2.58%	0.78%	0.76%
S δ_{WM}	5.96	4.85%	-1.59%	-1.67%
G_β δ_{WM}	6.06	3.18%	0.16%	0.15%
(LC) S G_β	6.33	-1.06%	4.35%	4.24%
(LC) S δ_{WM}	6.17	1.36%	2.00%	2.12%
(LC) G_β δ_{WM}	6.29	-0.45%	3.77%	3.79%
G_β S δ_{WM}	6.03	3.64%	-0.31%	-0.30%
A	6.26	—	3.33%	—

Таблица 3.2 — Выходы ОБР ^{239}Pu в единицах $10^{-43} \text{ см}^2 \text{ дел}^{-1}$ для различных поправок и их комбинаций и их относительные отклонения.

Поправка Δ	$\sigma(\Delta)$	$\frac{\sigma(A)-\sigma(\Delta)}{\sigma(A)}$	$\frac{\sigma(\Delta)-\sigma(1)}{\sigma(\Delta)}$	$\frac{\sigma(A)-\sigma(A-\Delta)}{\sigma(A)}$
1	4.19	3.23%	—	—
(LC)	4.34	-0.23%	3.46%	3.70%
S	4.17	3.70%	-0.48%	-0.46%
G_β	4.24	2.10%	1.18%	1.39%
δ_{WM}	4.15	4.16%	-0.96%	-0.92%
(LC) S	4.32	0.23%	3.00%	3.00%
(LC) G_β	4.41	-1.85%	4.99%	4.85%
(LC) δ_{WM}	4.30	0.69%	2.56%	2.77%
$S G_\beta$	4.21	2.77%	0.48%	0.69%
$S \delta_{\text{WM}}$	4.12	4.85%	-1.70%	-1.85%
$G_\beta \delta_{\text{WM}}$	4.20	3.00%	0.24%	0.23%
(LC) $S G_\beta$	4.37	-0.92%	4.12%	4.16%
(LC) $S \delta_{\text{WM}}$	4.27	1.39%	1.87%	2.10%
(LC) $G_\beta \delta_{\text{WM}}$	4.35	-0.46%	3.68%	3.70%
$G_\beta S \delta_{\text{WM}}$	4.17	3.70%	-0.48%	-0.23%
A	4.33	—	3.23%	—

Запись $\sigma(\Delta)$ здесь и далее означает, что данный выход ОБР был рассчитан по кумулятивному спектру реакторных антинейтрино, полученному конверсией соответствующего кумулятивного бета-спектра с учетом только поправки Δ к одиночной подгоночной бета-ветви. Так, $\Delta = 1$ соответствует конверсии без поправок (отметим, что функция Ферми в этом контексте поправкой не является и учитывается всегда). Аналогично, $\Delta = A$ соответствует включению всех поправок модели КИ, а запись $A - \Delta$ — что учтены все поправки, за исключением Δ .

Таблица 3.3 — Выходы ОБР ^{241}Pu в единицах $10^{-43} \text{ см}^2 \text{ дел}^{-1}$ для различных поправок и их комбинаций и их относительные отклонения.

Поправка Δ	$\sigma(\Delta)$	$\frac{\sigma(A)-\sigma(\Delta)}{\sigma(A)}$	$\frac{\sigma(\Delta)-\sigma(1)}{\sigma(\Delta)}$	$\frac{\sigma(A)-\sigma(A-\Delta)}{\sigma(A)}$
1	5.82	3.16%	—	—
(LC)	6.04	-0.50%	3.64%	3.66%
S	5.78	3.83%	-0.70%	-0.67%
G_β	5.88	2.16%	1.02%	1.16%
δ_{WM}	5.75	4.34%	-1.22%	-1.16%
(LC) S	6.00	0.17%	3.00%	3.16%
(LC) G_β	6.11	-1.67%	4.75%	4.83%
(LC) δ_{WM}	5.97	0.67%	2.52%	2.66%
$S G_\beta$	5.85	2.66%	0.51%	0.67%
$S \delta_{\text{WM}}$	5.72	4.83%	-1.75%	-1.67%
$G_\beta \delta_{\text{WM}}$	5.82	3.16%	0%	0.17%
(LC) $S G_\beta$	6.08	-1.16%	4.28%	4.34%
(LC) $S \delta_{\text{WM}}$	5.94	1.16%	2.02%	2.16%
(LC) $G_\beta \delta_{\text{WM}}$	6.05	-0.67%	3.80%	3.83%
$G_\beta S \delta_{\text{WM}}$	5.79	3.66%	-0.52%	-0.50%
A	6.01	—	3.16%	—

Введем в рассмотрение функционал

$$h(\Delta) = \frac{\sigma(\Delta) - \sigma(1)}{\sigma(\Delta)} = \frac{\sigma(A) - \sigma(A - \Delta)}{\sigma(A)}. \quad (3.3)$$

