МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 53.05, 53.07

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ОЦЕНКА ВКЛАДА ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ УГЛОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ В ПРОЦЕССАХ ЛЕПТОННОГО РАСПАДА W-БОЗОНА В ЭКСПЕРИМЕНТЕ ATLAS

Научный руководитель ____________ Д. Е. Пономаренко

Выполнил ____________ Г. А. Толкачёв

Москва 2023

Оглавление

Введение

Исследования в физике элементарных частиц привели к созданию теории взаимодействия частиц на субъядерном уровне, которую принято называть Стандартной моделью(СМ). На протяжении нескольких десятилетий экспериментальные данные подтверждают справедливость данной теории и ее предсказательную силу. Однако, не смотря на точность прогнозов СМ, эта модель обладает рядом недостатков и нерешенных проблем, которые не позволяют считать ее окончательной теорией.

В рамках проверки предсказаний СМ при больших энергетических масштабах, а также для поиска новой физики , выходящей за рамки СМ, осуществляется глобальная программа экспериментальных исследований на различных ускорительных комплексах, в частности, в одном из многоцелевых экспериментов на Большом адронном коллайдере ATLAS[1]. Традиционным направлением является изучение закономерностей рождения пар лептонов при аннигиляции кварк-антикварковой пары посредством обмена переносчиками электрослабого взаимодействия – процесса Дрелла – Яна[2] $qq \to V + X$, где $V = Z, W$ или γ^*. Процессы подобного рода интересны для изучения на ускорителе LHC по ряду причин. Во-первых, это проверка теоретических расчетов и увеличение точности измерения сечений процесса Дрелла – Яна. Сравнение предсказываемых значений с измеренными в эксперименте позволяет оценить наши понимание процесса Дрелла – Яна и осуществить поиск отклонений от предсказаний СМ, а также стимулирует дальнейшие вычисления в рамках пертурбативной теории КХД. Во-вторых, процесс Дрелл-Яна имеет достаточно простую сигнатуру, которая обеспечивает как высокую эффективность регистрации лептонов конечного состояния, так и достаточное подавление фоновых событий. Большая статистика производства W и Z бозонов на LHC позволяет с большой точностью произвести измерение дифференциальных сечений рождения лептонных пар в процессах Дрелла-Яна, а также исследовать угловые распределения в зависимости от кинематических переменных. При рассмотрении процесса Дрелл-Яна можно изучить эффекты лептон-адронных корреляций. Эта корреляции могут быть описаны набором адронных структурных функции A_i. В СМ имеются свободные параметры, которые не предсказываются этой теорией. Измеряя коэффициенты A_i, можно ограничить один из этих свободных параметров. А именно, коэффициенты A_3 и A_4 связаны со слабым углом смешивания $sin^2\theta_W^{eff}$, который связывает между собой массы W и Z бозонов. Помимо прочего, интерес вызывает соотношение Лама–Тунга[3—5] $A_0 = A_2$, нарушение которого в более высоких порядках теории возмущений может служить доказательством влияния вакуума КХД на корреляции спина и импульса.

На сегодняшний день имеется несколько результатов работ по измерению угловых поляризационных коэффициентов для лептонного распада W бозона[6]. Однако, ни одна из работ не предоставляет полный набор измеренных угловых коэффициентов A_i. Это связано с трудностью полной реконструкции W бозона, из за нейтрино в конечном состоянии, который не регистрируется непрямую детектором ATLAS. Однако, согласно работе [7] полный набор угловых коэффициентов A_i в лептонном распаде W бозона может быть измерен.

На первичном этапе анализа требуется проводить измерения угловых коэффициентов A_i с использованием данных, которые полностью соответствуют Монте-Карло симуляциям при этом имеют статистическую погрешность экспериментальных данных. Целью данной работы является оценка вклада погрешности ПФР для угловых поляризационных коэффициентов A_i. Оценка вклада прогрестностей связанных с эффективностью триггера, идентификацией, реконструкцией и изоляцией частиц для распределений поперечного импульса и быстроты W-бозона.

Глава 1

Основные сведения

1.1 Стандартная модель

Стандартная модель (СМ)[8] является одной из важнейших теоретических конструкций в физике элементарных частиц, которая позволяет теоретически предсказать свойства различных процессов в физике элементарных частиц. В рамках Стандартной модели имеется 2 типа элементарных частиц: бозоны и фермионы.

Фермионы имеют полуцелый спин, поэтому описываются статистикой Ферми-Дирака. Сами фермионы делятся на две подгруппы: кварки и лептоны. Считается, что лептоны это частицы, не участвующие в сильных взаимодействиях и не имеющие внутренней структуры. Все они имеют спин, равный $1/2$. Лептоны делятся на электрически заряженные частицы (e, μ, τ) и электрически нейтральные частицы - нейтрино (ν_e, ν_μ, ν_τ). Каждому заряженному лептону ставиться в соответствие свое нейтрино, вместе с которым они образуют семейство лептонов. Известно, что в Стандартной модели существует три лептонных семейства:

$$(\nu_e, e^-)(\nu_\mu, \mu^-)(\nu_\tau, \tau^-)$$

Все лептонные семейства сохраняются в процессах, описываемых Стандартной моделью.

Кварки являются массивными частицами, имеющие электрический и цветовой заряд, в настоящие время известно шесть различных ароматов кварков: u, d, c, s, t, b. Кварки, как и лепоты, образуют три семейства:

$$(u, d)(c, s)(t, b)$$

Кварки, как и лептоны, имеют спин 1/2. Все кварки имеют электрически заряд. Электрический заряд u, c, t кварков, равен $+2/3$, а у кварков d, s, b, равен $-1/3$ в единицах элементарного заряда. Помимо электрического заряда у кварков имеется цветовой заряд. Цветовой заряд условно обозначают за красный, синий и зеленый. Сильные взаимодействия между кварками обусловлены наличием у кварков этих цветовых зарядов. Помимо сильного взаимодействия кварки могут участвовать в слабых и электромагнитных взаимодействиях. Кварки не могут существовать в несвязанном состояний, поэтому существуют бесцветные системы, состоящие из нескольких кварков - адроны. Всем частицам Стандартной модели ставится в соответствии античастица, у которых противоположный электрически заряд, но масса и спин такая же.

