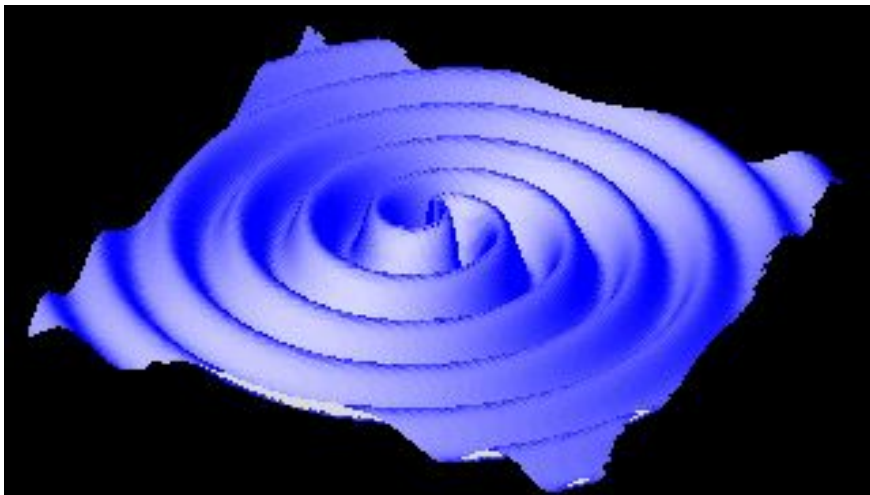
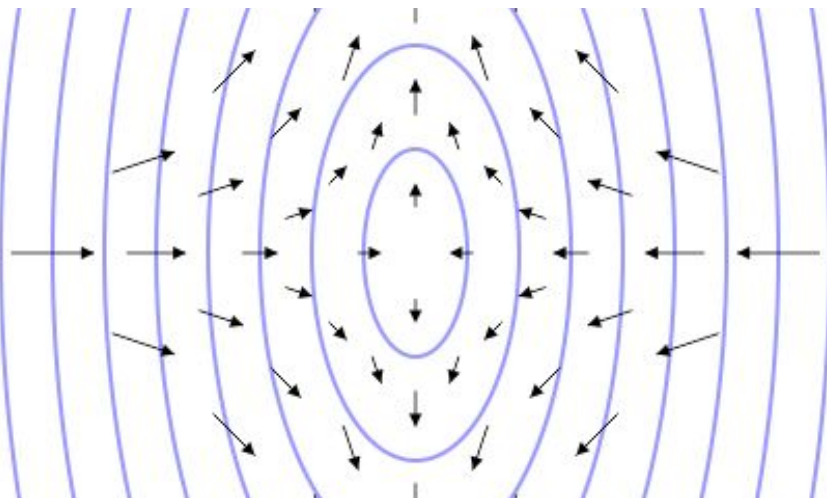




Исследование формирования и эволюции двойных ПЧД в ранней вселенной

подготовил: Воробьев Г.И.
Научный руководитель: Белоцкий К.М.
Консультант: Стасенко В.Д.
НИЯУ МИФИ, М21-115
27.01.2023



Гравитационные волны.

$$\eta^{lm} \frac{\partial^2 h_{ik}}{\partial x^l \partial x^m} \equiv \square h_{ik} = 0$$

ОТО - рассматривает пространство-время, как неоднородную среду (есть искривления метрического тензора из-за присутствия концентрированной энергии).

Гравитационные волны (ГВ) - это такие распространяющиеся в пространстве неоднородности, которые на своём пути растягивают и сжимают его и объекты в нём.