Второе равенство в данном выражении выполняется с хорошей точностью согласно расчетам, представленным в таблицах 3.1–3.3. Основными свойствами функционала $h(\Delta)$ является его аддитивность по поправкам, то есть выполнение равенства

$$h(\Delta_1 \Delta_2) = h(\Delta_1) + h(\Delta_2), \quad (3.4)$$

и независимость от выбранного изотопа. Обращаем внимание, что оба представленных свойства выполняются с точностью долей процента. С этой же точностью выполняется следующая цепочка равенств:

$$\begin{aligned} \sigma(\Delta_1 \Delta_2) &= \sigma(\Delta_1) \times [1 + h(\Delta_2)] = \sigma(\Delta_2) \times [1 + h(\Delta_1)] = \\ &= \sigma(1) \times [1 + h(\Delta_1 \Delta_2)] = \sigma(1) \times [1 + h(\Delta_1) + h(\Delta_2)] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Отсюда немедленно следует устойчивость отношения выходов ОБР:

$$\frac{\sigma^X(\Delta_1\Delta_2)}{\sigma^Y(\Delta_1\Delta_2)} = \frac{\sigma^X(\Delta_1)}{\sigma^Y(\Delta_1)} \times \frac{1+h(\Delta_2)}{1+h(\Delta_2)} = \frac{\sigma^X(\Delta_2)}{\sigma^Y(\Delta_2)} \times \frac{1+h(\Delta_1)}{1+h(\Delta_1)} = \frac{\sigma^X(1)}{\sigma^Y(1)}, \quad (3.6)$$

Данный вывод подтвержден расчетами, представленными в таблице 3.4 и проиллюстрированными на рисунке 3.5.

Таблица 3.4 — Выходы ОБР основных изотопов в единицах 10^{-43} см² дел⁻¹ для различных поправок и их комбинаций и их относительные отклонения.

Поправка Δ	σ^{235}	σ^{239}	σ^{241}	$\sigma^{235}/\sigma^{239}$	$\sigma^{235}/\sigma^{241}$
1	6.05	4.19	5.82	1.444	1.040
(LC)	6.29	4.34	6.04	1.445	1.041
S	6.02	4.17	5.78	1.443	1.042
G_β	6.13	4.24	5.88	1.446	1.043
δ_{WM}	5.99	4.15	5.75	1.443	1.042
(LC) S	6.25	4.32	6.00	1.447	1.042
(LC) G_β	6.36	4.41	6.11	1.442	1.041
(LC) δ_{WM}	6.21	4.30	5.97	1.444	1.040
S G_β	6.10	4.21	5.85	1.449	1.043
S δ_{WM}	5.96	4.12	5.72	1.447	1.042
G_β δ_{WM}	6.06	4.20	5.82	1.443	1.041
(LC) S G_β	6.33	4.37	6.08	1.449	1.041
(LC) S δ_{WM}	6.17	4.27	5.94	1.445	1.040
(LC) G_β δ_{WM}	6.29	4.35	6.05	1.446	1.040
G_β S δ_{WM}	6.03	4.17	5.79	1.446	1.041
A	6.26	4.33	6.01	1.446	1.042

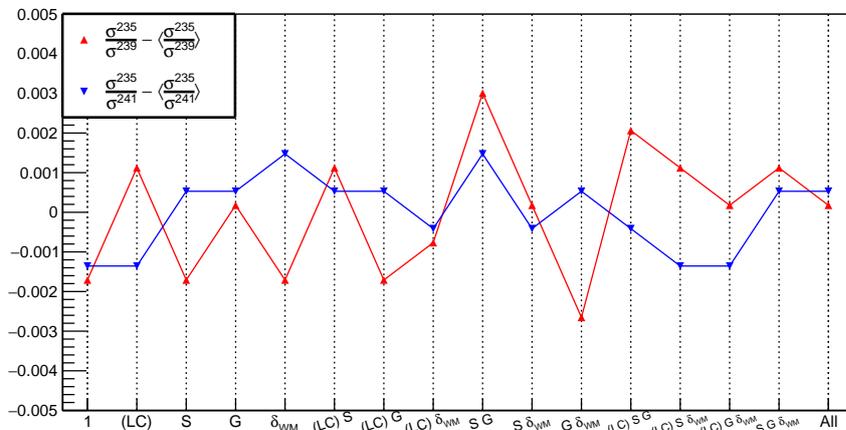


Рисунок 3.5 — Отклонения отношений выходов ОБР от их среднего значения для разных наборов поправок

Средние значения величин $\langle \sigma^{235}/\sigma^{239} \rangle = 1.44$, $\langle \sigma^{235}/\sigma^{241} \rangle = 1.04$, а относительный разброс для обоих случаев составляет 0.2%. Отметим, что погрешности этих величин составляют 3% \gg 0.2%. Таким образом, отношение выходов ОБР является устойчивой величиной относительно вариаций в процедуре конверсии, связанных с учетом дополнительных поправок, которые, как было показано, вносят вклад независимо друг от друга.