Помимо фермионов в Стандартную модель входят калибровочные бозоны, являющиеся переносчиками трех фундаментальных взаимодействий, входящих в Стандартную модель. Переносчиком электромагнитного взаимодействия является безмассовый фотон γ. За слабое взаимодействия отвечают $W^{\pm}$ и Z^0 бозоны, которые имеют массу. А за сильное взаимодействие между частицами отвечают 9 безмассовых глюонов. Калибровочные бозоны имеют спин 1, поэтому описываются статистикой Бозе-Эйнштейна.

Для завершения построения Стандартной модели, необходимо ввести бозон Хиггса. Именно за счет взаимодействия с полем Хиггса частицы обретают массу. Стандартная модель построена на локальной калибровочной симметрии

$$SU(3)_c \oplus SU(2)_L \oplus U(1)_Y,$$

спонтанно нарушаемой за счет скалярного Хиггсова поля с ненулевым вакуумным средним до

$$SU(3)_c \oplus U(1)_{em}.$$

После спонтанного нарушения симметрии все фермионы приобретают массу, кроме нейтрино. Приобретают массу бозоны группы $SU(2)_L \oplus U(1)_Y$, кроме фотона. Глюоны остаются безмассовыми, т.к. цветовая симметрия не нарушена.

1.2 Процесс Дрелла-Яна

Класс процессов, характеризующиеся кварками в начальном состоянии, лептонами в конечном состоянии и базоном в промежуточном состоянии называют процессами Дрелла-Яна[2]. Процессы Дрелла-Яна разделяют на два типа по величине заряда промежуточного бозона: нейтральный ток с γ или Z и заряженный ток с W.

Процессы Дрелла-Яна с участием нейтрального тока имеют наиболее удобную для измерения сигнатуру. Это связано с тем, что в конечном состоянии такого процесса имеются два лептона, которые регистрируются системой детекторов с большой точностью, чем, например, струи. До недавнего времени считалось, что ситуация с заряженным током хуже из-за невозможности однозначной реконструкции полярного угла нейтрино, которое не регистрируется напрямую на детекторе ATLAS. Однако, согласно статье [7] процесс Дрелл-Яна с заряженным током может быть так же хорошо изучен как и с нейтральным током. На рисунке 1.2.1 показан процесс взаимодействия двух pp протонов с жестким процессом аннигиляции кварка u и антикварка $\bar{d}$ в промежуточный W^+ бозон с его последующим распадом на позитрон e^+ и нейтрино ν.

Процесс Дрелла-Яна, а именно $p + N \to \mu^+\mu^- + X$ впервые был зарегистрирован на ускорителе AGS(Alternating Gradient Synchrotron)[9]. После чего этот класс процессов продолжали исследовать на установка Fermilav Dimuon Spectrometr[10], а также на экспериментах на ускорителе Tevatron. Главными целями исследований процессов Дрелл-Яна были измерения квантовых распределений партонов в адроне и электрослабых параметров СМ. Исследование процесса Дрелла-Яна проводится и в наше время. На сегодняшний день, основными локациями по изучению процесса Дрелла-Яна являются эксперименты большого адронного коллайдера ATLAS[11],LHSb[12],CMS[13]. Например, во время второго сеанса набора данных в результате протон-протонных столкновений на эксперимента ATLAS рождалось огромное число W и Z бозонов. Такая большая статистика в производстве Z и W может гарантировать измерение электросла-

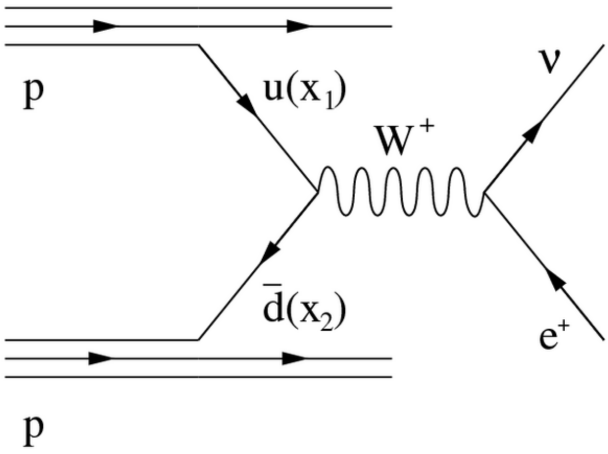


Рисунок 1.2.1 – Схематическое изображение процесса Дрелла-Яна при протон-протонном взаимодействии.

бых процессов с высокой точностью.

Изучение процессов Дрелла-Яна, в основном, включает в себя измерение сечения рождения пары лептонов. Данные измерения, не только позволяют проверить теоретические значения, вычисляемые в настоящее время в NNLO(англ., Next-to-Next Leading Order), но и стимулирует дальнейшее развитие вычислений в рамках пертурбативной КХД теории. Изучая данные процессы, измеряют партонные функции, которые описывают внутреннюю структуру адрона. Помимо прочего, изучение процессов Дрелла-Яна позволяет выполнить измерение слабого угла смешивания ${sin_W^2}^{eff}$[14]. С помощью данного измерения проверяются предсказания СМ, отклонения от которой может указывать на существование новой физики за рамками СМ. Кроме того, большая статистика лептонных распадов W и Z бозонов предоставляет возможность использовать эти процессы для оценки качества работы детектора и мониторинга светимости.

