



Выпускная квалификационная работа магистра
Разработка методов расчета и анализа
спектров реакторных антинейтрино для
фундаментальных и прикладных задач

Студент: Д. В. Попов

Научный руководитель: д.ф.-м.н., профессор
М. Д. Скорохватов

Москва, 2022



Цель и задачи работы

Цель работы

Уточнение спектров реакторных антинейтрино и их анализ;

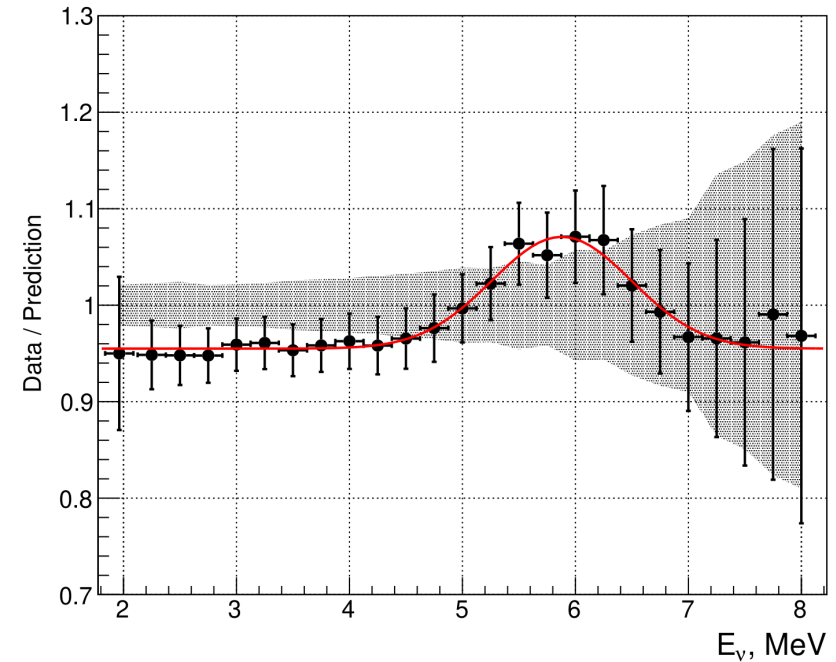
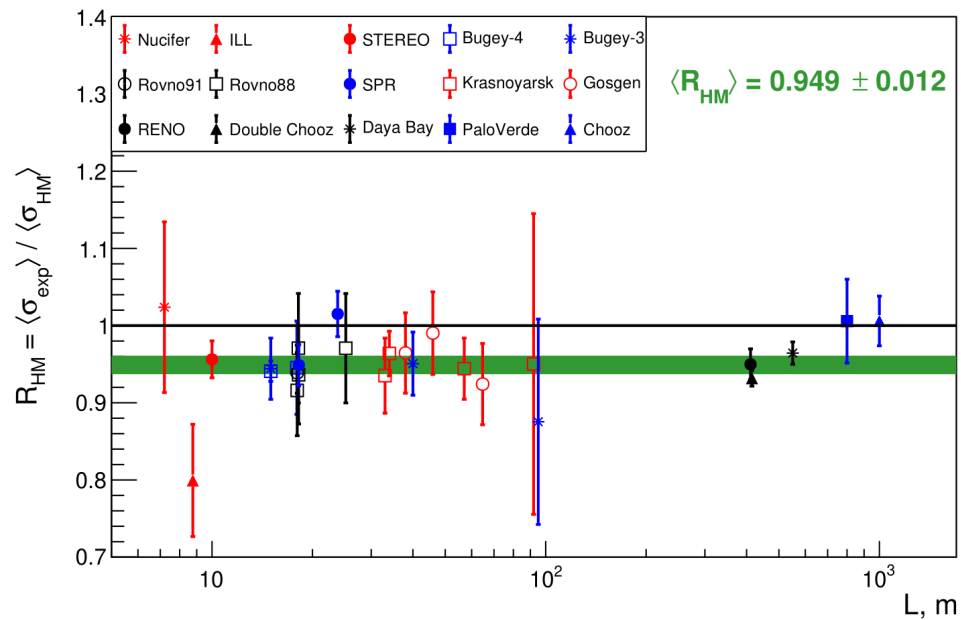
Задачи

- Разработать алгоритм реконструкции кумулятивных спектров антинейтрино из кумулятивных бета-спектров;
- Рассчитать спектры ^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu и ^{241}Pu – сформулировать модель реакторных спектров КИ;
- Провести расчет погрешностей спектров антинейтрино модели КИ;
- Провести анализ устойчивости наблюдаемых величин к вариациям в процедуре реконструкции;

Мотивация

- 1. Фундаментальная наука:** исследование нейтринных осцилляций - определение иерархии масс нейтрино;

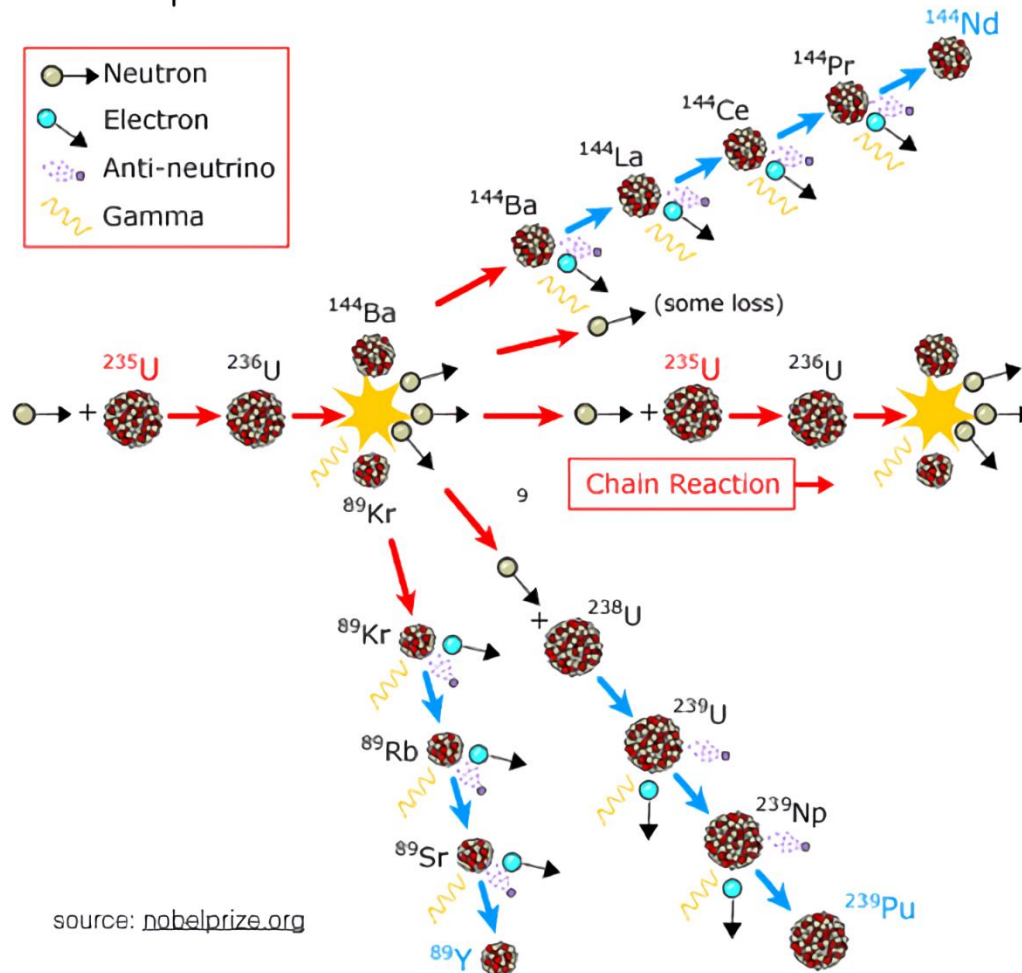
Реакторная антинейтринная аномалия, *випр-эффект* → Новая физика?



- 2. Прикладные приложения** – нейтринный метод мониторинга работы ядерного реактора;

Реакторные антинейтрино

fission process in a nuclear reactor



1 деление :

рождение $\sim 6 \bar{\nu}_e$;
выделение ~ 200 МэВ ;

Для реактора с тепловой мощностью $P_{th} = 3$ ГВт :

$$N_{fissions} \approx \frac{3 \text{ ГВт}}{200 \text{ МэВ}} \approx 10^{20} \text{ [с}^{-1}\text{]}$$

$$N_{\nu} \approx 10^{21} \text{ [с}^{-1}\text{]}$$

в диапазоне энергий [0;8] МэВ

$\rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \sim \sum \omega_k \rho_{\nu}(E_{\nu}, Q_k, Z_k)$ – кумулятивный спектр антинейтрино продуктов деления i -ого изотопа;

$$i = 235, 238, 239, 241$$

Методы расчета спектров реакторных антинейтрино



1. Метод прямого суммирования

$\rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \sim \sum \omega_k \rho_{\nu}(E_{\nu}, Q_k, Z_k)$; весовые коэффициенты ω_k определяются из ядерных баз данных;

2. Метод конверсии из кумулятивных бета-спектров

Кумулятивные бета-спектры измерены в 80-ых годах (группой ILL); этой же группой предложена и реализована процедура реконструкции кумулятивных спектров антинейтрино из соответствующих кумулятивных бета-спектров

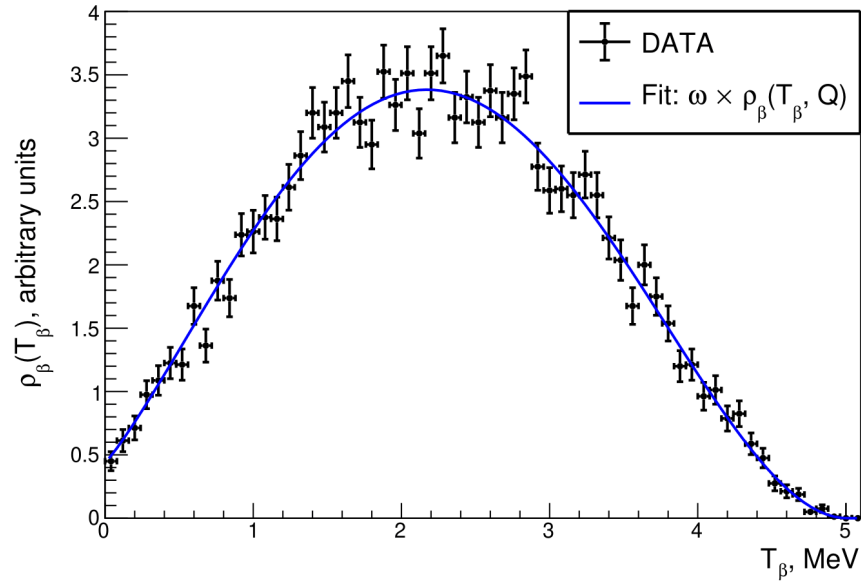
Модель ILL (80-ые):

аппроксимация кумулятивных бета-спектров ILL набором одиночных искусственных «наивных» бета-спектров $\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta})$

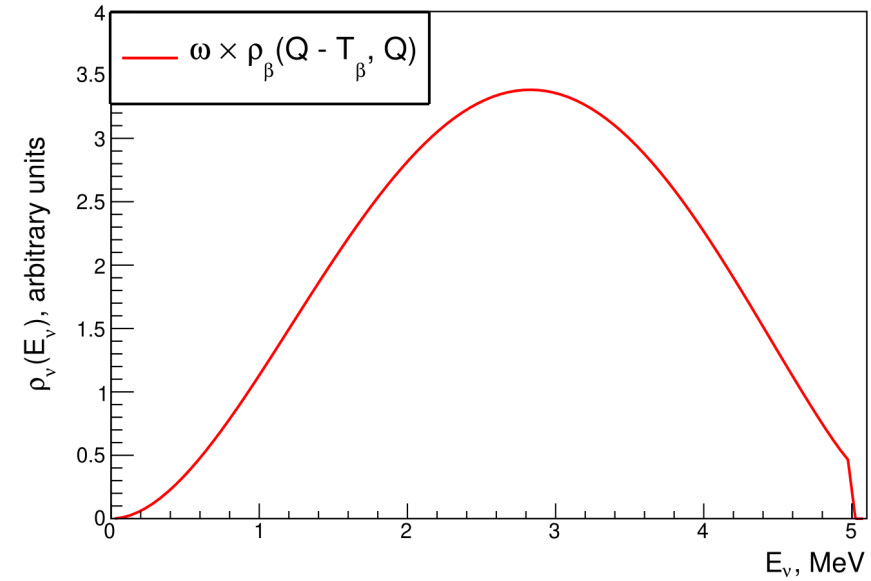
Модель Huber-Mueller (2012): более аккуратная аппроксимация кумулятивных бета-спектров ILL набором одиночных искусственных бета-спектров с поправками к их форме

$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta}) \times (1 + \delta(E_{\beta}))$;

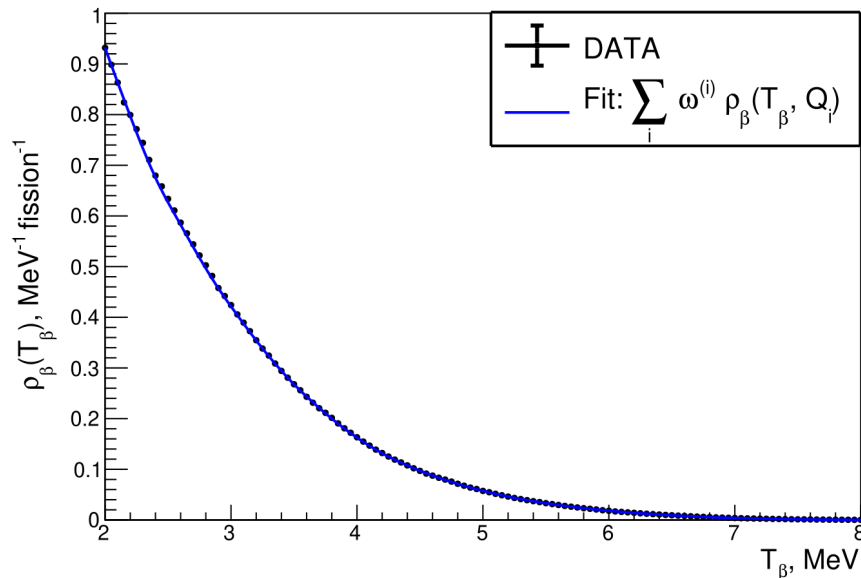
Single β spectrum



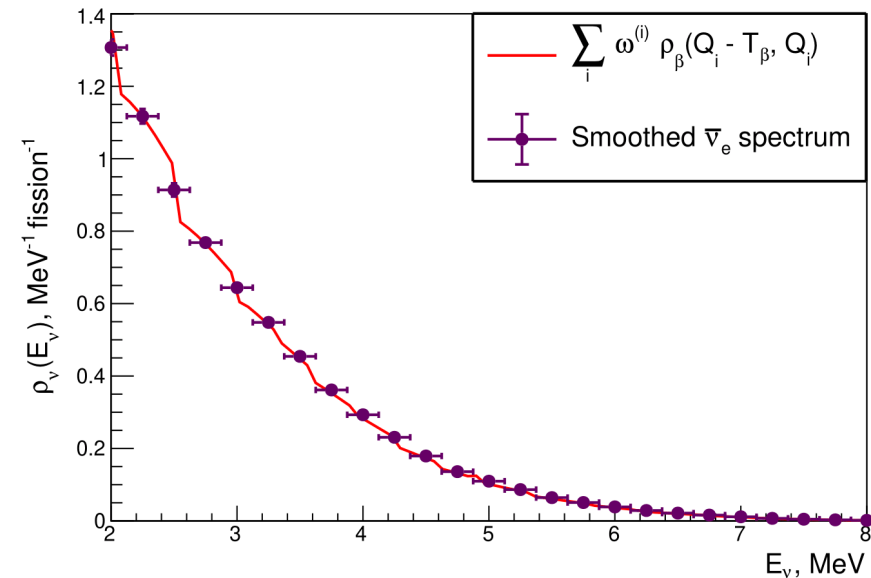
Single $\bar{\nu}_e$ spectrum



Cumulative β spectrum



Cumulative $\bar{\nu}_e$ spectrum



Метод конверсии: модель Курчатовского института (КИ)

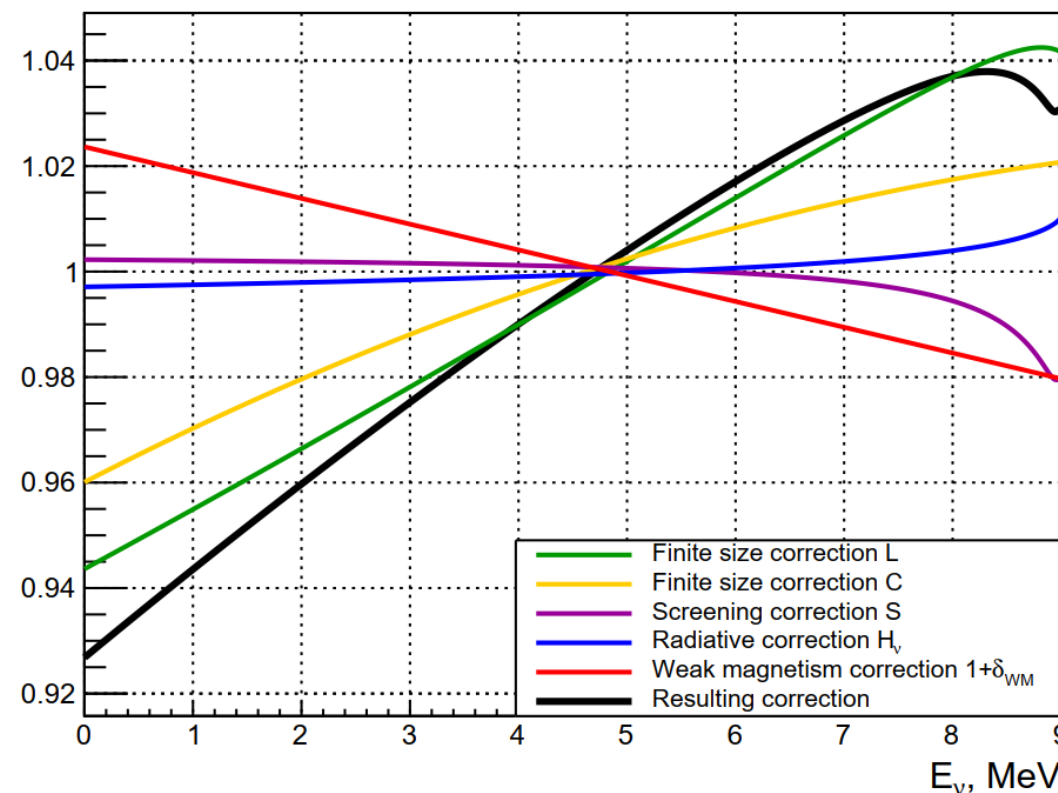
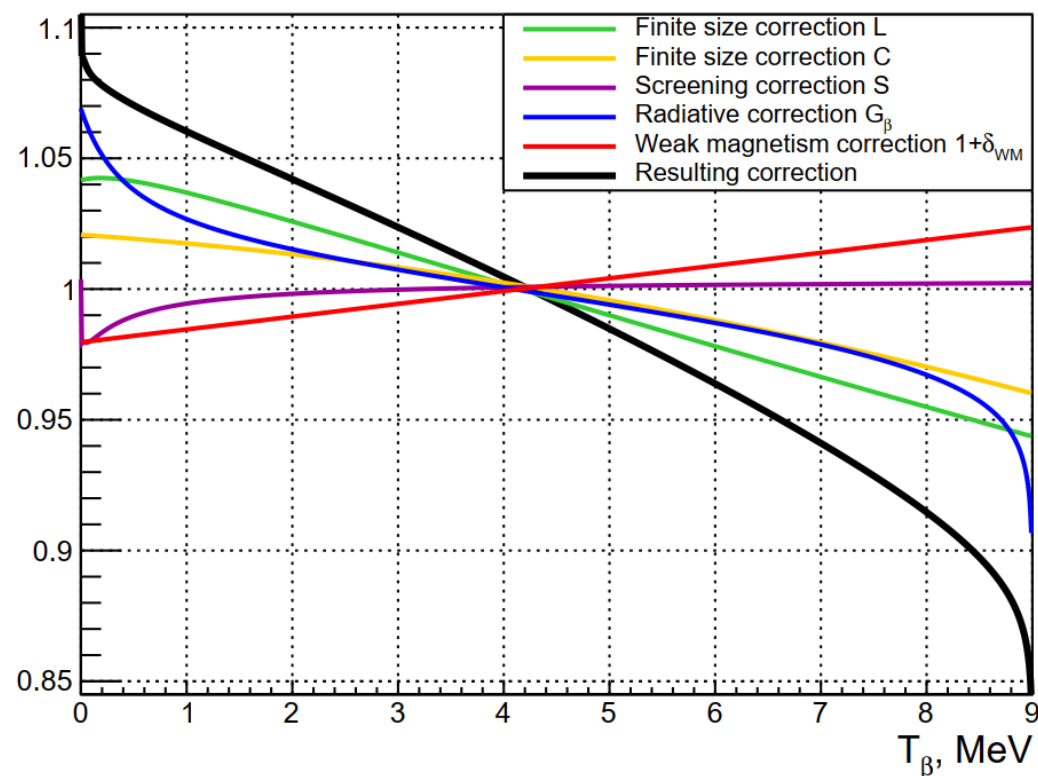
Кумулятивные бета-спектры – что аппроксимируем:

^{235}U и ^{238}U : переоцененные группой НИЦ «КИ» спектры ILL

^{239}Pu и ^{241}Pu : спектры ILL (1980-1990)