3.2.2 УСТОЙЧИВОСТЬ К ВКЛАДУ ЗАПРЕЩЕННЫХ ПЕРЕХОДОВ

Для анализа вклада запрещенных переходов в конвертированные спектры антинейтрино и выходы ОБР форма используемых синтетических подгоночных спектров модели КИ (2.9) была модернизирована следующим образом:

$$\rho_{\beta}(T_{\beta}) = \rho_{\beta}^0(T_{\beta}) \times \sum_j \alpha_j(Q) C_j(T_{\beta}, Q) (1 + \delta_{\text{WM}}^{(j)}). \quad (3.7)$$

Здесь индекс j нумерует тип запрещенного перехода (в настоящей работе мы рассматриваем гамма-теллеровские переходы первой степени запрета, которые вносят до 30% вклада в реальный реакторный спектр), C_j — фактор формы, $\delta_{\text{WM}}^{(i)}$ — поправка, учитывающая слабый магнетизм для данного запрещенного перехода, $\alpha_j(Q)$ — доля запрещенных переходов j -ого типа на данном энергетическом интервале. В таблице 3.5 представлены используемые аналитические выражения для факторов формы $C_j(T_{\beta}, Q)$ и поправок на слабый магнетизм, данные в [37; 39; 60]. Входящие в факторы формы $C_j(T_{\beta}, Q)$ величины \tilde{F} называются Ферми-подобными функциями, их явный вид можно найти, например, в работе [60]. Отметим, что в (3.7) входят и разрешенные переходы, для которых фактор формы $C = 1$, а поправка δ_{WM} определена выше (см. формулу 2.25).

В работе [39] было предложено определять доли $\alpha_j(Q)$ с использованием ядерных баз данных (ЯБД) и для каждого типа запрета выбирать индивидуальную параметризацию эффективного заряда $\langle Z \rangle(Q)$. Этот подход осложняется неполнотой ЯБД (в частности, основные неопределенности вызваны переходами GT 0⁻ и GT 1⁻).

В настоящей работе для анализа устойчивости отношений спектров антинейтрино и выходов ОБР был использован более общий подход: на каждом

Таблица 3.5 — Факторы формы и поправки на слабый магнетизм для однократно запрещенных гамма–теллеровских переходов.

ΔJ^π	Фактор формы $C(E_\beta, E_\nu)$	Слабый магнетизм δ_{WM}
0^-	$E_\nu^2 + p_\beta^2 \tilde{F}_{p_{1/2}} + 2p_\beta E_\nu \tilde{F}_{sp_{1/2}}$	0
1^-	$E_\nu^2 + \frac{2}{3} p_\beta^2 \tilde{F}_{p_{1/2}} + \frac{1}{3} p_\beta^2 \tilde{F}_{p_{3/2}} - \frac{4}{3} p_\beta E_\nu \tilde{F}_{sp_{1/2}}$	$\frac{\mu_\nu - 1/2}{m_N g_A} \times \frac{(E_\beta v_\beta^2 - E_\nu)(p_\beta^2 + E_\nu^2) + 2v_\beta^2 E_\beta E_\nu (E_\nu - E_e)/3}{p_\beta^2 + E_\nu^2 - 4v_\beta^2 E_\nu E_\beta/3}$
2^-	$E_\nu^2 + p_\beta^2 \tilde{F}_{p_{1/2}}$	$\frac{3}{5} \frac{\mu_\nu - 1/2}{m_N g_A} \times \frac{(E_\beta v_\beta^2 - E_\nu)(p_\beta^2 + E_\nu^2) + 2v_\beta^2 E_\beta E_\nu (E_\nu - E_e)/3}{p_\beta^2 + E_\nu^2}$

энергетическом отрезке веса $\alpha_j(Q)$ разыгрывались случайным образом (допускались заведомо нереалистичные варианты, в частности, описание всего кумулятивного бета–спектра только запрещенными переходами). С использованием полученных таким образом долей запрета и уравнения (3.7) производилась аппроксимация данных ILL [59] и реконструкция спектров антинейтрино для изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu .

На рисунке 3.6 представлена выборка отношений кумулятивных спектров антинейтрино из 500 итераций описанной процедуры. Рисунок 3.7 иллюстрирует распределения значений отношений соответствующих выходов обратного бета–распада.

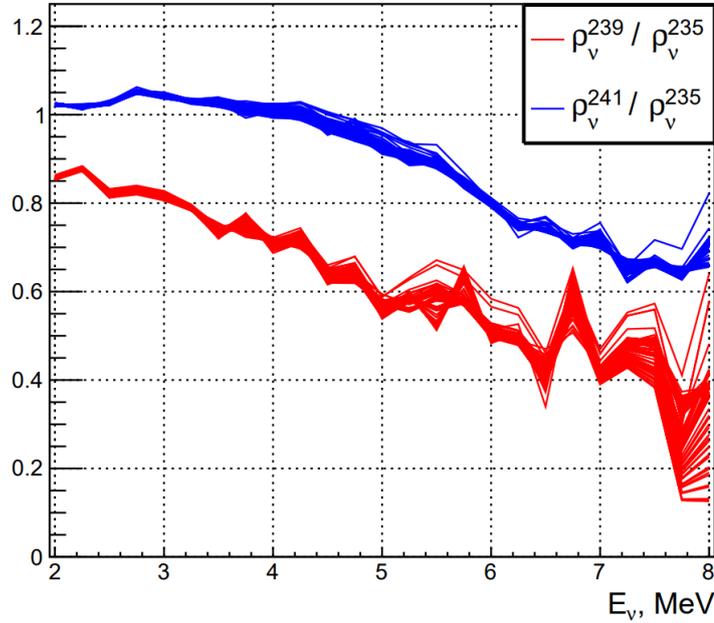


Рисунок 3.6 — Отношения кумулятивных спектров антинейтрино продуктов деления ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu для различных случайных долей запрещенных переходов $\alpha_j(Q)$. Представлена выборка из 500 итераций