1.3 Дифференциальное сечение процесса Дрелла-Яна

Сечение процесса Дрелла-Яна может быть вычислено в рамках кварк-партонной модели. В рамках кварк-партонной модели, партоны являются составными частями адронов. Партонами являются глюоны, валентные и морские кварки. И несмотря на то, что в КХД запрещаются несвязанные состояния кварков и глюонов, в данном случае все партоны могут быть рассмотрены как отдельные частицы, которые независимо могут принимать участие в взаимодействиях в результате столкновений с другими адронами или же лептонами. Часть импульса адрона, приходящийся на каждый партон может быть охарактеризована функцией распределения партонов в адроне. Партонная функция распределения, обозначенная как $f_a^{h_1}(x_1, \mu_F^2)$, означает плотность вероятности того, что патрон a в адроне h_1 при переданном импульсе Q^2 имеет долю импульса x_1 адрона на энергетическом масштабе, который задается параметром шкалы факторизации КХД μ_F. Малые области переданного импульса Q^2 соответствуют непертурбативной области, в которой прямое выделение партонных функций остаётся невозможным, тем не менее, благодаря теореме факторизации[15] может быть обеспечено отделение пертурбативной области от непертурбативной.

Сечение представляется свёрткой функций распределений партонов в протоне и вычисляемого в КХД сечения жесткого процесса[16]:

$$\frac{d\sigma^{h_1 h_2}}{dp_T^2 dy d\Omega^*} = \sum_{a,b} \int dx_1 dx_2 f_a^{h_1}(x_1, \mu_F^2) f_b^{h_2}(x_2, \mu_F^2) \frac{s d\hat{\sigma_{ab}}}{dt du d\Omega^*}(x_1 P_1, x_2 P_2, \alpha_s(\mu_R^2)), \tag{1.1}$$

партонное сечение σ_{ab}, вычисляется по порядку малости сильной константы связи КХД $\alpha_s(\mu_R)$, где μ_R — энергетический масштаб перенормировки. За переменные p_T и y обозначаются поперечный импульс и быстрота промежуточного W бозона, а за $d\Omega^* = d cos\theta \phi$ телесный угол, где θ и ϕ полярный и азимутальный угол в системе покоя бозона. Переменные P_1 и P_2 являются четырёх-импульсами протонов. За s,u и t обозначаются мандельштамовские переменные, которые определяются как $s = (p_1 + p_2)^2, t = (p_1 - q)^2, u = (p_2 - q)^2$, где $p_1 = x_1 P_1$ и $p_2 = x_2 P_2$ — импульсы партонов, а q переданный импульс, соответсвенно. Суммирования в формуле 1.1 производится по всем ароматам партонов $a, b = q, \bar{q}, g$.

Формально, дифференциальное сечение процесса Дрелла-Яна может быть представлено как свертка адронного $H_{\mu\nu}$ и лептонного тензора $L_{\mu\nu}$, которая описывает лептон-адронные корреляции. Угловая зависимость может быть получена путем представления девяти спиральных сечений, которые отвечают ненулевым комбинациям матричных элементов поляризационной матрицы плотности бозона[17]. Таким образом, угловая зависимость в системе покоя W бозона может быть задана девятью спиральными сечениями:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2 dy dcos\theta\phi} = \sum_{\alpha\in M}^{9} g_\alpha(\theta,\phi)\frac{3}{16\pi}\frac{d\sigma^\alpha}{dp_T^2 dy},$$
$$M = \{U+L, L, T, I, P, A, 7, 8, 9\}, \tag{1.2}$$

где $g_\alpha(\theta,\phi)$ - гармонические полиномы второго порядка, а $d\sigma^\alpha$ сечения с заданной спиральностью, которые представляют собой линейные комбинации элементов поляризации матрицы плотности. Для $\alpha = L+U$ сечение $d\sigma^\alpha$ соответствует сечению неполяризованных бозонов, в то время как для всех остальных $\alpha \in M$, сечения $d\sigma^\alpha$ обозначают различные вклады для калибровочных бозонов с различной поляризацией[18].

$$\begin{aligned}
&g_{U+L}(\theta,\phi) = 1+\cos^2(\theta),\\
&g_L(\theta,\phi) = 1-3\cos^2(\theta),\\
&g_T(\theta,\phi) = 2\sin^2(\theta)cos(2\phi),\\
&g_I(\theta,\phi) = 2\sqrt{2}\sin^2(2\theta)cos(\phi),\\
&g_p(\theta,\phi) = 2cos(\theta),\\
&g_A(\theta,\phi) = 4\sqrt{2}\sin(\theta)cos(\phi),\\
&g_7(\theta,\phi) = 2\sin^2(\theta)cos(2\phi),\\
&g_8(\theta,\phi) = 2\sqrt{2}\sin^2(2\theta)cos(\phi),\\
&g_9(\theta,\phi) = 4\sqrt{2}\sin(\theta)cos(\phi),
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Спиральные сечения $d\sigma^{U+L,L,T,I,9}$ получают вклад от частей адронного тензор, сохраняющие P честность, в то время как в сечения $d\sigma^{P,A,7,8}$ пропорциональны частям адронного тензора, которые нарушают P честность, т.е. они меняют знак при преобразовании P честности. А так как угловые коэффициенты $g_{P,A,9}$ тоже меняют знак при преобразовании P четности, то угловые распределения включающие спиральные сечения $d\sigma^{U+L,L,T,I,P,A}$ будут P четными. Кроме того, спиральные сечения $\sigma^{7,8,9}$ являются T-нечетными.

Каждое индивидуальное спиральное сечение зависит от констант связи W-бозона с кварками и лептонами следующим образом:

$$\begin{aligned} d\sigma^{U+L,L,T,I} &\propto (u_l^2+a_l^2)(u_q^2+a_q^2), \\ d\sigma^{P,A} &\propto u_l a_l u_q a_q, \\ d\sigma^{7,8} &\propto u_l a_l (u_q^2+a_q^2), \\ d\sigma^{9} &\propto u_q a_q (u_l^2+a_l^2), \end{aligned} \tag{1.4}$$

здесь $u_q(u_l)$ и $a_q(a_l)$ являются векторными и аксиально векторными константами связи промежуточного бозона с кварками(лептонами).