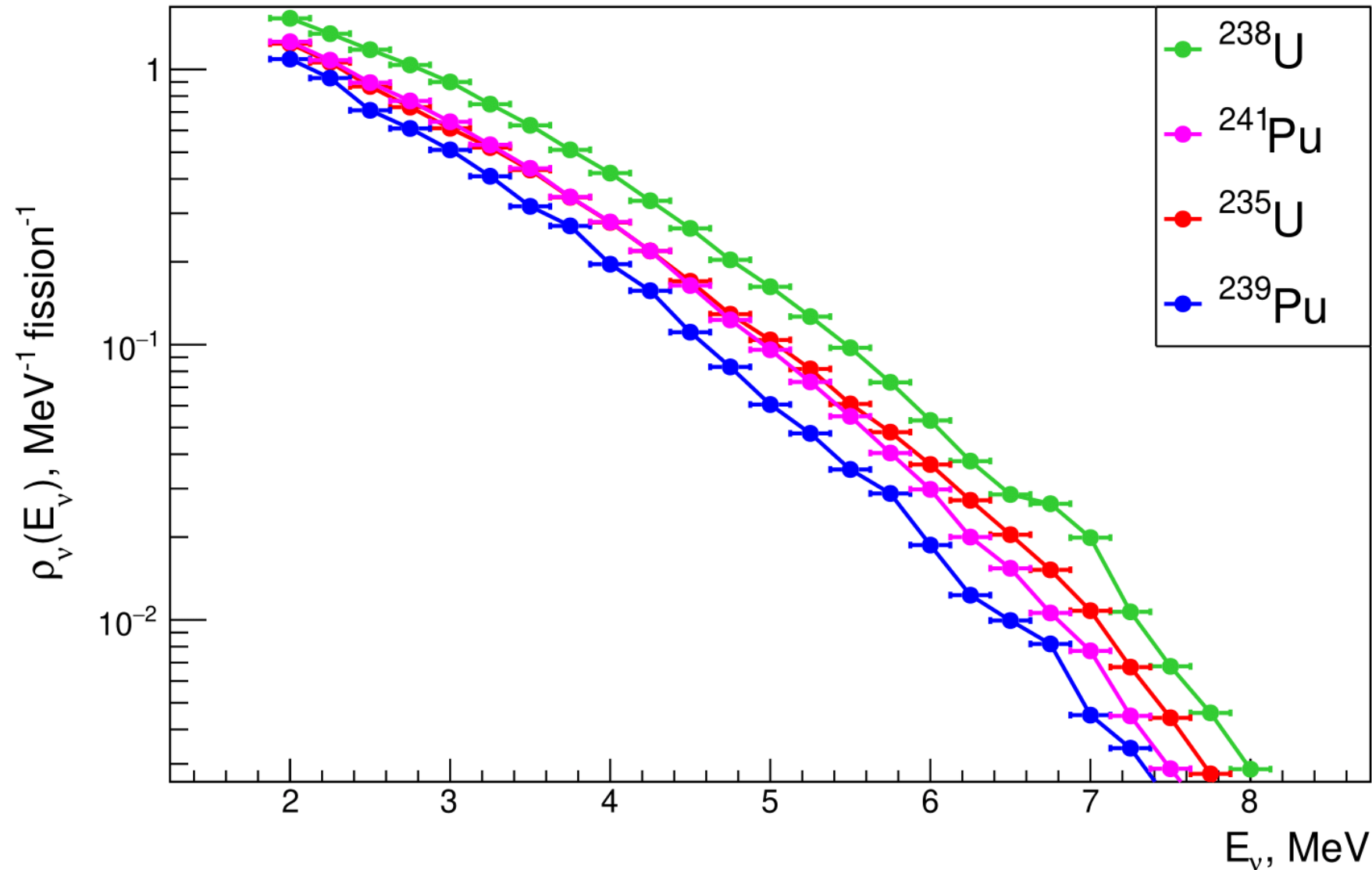
Чем аппроксимируем:

$\rho_\beta(T_\beta, Q) = k \times p_\beta E_\beta (Q - T_\beta)^2 \times F(Z, E_\beta) \times (L \times C \times S \times G_\beta \times \delta_{\text{WM}})$ - одиночный разрешенный β -спектр с набором поправок к форме;

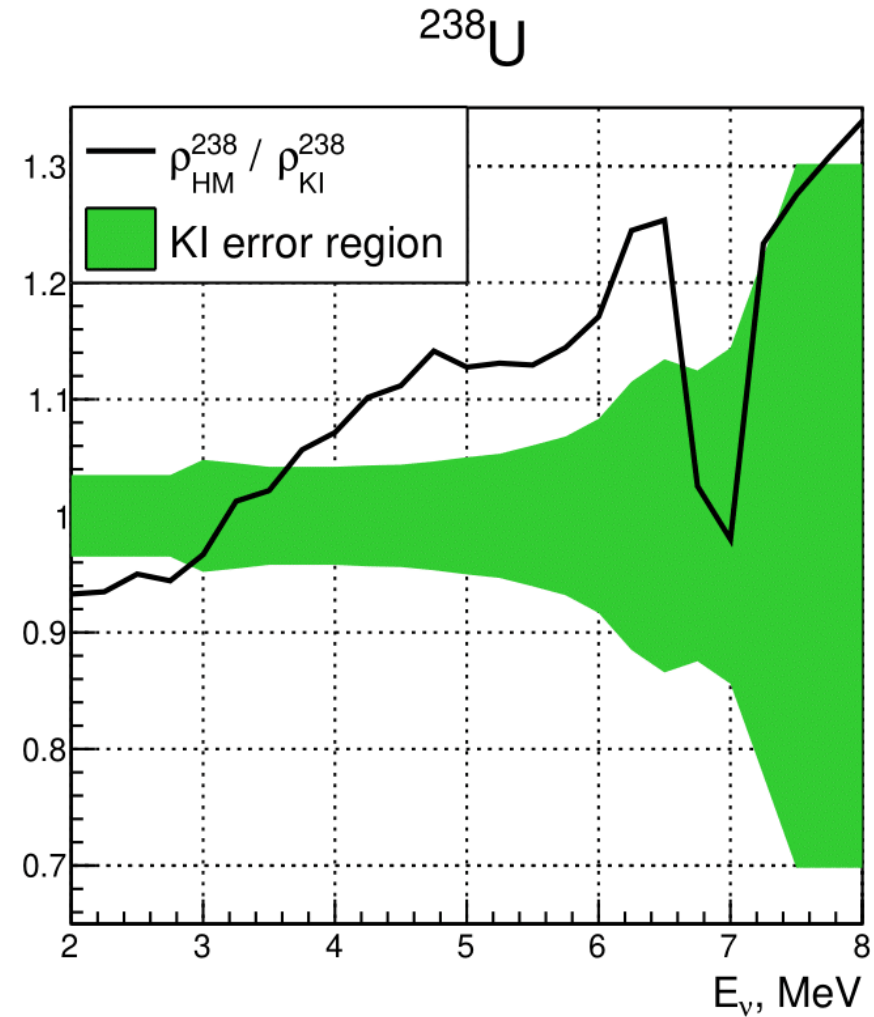
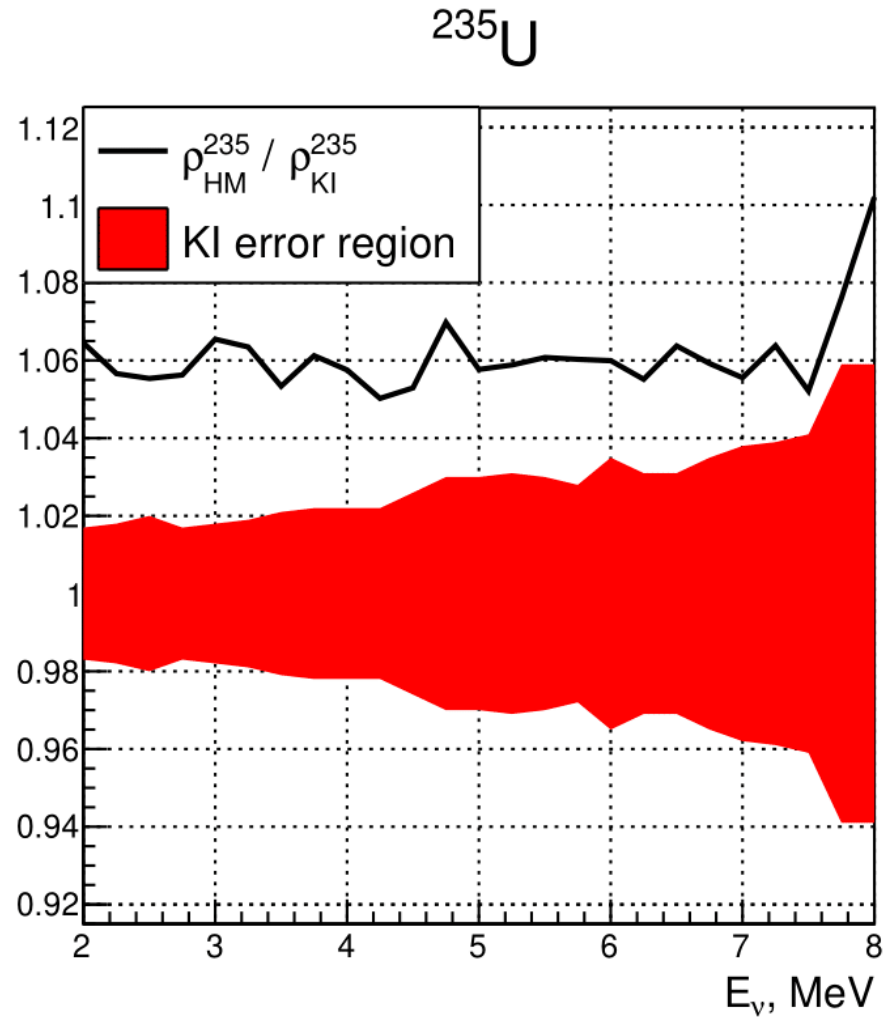


Кумулятивные спектры реакторных антинейтрино модели КИ

KI $\bar{\nu}_e$ spectra prediction

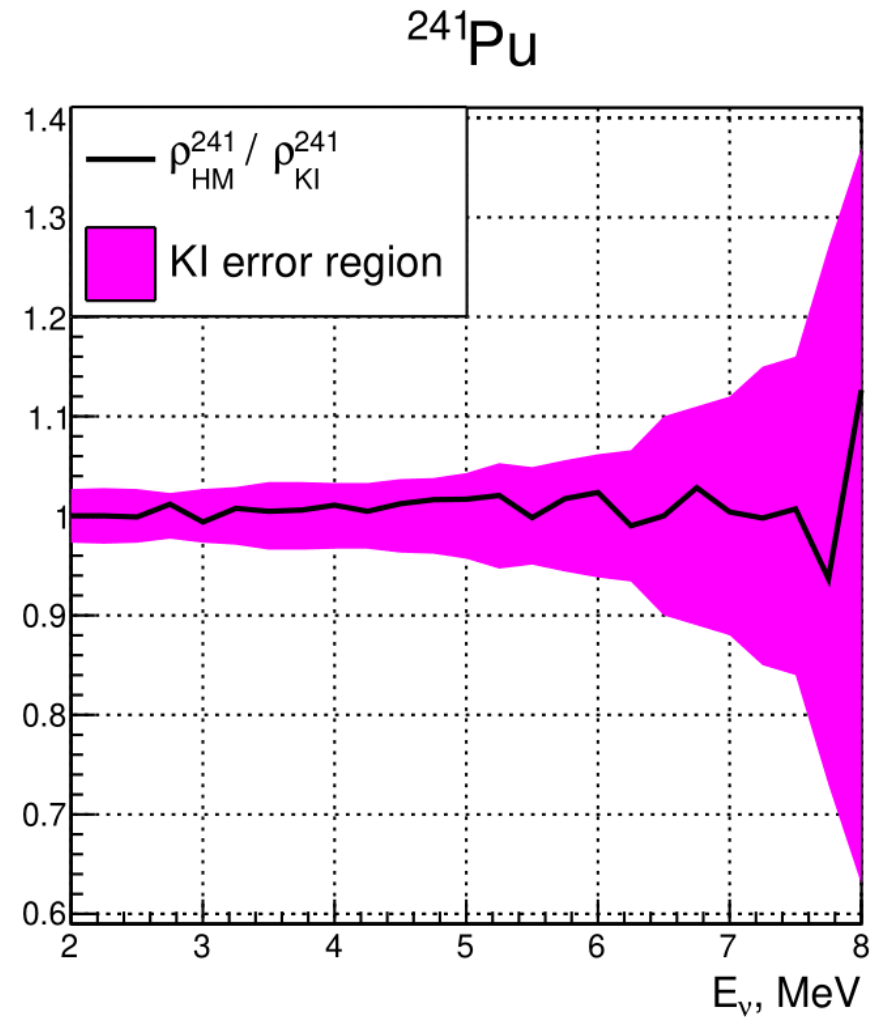
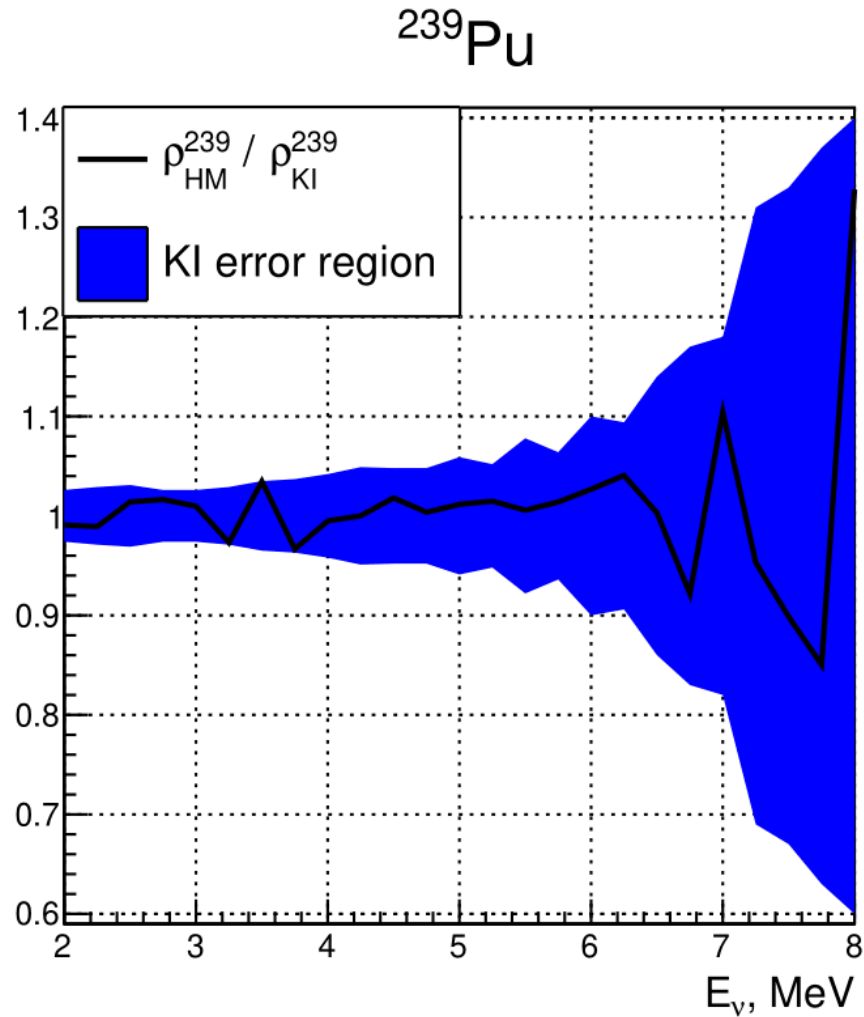


Сравнение Huber-Mueller с КИ



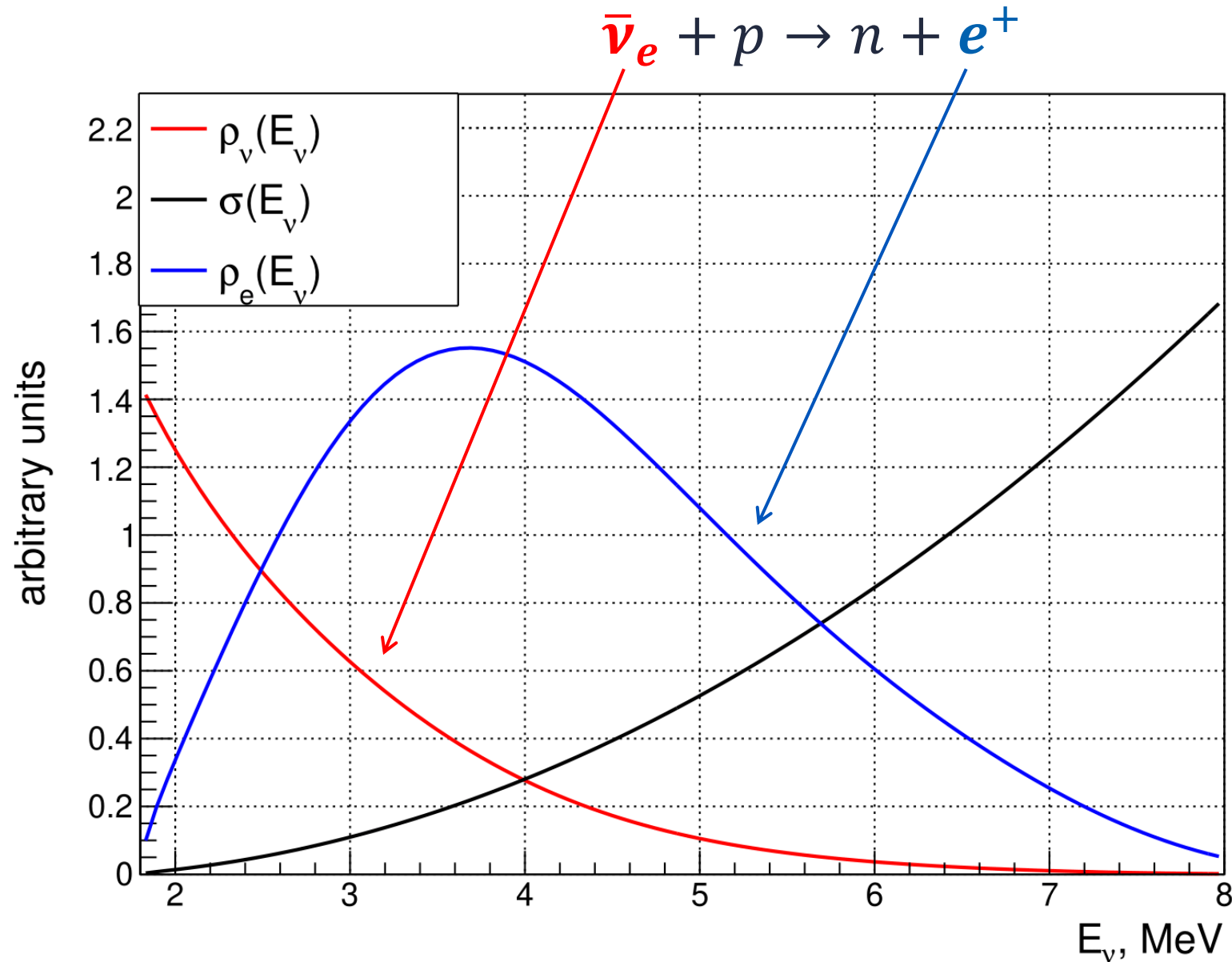
Ошибки даны на уровне достоверности 1σ (68%)

Сравнение Huber-Mueller с КИ



Ошибки даны на уровне достоверности 1σ (68%)