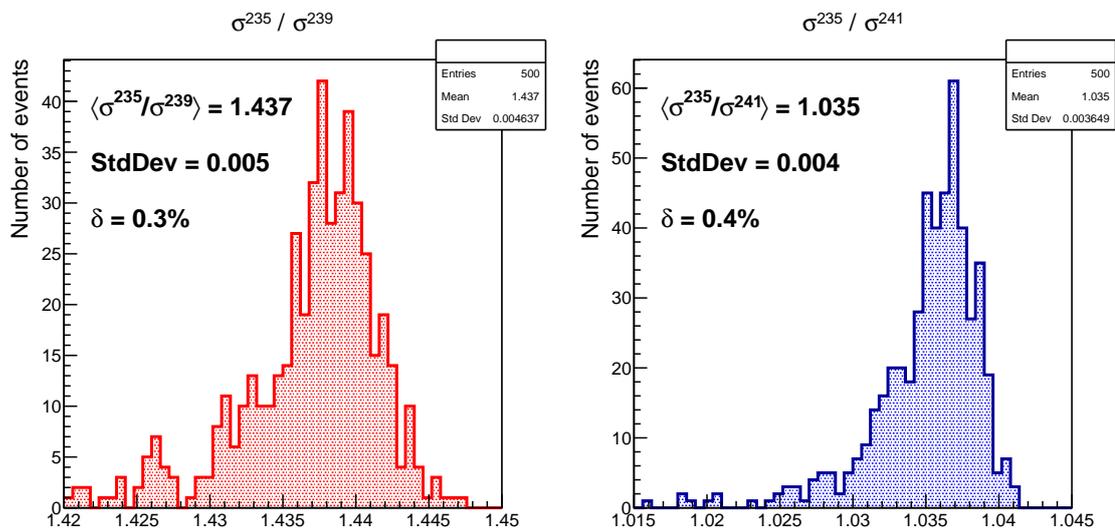


Рисунок 3.7 — Отношения выходов ОБР изотопов ^{235}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu для различных случайных долей запрещенных переходов $\alpha_j(Q)$. Представлена выборка из 500 итераций

Полученный результат свидетельствует о том, что отношения выходов ОБР устойчиво к наличию в подгоночных спектрах смеси запрещенных переходов — разброс значений $\sigma^{235} / \sigma^{239}$ и $\sigma^{235} / \sigma^{241}$ составляет доли процента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе разработана модель конверсии кумулятивных бета-спектров продуктов деления изотопов урана и плутония в соответствующие кумулятивные спектры антинейтрино, описаны используемые допущения и приближения, предложена и реализована процедура многократной конверсии для расчета погрешностей кумулятивных спектров антинейтрино и анализа их устойчивости к возмущениям процедуры реконструкции и начальных данных. Получены следующие результаты, выносимые на защиту:

- Рассчитаны спектры реакторных антинейтрино продуктов деления изотопов урана $\rho_{\nu, \text{КИ}}^{235}$ и $\rho_{\nu, \text{КИ}}^{238}$ конверсией кумулятивных бета-спектров, измеренных группой НИЦ «Курчатовский институт» [41; 58], а также кумулятивные спектры антинейтрино продуктов деления изотопов плутония $\rho_{\nu, \text{КИ}}^{239}$ и $\rho_{\nu, \text{КИ}}^{241}$, реконструированные из данных группы ILL [59]; полученный результат формирует новую модель реакторных спектров — модель Курчатовского института (КИ);
- Проверено согласие предсказаний модели КИ с наиболее надежными экспериментальными данными [40]. Анализ, данный в настоящей работе и в работе [42], показывает, что представленная модель КИ позволяет решить проблему реакторной антинейтринной аномалии [9], т.е. объяснить наблюдаемый 5% дефицит общей скорости счета в реакторных нейтринных экспериментах;
- Разработан и реализован метод многократной конверсии, с использованием которого, в частности, были рассчитаны погрешности конвертированных спектров антинейтрино и проведен анализ устойчивости процедуры реконструкции:
 - Показано, что поправки к форме одиночных подгоночных синтетических бета-ветвей вносят вклад в кумулятивные спектры антинейтрино и соответствующие им выходы ОБР аддитивным и независимым образом с точностью долей процента;