Помимо данного выражения, дифференциальное сечение можно выразить через безразмерные угловые коэффициенты, которые являются отношением сечения с определенной поляризацией к не поляризационному сечению:

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{2d\sigma^L}{d\sigma^{U+L}} \quad A_1 = \frac{2\sqrt{2}d\sigma^I}{d\sigma^{U+L}}, \quad A_2 = \frac{4d\sigma^T}{d\sigma^{U+L}} \quad A_3 = \frac{4\sqrt{2}d\sigma^A}{d\sigma^{U+L}}, \\ A_4 &= \frac{2d\sigma^P}{d\sigma^{U+L}} \quad A_5 = \frac{2d\sigma^7}{d\sigma^{U+L}}, \quad A_6 = \frac{2\sqrt{2}d\sigma^8}{d\sigma^{U+L}} \quad A_7 = \frac{4\sqrt{2}d\sigma^9}{d\sigma^{U+L}}. \end{aligned} \tag{1.5}$$

Таким образом, дифференциальное сечение может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dp_T^2 dy d\Omega^*} = \frac{3}{16\pi}\frac{d\sigma^{U+L}}{dp_T^2 dy} & \\ \Big[(1+\cos^2\theta) &+ \frac{1}{2}A_0(1-3\cos\theta) + A_1\sin 2\theta\cos\phi \\ &+ \frac{1}{2}A_2\sin^2\theta\cos 2\phi + A_3\sin\theta\cos\phi + A_4\cos\theta \\ &+ A_5\sin^2\theta\sin 2\phi + A_6\sin 2\theta\sin\phi + A_7\sin\theta\sin\phi)\Big]. \end{aligned} \tag{1.6}$$

Формула 1.6 дифференциального сечения является точной во всех порядках теории возмущений КХД и КЭД. Дифференциальное сечение можно записать в следующем виде:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^2 dy d\Omega^*} = \frac{3}{16\pi}\frac{d\sigma^{U+L}}{dp_T^2 dy} \Big[(1+\cos^2\theta) + \sum_{i=0}^{7} P_i(cos\theta,\phi)A_i(p_T,y))\Big], \tag{1.7}$$

где как $P_i(cos\theta,\phi)$ представлены полиномы при соответствующих им угловых коэффициентах. Сами угловые коэффициенты A_i Являются зависимыми от кинематических переменных промежуточного бозона, а именно: p_T-поперечного импульса и y - быстроты. Данная зависимость определяется выбором оси z системы покоя промежуточного бозона. В случае W бозона, углы θ и ϕ соответствуют заряженному лептону процесса лептонного распада $W \to l\nu_l$. Используя представление с спиральными сечениями мы тем самым разделил динамическую информацию адронной системы и кинематику лептонов. Таким, образом вся адронная физика данного процесса косвенным образом описывается угловыми коэффициентами, отделенными от хорошо понятной лептонной и бозонной физики.

В случае когда поперечный импульс бозона стремится к нулю значения всех угловых коэффициентов также стремится к нулю, кроме A_4, который, помимо прочего, остается ненулевым в лидирующем порядке КХД. Согласно теоретическим оценкам ожидается, что коэффициенты A_0 и A_2 будут расти с ростом поперечного импульса W-бозона и достигнут насыщения при значениях близких к единице для очень высоких поперечных импульсов. Коэффициенты от A_5 до A_7 будут близки к нулю. Наличие в угловом распределении слагаемых, нарушающих P честность, а именно, A_3 и A_4 приводит к пространственной асимметрии распределений лептонов. При интегрировании уравнения по азимутальному углу ϕ теряется информация о всех угловых коэффициентах, кроме A_0 и A_4. В коэффициент A_3 наибольший вклад вносит процесс кварк-глюонного взаимодействия, поэтому его измерение может быть использовано для ограничений глюон-партонных функций распределения. С помощью коэффициента A_4, можно определить величину асимметрии по полярному углу вылета лептона. В качестве параметра асимметрии обычно используют величину асимметрии «вперед-назад» $A_{FB} = 3/8A_4$. Асимметрию вылета «вперед-назад» можно выразить через соответствующие число событий вылета лептона «вперед» $cos\theta^* > 0$ и «назад» $cos\theta^* < 0$:

$$
\begin{aligned}
A_{FB} &= \frac{\sigma_F - \sigma_B}{\sigma_F + \sigma_B}, \\
\sigma_F &= \int_0^1 \frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} d\cos\theta^*, \\
\sigma_B &= \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{d\cos\theta^*} d\cos\theta^*,
\end{aligned}
\tag{1.8}
$$

Асимметрия вылета «вперед-назад» является одним из важнейших инструментов для изучения спиновой структуры взаимодействий с обменом промежуточным W бозоном. Данная величина связана с $(V - A)$ структурой слабых токов и чувствительная к значениям векторных и аксиально-векторных констант связи, поэтому данная величина может быть использована для поиска разнообразных гипотетических вкладов новой физики: дополнительных измерений, внутренней структуры кварков и лептонов, супер-симметричных частиц, новых нейтральных калибровочных бозонов и др., Помимо прочего, с помощью коэффициента A_4 можно произвести измерение слабого угла смешивания $sin\theta_W^{eff}$.

Интересным для исследований является отношение Лама-Тунга $A_0 = A_2$[3—5], которое сохраняется в лидирующем порядке КХД, однако, нарушается в более высоких порядках КХД. Одним из объяснений данного явления может служить влияние вакуума КХД на корреляции спина и импульса.

1.4 Внутренняя структура протонов

Первые указания на нетривиальную внутреннюю структуру протона были получены в новаторских экспериментах Хофштадтера и др. [19][20]. В этих экспериментах, исследуя отклонения от простых формул рассеяния Мотта для точечных частиц, можно было бы решить проблему конечного размера протона. В результате многочисленных измерений было определено распределение плотности электрического заряда в разных ядрах.

Хотя результат экспериментов Хофштадтера уже намекал на лежащую в основе подструктуру, серьезная возможность того, что протон является составным, возникла только позже, с идеями, выдвинутыми независимо Цвейгом[21] и Гелл-Манном[22] в 1964 году. Постулируя существование трех "тузов"(термин Цвейга) или "кварков"(термин Гелл–Манна) с дробным электрическим зарядом, барионным числом и спином 1/2, сложную структуру мультиплетов адронов и мезонов можно было бы объяснить довольно компактным способом. Однако Цвейг и Гелл–Манн были по понятным причинам осторожны в интерпретации этих объектов как физических частиц конечной массы, а не просто удобных математических структур, в частности, учитывая, что механизм связывания таких кварков вместе не был понят, а стабильные кварки не были обнаружены экспериментально.