Регистрация антинейтрино: ОБР



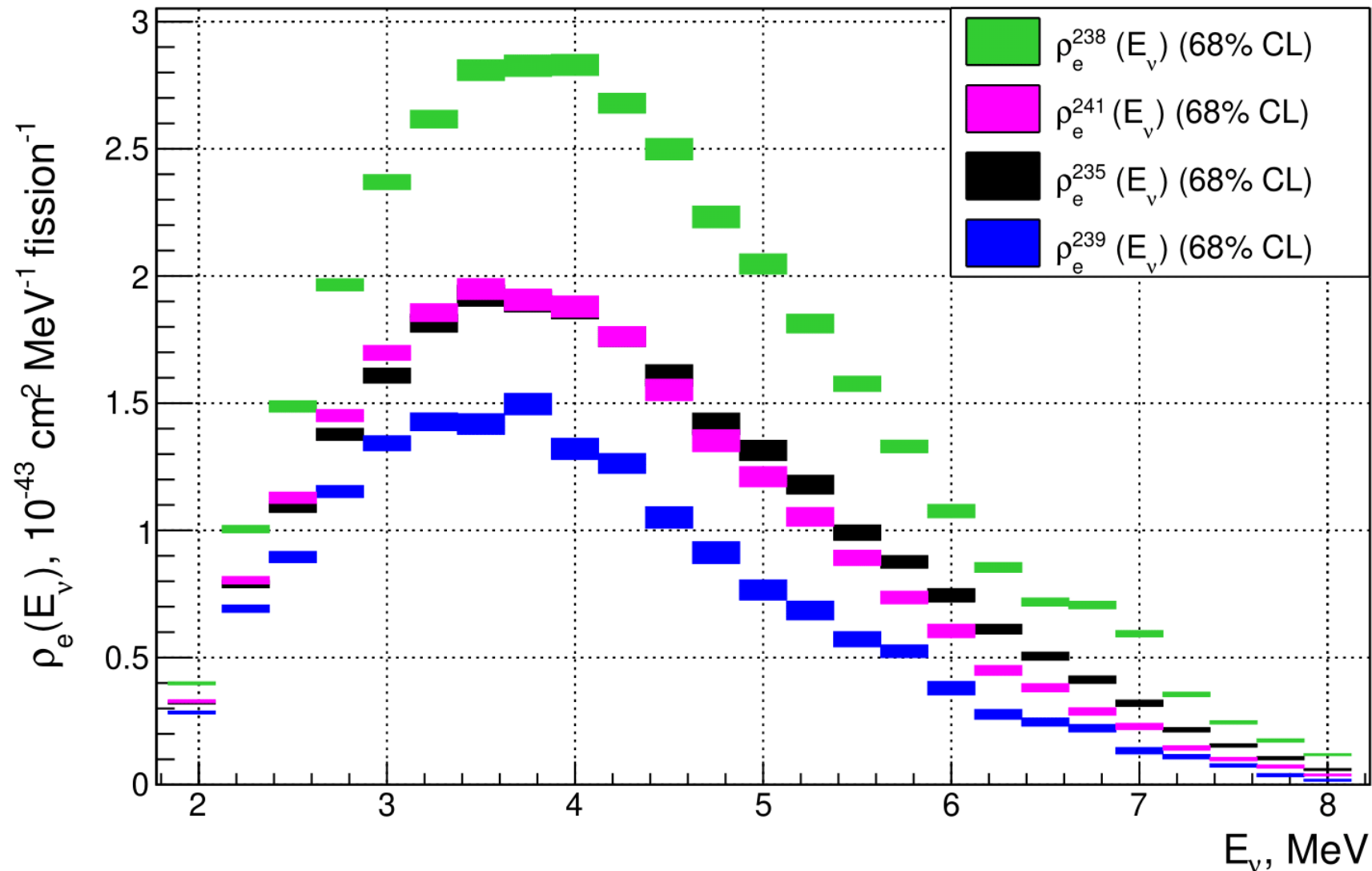
$$E_{\nu, \text{порог}} \approx 1.806 \text{ МэВ};$$
$$T_e = E_\nu - E_{\nu, \text{порог}}$$

$$\sigma^{(i)} = \int \rho_\nu^{(i)}(E_\nu) \sigma(E_\nu) dE_\nu -$$

Выход ОБР

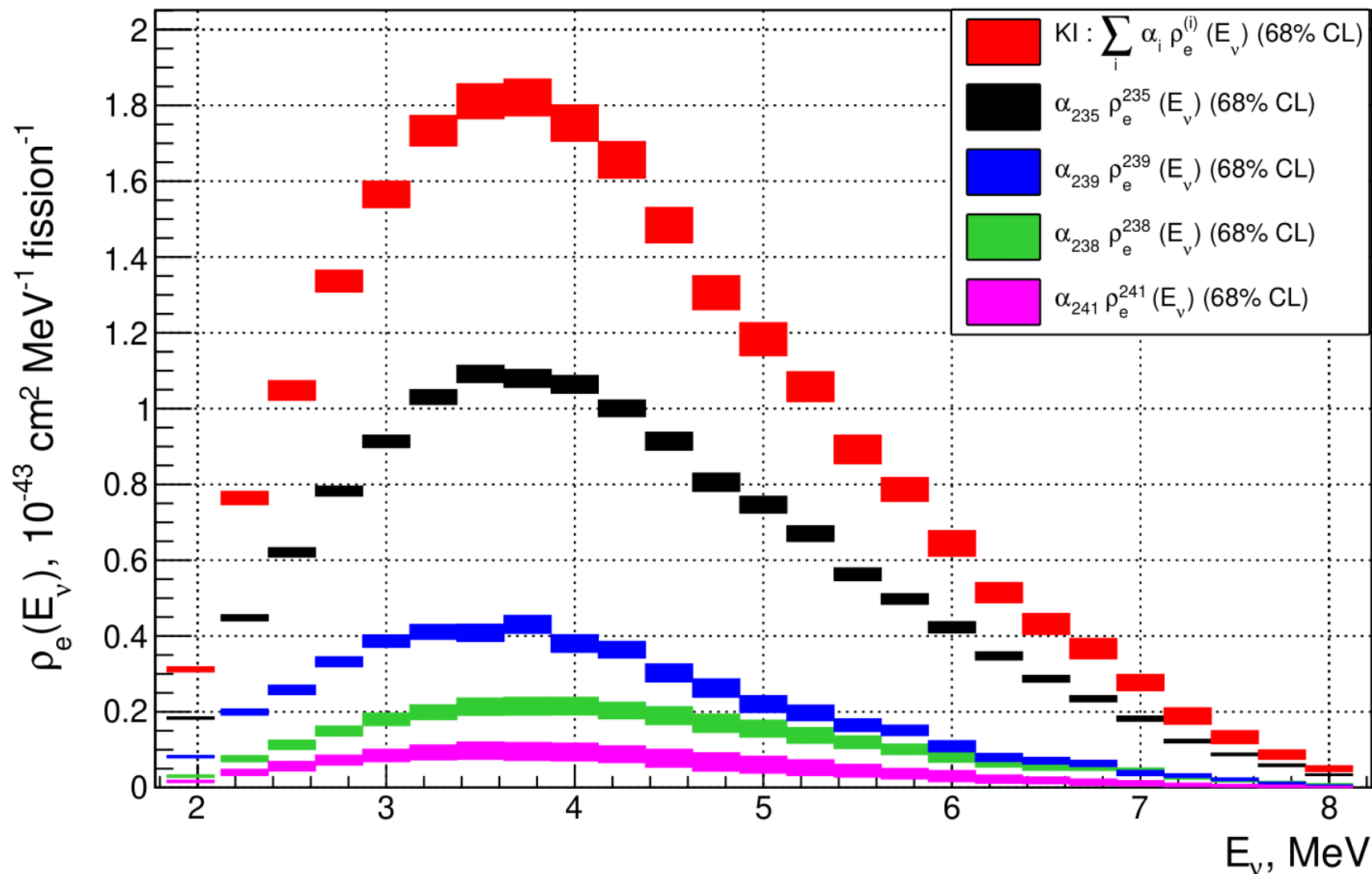
Спектры позитронов ОБР

KI positron spectrum prediction



Сравнение наблюдаемого спектра позитронов с предсказываемым

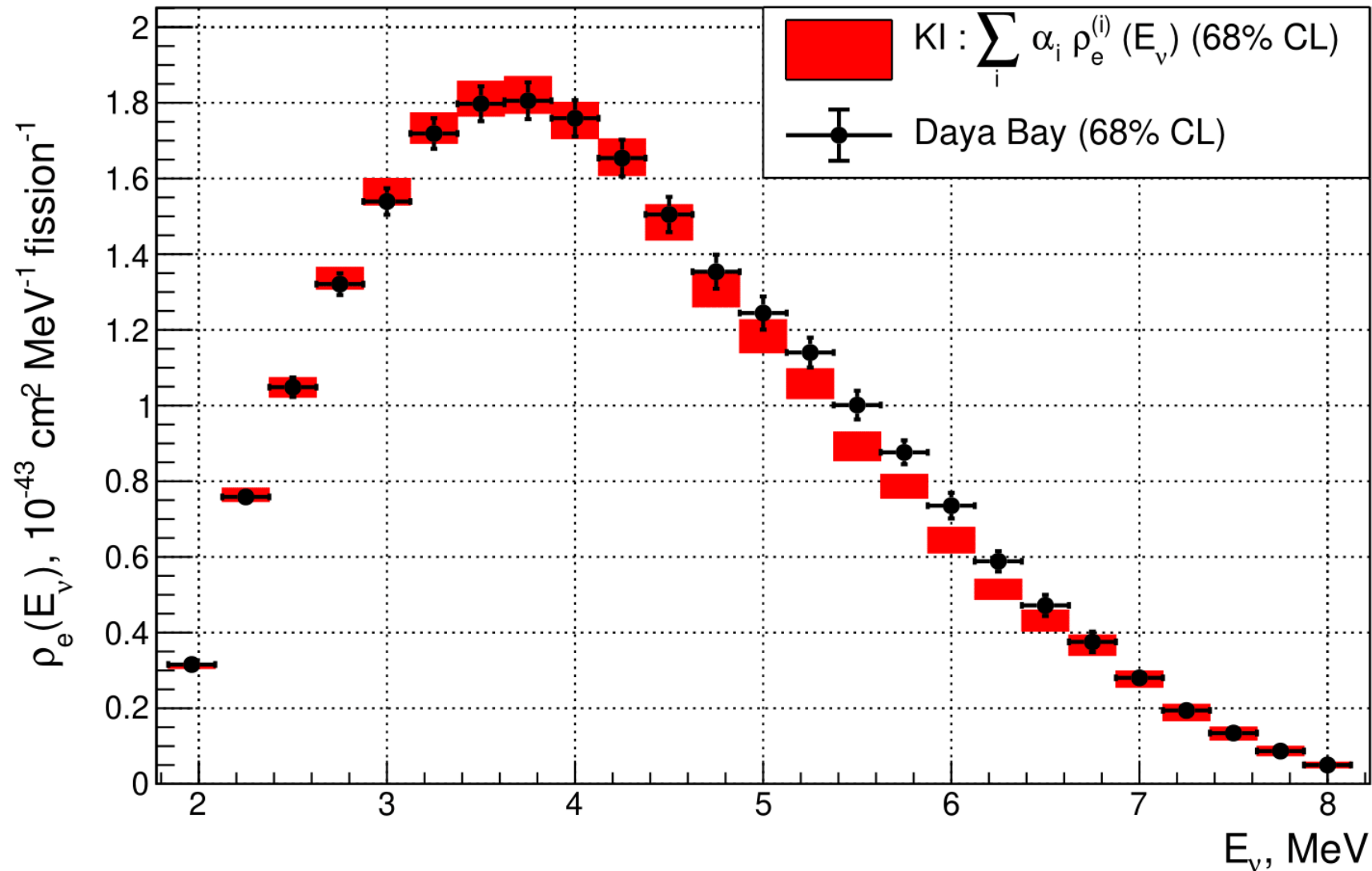
KI positron spectrum prediction



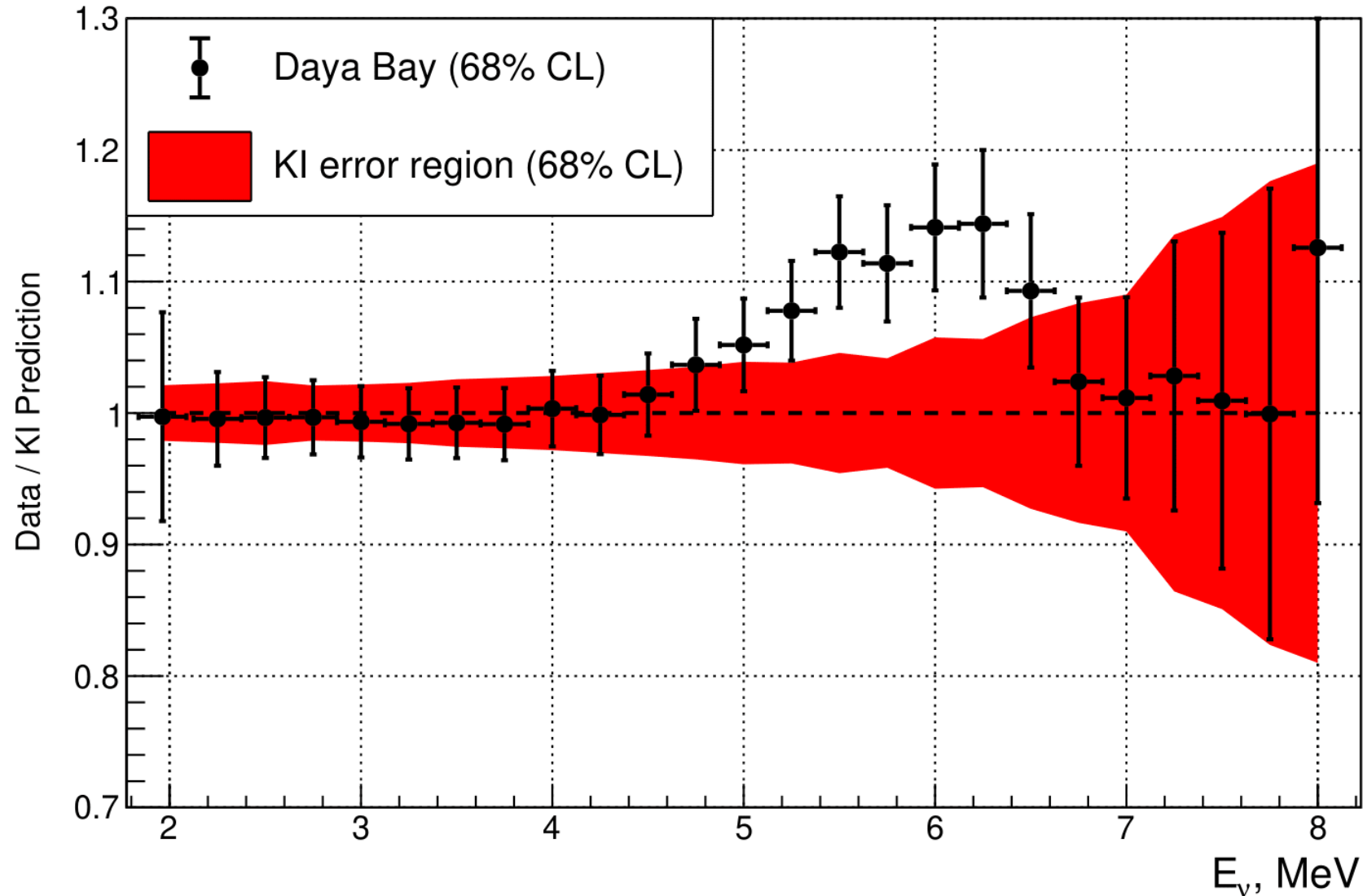
$$\alpha_{235} = 0.586$$
$$\alpha_{239} = 0.288$$
$$\alpha_{238} = 0.076$$
$$\alpha_{241} = 0.050$$

Сравнение наблюдаемого спектра позитронов с предсказываемым

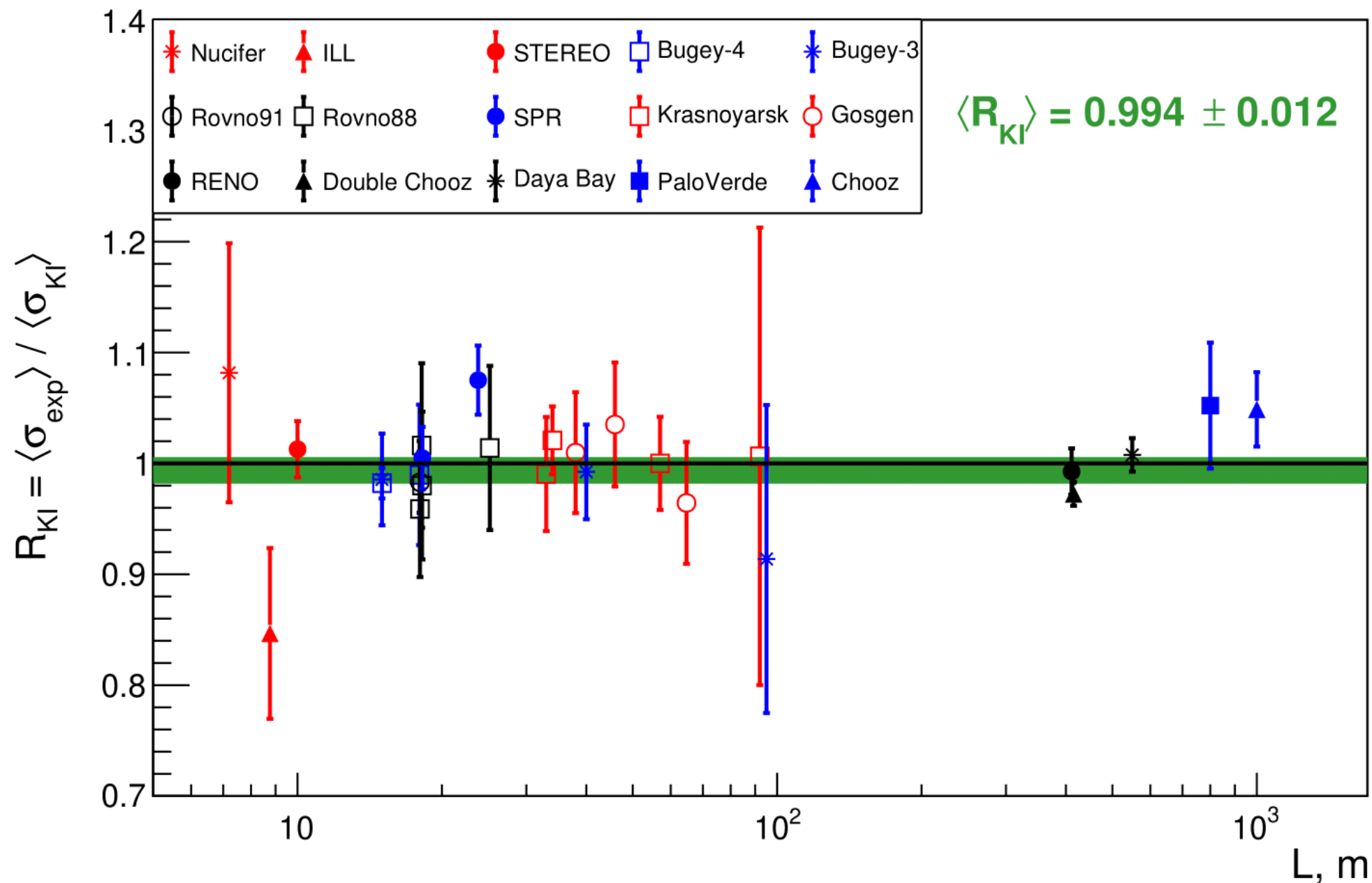
Positron spectrum



Сравнение наблюдаемого спектра позитронов с предсказываемым



Сравнение с данными реакторных экспериментов



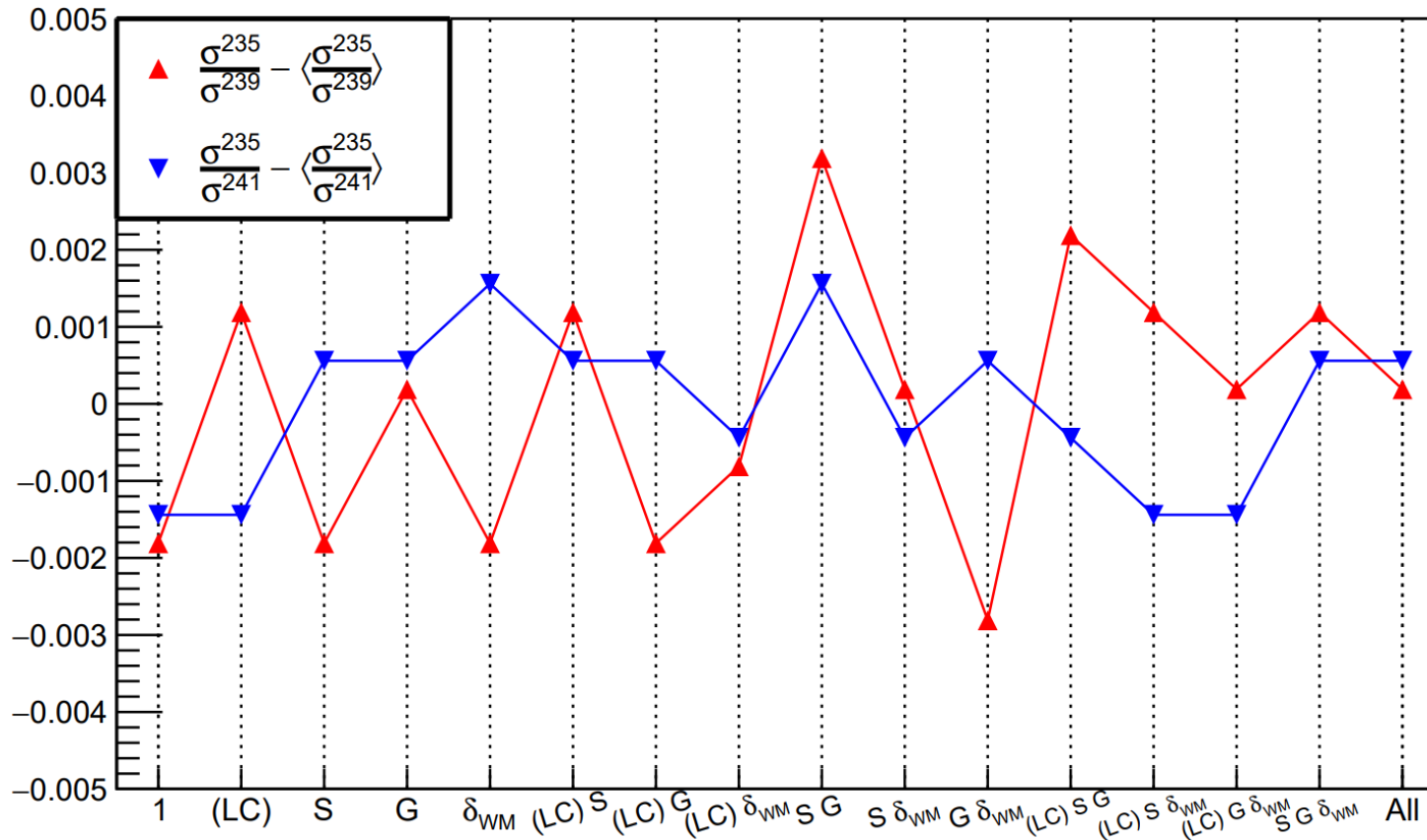
Об устойчивости процедуры реконструкции

Подгоночный одиночный спектр	σ^{235}	σ^{239}	σ^{241}
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta})$	6.05	4.19	5.82
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta}) \times (L C)$	6.29	4.34	6.04
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta}) \times G_{\beta}$	6.13	4.41	5.88
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta}) \times (L C G_{\beta})$	6.36	4.12	6.08

Выходы ОБР приведены в традиционных единицах 10^{-43} см² дел⁻¹

Подгоночный одиночный спектр	$\sigma^{235} / \sigma^{239}$	$\sigma^{235} / \sigma^{241}$
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta})$	1.444	1.040
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta}) \times (L C)$	1.445	1.041
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta}) \times G_{\beta}$	1.446	1.043
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q) = k \times p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 \times F(Z, E_{\beta}) \times (L C G_{\beta})$	1.442	1.041