- Показана устойчивость отношений кумулятивных спектров антинейтрино к возмущениям формы одиночных подгоночных бета-спектров, в том числе за счет введения в процедуру подгонки смеси запрещенных синтетических бета-переходов первой степени запрета;
- Показана устойчивость отношения выходов обратного бета-распада: величины $\frac{\sigma_{239}^{235}}{\sigma_{239}} = 1.44 \pm 0.05$ и $\frac{\sigma_{241}^{235}}{\sigma_{241}} = 1.04 \pm 0.04$ зависят только от соответствующих отношений кумулятивных бета-спектров и устойчивы к вариациям в процедуре реконструкции;

Объяснение природы реакторной антинейтринной аномалии решает одну из основных проблем физики реакторных антинейтрино и позволяет установить более точные ограничения на параметры проявлений новой физики (в частности, на сечение взаимодействия стерильных нейтрино с веществом, параметры смешивания известных сортов нейтрино со стерильными и т.д.) в реакторных экспериментах. С использованием кумулятивных спектров антинейтрино модели КИ в будущем планируется перерасчет средней энергии, выделяемой в активной зоне ядерного реактора при одном делении тяжелого изотопа, что определяет, в том числе, прикладное приложение настоящей работы. Доказанная устойчивость отношений выходов обратного бета-распада и их зависимость только от соответствующих отношений кумулятивных бета-спектров позволяет, в принципе, извлечь из экспериментальных данных более точное значение величины σ^{235} и, с другой стороны, открывает новые возможности для решения задач мониторинга работы ядерного реактора нейтринным методом.

Автор выражает глубокую признательность М.Д. Скорохватову и О.А. Титову за помощь на всех этапах выполнения настоящей работы, содержательные обсуждения, полезную и конструктивную критику и профессиональный, направляющий подход в обучении и в формировании у автора научной парадигмы. Автор также благодарит коллектив отделения физики нейтрино НИЦ «Курчатовский Институт» за доброжелательную атмосферу, способствующую плодотворной работе и мотивирующую к научно-исследовательской деятельности.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Reines F., Cowan C. L.* Detection of the free neutrino // Phys. Rev. — 1953. — Vol. 92. — P. 830–831.
2. Constraints on θ_{13} from A Three-Flavor Oscillation Analysis of Reactor Antineutrinos at KamLAND / A. Gando [et al.] // Phys. Rev. D. — 2011. — Vol. 83. — P. 052002.
3. Indication of Reactor $\bar{\nu}_e$ Disappearance in the Double Chooz Experiment / Y. Abe [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 131801.
4. Observation of electron-antineutrino disappearance at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 171803.
5. Observation of Reactor Electron Antineutrino Disappearance in the RENO Experiment / J. K. Ahn [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 191802.
6. Sterile Neutrino Search at the NEOS Experiment / Y. J. Ko [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Vol. 118, no. 12. — P. 121802.
7. *Schopmann S.* Status of Anomalies and Sterile Neutrino Searches at Nuclear Reactors // Universe. — 2021. — Vol. 7, no. 10. — P. 360.
8. *Danilov M.* Review of sterile neutrino searches at very short-baseline reactor experiments. — 2022. — arXiv: [2203.03042](https://arxiv.org/abs/2203.03042) [hep-ex].
9. The Reactor Antineutrino Anomaly / G. Mention [et al.] // Phys. Rev. D. — 2011. — Vol. 83. — P. 073006.
10. Search for Neutrino Oscillations at a Fission Reactor / H. Kwon [et al.] // Phys. Rev. D. — 1981. — Vol. 24. — P. 1097–1111.
11. Improved Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay / F. P. An [et al.] // Chin. Phys. C. — 2017. — Vol. 41, no. 1. — P. 013002.

12. Possible origins and implications of the shoulder in reactor neutrino spectra / A. C. Hayes [et al.] // *Phys. Rev. D.* — 2015. — Vol. 92, no. 3. — P. 033015.
13. *Huber P.* NEOS Data and the Origin of the 5 MeV Bump in the Reactor Antineutrino Spectrum // *Phys. Rev. Lett.* — 2017. — Vol. 118, no. 4. — P. 042502.
14. *Mikaelian L. A.* Neutrino laboratory in the atomic plant // in Proceedings of the International Conference "Neutrino 77". — 1978. — Vol. 2. — P. 383–385.
15. *Borovoi A. A., Mikaelyan L. A.* Possibilities of the practical use of neutrinos // *Soviet Atomic Energy.* — 1978. — Vol. 44. — P. 589–592.
16. Neutrino method remote measurement of reactor power and power output / Y. V. Klimov [et al.] // *Atomic Energy.* — 1994. — Vol. 76. — P. 123–127.
17. First ground-level laboratory test of the two-phase xenon emission detector RED-100 / D. Y. Akimov [et al.] // *JINST.* — 2020. — Vol. 15, no. 02. — P02020.
18. iDREAM: Industrial Detector of REactor Antineutrinos for Monitoring at Kalinin nuclear power plant / A. Abramov [et al.]. — 2021. — arXiv: [2112.09372](https://arxiv.org/abs/2112.09372) [[physics.ins-det](https://arxiv.org/abs/2112.09372)].
19. *Danilov M., Skrobova N.* New results from the DANSS experiment // *PoS.* — 2022. — Vol. EPS-HEP2021. — P. 241.
20. *Christensen E., Huber P., Jaffke P.* Antineutrino reactor safeguards - a case study. — 2013. — arXiv: [1312.1959](https://arxiv.org/abs/1312.1959) [[physics.ins-det](https://arxiv.org/abs/1312.1959)].
21. Neutrino detectors as tools for nuclear security / A. Bernstein [et al.] // *Rev. Mod. Phys.* — 2020. — Vol. 92. — P. 011003.
22. Neutrino Physics with JUNO / F. An [et al.] // *J. Phys. G.* — 2016. — Vol. 43, no. 3. — P. 030401.
23. *Hayes A. C., Vogel P.* Reactor Neutrino Spectra // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* — 2016. — Vol. 66. — P. 219–244.
24. Updated Summation Model: An Improved Agreement with the Daya Bay Antineutrino Fluxes / M. Estienne [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2019. — Vol. 123, no. 2. — P. 022502.