GW150914

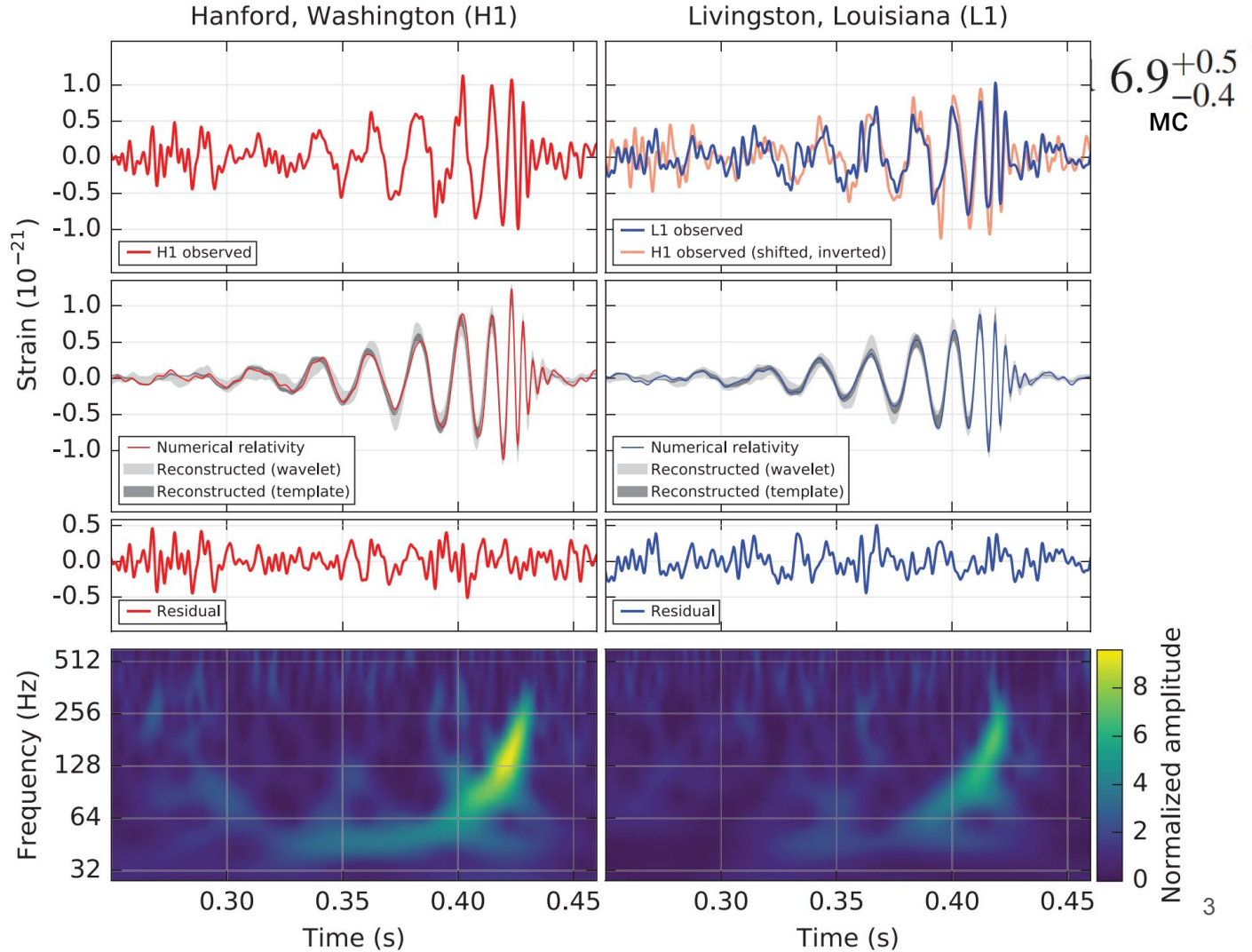
$M_{\text{tot}} > 70 M_{\odot}$

frequency = 75 Hz

$R(\text{Sh}) = 210 \text{ km}$

=> BH binary

[arXiv:1602.03837](https://arxiv.org/abs/1602.03837) Observation of
Gravitational Waves from a Binary
Black Hole Merger LIGO