Устойчивость отношений выходов ОБР: вклад поправок



Исходные **кумулятивные бета-спектры фиксируются, возмущается процедура конверсии** – «включаются» или «выключаются» различные поправки в различных комбинациях;

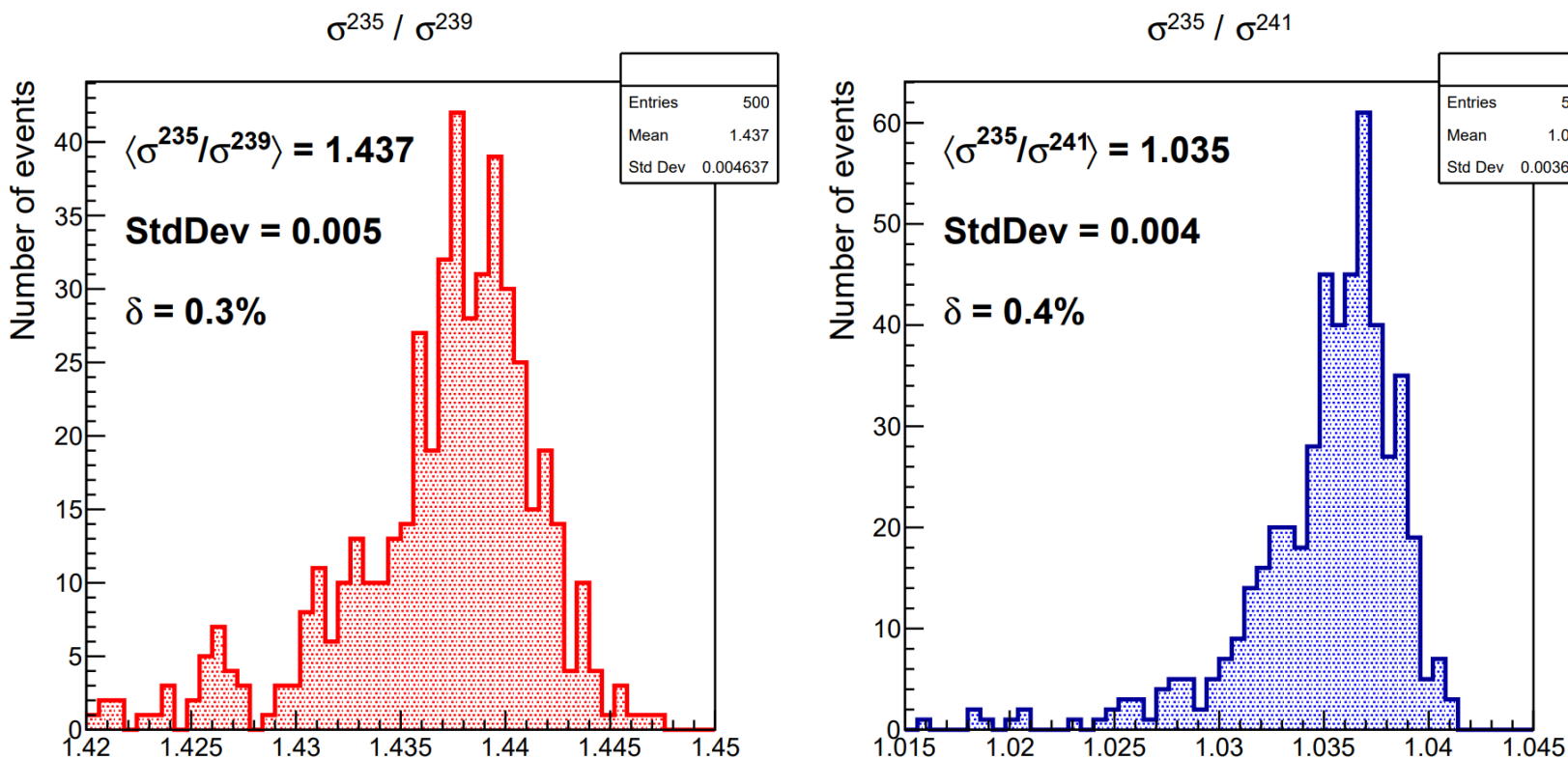
$$\left\langle \frac{\sigma^{235}}{\sigma^{239}} \right\rangle = 1.44, \quad \delta^{5/9} = 0.2\%$$

$$\left\langle \frac{\sigma^{235}}{\sigma^{241}} \right\rangle = 1.04, \quad \delta^{5/1} = 0.1\%$$

Погрешность отношения выходов ~3%
Разброс за счет вариаций поправок ~0.2%

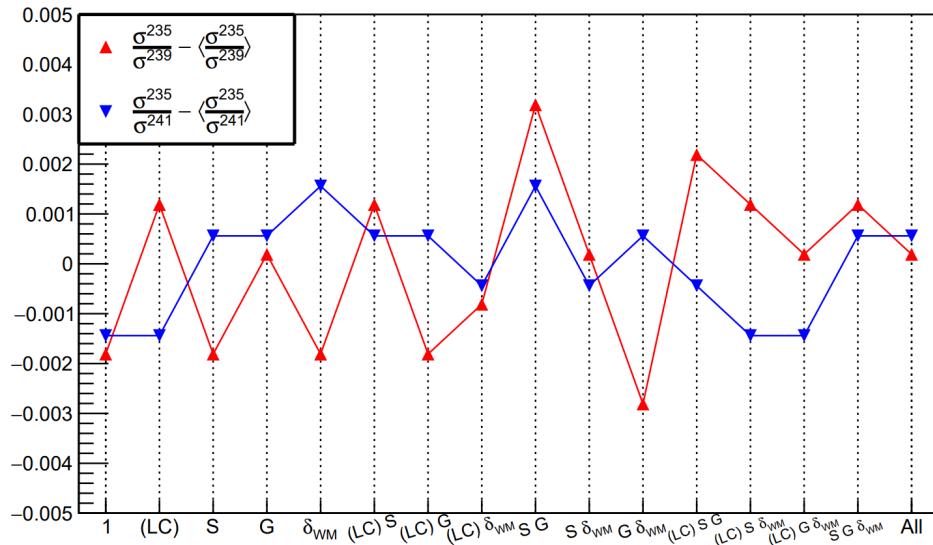
Устойчивость отношений выходов ОБР: вклад запрещенных переходов

$\rho_\beta(T_\beta) = k p_\beta E_\beta (Q - T_\beta)^2 F(Z, E_\beta) \sum \alpha_i(Q) C_i(E_\beta, Q) (1 + \delta_i(E_\beta, Z, Q))$ – бета-спектр смешанного типа;
 $\alpha_i(Q)$ - доля запрещенных переходов на заданном энергетическом отрезке;

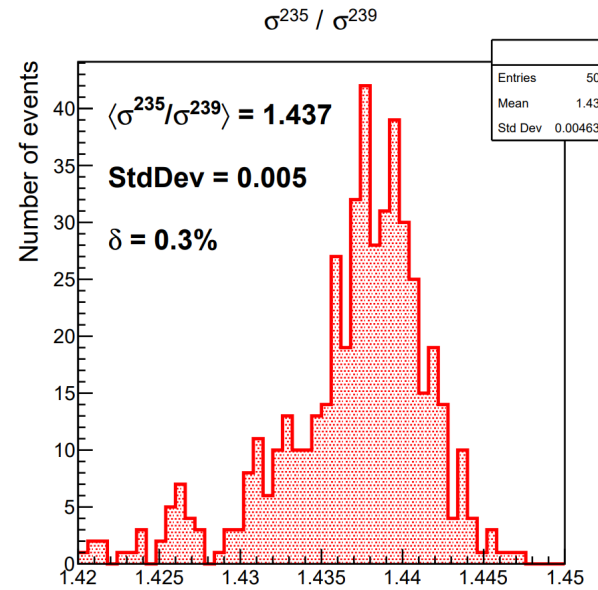


Погрешность отношения выходов ОБР ~3%
Разброс за счет учета запрещенных переходов ~0.4%

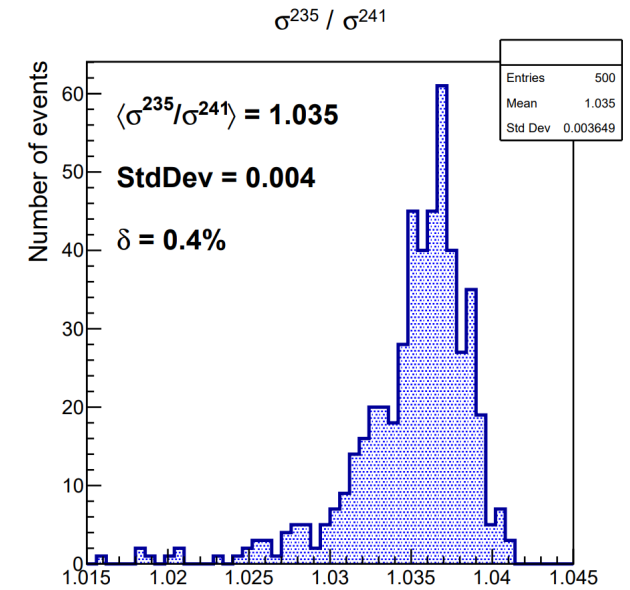
Устойчивость отношений выходов ОБР



Устойчивость к вариациям формы (поправки)



Устойчивость к вариациям формы (учет запрещенных переходов)



$$\frac{\sigma^X}{\sigma^Y} = F \left[\frac{\rho_\beta^{(X)}}{\rho_\beta^{(Y)}} \right]$$

Зависимость отношения выходов ОБР в основном от соответствующего отношения кумулятивных бета-спектров и малый (доли %) вклад в это отношение вариаций процедуры реконструкции;

Заключение

- Разработана методика реконструкции кумулятивных спектров реакторных антинейтрино продуктов деления изотопов урана и плутония методом конверсии из соответствующих кумулятивных бета-спектров;
- Рассчитаны спектры продуктов деления изотопов урана $\rho_{\nu, KI}^{235}$ и $\rho_{\nu, KI}^{238}$ (по переоцененным кумулятивным бета-спектрам, полученным в НИЦ “КИ”) и спектры продуктов деления изотопов плутония $\rho_{\nu, KI}^{239}$ и $\rho_{\nu, KI}^{241}$ (по кумулятивным бета-спектрам группы ILL), формирующие **новую модель реакторных спектров антинейтрино – модель Курчатовского института (КИ)**;
- Показано, что **модель КИ позволяет решить проблему реакторной антинейтринной аномалии**, т.е. объяснить наблюдаемый 5% дефицит наблюдаемых антинейтринных событий в реакторных экспериментах;
- Показана **устойчивость отношения выходов обратного бета-распада**: величины σ^X/σ^Y ($X, Y = 235, 238, 239, 241$) в основном зависят соответствующих **отношений кумулятивных бета-спектров $\rho_{\beta}^X/\rho_{\beta}^Y$** ;

Спасибо за внимание!



Дополнительные слайды



Зачем исследовать отношения?

$$\frac{\sigma^i}{\sigma^j} = F \left[\frac{\rho_v^{(i)} \sigma_{\text{ОБР}}}{\rho_v^{(j)} \sigma_{\text{ОБР}}} \right] = F \left[\frac{\rho_\beta^{(i)}}{\rho_\beta^{(j)}} \right]$$

$$\rho_v(E_v, t) = \rho_v^5 \left[1 - \underbrace{\alpha_9(t) \left(1 - \frac{\rho_v^9}{\rho_v^5} \right)}_{\sim 0-30 \%} - \underbrace{\alpha_8 \left(1 - \frac{\rho_v^8}{\rho_v^5} \right)}_{\sim 7 \%} - \underbrace{\alpha_1(t) \left(1 - \frac{\rho_v^1}{\rho_v^5} \right)}_{\sim 0-2\%} \right]$$

$$\langle \sigma \rangle = \sigma^5 \left[1 - \alpha_9(t) \left(1 - \frac{\sigma^9}{\sigma^5} \right) - \alpha_8 \left(1 - \frac{\sigma^8}{\sigma^9} \right) - \alpha_1(t) \left(1 - \frac{\sigma^1}{\sigma^5} \right) \right]$$

Экспериментальное определение выхода σ^5 с лучшей точностью:

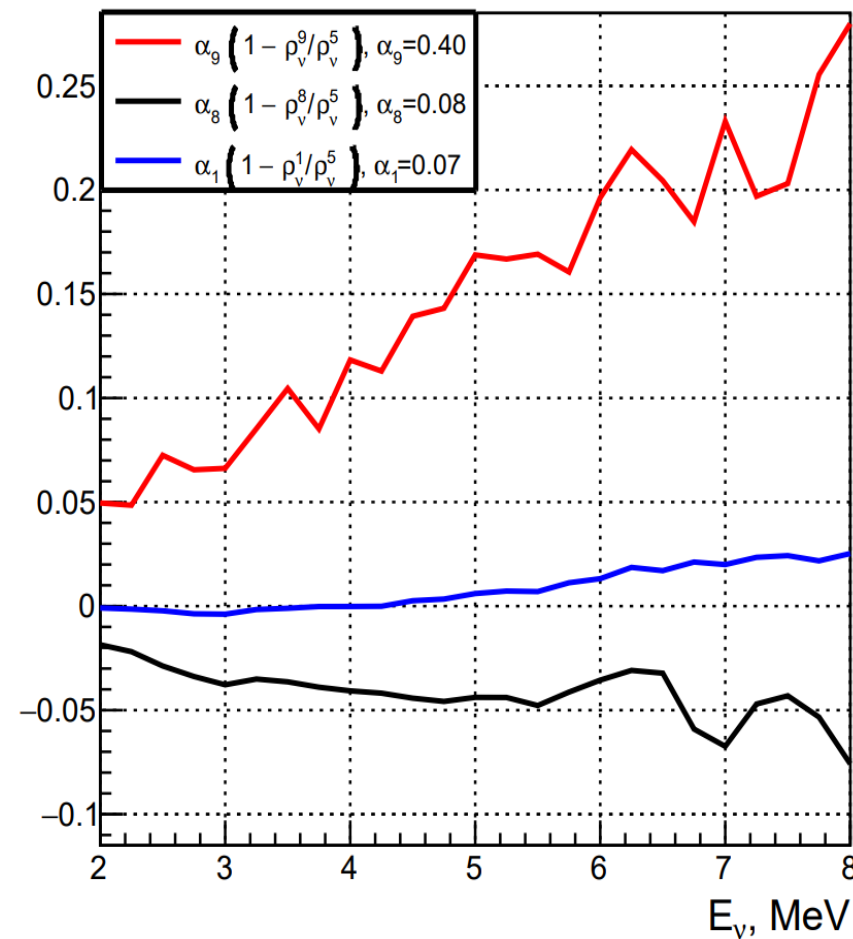
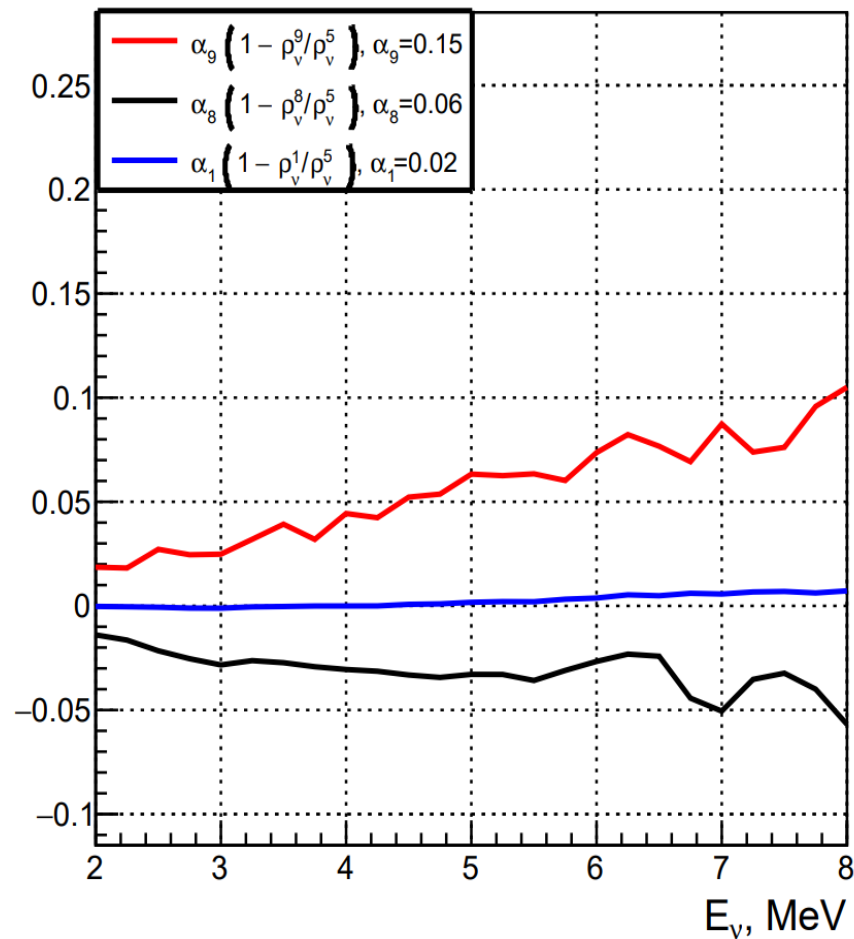
$$\sigma^5 = \frac{\langle \sigma \rangle}{(1 - \delta_8 - \delta_1) - \alpha_9 \left(1 - \frac{\sigma^9}{\sigma^5} \right)}$$

Задача мониторинга работы ядерного реактора – определение изотопного состава:

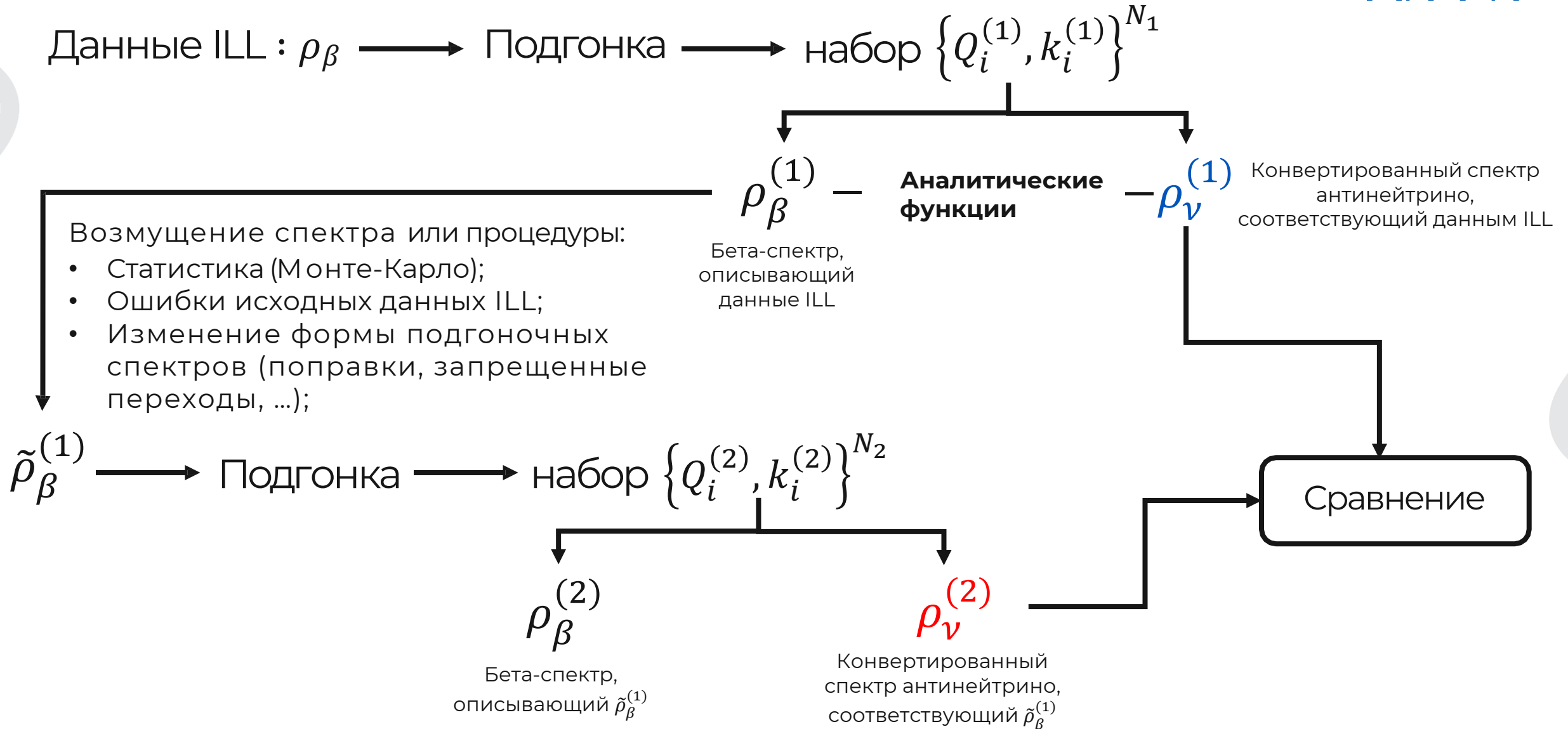
$$\widehat{\alpha}_9(t) = \frac{\frac{\langle \sigma \rangle(t)}{\sigma^5} - (1 + \delta_8)}{\frac{\sigma^9}{\sigma^5} - 1}$$

Эволюция компонент спектра реакторных антинейтрино

$$\rho_\nu(E_\nu, t) = \rho_\nu^5 \left[1 - \alpha_9(t) \left(1 - \frac{\rho_\nu^9}{\rho_\nu^5} \right) - \alpha_8 \left(1 - \frac{\rho_\nu^8}{\rho_\nu^5} \right) - \alpha_1(t) \left(1 - \frac{\rho_\nu^1}{\rho_\nu^5} \right) \right]$$