После этого в 1967 году были проведены новые эксперименты по глубокому неупругому рассеянию (DIS) на линейном ускорителе SLAC с энергией 20 ГэВ. Было показано, что в отличие от упругого лептонно-протонного рассеяния, два форм–фактора, связанных с поперечным сечением DIS, так называемые структурные функции, были независимы от Q^2 [23],[24]. Это свидетельствует о том, что взаимодействие электрона происходит на точечных объектах, содержащихся внутри протона, это также продемонстрировало свойство инвариантности формфакторов(Скейлинг Бьёркена), предсказанное Бьоркеном в 1969 году [25].

Эти наблюдения привели Фейнмана к введению партонной модели [26]. Эта концепция, развитая далее в [27], естественным образом объясняет наблюдаемое поведение масштабирования Бьоркена. В то же время Каллан и Гросс показали[28], что структурные функции DIS подчиняются простому соотношению для случая кварковых составляющих со спином 1/2, что также подтверждается данными [29]. Таким образом, эти партоны были естественным образом связаны с “составляющими” кварками Гелл–Манна и Цвейга. Последующая демонстрация асимптотической свободы в 1973 году в сильно взаимодействующих неабелевых калибровочных теориях [30], [31] дала простое объяснение наблюдаемому отсутствию свободных кварков посредством процесса конфаймента. Таким образом модель КХД–партона стала общепринятым подходом для описания процессов рассеяния в сильных взаимодействиях.

Центральным компонентом этой модели партона КХД являются распределения вероятностей импульса, переносимого этими партонами, известные как функции распределения партона (ПФР). Первые исследования были сосредоточены на разработке простых моделей для этих объектов на основе ограниченного доступного экспериментального материала.

Далее была предложена идея о подборе с параметризованного набора ПФР функций. Так в работах [32] и [33] была представлена общая форма параметризации и выполнена подгонка с 4 параметрами. По мере увеличения объема и типа данных форма параметризации ПФР функций становилась все более общей. Проводились измерения в лидирующем порядке(LO), а далее и в последующем после лидирующего(NLO). К этому времени появилась стратегия "глобального анализа КХД"[34], в котором особое внимание уделялось подбору множества наборов экспериментальных данных из различных процессов, чтобы разделить ПФР функции отвечающих различным ароматам.

Стратегия "глобального анализа КХД"развивается по сей день и помимо значения самой ПФР сегодня в анализе возможно использовать связанные с ними неопределенности. На сегодняшний день для проведение "глобального анализа КХД"помимо DIS используют измерения в процессах Дрелла-Яна, в процессах с участием струй, рождением фотонов, топ кварка и др. Кроме того, были сделаны ценные теоретические разработки, которые повышают надежность глобальных анализов. Развитием и разработкой ПФР занимаются несколько независимых групп, такие как: `CTEQ`[35], `NNPDF`[36], `MSHT/MRST/MSTW/MMHT`[37] и др. Которые в своих работах используют различные параметризации и различные техники вычисления погрешностей и проч. Использование того или иного набора ПФР или комбинации нескольких наборов ПФР зависит от преследуемых целей анализа, в котором необходимо учесть те или иные функции. Полный список рекомендаций по использованию наборов ПФР в анализе данных на БАК второго сеанса набора данных собран в [38].

1.4.1 Глобальный анализ КХД

Глобальный анализ КХД подразумевает использование экспериментальных данных многих физических процессов, а также уравнений эволюции партона для построения универсальных распределений, которые наилучшим образом соответствуют экспериментальным данным. Эти распределения затем могут быть использованы для прогнозирования всех других физических наблюдений на энергетическом масштабе превосходящем тот, который доступен в настоящее время.

Основная идея глобальной анализа КХД заключается в подсчете глобальной функии χ^2 между теоретическими предсказаниями и экспериментальными данными. Когда корреляции между экспериментальными систематическими ошибками недоступны, χ^2 как функция параметров ПФР задается формулой:

$$\chi^2(\alpha) = \sum_{k}^{N_{pt}} \frac{1}{\sigma_k^2}(D_k - T_k(\alpha))^2, \tag{1.9}$$

где N_{pt} - количество точек данных, а σ_k - полная экспериментальная погрешность, полученная путем сложения квадратов статистических и систематических ошибок. В этом выражении $T_k(\alpha)$- теоретические предсказания, выраженные в терминах параметров ПФР функций $a = \{a_1, ..., a_n\}$, а D_k - центральные значения экспериментальных измерений. На практике в уравнение 1.9 включают корреляционные погрешности. После задания функции 1.9, для получения наилучшей оценки» истинного набора ПФР, производится нахождение параметров $a^0 = \{a_1^0, ..., a_n^0\}$, которые минимизируют эту функцию.

Наиболее эффективный подход при изучении неопределенности в глобальном анализе данных является квадратичное разложение функции χ_2 вблизи ее глобального минимума. Таким образом можно получить матрицу Гессиана[39] или матрицу ошибок.

$$H_{ij}(a^0) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2\chi^2}{\partial a_i \partial a_j}\bigg|_{a=a^0}, \tag{1.10}$$

Собственные вектора матрица Гессиана играют центральную роль. Они используются для создания базисного набора собственных векторов ПФР, из которых могут быть получены соответствующие погрешности для всех физических предсказаний.

Глава 2

Экспериментальная установка

В этой главе описывается экспериментальная установка, с использованием данных с которой было проведено исследование. В разделе 2.1 описывается ускорительная установка - Большой адронный коллайдер. В разделе 2.2.1 рассказывается о устройстве и работе детектора ATLAS.