Primary black hole mass	$36_{-4}^{+5} M_{\odot}$
Secondary black hole mass	$29_{-4}^{+4} M_{\odot}$
Final black hole mass	$62_{-4}^{+4} M_{\odot}$
Final black hole spin	$0.67_{-0.07}^{+0.05}$
Luminosity distance	$410_{-180}^{+160} \text{ Mpc}$
Source redshift z	$0.09_{-0.04}^{+0.03}$

Finally, assuming a modified dispersion relation for gravitational waves [97], our observations constrain the Compton wavelength of the graviton to be $\lambda_g > 10^{13} \text{ km}$, which could be interpreted as a bound on the graviton mass $m_g < 1.2 \times 10^{-22} \text{ eV}/c^2$. This improves on Solar System

[B. P. Abbott et al. \(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration\) "Properties of the Binary Black Hole Merger GW150914" 2016](#)

Первичные чёрные дыры (ПЧД)

DID BLACK HOLES FORM IMMEDIATELY AFTER THE BIG BANG?

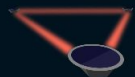


$$M \sim \frac{c^3 t}{G} \sim 10^{15} \left(\frac{t}{10^{-23} \text{ s}} \right) \text{ g}$$

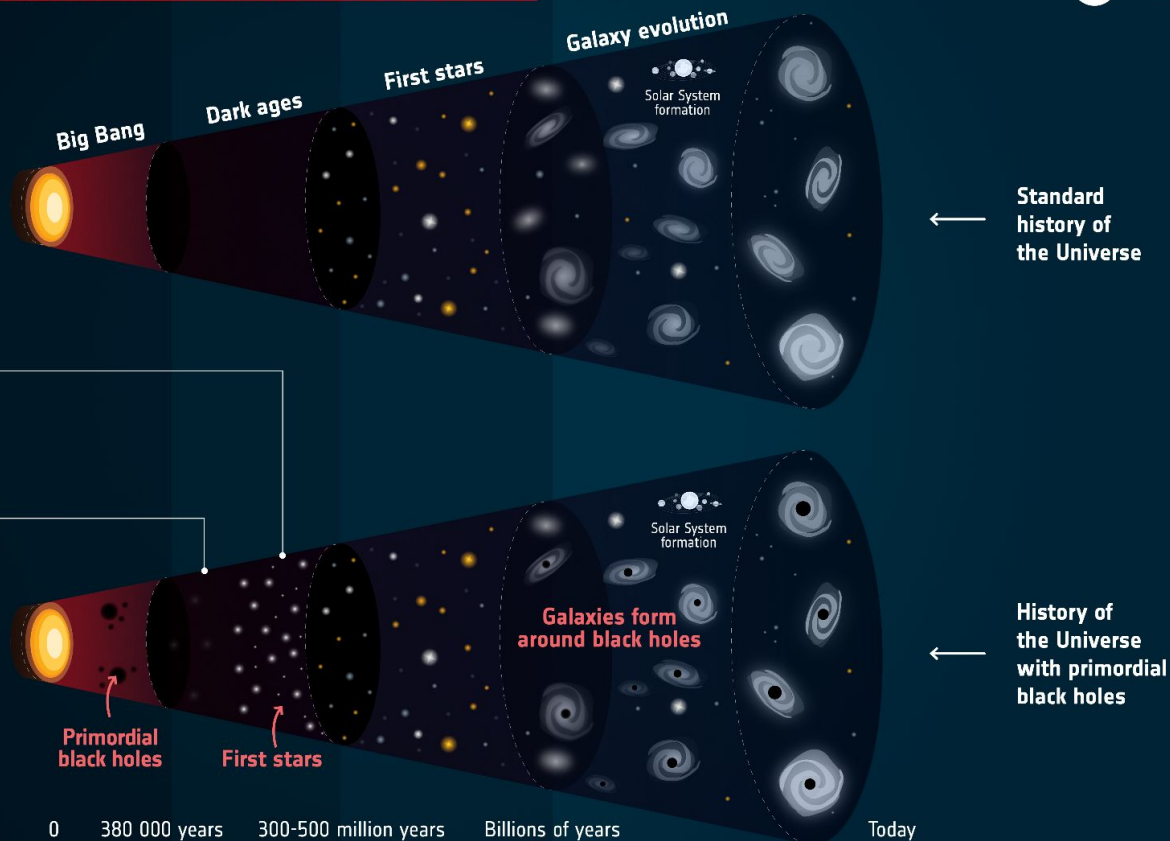
$t \sim 10^{-4} \text{ s}$
для $M = 30 M_{\odot}$