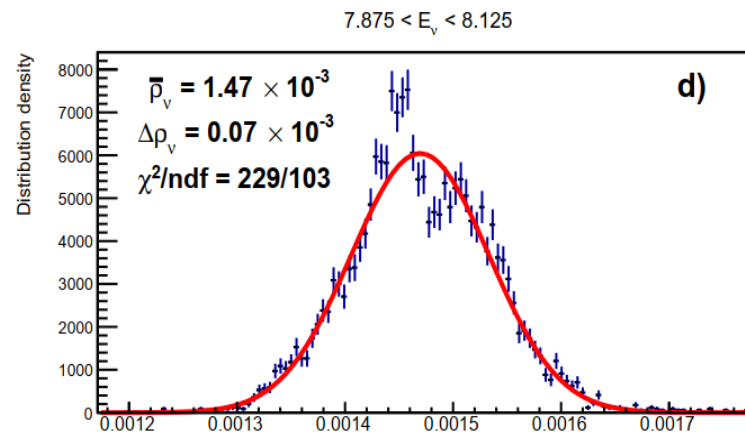
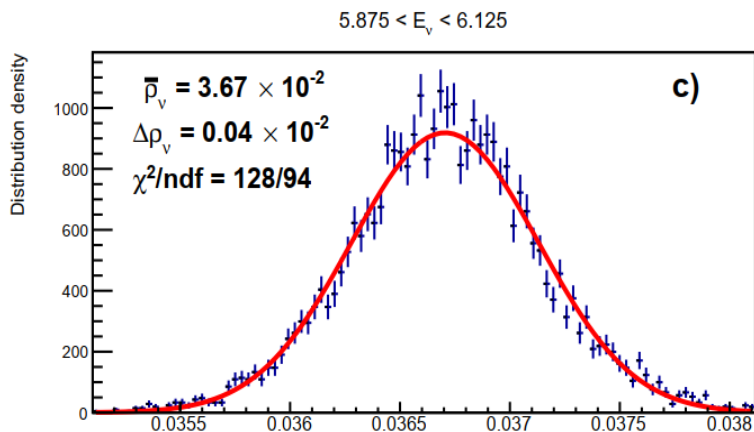
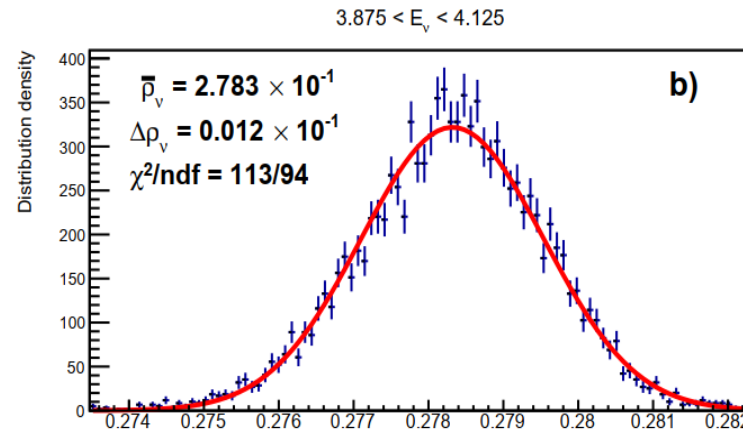
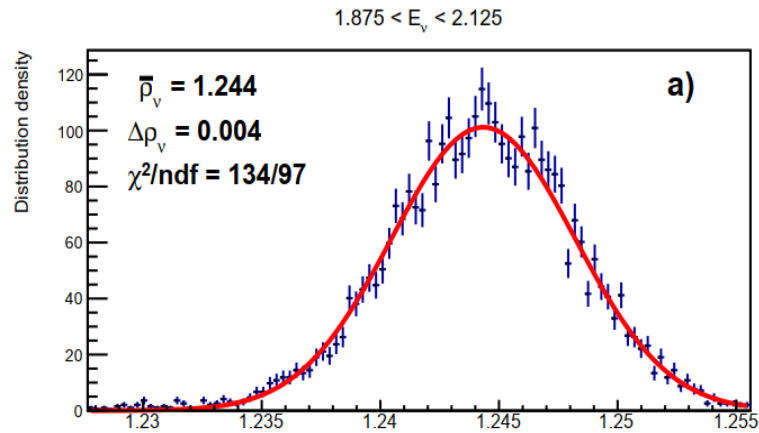
Метод многократной конверсии



Расчет погрешностей

$$\delta\rho_\nu(E_\nu) = \sqrt{\underbrace{\delta_{\text{stat}}(E_\nu)}_{\text{Многократная конверсия}} + \underbrace{\delta_{\text{norm}}^2(E_\nu)}_{\text{Приведены ILL}} + \underbrace{\delta_{\langle Z \rangle}^2(E_\nu) + \delta_{\text{WM}}^2(E_\nu)}_{\text{Оценены Huber}}}$$

Расчет погрешностей



Процедура конверсии фиксируется (модель КИ), исходные бета-спектры возмущаются:

$$\rho_\beta \rightarrow N(\rho_\beta, [\Delta\rho_\beta]^2)$$

для всех энергий T_β .

Многokrратно проводится конверсия возмущенного спектра → получаем разброс результата конверсии – спектра антинейтрино, обусловленный статистическими ошибками исходных данных.

О реконструкции спектра антинейтрино продуктов деления ^{238}U



$\rho_{\nu}^{(i)}(E) = k(E) \rho_{\beta}^{(i)}(E)$; $k(E)$ – универсальная для всех изотопов функция пересчета;

Имеем $\rho_{\beta}^{(238)}(E)$ – измерен в Техническом университете Мюнхена (TUM), см. работу

Experimental Determination of the Antineutrino Spectrum of the Fission Products of ^{238}U / N. Haag [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112, no. 12. — P. 122501.

Аккуратную конверсию проводить некорректно - мало точек. Используем уравнение выше, функцию $k(E)$ определяем по спектрам ^{235}U :

$$\rho_{\nu}^{(238)}(E) = k(E) \rho_{\beta}^{(238)}(E); \quad k(E) = \frac{\rho_{\nu}^{(235)}(E)}{\rho_{\beta}^{(235)}(E)}$$

E [keV]	N_{β}	$\frac{\text{betas}}{\text{fiss.} \cdot \text{MeV}}$	ϵ [%]	$\epsilon_{exp, norm}$ [%]	ϵ_{BILL} [%]
2250 - 2500		1.032	3.2	2.1	1.7
2500 - 2750		$8.302 \cdot 10^{-1}$	3.0	2.1	1.7
2750 - 3000		$6.922 \cdot 10^{-1}$	2.4	2.1	1.7
3000 - 3250		$5.698 \cdot 10^{-1}$	2.3	2.1	1.7
3250 - 3500		$4.533 \cdot 10^{-1}$	2.4	2.1	1.7
3500 - 3750		$3.740 \cdot 10^{-1}$	2.4	2.1	1.7
3750 - 4000		$2.807 \cdot 10^{-1}$	2.7	2.1	1.7
4000 - 4250		$2.279 \cdot 10^{-1}$	2.9	2.1	1.7
4250 - 4500		$1.725 \cdot 10^{-1}$	3.5	2.1	1.8
4500 - 4750		$1.343 \cdot 10^{-1}$	3.9	2.1	1.8
4750 - 5000		$1.084 \cdot 10^{-1}$	4.5	2.1	1.8
5000 - 5250		$7.891 \cdot 10^{-2}$	5.5	2.1	1.8
5250 - 5500		$5.831 \cdot 10^{-2}$	6.8	2.1	1.8
5500 - 5750		$4.137 \cdot 10^{-2}$	9.7	2.1	1.8
5750 - 6000		$2.909 \cdot 10^{-2}$	11.7	2.1	1.8
6000 - 6250		$2.765 \cdot 10^{-2}$	11.1	2.1	1.8
6250 - 6500		$2.248 \cdot 10^{-2}$	12.7	2.1	1.8
6500 - 6750		$1.296 \cdot 10^{-2}$	18.9	2.1	1.9
6750 - 7000		$7.078 \cdot 10^{-3}$	28.1	2.1	1.9

Выходы обратного бета-распада

$$\sigma_{\text{KI}}^{235} = 6.26 \pm 0.13 \cdot 10^{-43} \text{ см}^2 \text{ дел}^{-1}$$

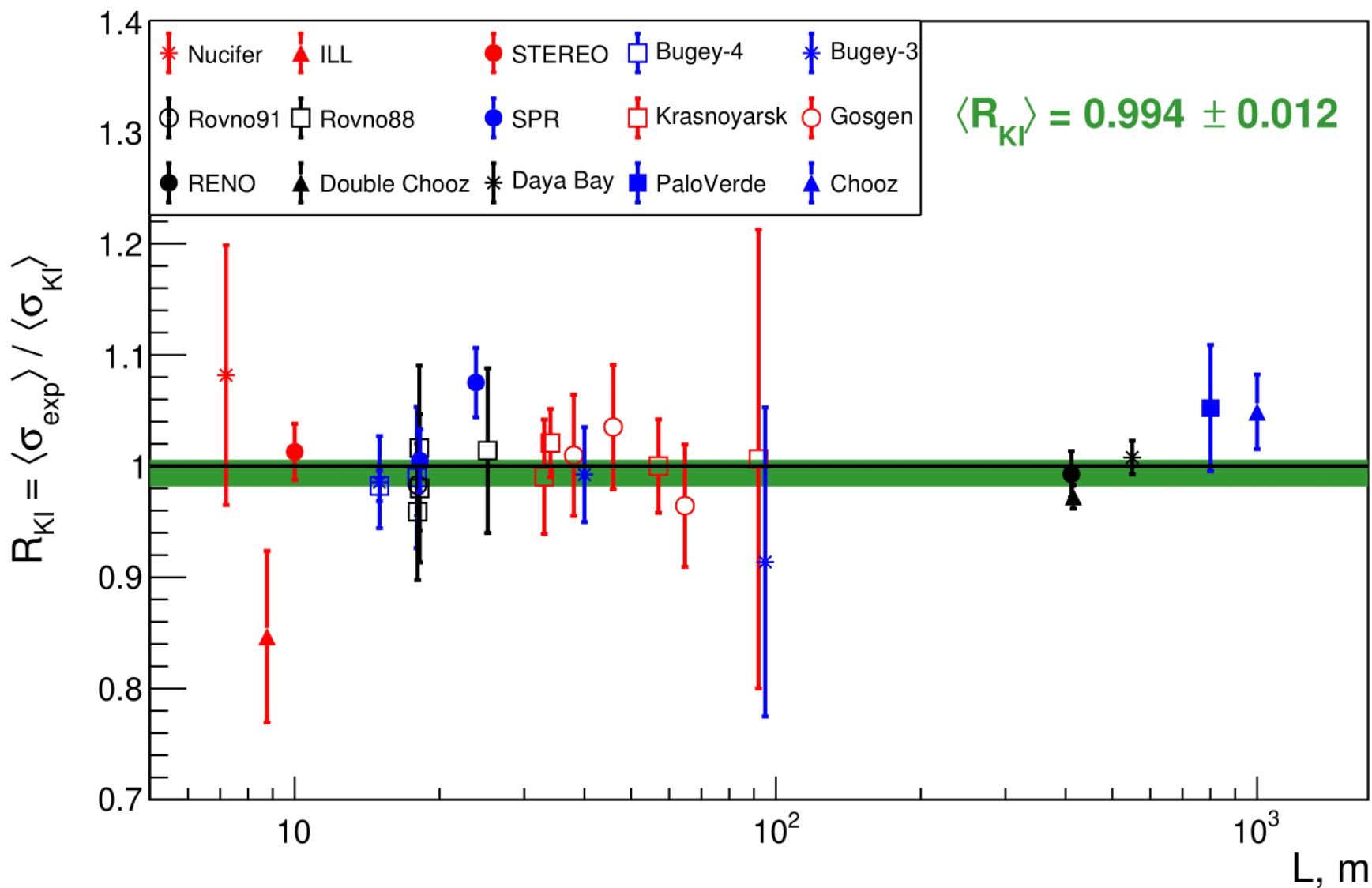
$$\sigma_{\text{KI}}^{238} = 9.3 \pm 1.0 \text{ см}^2 \text{ дел}^{-1}$$

$$\sigma_{\text{KI}}^{239} = 4.34 \pm 0.11 \text{ см}^2 \text{ дел}^{-1}$$

$$\sigma_{\text{KI}}^{241} = 5.98 \pm 0.13 \text{ см}^2 \text{ дел}^{-1}$$

	α_{235}	α_{238}	α_{239}	α_{241}	$\langle \sigma \rangle_{\text{exp}}$	$\langle \sigma \rangle_{\text{KI}}$	$\langle \sigma \rangle_{\text{exp}} / \langle \sigma \rangle_{\text{KI}}$
RENO	0.571	0.073	0.300	0.056	5.85	5.89	0.99
Rovno-88	0.557	0.076	0.313	0.054	5.96	5.88	1.01
Rovno-91	0.614	0.074	0.274	0.038	5.85	5.95	0.98
Chooz	0.496	0.087	0.351	0.066	6.12	5.84	1.05
Double Chooz	0.520	0.087	0.333	0.060	5.71	5.87	0.97

Реакторная антинейтринная аномалия



Реакторная антинейтринная аномалия

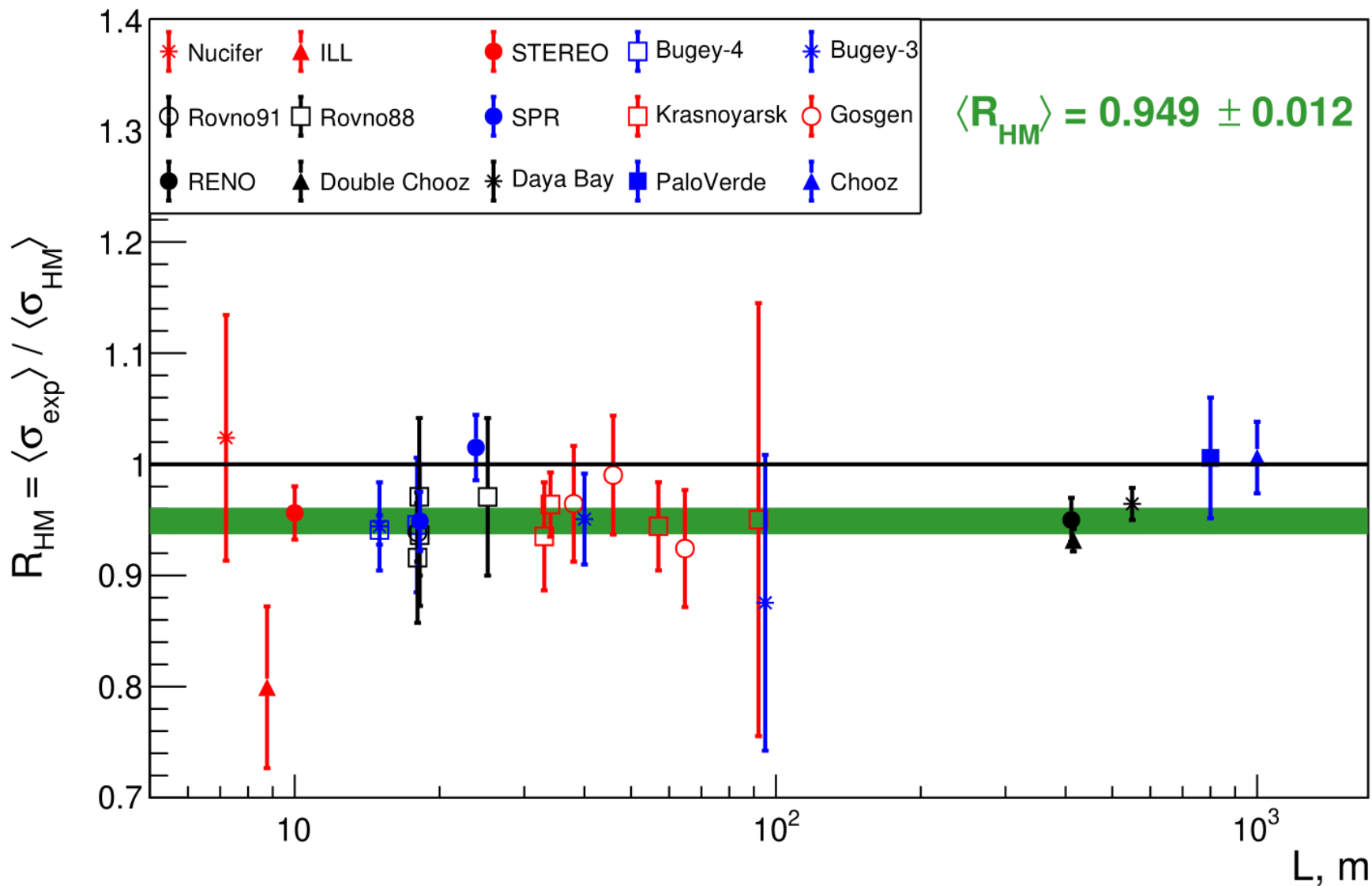


TABLE I. The shape factors $C(Z, E_e)$ and WM corrections for the allowed and first forbidden GT transitions. The fourth and sixth columns are the shape factor calculated with the plane wave approximation and WM corrections respectively [26], and the fifth column is the shape factor using the exact relativistic calculation of the Dirac wave function [29].

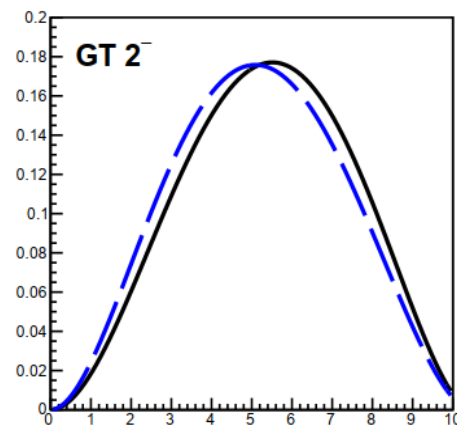
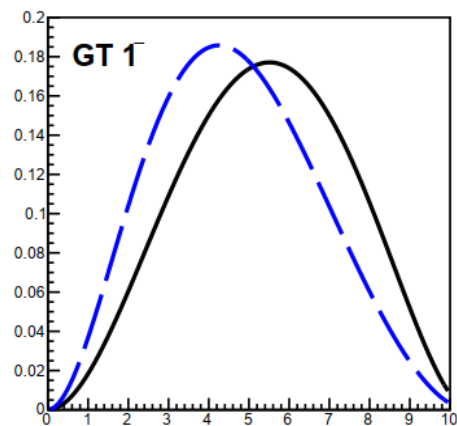
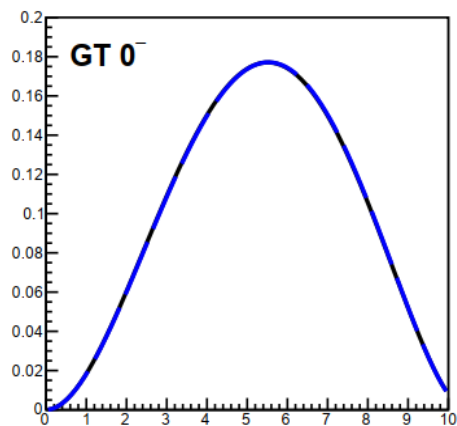
Classification	ΔJ^π	Operator	Shape factor $C(E_e)$		WM correction $\delta_{WM}(E_e)$
			Plane wave approximation	Exact relativistic calculation	
Allowed GT	1^+	$\Sigma \equiv \sigma\tau$	1	1	$\frac{2}{3} \frac{\mu_\nu - 1/2}{M_{NGA}} (E_e \beta^2 - E_\nu)$
Nonunique first forbidden GT	0^-	$[\Sigma, r]^{0-}$	$p_e^2 + E_\nu^2 + 2\beta^2 E_\nu E_e$	$E_\nu^2 + p_e^2 \tilde{F}_{p_{1/2}} + 2p_e E_\nu \tilde{F}_{sp_{1/2}}$	0
Nonunique first forbidden GT	1^-	$[\Sigma, r]^{1-}$	$p_e^2 + E_\nu^2 - \frac{4}{3}\beta^2 E_\nu E_e$	$E_\nu^2 + \frac{2}{3}p_e^2 \tilde{F}_{p_{1/2}} + \frac{1}{3}p_e^2 \tilde{F}_{p_{3/2}} - \frac{4}{3}p_e E_\nu \tilde{F}_{sp_{1/2}}$	$\frac{\mu_\nu - 1/2 (E_e \beta^2 - E_\nu)(p_e^2 + E_\nu^2) + 2\beta^2 E_e E_\nu (E_\nu - E_e)/3}{M_{NGA} (p_e^2 + E_\nu^2 - 4\beta^2 E_\nu E_e/3)}$
Unique first forbidden GT	2^-	$[\Sigma, r]^{2-}$	$p_e^2 + E_\nu^2$	$E_\nu^2 + p_e^2 \tilde{F}_{p_{3/2}}$	$\frac{3}{5} \frac{\mu_\nu - 1/2 (E_e \beta^2 - E_\nu)(p_e^2 + E_\nu^2) + 2\beta^2 E_e E_\nu (E_\nu - E_e)/3}{M_{NGA} (p_e^2 + E_\nu^2)}$

В таблице приведены факторы формы для используемых запрещенных переходов;

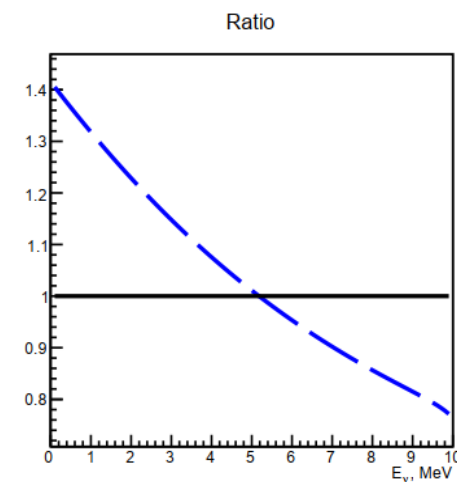
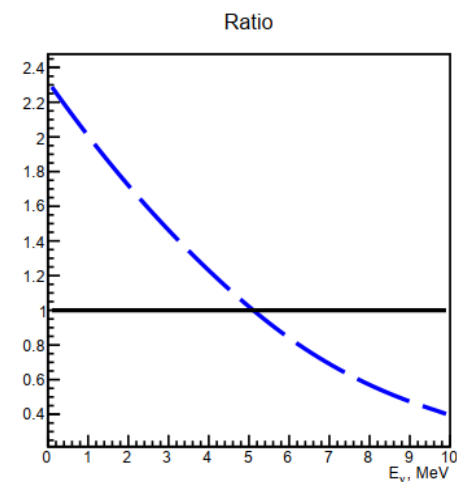
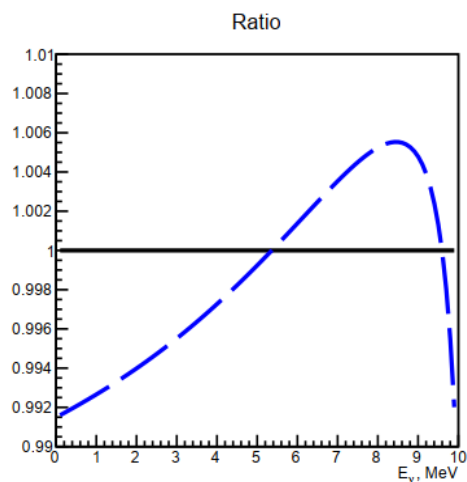
Данные из работы

Li Y.-F., Zhang D. New Realization of the Conversion Calculation for Reactor Antineutrino Fluxes // Phys. Rev. D. — 2019. — Vol. 100, no. 5. — P. 053005.