25. The essential decay of pandemonium: A demonstration of errors in complex beta-decay schemes / J. Hardy [et al.] // *Physics Letters B.* — 1977. — Vol. 71, no. 2. — P. 307–310.
26. *Mougeot X.* Reliability of usual assumptions in the calculation of β and ν spectra // *Phys. Rev. C.* — 2015. — Vol. 91, no. 5. — P. 055504. — [Erratum: *Phys.Rev.C* 92, 059902 (2015)].
27. Absolute measurement of the beta spectrum from ^{235}U fission as a basis for reactor antineutrino experiments / K. Schreckenbach [et al.] // *Phys. Lett. B.* — 1981. — Vol. 99. — P. 251–256.
28. *Von Feilitzsch F., Hahn A. A., Schreckenbach K.* Experimental beta-spectra from ^{239}Pu and ^{235}U thermal neutron fission products and their correlated antineutrino spectra // *Phys. Lett. B.* — 1982. — Vol. 118. — P. 162–166.
29. Determination of the antineutrino spectrum from ^{235}U thermal neutron fission products up to 9.5 MeV / K. Schreckenbach [et al.] // *Phys. Lett. B.* — 1985. — Vol. 160. — P. 325–330.
30. Anti-neutrino Spectra From ^{241}Pu and ^{239}Pu Thermal Neutron Fission Products / A. A. Hahn [et al.] // *Phys. Lett. B.* — 1989. — Vol. 218. — P. 365–368.
31. The double focusing iron-core electron-spectrometer “BILL” for high resolution (n, e) measurements at the high flux reactor in Grenoble / W. Mampe [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods.* — 1978. — Vol. 154, no. 1. — P. 127–149.
32. Reactor Anti-neutrino Spectra and Their Application to Anti-neutrino Induced Reactions. 2. / P. Vogel [et al.] // *Phys. Rev. C.* — 1981. — Vol. 24. — P. 1543–1553.
33. Experimental Determination of the Antineutrino Spectrum of the Fission Products of ^{238}U / N. Haag [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112, no. 12. — P. 122501.
34. *Vogel P.* Conversion of electron spectrum associated with fission into the antineutrino spectrum // *Phys. Rev. C.* — 2007. — Vol. 76. — P. 025504.
35. Improved Predictions of Reactor Antineutrino Spectra / T. A. Mueller [et al.] // *Phys. Rev. C.* — 2011. — Vol. 83. — P. 054615.

36. *Huber P.* On the determination of anti-neutrino spectra from nuclear reactors // *Phys. Rev. C.* — 2011. — Vol. 84. — P. 024617. — [Erratum: *Phys.Rev.C* 85, 029901 (2012)].
37. Systematic Uncertainties in the Analysis of the Reactor Neutrino Anomaly / *A. C. Hayes [et al.]* // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 202501.
38. First-forbidden transitions in the reactor anomaly / *L. Hayen [et al.]* // *Phys. Rev. C.* — 2019. — Vol. 100, no. 5. — P. 054323.
39. *Li Y.-.-F., Zhang D.* New Realization of the Conversion Calculation for Reactor Antineutrino Fluxes // *Phys. Rev. D.* — 2019. — Vol. 100, no. 5. — P. 053005.
40. Measurement of the Reactor Antineutrino Flux and Spectrum at Daya Bay / *F. P. An [et al.]* // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 116, no. 6. — P. 061801. — [Erratum: *Phys.Rev.Lett.* 118, 099902 (2017)].
41. *Копейкин В., Панин Ю., Сабельников А.* Измерение отношения кумулятивных спектров бета-частиц от продуктов деления ^{235}U и ^{239}Pu для решения задач физики реакторных антинейтрино // *Ядерная физика.* — 2021. — Т. 84. — С. 3–11.
42. Reactor antineutrino anomaly in light of recent flux model refinements / *C. Giunti [et al.]* // *Phys. Lett. B.* — 2022. — Vol. 829. — P. 137054.
43. *Копейкин В. И., Скорохватов М. Д.* Особенности протекания реакции обратного бета-распада на протоне в потоке антинейтрино ядерного реактора // *Ядерная физика.* — 2017. — Т. 80. — С. 142–150.
44. *Kopeikin V. I.* Flux and spectrum of reactor antineutrinos // *Phys. Atom. Nucl.* — 2012. — Vol. 75. — P. 143–152.
45. *Фаянс С.* Радиационные поправки и эффекты отдачи в реакции $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ при низких энергиях // *Ядерная физика.* — 1985. — Т. 42. — С. 929–940.
46. *Vogel P., Beacom J. F.* Angular distribution of neutron inverse beta decay, anti-neutrino(e) + p \rightarrow e+ + n // *Phys. Rev. D.* — 1999. — Vol. 60. — P. 053003.
47. *Strumia A., Vissani F.* Precise quasielastic neutrino/nucleon cross-section // *Phys. Lett. B.* — 2003. — Vol. 564. — P. 42–54.