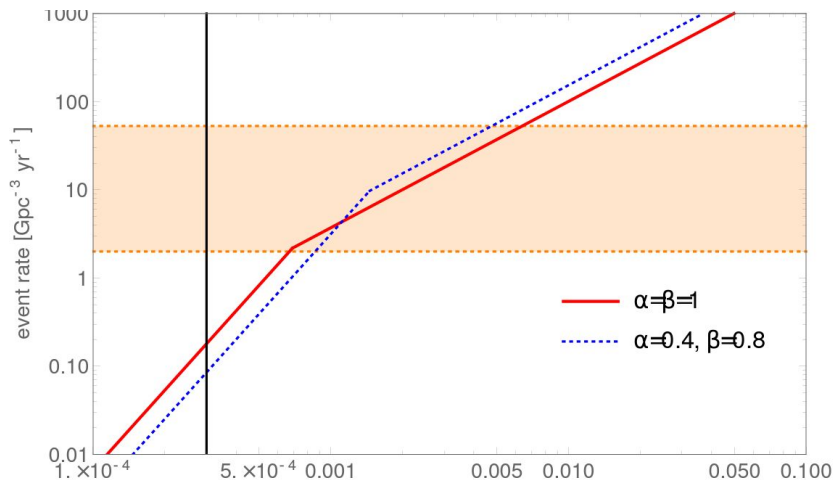


Webb might observe stars that were formed during the dark ages near **primordial black holes**

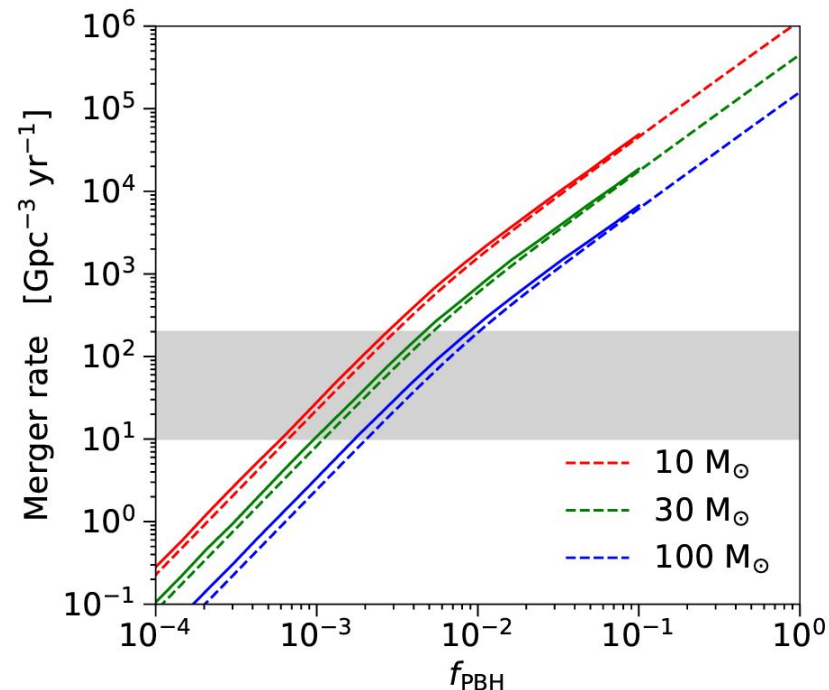


LISA might pick up gravitational waves from **merging black holes** in the early Universe





[Misao Sasaki "Primordial Black Hole Scenario for the Gravitational-Wave Event GW150914"](#)