Отличия запрещенных и разрешенных спектров



--- - спектр
антинейтрино
запрещенного
перехода $GT\ \Delta J^\pi$



Эффективный заряд $\langle Z \rangle(Q)$

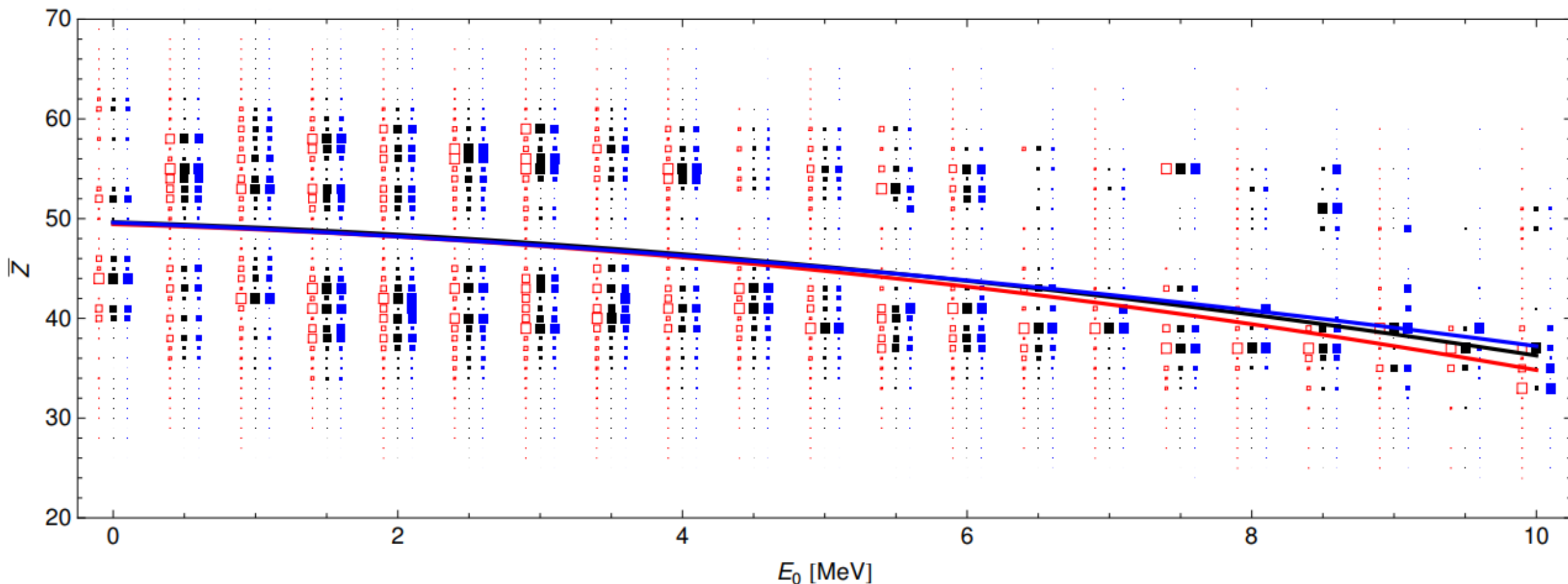


Рисунок взят из работы

Huber P. On the determination of antineutrino spectra from nuclear reactors // Phys. Rev. C. — 2011. — Vol. 84. — P. 024617.

Учет запрещенных переходов

Модель КИ

$\rho_{\beta}(T_{\beta}) = k p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 F(Z, E_{\beta}) (1 + \delta(E_{\beta}, Z, Q))$ – разрешенный бета-спектр;

Деление энергетического диапазона на различные отрезки с учетом статистики;

Единая для всей процедуры параметризация эффективного заряда $\langle Z \rangle(Q)$;

Фиксированный набор поправок $\delta(E_{\beta}, Z, Q)$ для каждой синтетической ветви;

Модель КИ 2.0 (прототип)

$\rho_{\beta}(T_{\beta}) = k p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 F(Z, E_{\beta}) \sum \alpha_i(Q) C_i(E_{\beta}, Q) (1 + \delta_i(E_{\beta}, Z, Q))$ – эффективный бета-спектр смешанного типа;

α_i - доля запрещенных переходов i -ого типа запрета на данном энергетическом отрезке;

$C_i(E_{\beta}, Q)$ – фактор формы (shape-фактор) – учет запрещенности перехода;

Деление энергетического диапазона на равные отрезки и вычисление $\alpha_i(Q)$ на каждом из них;

Для каждого типа запрета индивидуальная параметризация эффективного среднего заряда $\langle Z \rangle(Q)$;

Для каждого типа запрета индивидуальный набор поправок $\delta_i(E_{\beta}, Z, Q)$;

Классификация запрещенных переходов

Тип перехода	Правило отбора	$\lg(fT_{1/2})$
Разрешенные:		
Сверхразрешенные	$\Delta J = 0, 1^+$	3.5 ± 0.2
Затрудненные	$\Delta J = 0, 1^+$	5.7 ± 1.1
Запрещенные:		
Первая степень, неуникальные	$\Delta J = 0, 1^-$	7.5 ± 1.5
Первая степень, <i>уникальные</i>	$\Delta J = 2^-$	8.5 ± 0.7
Вторая степень, неуникальные	$\Delta J = 2^+$	12.1 ± 1.0
Вторая степень, <i>уникальные</i>	$\Delta J = 3^-$	11.7 ± 0.9
<i>и так далее</i>		

См., например, **Ц.С. Ву, С.А. Мошковский «Бета-распад»**

$f = \int F(Z, E_\beta) \times E_\beta p_\beta (Q + m_e - E_\beta)^2 dE_\beta$ – объем фазового пр-ва;
 $T_{1/2}$ – период полураспада;

Аддитивность вклада поправок в выходы ОБР

Поправка Δ	$\sigma(\Delta)$	$\frac{\sigma(A) - \sigma(\Delta)}{\sigma(A)}$	$\frac{\sigma(\Delta) - \sigma(1)}{\sigma(\Delta)}$	$\frac{\sigma(A) - \sigma(A - \Delta)}{\sigma(\Delta)}$
1	6.38	3.33%	-	-
(L_0C)	6.62	-0.30%	3.63%	3.64%
S	6.35	3.79%	-0.47%	-0.45%
G_β	6.46	2.12%	1.28%	1.36%
WM	6.32	4.24%	-0.97%	-1.06%
$(L_0C) S$	6.59	0.15%	3.19%	3.18%
$(L_0C) G_\beta$	6.71	-1.67%	4.92%	4.85%
$(L_0C) \delta_{WM}$	6.55	0.76%	2.60%	2.58%
$S G_\beta$	6.43	2.58%	0.78%	0.76%
$S \delta_{WM}$	6.28	4.85%	-1.59%	-1.67%
$G_\beta \delta_{WM}$	6.39	3.18%	0.16%	0.15%
$(L_0C) S G_\beta$	6.67	-1.06%	4.35%	4.24%
$(L_0C) S \delta_{WM}$	6.51	1.36%	2.00%	2.12%
$(L_0C) G_\beta \delta_{WM}$	6.63	-0.45%	3.77%	3.79%
$G_\beta S \delta_{WM}$	6.36	3.64%	-0.31%	-0.30%
A – все поправки	6.60	-	3.33%	-

Исходные бета-спектры фиксируются, возмущается процедура конверсии – «включаются» или «выключаются» различные поправки в различных комбинациях;

$$h(\Delta) = \frac{\sigma(\Delta) - \sigma(1)}{\sigma(\Delta)}$$

1. $h(\Delta)$ – **аддитивный** функционал
 $h(\Delta_1 \Delta_2) = h(\Delta_1) + h(\Delta_2)$
 с точностью до **долей процента**
2. $h(\Delta)$ **не зависит** от изотопа, то есть **от входных данных**;
3. $\sigma(\Delta_1 \Delta_2 \dots \Delta_N) = \sigma(1) (1 + h(\Delta_1) + h(\Delta_2) + \dots + h(\Delta_N))$;

Расчет выхода ОБР ^{235}U для разных поправок и их комбинаций; Выходы ОБР в единицах $10^{-43} \text{ см}^2 \text{ дел}^{-1}$;
Относительные погрешности выходов ОБР составляют 3 %

О неопределенностях и недостатках метода конверсии



1. Соответствие конвертированного спектра антинейтрино и реального:

$$\rho_{\nu}(E_{\nu}, t) = [1 + C_{\Sigma}(E_{\nu}, t)] \sum_i \alpha_i(t) \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) + \rho_{SNF}(E_{\nu}, t)$$

$C_{\Sigma}(E_{\nu}, t)$ – спектральная поправка, учитывающая вклады долгоживущих изотопов и бета-излучателей, возникающих при активации нейтронами продуктов деления; $\rho_{SNF}(E_{\nu}, t)$ – спектр антинейтринного излучения бассейна выдержки;

2. Метод конверсии не позволяет определить спектр антинейтрино в мягкой области <2 МэВ и в жесткой >8 МэВ;
3. Конвертированные кумулятивные спектры антинейтрино получаются для более грубого разбиения интервала энергий (~ 250 кэВ), чем расчетные *ab initio*;
4. Следствие пункта 3: конвертированный спектр антинейтрино не воспроизводит микроструктуру реального реакторного спектра;
5. Сложность учета запрещенных переходов и поправки на слабый магнетизм;
6. Неустраняемая (на данный момент) погрешность спектров антинейтрино, порождаемая статистической ошибкой исходных бета-спектров и ошибкой их нормировки;

Устойчивость отношений к процедуре конверсии: вклад запрещенных переходов

$\rho_\beta(T_\beta) = k p_\beta E_\beta (Q - T_\beta)^2 F(Z, E_\beta) \sum \alpha_i(Q) C_i(E_\beta, Q) (1 + \delta_i(E_\beta, Z, Q))$ – бета-спектр смешанного типа;

$\alpha_i(Q)$ – доля запрещенных переходов i -ого типа на данном энергетическом отрезке;

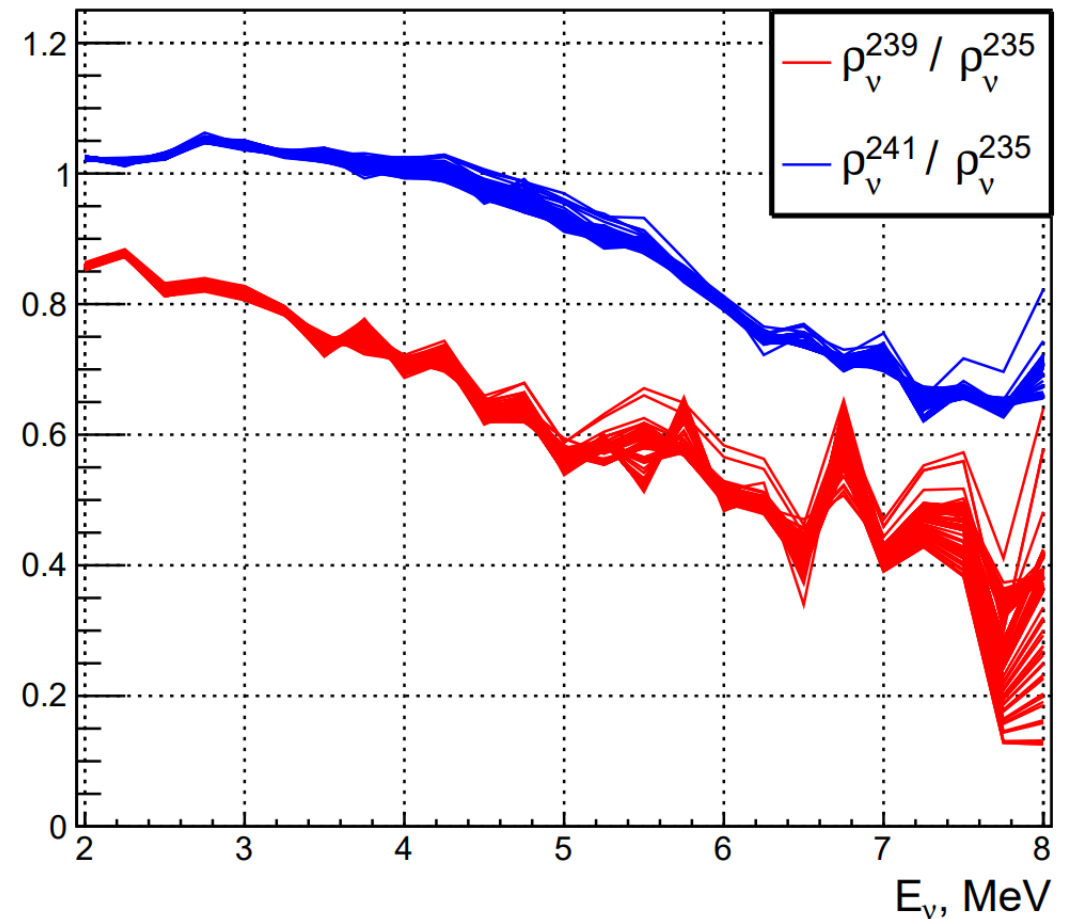
$C_i(E_\beta, Q)$ – фактор формы (shape-фактор);

Рассматриваются однократно запрещенные переходы: неуникальные GT 0^- , 1^- и уникальные GT 2^-

Исходные кумулятивные бета-спектры фиксируются, возмущается процедура конверсии – вводятся запрещенные переходы с различными весами (набор поправок фиксируется);

Для разных комбинаций долей запрещенных переходов α_i (разыгрываются) проводится конверсия бета-спектра в спектр антинейтрино.

На рисунке справа представлена реализация для 500 итераций.



Реакторные антинейтрино

- $\Phi_{\nu}(E_{\nu}, t) = \frac{1}{4\pi L^2} \sum N_f^{(i)}(t) \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) = \frac{N_f}{4\pi L^2} \sum \alpha_i(t) \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu})$ – поток реакторных антинейтрино;

 $N_f^{(i)}$ – число делений тяжелых изотопов $i = {}^{235}\text{U}, {}^{238}\text{U}, {}^{239}\text{Pu}$ и ${}^{241}\text{Pu}$;

 $\alpha_i(t) = \frac{N_f^{(i)}}{\sum N_f^{(i)}} = \frac{N_f^{(i)}}{N_f}$ – доля делений;
- $\rho_{\nu}(E_{\nu}, t) = \alpha_5(t) \rho_{\nu}^5(E_{\nu}) + \alpha_8 \rho_{\nu}^8(E_{\nu}) + \alpha_9(t) \rho_{\nu}^9(E_{\nu}) + \alpha_1(t) \rho_{\nu}^1(E_{\nu})$ – кумулятивный спектр реакторных антинейтрино «в момент рождения»;
- $\rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \sim \sum \omega_k \rho_{\nu}(E_{\nu}, Q_k, Z_k)$ – кумулятивный спектр антинейтрино продуктов деления i -ого изотопа;
- $\rho_{\nu}(E_{\nu}, Q_k, Z_k)$ – спектр антинейтрино одиночного бета-распада;

Регистрация антинейтрино: ОБР

- $\Phi_{\nu}(E_{\nu}, t) = \frac{N_f}{4\pi L^2} \rho_{\nu}(E_{\nu}, t)$ [МэВ⁻¹ см⁻² сек⁻¹] – поток реакторных антинейтрино;
 N_f [дел сек⁻¹] – число делений тяжелых изотопов: ²³⁵U, ²³⁸U, ²³⁹Pu и ²⁴¹Pu;
- $\rho_{\nu}(E_{\nu}, t) = \sum \alpha_i(t) \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu})$ [МэВ⁻¹ дел⁻¹] – кумулятивный спектр реакторных антинейтрино «в момент рождения»;
- $\rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu})$ – кумулятивный спектр антинейтрино продуктов деления i -ого изотопа;

$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ – обратный бета-распад (ОБР)

$\frac{dN_{det}(T_e)}{dT_e} = \epsilon N_p \int \Phi_{\nu}(E_{\nu}) \frac{d\sigma_{OBR}(E_{\nu}, T_e)}{dT_e} dE_{\nu}$ [МэВ⁻¹ сек⁻¹] – наблюдаемый спектр позитронов ОБР;
 ϵ – эффективность регистрации, N_p – число протонов в мишени;

$\rho_e^{(i)}(T_e) = \int \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \frac{d\sigma_{OBR}(E_{\nu}, T_e)}{dT_e} dE_{\nu}$ [см² МэВ⁻¹ дел⁻¹] – спектр позитронов ОБР, порождаемый кумулятивным спектром реакторных антинейтрино i -ого изотопа «в момент рождения».

$\sigma^{(i)} = \int \rho_e^{(i)}(T_e) dT_e = \int \rho_{\nu}^{(i)}(E_{\nu}) \sigma_{OBR}(E_{\nu}) dE_{\nu}$ [см² дел⁻¹] – выход ОБР i -ого изотопа;

$$\frac{dN_{det}(T_e)}{dT_e} = \frac{\epsilon N_p N_f}{4\pi L^2} \sum_i \alpha_i \rho_e^{(i)}(T_e)$$

$$N_{det}(T_e) = \frac{\epsilon N_p N_f}{4\pi L^2} \sum_i \alpha_i \sigma^{(i)}$$

Процедура конверсии: модель КИ

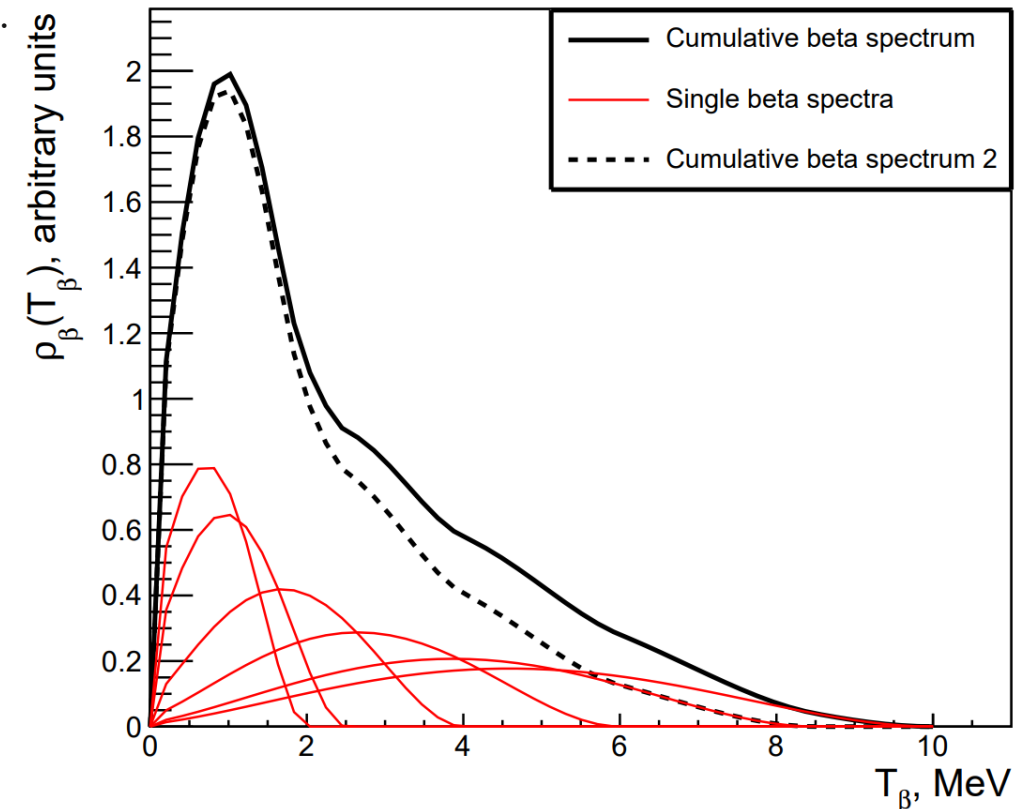
$\rho_{\beta}(T_{\beta}, Q, Z) = k p_{\beta} E_{\beta} (Q - T_{\beta})^2 F(Z, E_{\beta}) \Delta(E_{\beta}, Q)$ – одиночный разрешенный бета-спектр;
 Q – энергия реакции, $F(Z, E_{\beta})$ – функция Ферми, $\Delta(E_{\beta}, Q)$ – набор поправок модели КИ;
 $\rho_{\nu}(E_{\nu}, Q, Z) = \rho_{\beta}(Q - T_{\beta}, Q, Z)$ – связь одиночного бета-спектра со спектром антинейтрино;

Параметры, определяющие форму спектра:

Нормировочный коэффициент k , энергия бета-перехода Q . Заряд ядра Z заменяется эффективным зарядом $\langle Z \rangle(Q)$ с использованием ядерных баз данных.