48. Impact of Fission Neutron Energies on Reactor Antineutrino Spectra / B. R. Littlejohn [et al.] // Phys. Rev. D. — 2018. — Vol. 97, no. 7. — P. 073007.
49. *Wilkinson D. H.* Evaluation of Beta-Decay II. Finite mass and size effects // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 1990. — Vol. 290, no. 2. — P. 509–515.
50. *Elton L. R. B.* A semi-empirical formula for the nuclear radius // Phys. Atom. Nucl. — 1958. — Vol. 5. — P. 173–178.
51. High precision analytical description of the allowed β spectrum shape / L. Hayen [et al.] // Rev. Mod. Phys. — 2018. — Vol. 90, no. 1. — P. 015008.
52. *Behrens H., Jänecke J.* Numerical Tables for Beta-Decay and Electron Capture. Vol. 4 / ed. by H. Schopper. — Springer, 1969. — (Landolt-Boernstein - Group I Elementary Particles, Nuclei and Atoms).
53. *Behrens H., Bühring W.* Electron radial wave functions and nuclear beta-decay. — Oxford : Clarendon press, 1982.
54. *Sirlin A.* General Properties of the Electromagnetic Corrections to the Beta Decay of a Physical Nucleon // Phys. Rev. — 1967. — Vol. 164. — P. 1767–1775.
55. *Sirlin A.* Radiative Correction to the $\bar{\nu}_e(\nu_e)$ Spectrum in β -Decay // Phys. Rev. D. — 2011. — Vol. 84. — P. 014021.
56. *Batkin I. S., Sundaresan M. K.* Effect of radiative corrections on the solar neutrino spectrum // Phys. Rev. D. — 1995. — Vol. 52. — P. 5362–5365.
57. *Wang X. B., Hayes A. C.* Weak magnetism correction to allowed β decay for reactor antineutrino spectra // Phys. Rev. C. — 2017. — Vol. 95, no. 6. — P. 064313.
58. *Kopeikin V., Skorokhvatov M., Titov O.* Reevaluating reactor antineutrino spectra with new measurements of the ratio between ^{235}U and ^{239}Pu β spectra // Phys. Rev. D. — 2021. — Vol. 104, no. 7. — P. L071301.
59. Re-publication of the data from the BILL magnetic spectrometer: The cumulative β -spectra of the fission products of ^{235}U , ^{239}Pu and ^{241}Pu / N. Haag [et al.]. — 2014.

60. *Štefánik D., Dvornický R., Šimkovic F.* Reactor antineutrino spectra and forbidden beta decays // AIP Conf. Proc. / ed. by O. Civitarese, I. Stekl, J. Suhonen. — 2017. — Vol. 1894, no. 1. — P. 020022.

ПРИЛОЖЕНИЕ

СПЕКТРЫ РЕАКТОРНЫХ АНТИНЕЙТРИНО МОДЕЛИ КИ

Кумулятивные спектры антинейтрино продуктов деления изотопов урана и плутония в единицах $\text{МэВ}^{-1} \text{ дел}^{-1}$. Ошибки даны на уровне достоверности 1σ (68%).