[Bradley J. Kavanagh "Black Holes' Dark Dress: On the merger rate of a subdominant population of primordial black holes"](#)

Темп слияний

Количество сигналов ГВ в Гпк³.
 Закрашенная полоса - наблюдаемый темп, измеренный LIGO.
 Чёрная линия - верхний предел аккреции планковских измерений искажений реликтового излучения.
 Сплошные линии на правом графике - слияние ПЧД находящихсЯ в гало частиц скрытой массы, пунктирные - без гало.

$$dP = \frac{3}{4} f^{3/2} \bar{x}^{-3/2} a^{1/2} e (1 - e^2)^{-3/2} da de.$$

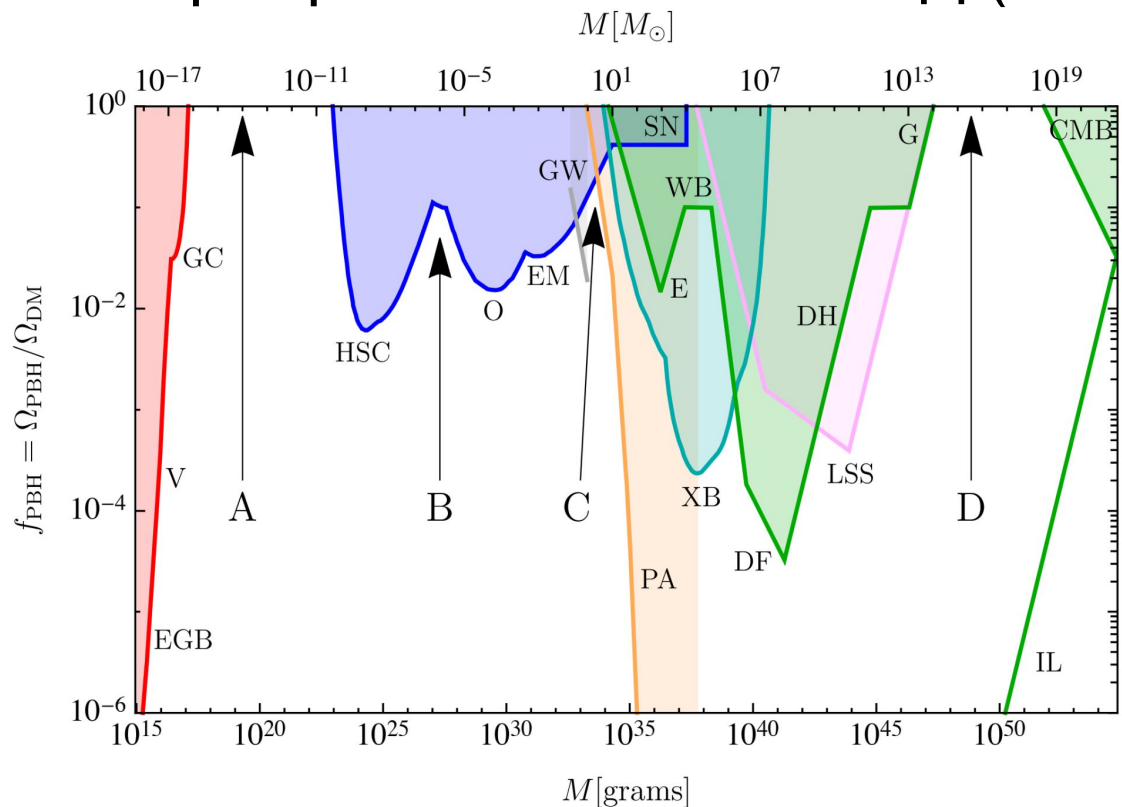
$$t = Q a^4 (1 - e^2)^{7/2}, \quad Q = \frac{3}{170} (GM_{\text{BH}})^{-3}$$

[Misao Sasaki "Primordial Black Hole Scenario for the Gravitational-Wave Event GW150914"](#)

Приливные эффекты для двойных скоплений

Можно представить вместо гало частиц скрытой массы шаровое скопление ЧД меньших масс. Приливные силы в таких системах могут сильно повлиять на эксцентриситет “выравнивая” орбиту в более округлую форму и увеличивая её “время жизни”.