2.1 Большой адронный коллайдер

Большой адронный коллайдер (БАК) на сегодняшний день является самым большим и самым мощным ускорителем частиц. Схема его устройства представлена на рисунке 2.1.1. Сам ускоритель является синхротро-

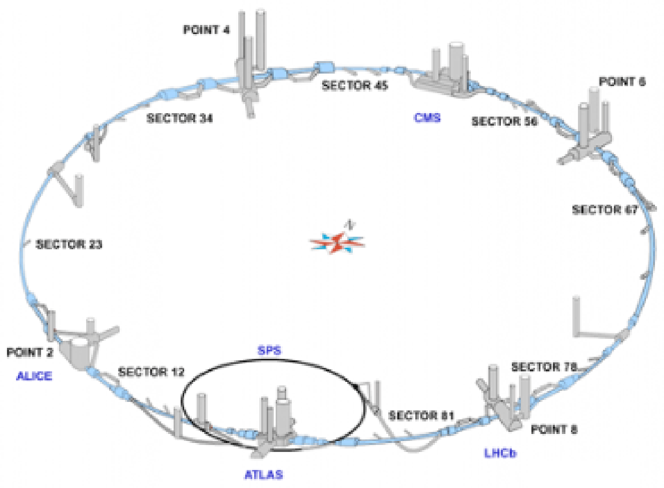
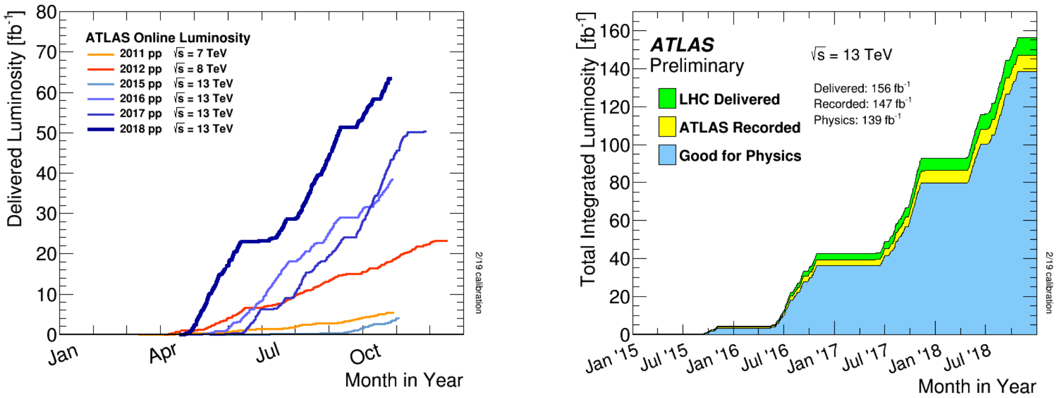


Рисунок 2.1.1 – Схема ускорительного комплекса ЦЕРН

ном, который разгоняет протоны, либо тяжелые ионы по кольцу длиной 26.7 км. В отличие от своего предшественника - ускорителя LEP, БАК имеет более низкие энергетические потери на синхротронное излучение. Благодаря этому при разгоне частиц можно достичь более высоких энергий. При проектировании коллайдер был рассчитан на столкновение протонов с энергией 14 ТэВ и на столкновение ядер свинца с энергией 10 ТэВ в системе центра масс.

Режим работы БАК состоит из нескольких сеансов (RUN), между которыми производится усовершенствование аппаратуры и детекторов, благодаря чему при каждой новой сессии запуска БАК увеличивается энергия столкновения частиц и светимость коллайдера. Во время каждого сеанса работы БАК детекторы набирают данные. До 2021 года на БАКе было 2 сеанса. Первый сеанс набора данных длился с конца 2009 года по 2012 год с энергией столкновения пучков 7 ТэВ и 8 ТэВ.За время первого сеанса набо-



(а) (б)

Рисунок 2.1.2 – Интегральная светимость набранная экспериментом ATLAS. Слева показана светимость набранная во время первого сеанса работы (а) в 2011 (оранжевый), в 2012 (красным) и во время второго сеанса работы в 2015-2018(синий.) Справа приведена светимость набранная во время второго сеанса работы (б) в 2015 - 2018 годах, где указана светимость предоставленная ускорителем (зеленый), светимость событии непосредственно записанных детектором(жёлтый) и данные с светимостью, сертифицированные как данные хорошего качества (синий) во время стабильных пучков в p-p столкновениях.

ра данных была набрана статистика с интегральной светимостью 30 фб$^{-1}$. Второй сеанс набора данных продолжался с 2015 года по 2018 год, энергия столкновения составляла 13 ТэВ. За второй сеанс работы БАК была набрана статистика с интегральной светимостью 139 фб$^{-1}$. В дальнейшем планируется третий сеанс набора данных с энергией 14 ТэВ.

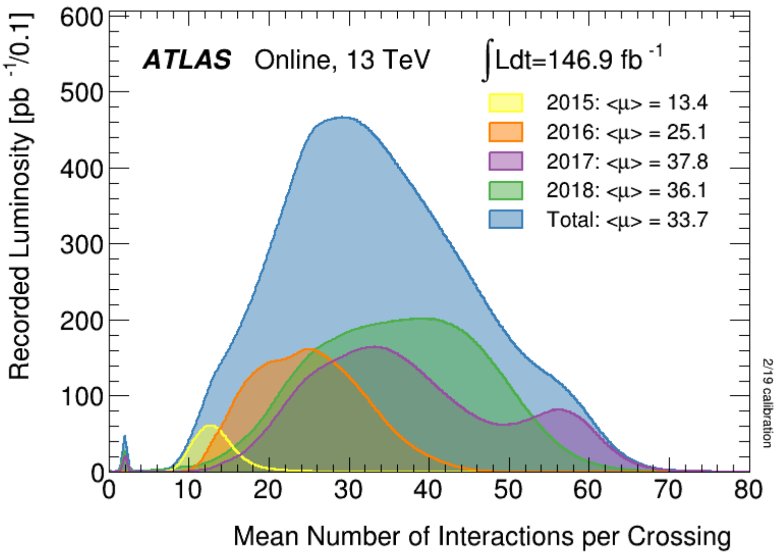


Рисунок 2.1.3 – На рисунке показана набранная светимость на эксперименте ATLAS в зависимости от количества взаимодействий при столкновении. Маленький пик слева отвечает данным, которые были набраны в режиме с низким средним числом взаимодействий $\langle\mu\rangle$ при столкновении в 2017 и 2018 годах. Среднее значение $\langle\mu\rangle \approx 2$ для данных с низким $\langle\mu\rangle$.