E_ν , МэВ	ρ_ν^{235}	ρ_ν^{238}	ρ_ν^{239}	ρ_ν^{241}
2.00	1.24 ± 0.02	1.53 ± 0.05	1.09 ± 0.03	1.26 ± 0.03
2.25	1.06 ± 0.02	1.35 ± 0.05	$(9.3 \pm 0.3) \times 10^{-1}$	1.08 ± 0.03
2.50	$(8.67 \pm 0.17) \times 10^{-1}$	1.18 ± 0.04	$(7.1 \pm 0.2) \times 10^{-1}$	$(9.0 \pm 0.2) \times 10^{-1}$
2.75	$(7.29 \pm 0.12) \times 10^{-1}$	1.04 ± 0.04	$(6.1 \pm 0.2) \times 10^{-1}$	$(7.68 \pm 0.18) \times 10^{-1}$
3.00	$(6.11 \pm 0.11) \times 10^{-1}$	$(9.0 \pm 0.4) \times 10^{-1}$	$(5.10 \pm 0.13) \times 10^{-1}$	$(6.45 \pm 0.17) \times 10^{-1}$
3.25	$(5.20 \pm 0.09) \times 10^{-1}$	$(7.5 \pm 0.3) \times 10^{-1}$	$(4.09 \pm 0.11) \times 10^{-1}$	$(5.32 \pm 0.15) \times 10^{-1}$
3.50	$(4.31 \pm 0.09) \times 10^{-1}$	$(6.3 \pm 0.3) \times 10^{-1}$	$(3.18 \pm 0.11) \times 10^{-1}$	$(4.37 \pm 0.15) \times 10^{-1}$
3.75	$(3.43 \pm 0.08) \times 10^{-1}$	$(5.1 \pm 0.2) \times 10^{-1}$	$(2.70 \pm 0.10) \times 10^{-1}$	$(3.44 \pm 0.12) \times 10^{-1}$
4.00	$(2.78 \pm 0.06) \times 10^{-1}$	$(4.2 \pm 0.2) \times 10^{-1}$	$(1.96 \pm 0.08) \times 10^{-1}$	$(2.79 \pm 0.09) \times 10^{-1}$
4.25	$(2.19 \pm 0.05) \times 10^{-1}$	$(3.33 \pm 0.14) \times 10^{-1}$	$(1.57 \pm 0.08) \times 10^{-1}$	$(2.19 \pm 0.07) \times 10^{-1}$
4.50	$(1.70 \pm 0.04) \times 10^{-1}$	$(2.64 \pm 0.12) \times 10^{-1}$	$(1.11 \pm 0.05) \times 10^{-1}$	$(1.64 \pm 0.06) \times 10^{-1}$
4.75	$(1.29 \pm 0.04) \times 10^{-1}$	$(2.03 \pm 0.10) \times 10^{-1}$	$(8.3 \pm 0.4) \times 10^{-2}$	$(1.23 \pm 0.05) \times 10^{-1}$
5.00	$(1.04 \pm 0.03) \times 10^{-1}$	$(1.62 \pm 0.08) \times 10^{-1}$	$(6.1 \pm 0.4) \times 10^{-2}$	$(9.6 \pm 0.4) \times 10^{-2}$
5.25	$(8.2 \pm 0.3) \times 10^{-2}$	$(1.26 \pm 0.07) \times 10^{-1}$	$(4.8 \pm 0.2) \times 10^{-2}$	$(7.3 \pm 0.4) \times 10^{-2}$
5.50	$(6.1 \pm 0.2) \times 10^{-2}$	$(9.7 \pm 0.6) \times 10^{-2}$	$(3.5 \pm 0.3) \times 10^{-2}$	$(5.5 \pm 0.3) \times 10^{-2}$
5.75	$(4.81 \pm 0.13) \times 10^{-2}$	$(7.3 \pm 0.5) \times 10^{-2}$	$(2.88 \pm 0.18) \times 10^{-2}$	$(4.0 \pm 0.2) \times 10^{-2}$
6.00	$(3.67 \pm 0.13) \times 10^{-2}$	$(5.3 \pm 0.4) \times 10^{-2}$	$(1.87 \pm 0.19) \times 10^{-2}$	$(2.98 \pm 0.18) \times 10^{-2}$
6.25	$(2.72 \pm 0.08) \times 10^{-2}$	$(3.8 \pm 0.4) \times 10^{-2}$	$(1.23 \pm 0.12) \times 10^{-2}$	$(2.00 \pm 0.13) \times 10^{-2}$
6.50	$(2.04 \pm 0.06) \times 10^{-2}$	$(2.9 \pm 0.4) \times 10^{-2}$	$(9.9 \pm 1.4) \times 10^{-3}$	$(1.54 \pm 0.15) \times 10^{-2}$
6.75	$(1.52 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	$(2.6 \pm 0.3) \times 10^{-2}$	$(8.2 \pm 1.4) \times 10^{-3}$	$(1.06 \pm 0.12) \times 10^{-2}$
7.00	$(1.08 \pm 0.04) \times 10^{-2}$	$(2.0 \pm 0.3) \times 10^{-2}$	$(4.5 \pm 0.8) \times 10^{-3}$	$(7.72 \pm 0.9) \times 10^{-3}$
7.25	$(6.7 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	$(1.1 \pm 0.2) \times 10^{-2}$	$(3.4 \pm 1.1) \times 10^{-3}$	$(4.5 \pm 0.7) \times 10^{-3}$
7.50	$(4.41 \pm 0.18) \times 10^{-3}$	$(7 \pm 2) \times 10^{-3}$	$(2.2 \pm 0.7) \times 10^{-3}$	$(2.9 \pm 0.5) \times 10^{-3}$
7.75	$(2.76 \pm 0.16) \times 10^{-3}$	$(4.6 \pm 1.4) \times 10^{-3}$	$(1.0 \pm 0.4) \times 10^{-3}$	$(1.9 \pm 0.5) \times 10^{-3}$
8.00	$(1.47 \pm 0.09) \times 10^{-3}$	$(2.9 \pm 0.9) \times 10^{-3}$	$(4.4 \pm 1.8) \times 10^{-4}$	$(9 \pm 3) \times 10^{-4}$