Спектр ограничений масс ПЧД (монохроматический)



[Primordial Black Holes as Dark Matter: Recent Developments](#)

[Bernard Carr, Florian Kuhnel](#)

[arXiv:2006.02838](#)
[\[astro-ph.CO\]](#)

Цели

- Моделирование двойных ПЧД, окруженных скоплениями ПЧД меньших размеров (N-body)
- Исследование эволюции такой системы (как меняются параметры орбиты)
- Рассчитать темп слияний для такой системы (в зависимости от доли ПЧД в скрытой массе)

Оценка орбитальных параметров

Для круговой орбиты и одинаковых тел:

Период выбирается такой, что время релаксации скопления (TE) сильно меньше периода орбиты.

Характеристики орбиты выбираются из вероятностных распределений обнаружить двойную, описанных в работах выше.

$$T_E = \frac{1}{25.5 \lg N/2} \cdot \sqrt{\frac{NR_1^3}{Gm_1}}$$

$$m_1 \frac{v^2}{R} = \frac{Gm_1m_2}{(2R)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm_2}{4R}}$$

$$m_1 \omega^2 R = m_1 \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot R = \frac{Gm_1m_2}{(2R)^2} \Rightarrow R^3 = \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \cdot \frac{Gm_2}{4}$$

Оценка орбитальных параметров

Для эллиптических орбит:

$$p/r = 1 + e \cos \varphi$$

$$T = 2\pi a^{3/2} \sqrt{\frac{m}{\alpha}} = \pi \alpha \sqrt{\frac{m}{2|E|^3}}$$

Связь с энергией

$$E = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + U(r) = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{M^2}{2mr^2} + U(r), \text{ где } U = -\alpha/r$$

Связь со временем:

$$\mathbf{r} = a(1 - e \cos \xi), \quad t = \sqrt{\frac{ma^3}{\alpha}}(\xi - e \sin \xi)$$

Большая и малые полуоси:

$$a = \frac{p}{1 - e^2} = \frac{\alpha}{2|E|}, \quad b = \frac{p}{\sqrt{1 - e^2}} = \frac{M}{\sqrt{2m|E|}}$$

Параметр и эксцентриситет:

$$p = \frac{M^2}{m\alpha}, \quad e = \sqrt{1 + \frac{2EM^2}{m\alpha^2}},$$

Программная реализация

Почему такая реализация:

- Кроссплатформенность
- Удобный для разработки
- Быстрый с поддержкой Numba и numru
- Свой код легче изменять под свои нужды



NBODY6++

Однако точность и скорость пакетов типа NBody6 превзойти не получится.

Заключение

В данной работе был проведён небольшой обзор на проблемы современной космологии, успехи гравитационно-волновой астрономии и концепции первичных чёрных дыр (ПЧД). Отдельно рассмотрены гравитационно-волновой сигнал GW150914 и гипотезы о природе породивших его черных дырах. Одной из гипотез отмечена возможность существования кластеров ПЧД с центральными массивными ЧД на эпохе рд-мд перехода, слияние которых также отразится на темпе слияний, наблюдаемых экспериментами коллабораций LIGO, Virgo и KaGra.

В рамках научной работы был разработан скрипт на языке Python для N-body моделирования. В ходе работы со скриптом был получен опыт моделирования систем шаровых скоплений и оценивания параметров и масштабов этих систем.

Отдельно стоит отметить, что были улучшены навыки работы с Docker контейнерами и методами кроссплатформенной разработки в целом, программирования на языке Python с использованием математических библиотек и изучены методики GPU и CPU оптимизации с помощью технологии jit-компиляций пакета Numba, а также методы параллельных вычислений.