АЛГОРИТМ РЕКОНСТРУКЦИИ:

- 1) 10-15 синтетических бета-ветвей аппроксимируют спектр ILL по частям, начиная с жесткой области;
- 2) К исходному, фиксированному набору ветвей добавляются дополнительные, с заведомо меньшими весами. Их параметры определяются путем аппроксимации всего исходного кумулятивного бета-спектра целиком.
- 3) Полученный спектр усредняется по энергетическим интервалам шириной 250 кэВ.



Переоценка кумулятивных бета-спектров

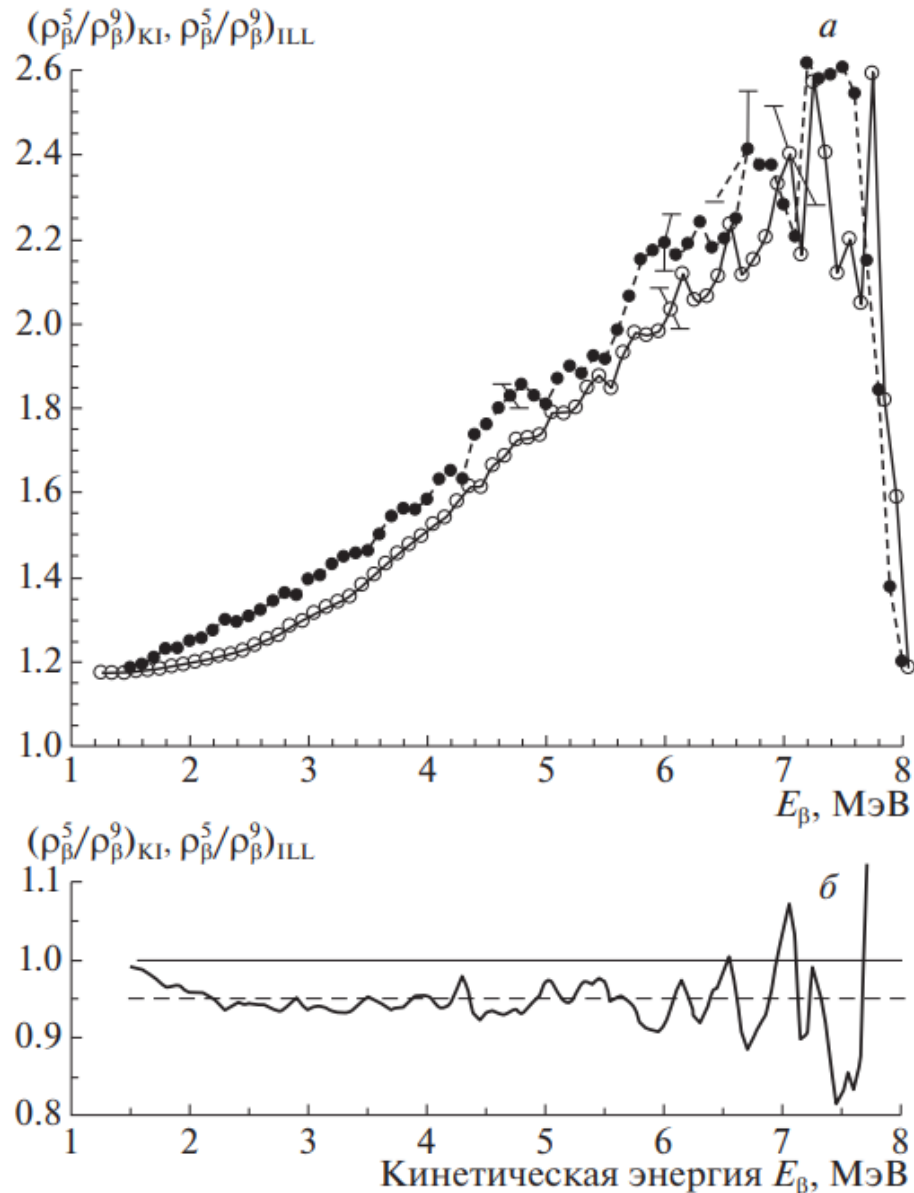


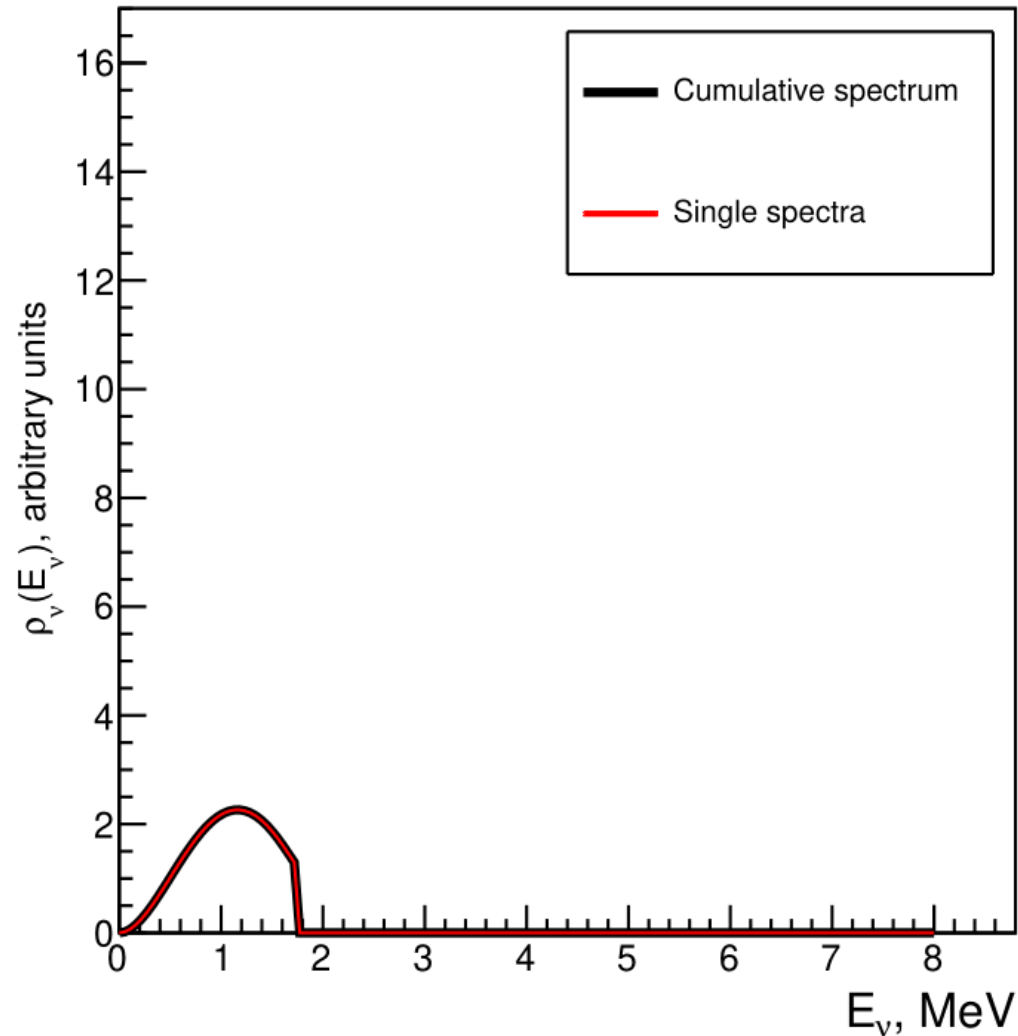
Рис. 3. Отношение кумулятивных спектров β -частиц продуктов деления ^{235}U и ^{239}Pu , измеренных группой ILL (институт Лауэ–Ланжевена) и группой КИ (Курчатовский институт). *а* — отношение спектров β -частиц $^{235}\text{U}/^{239}\text{Pu}$ группы ILL $(\rho_{\beta}^5/\rho_{\beta}^9)_{ILL}$ [5, 6, 18] (черные кружки, соединенные штриховой кривой), отношение спектров β -частиц $^{235}\text{U}/^{239}\text{Pu}$ группы КИ $(\rho_{\beta}^5/\rho_{\beta}^9)_{KI}$, измеренные в настоящей работе (светлые кружки, соединенные сплошной кривой). *б* — Сопоставление отношения спектров настоящей работы $(\rho_{\beta}^5/\rho_{\beta}^9)_{KI}$ и отношения спектров группы ILL $(\rho_{\beta}^5/\rho_{\beta}^9)_{ILL}$.

Рисунок взят из работы
Копейкин В., Панин Ю., Сабельников А.
«Измерение отношения кумулятивных спектров бета-частиц от продуктов деления ^{235}U и ^{239}Pu для решения задач физики реакторных антинейтрино» // *Ядерная физика – 2021.* – Т. 84 – С. 3-11