В работе были использованы данные, которые были набраны на детектора ATLAS в 2017 и 2018 году во время специального режима набора данных с интегральной светимостью 340 пб$^{-1}$ и низким средним числом взаимодействий при столкновении $\langle\mu\rangle$ (см. главу 4).

2.2 Детектор ATLAS

ATLAS (от англ. A Toroidal LHC ApparatuS) — один из четырёх основных экспериментов на коллайдере LHC в Европейской Организации Ядерных исследований CERN в городе Женева (Швейцария). Детектор ATLAS является комплексной детекторной установкой, которая состоит из нескольких типов под-детекторов расположенных цилиндрическими слоями вокруг оси трубы ускорителя, симметрично по отношению к направлению движения встречных пучков частиц и с практически полным покрытием по телесному углу вокруг точки столкновении. Схема детектора с обозначением основных элементов показана на рисунке 2.2.1. Детектор

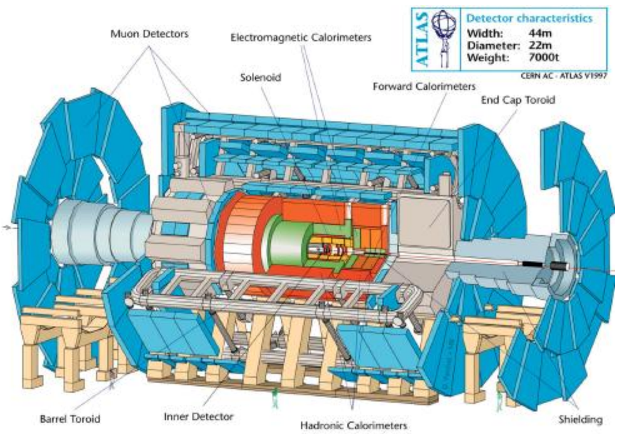


Рисунок 2.2.1 – Детектор ATLAS

состоит из нескольких частей. Для восстановления треков и импульсов заряженных частиц используется внутренний детектор, окруженный сверхпроводящим магнитом, создающим магнитное поле 2 Тл. Заряженные частицы идентифицируются по изгибам их траектории в магнитном поле и таким образом восстанавливается их заряд и импульс. С помощью системы калориметров происходит измерение энергии частиц. Фотоны и электроны высаживают свою энергию в электромагнитном калориметре, в то время как энергия адронов измеряется в адронном калориметре. Мюоны и нейтрино единственные типы частиц пролетающие весь детектор, однако в отличии от мюонов оставляющих треки в мюонном спектрометре, нейтрино пролетают детектор не оставляя следов. Для регистрации мюонов на периферии детектора находится мюонный спектрометр, который предназначен для измерения импульса мюонов. Для отбора событий используется система триггеров. Регистрация нейтрино на детекторе ATLAS не предусмотрена. Поэтому импульс нейтрино может быть представлен как дисбаланс суммарного импульса в поперечной плоскости, а модуль этого вектора может быть представлен как потерянная поперечная энергия.

2.2.1 Система координат

Для описания экспериментальных данных с эксперимента ATLAS используется прямоугольная правосторонняя система координат, в которой начало отсчета расположено в номинальной точке столкновении в центре детектора. Ось z направлена параллельно направлению пучков в трубе ускорителя и плоскость $x - y$ ему перпендикулярна, причем вектор оси x

смотрит в центр БАК, а вектор оси y смотрит вверх. Кроме того, используется и цилиндрическая система координат. Полярный угол θ отсчитывается от положительного направления оси z. Азимутальный угол ϕ отсчитывается вокруг оси пучка относительно положительного направления оси x. Часто используются Лоренц-инвариантные переменные относительно направления пучка, например быстрота:

$$y = \frac{1}{2}\ln\frac{E + p_z}{E - p_z}, \tag{2.1}$$

которая в ультрарелятивистском приближении (E $\gg$ m) переходит в псевдобыстроту:

$$\eta = -\ln\tan\frac{\theta}{2}. \tag{2.2}$$

Псевдобыстрота зависит только от полярного угла θ. Значение $\eta = 0$ соответствует поперечной плоскости $x{-}y$, а $\eta = \pm\infty$ направлению пучка. Угловое расстояние между частицами и треками выражается псевдобыстротно-азимутальным углом:

$$\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}. \tag{2.3}$$

Исходя из определения цилиндрической системы координат, поперечный импульс и энергия равны:

$$p_T = |\overrightarrow{p}|\sin\theta = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}, \tag{2.4}$$

$$E_T = E\sin\theta = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}. \tag{2.5}$$

Глава 3

Методика измерения угловых коэффициентов A_i

3.1 Метод моментов

Метод моментов[16] используется для оценки неизвестных параметров распределения, основанный на предполагаемых свойствах его моментов. Суть метода заключается в нахождение числовых параметров теоретического распределения через моменты, оценённые по выборке.

$$\langle P_i(cos\theta, \phi) \rangle = \frac{\int P_i(cos\theta, \phi) d\sigma(cos\theta, \phi) dcos\theta d\phi}{\int d\sigma(cos\theta, \phi) dcos\theta d\phi} \tag{3.1}$$

Таким образом, используя свойство ортогональности полиномов P_i в формуле дифференциального сечения1.6, можно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned}
\langle \frac{1}{2}(1 - 3cos^2\theta) \rangle &= \frac{3}{20}(A_0 - \frac{2}{3}), & \langle sin2\theta cos\phi \rangle &= \frac{1}{5}A_1, \\
\langle sin^2\theta cos2\phi \rangle &= \frac{1}{10}A_2, & \langle sin\theta cos\phi \rangle &= \frac{1}{4}A_3, \\
\langle cos\theta \rangle &= \frac{1}{4}A_4, & \langle sin^2\theta sin2\phi \rangle &= \frac{1}{5}A_5, \\
\langle sin2\theta sin\phi \rangle &= \frac{1}{5}A_6, & \langle sin\theta sin\phi \rangle &= \frac{1}{4}A_7.
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Измеряя угловые распределения лептонов в процессах Дрелла-Яна, можно произвести оценку на угловые коэффициенты A_i.