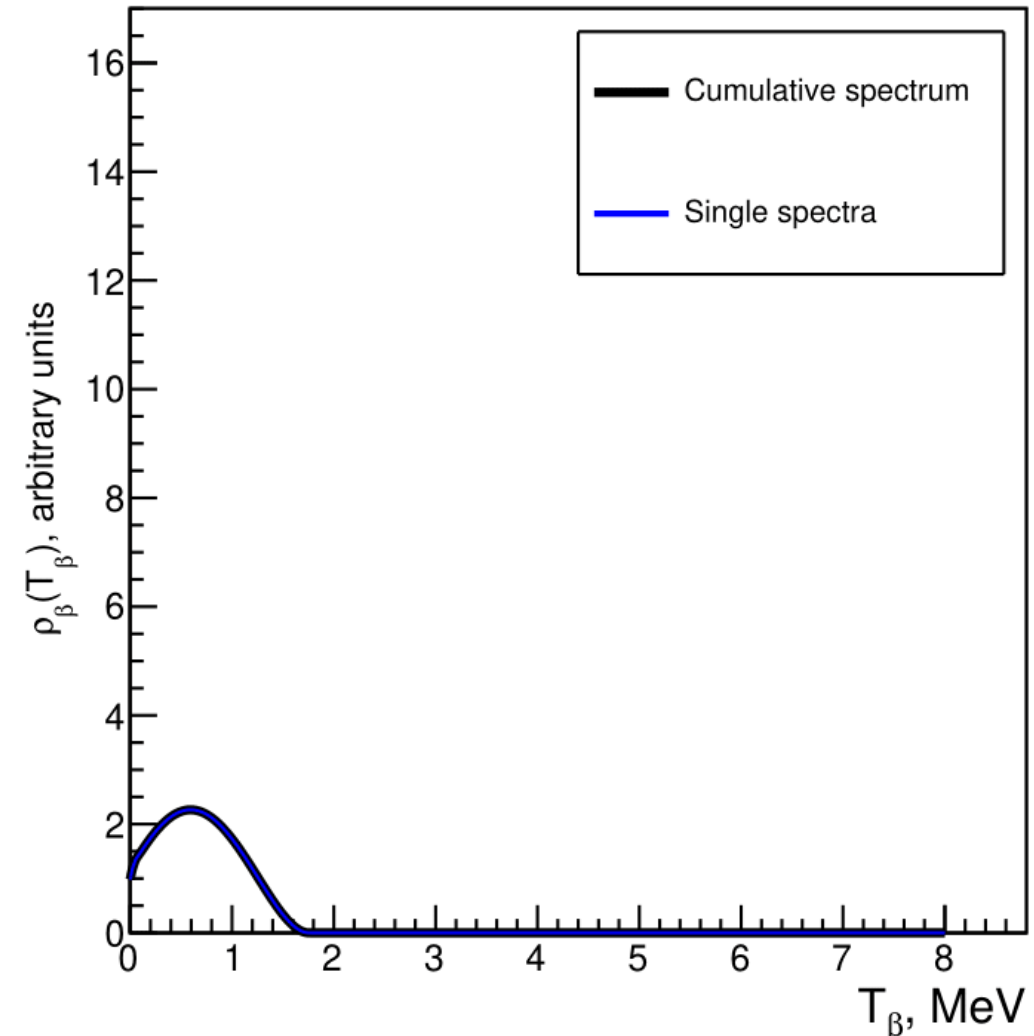
Формирование кумулятивных спектров

$$\rho(E) = \sum_{k=1}^1 \omega_k \rho(E, Q_k, Z_k)$$

Antineutrino spectra



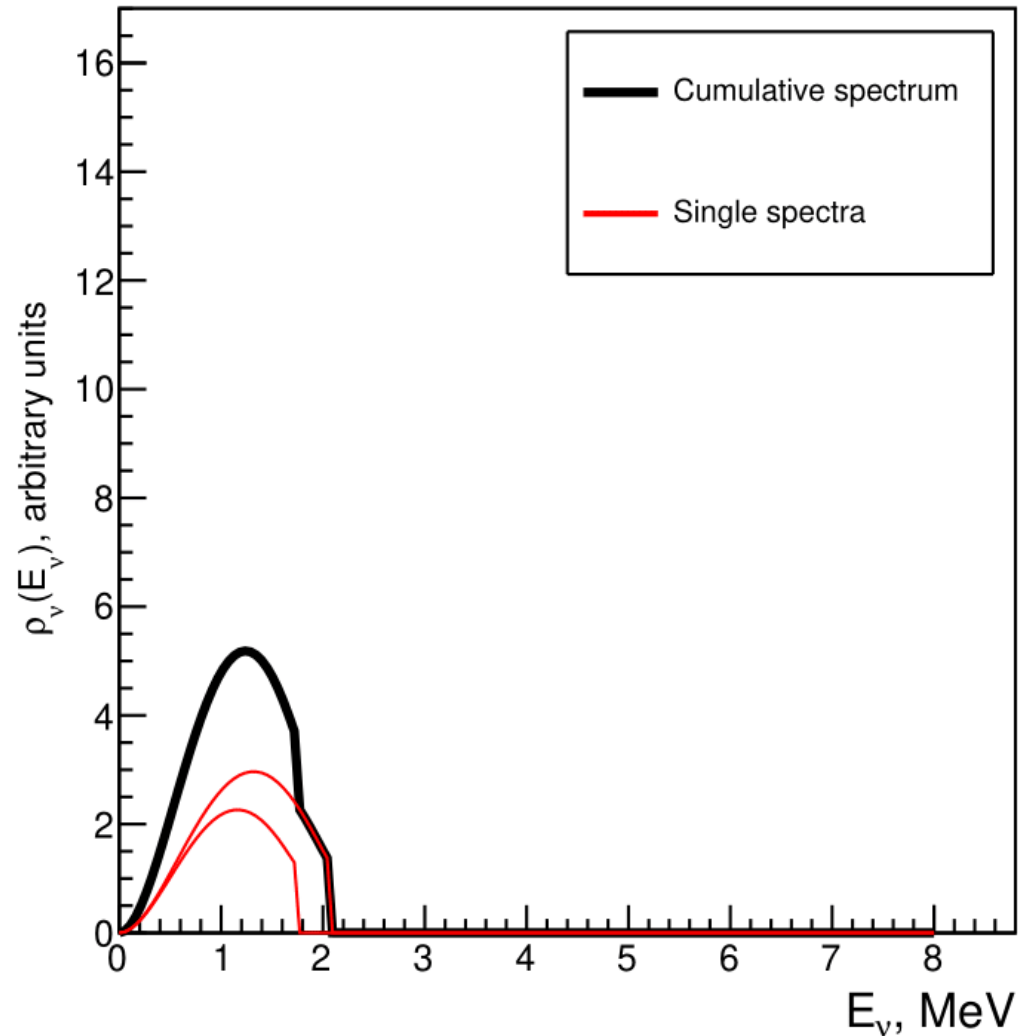
β -electron spectra



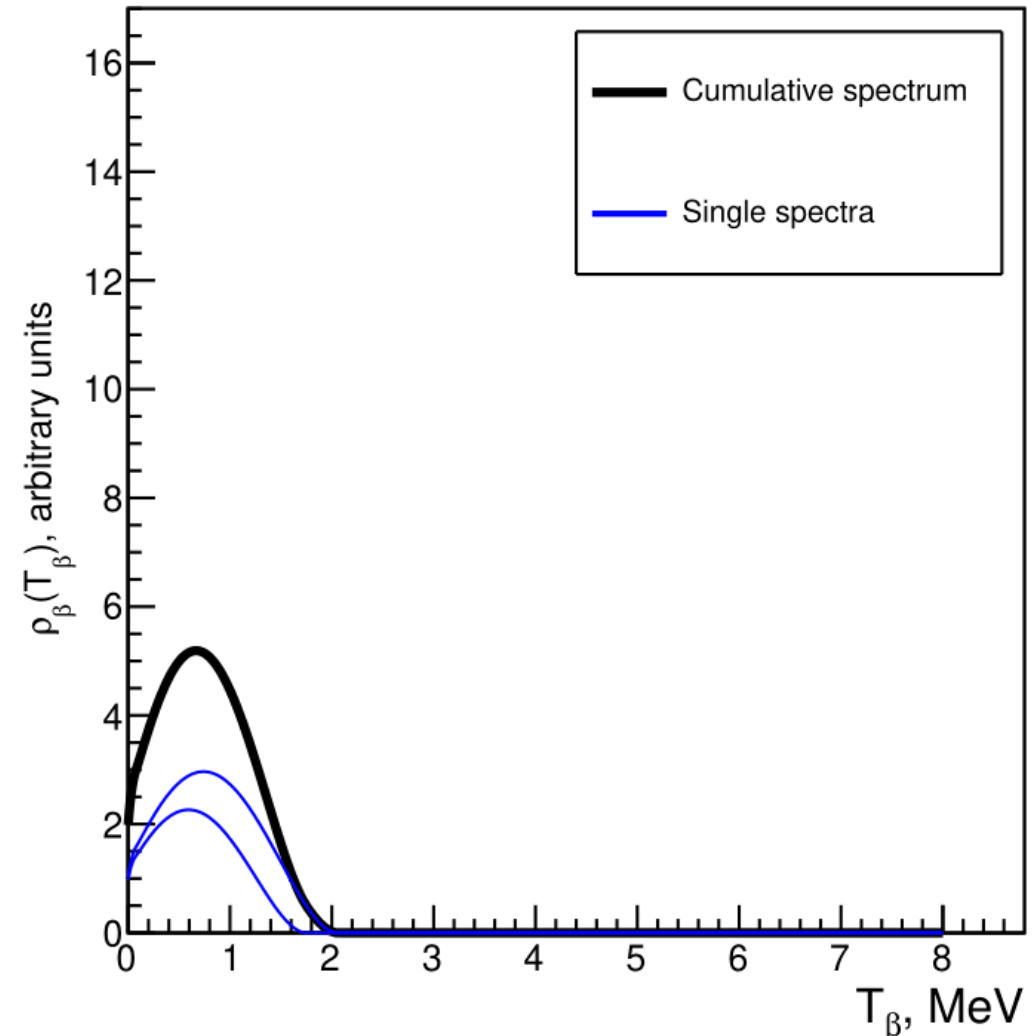
Формирование кумулятивных спектров

$$\rho(E) = \sum_{k=1}^2 \omega_k \rho(E, Q_k, Z_k)$$

Antineutrino spectra



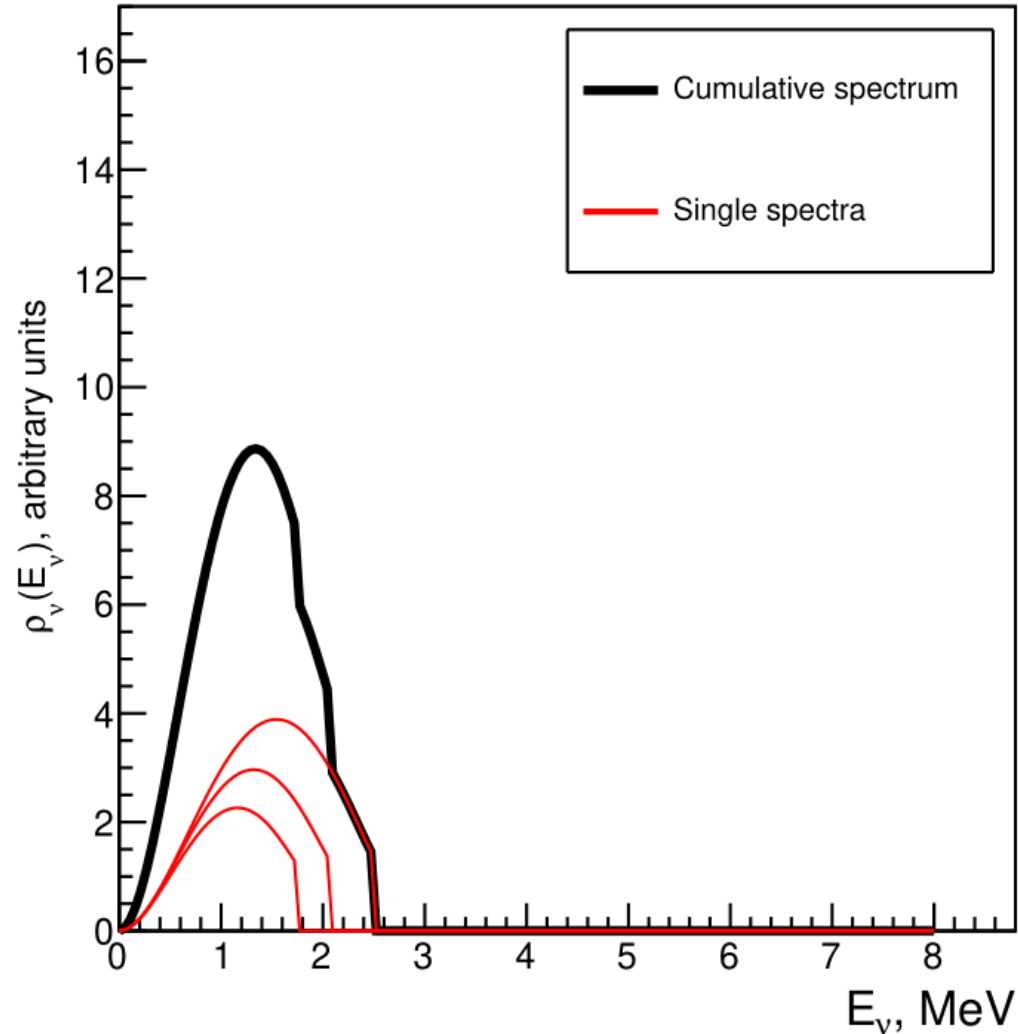
β -electron spectra



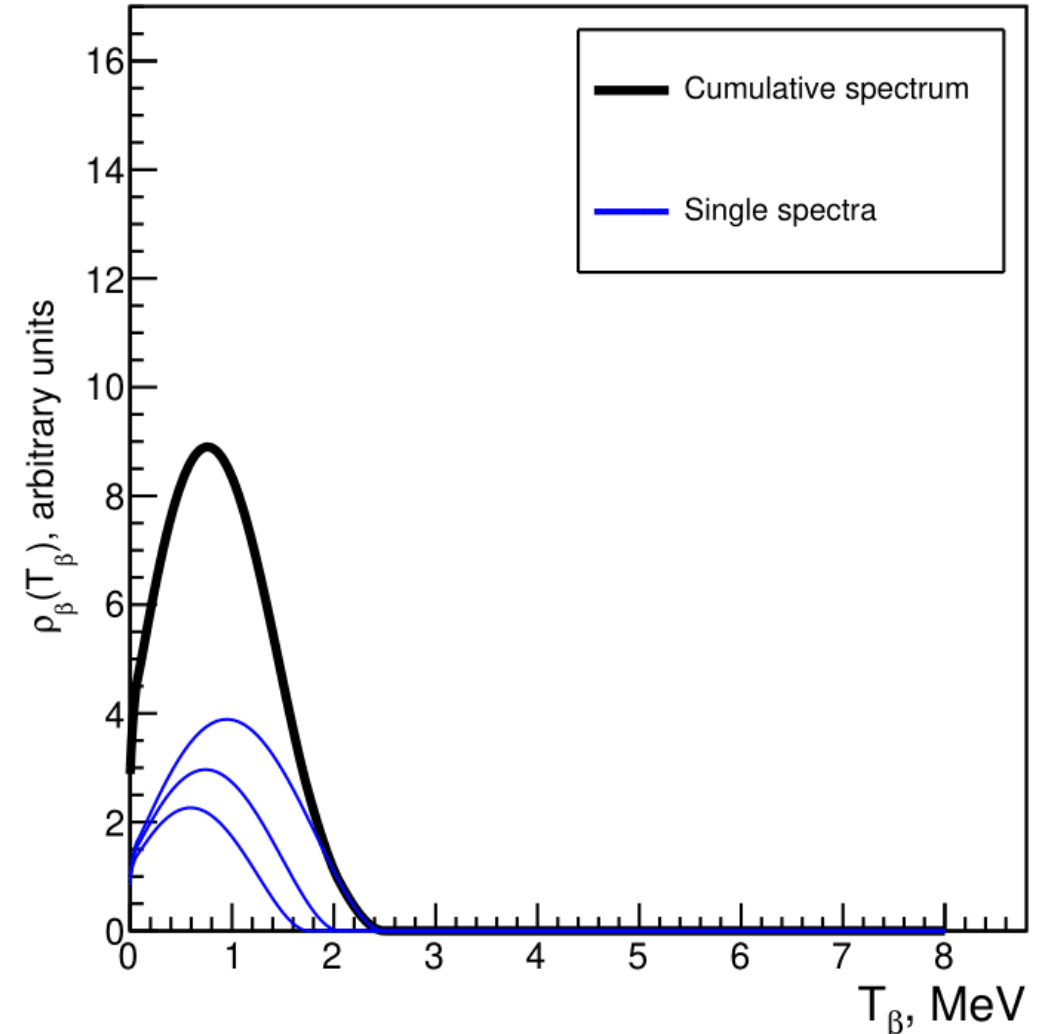
Формирование кумулятивных спектров

$$\rho(E) = \sum_{k=1}^3 \omega_k \rho(E, Q_k, Z_k)$$

Antineutrino spectra



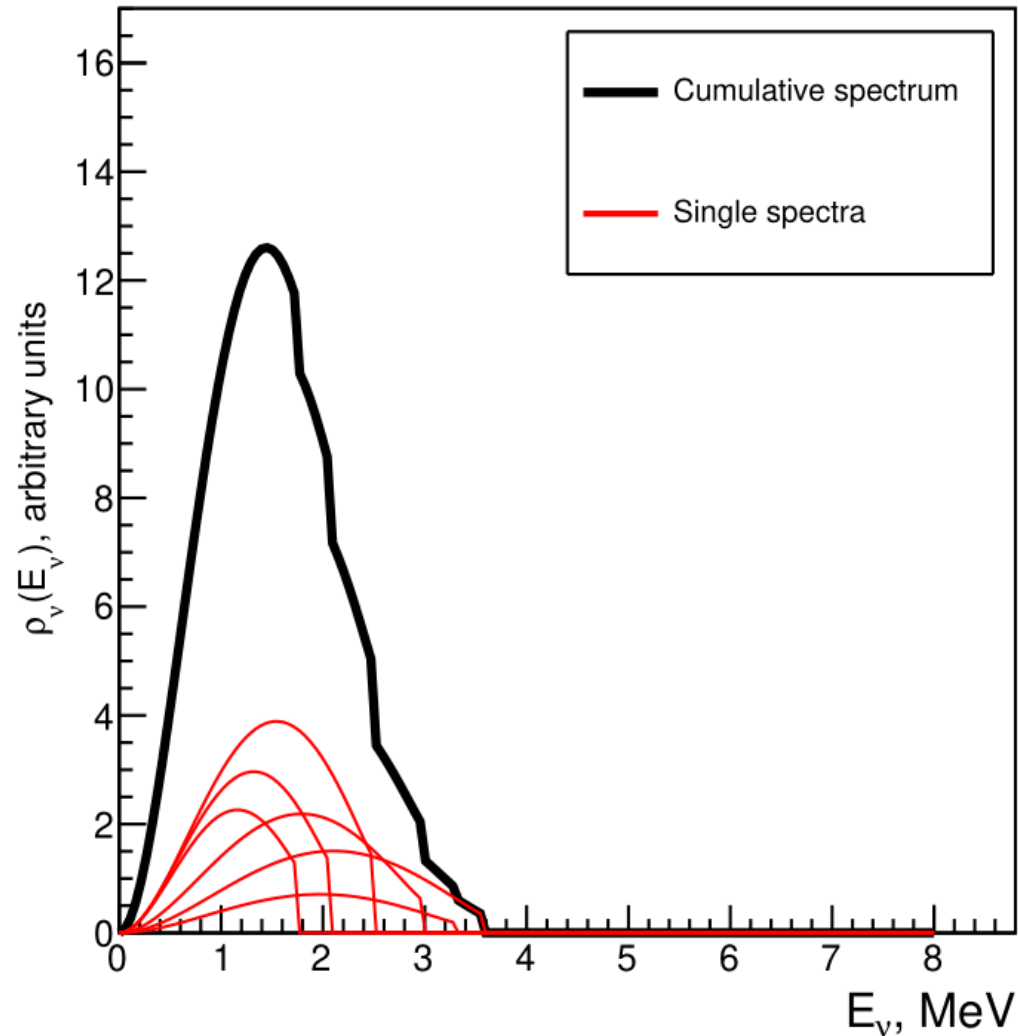
β -electron spectra



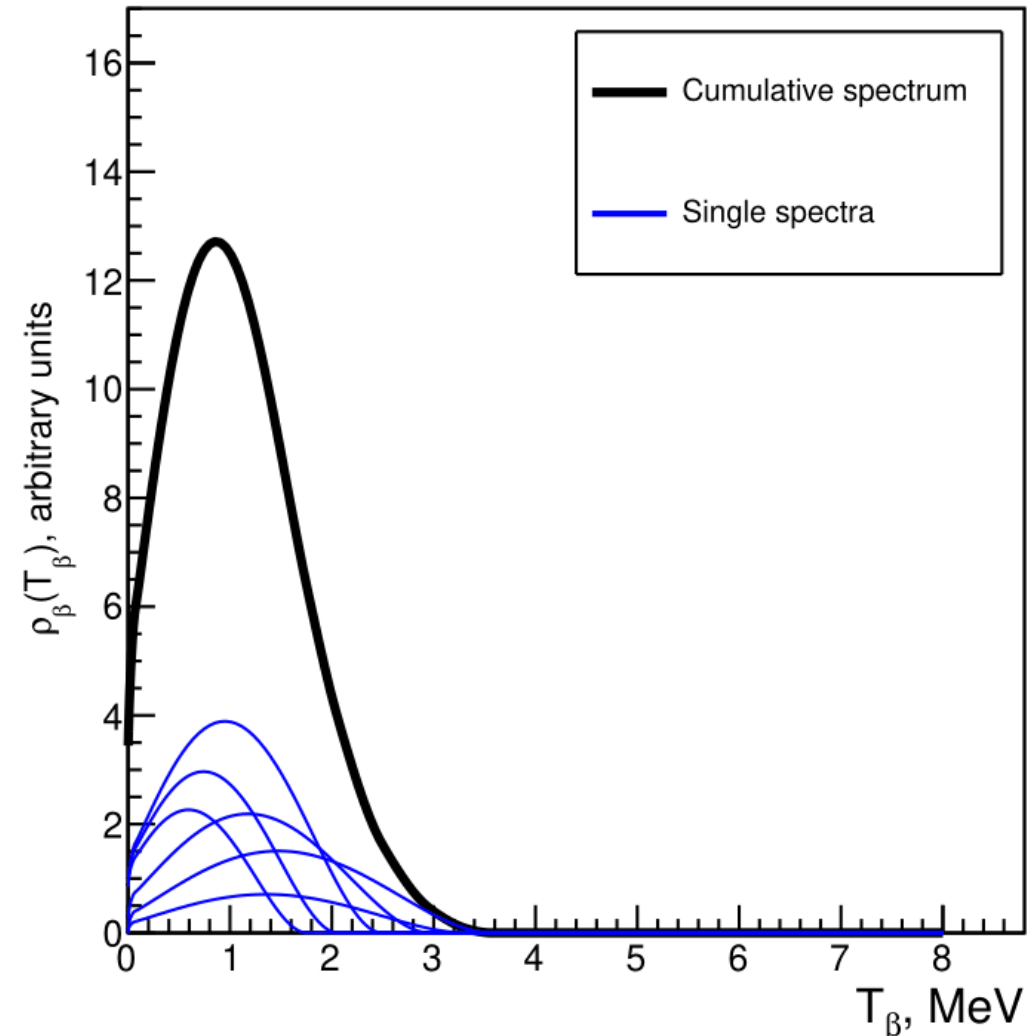
Формирование кумулятивных спектров

$$\rho(E) = \sum_{k=1}^6 \omega_k \rho(E, Q_k, Z_k)$$

Antineutrino spectra



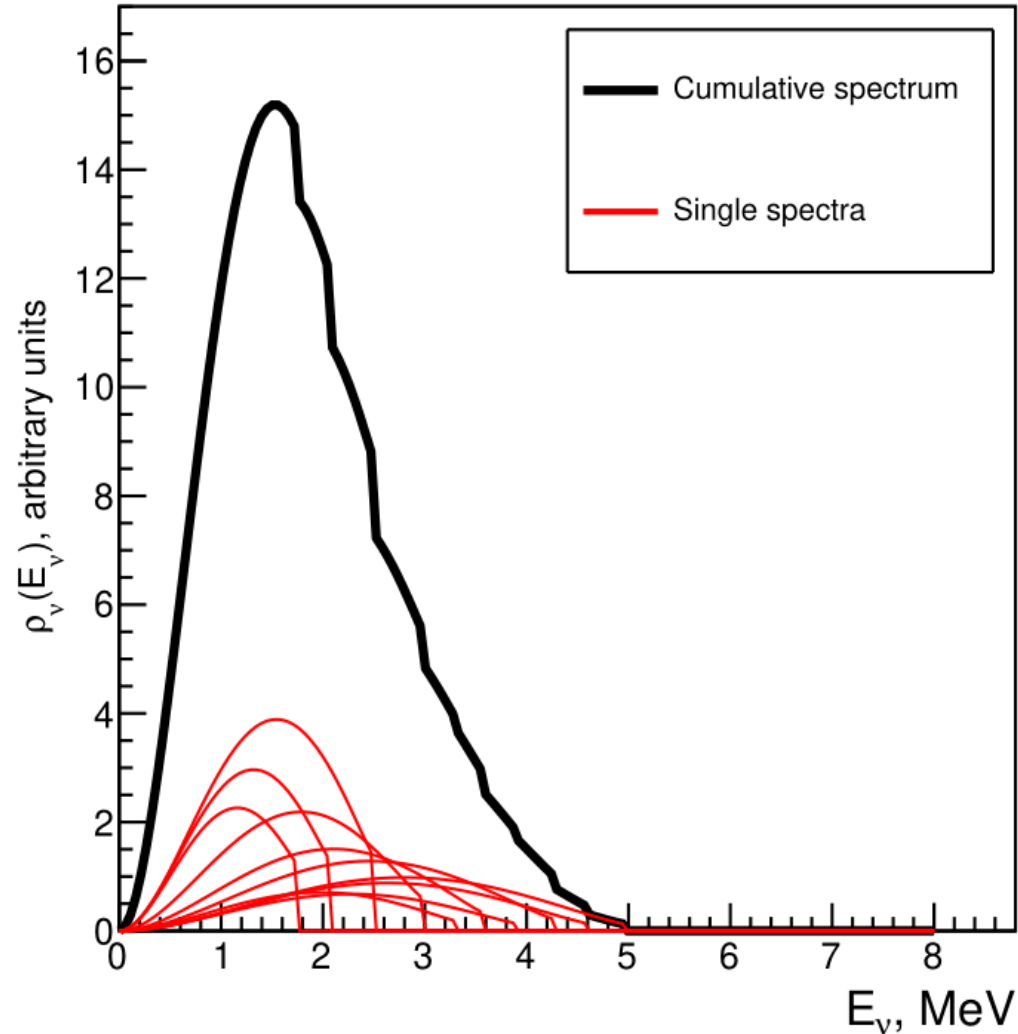
β -electron spectra



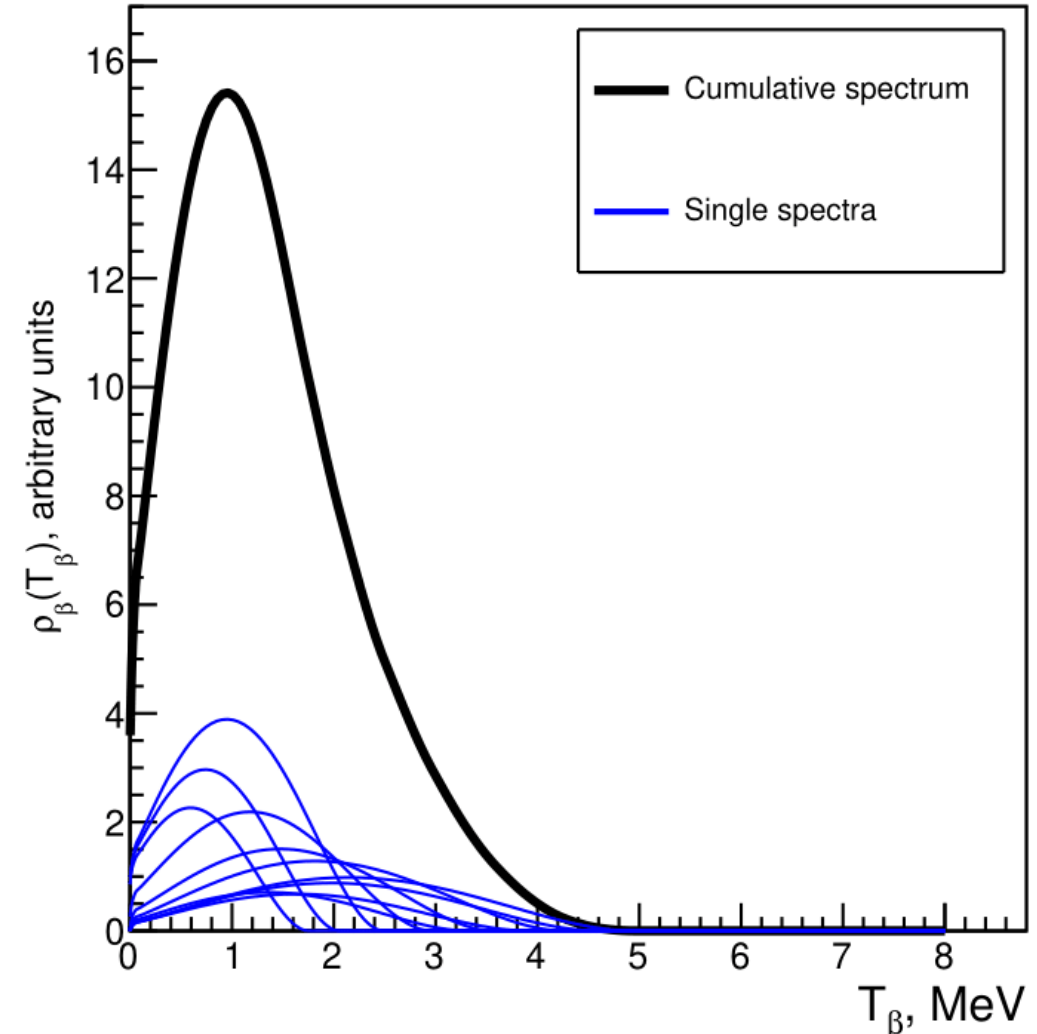
Формирование кумулятивных спектров

$$\rho(E) = \sum_{k=1}^{10} \omega_k \rho(E, Q_k, Z_k)$$

Antineutrino spectra



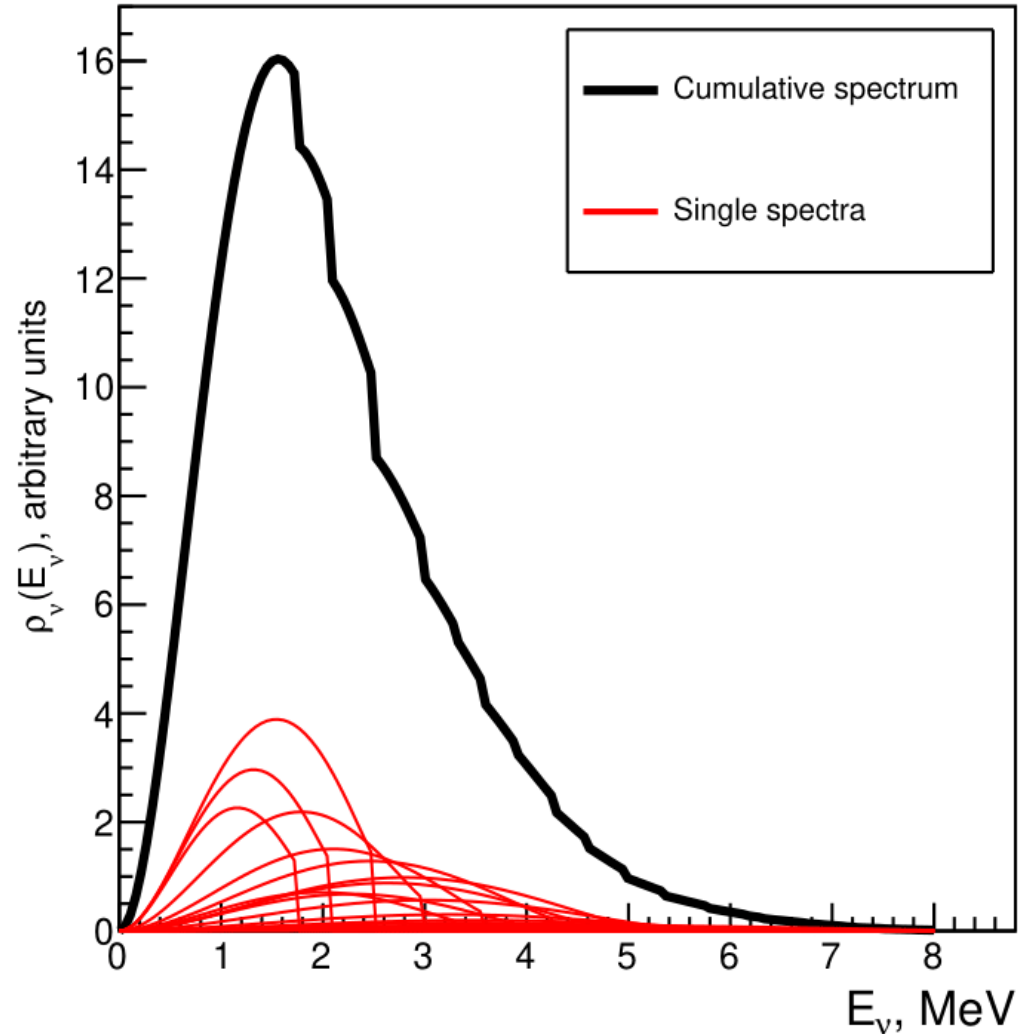
β -electron spectra



Формирование кумулятивных спектров

$$\rho(E) = \sum_{k=1}^{20} \omega_k \rho(E, Q_k, Z_k)$$

Antineutrino spectra



β -electron spectra