3.2 Система покоя Коллинза-Сопера

Так как угловые коэффициенты A_i являются зависимыми от кинематических переменных p_T и y бозона, то их значение зависит от выбора направления оси z система покоя бозона. Для изучения процессов Дрелла-Яна часто используется система покоя Коллинза-Сопера[40], которая и будет использована в работе. Выбор системы координат покоя Коллинза-Сопера в работе обусловлен тем, что она является наиболее чувствительной к угловым коэффициентам A_i. Система покоя Коллинза-Сопера определяется

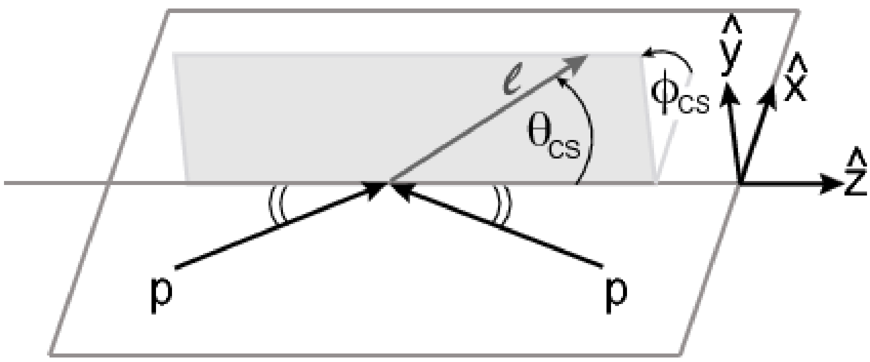


Рисунок 3.2.1 – Иллюстрация системы покоя Коллинза-Сопера. Система покоя представляет из себя систему покоя W бозона, в которой ось z направлена вдоль направления W бозона. Ось z делит пополам угол между импульсами двух протонов. Ось y перпендикулярна плоскости, в которой находятся импульсы протонов. Ось x ортогональная плоскости yz. Углы определяются следующим образом: θ_{CS}-угол между одним из лептонов и осью z, а ϕ_{CS} - угол между плоскостью xz и плоскостью лептона.

как система покоя промежуточного бозона. Если значение поперечного импульса W бозона больше нуля, то направления родительских протонов не будет является коллинеарными в системе покоя бозона. Ось z определяется в системе покоя бозона таким образом, что она делит пополам углом между импульсом одного из протонов и обратным импульсом второго. Направление оси z определяется знаком импульса бозона, т.е. выбирается по направлению вылета промежуточного бозона. Для завершения построения системы координат ось определяют как вектор нормали к плоскости, охватываемой двумя входящими импульсами протонов в системе покоя бозона, а ось x выбирается таким образом, чтобы завершить построение декартовой правосторонней системы координат. Полярный θ^{CS} и азимутальный ϕ^{CS} отсчитываются относительного одного из лептонов, который был образован в результате распада промежуточного бозона. В случае нулевого поперечного импульса пары лептонов направление оси y является произвольным. В данной работе ориентация азимутального угла ϕ^{CS} определяется таким образом, чтобы значения коэффициентов A_3 и A_4 были положительными.

Для процесса $Z \to l^+l^-$ косинус полярного угла $cos\theta^{CS}$ может быть получен непосредственно через импульсы лептоннов.

$$\begin{aligned} cos\theta^{CS} &= \frac{p(l^+l^-)}{\|p(l^+l^-)\|} \frac{2(P_1^+P_2^- - P_1^-P_2^+)}{m(l^+l^-)\sqrt{(m^2(l^+l^-) + p_T^2(l^+l^-)}}, \\ P_i^{\pm} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(E_i \pm p_{z,i}), \end{aligned} \tag{3.3}$$

переменные E_i и $p_{z,i}$ - энергия и продольный импульс лептона ($i = 1$) и антилептона ($i = 2$), а $p(l^+l^-)$ продольный импульс лептенной пары, соответственно. Для лептонного распада W бозона в работе используется такое же определение системы координат. Полярный θ^{CS} и азимутальный ϕ^{CS} определяют ориентацию заряженного лептона.

3.3 Метод максимального правдоподобия

Для получения коэффициентов A_i в работе используется метод максимального правдоподобия. Суть метода заключается в построении функции правдоподобия и нахождении такого значения оценки на параметр, при котором значение функции правдоподобия принимает максимальное значение. Для построения функции правдоподобия задается набор интересующих параметров, каждому из которых соответствует шаблонное распределение. В данном работе шаблонные распределения определяются гармоническими полиномами в формуле 1.6. Помимо прочего, вводится еще один параметр, который является общим для всех шаблонных распределений и соответствует неполяризационному дифференциальному сечению. Измерение коэффициентов A_i производится в трехмерном пространстве трех кинематических переменных ($cos\theta_{CS}^{Reco}, \phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W}$), каждая из которых разбита на интервалы. В работе синус полярного угла $sin\theta_{CS}^{Reco}$ и азимутальный угол ϕ_{CS}^{Reco} разбиты на 8 интервалов, а поперечный импульс $p_T^{Reco,W}$ на 11.

Во время регистрации частиц происходит искажение угловых распределений, так как полное фазовое пространство является, по сути, недопустимым из за ограничений на область, где детектируются частицы, а также из-за эффективности регистрации детектора. Таким образом, измеренные угловые распределения лептонов уже не будут описываться заданной формулой 1.6, а также не будет выполняться ортогональность полиномов в методе моментов (см. раздел 3.1). Поэтому необходимо построить набор таких шаблонных распределений для измерений, чтобы учесть искажения в угловых распределениях, вносимых неполнотой фазового пространства детектора и его эффективностью. Для построения таких шаблонов необходимо совершить преобразование из полного фазового пространства на генераторном уровне в реконструированное пространство. Под генераторным фазовым пространством подразумевается пространство, в котором не учтено неполное покрытие регистрации частиц и эффективность детектора.

Введем набор наблюдаемых величин в полном фазовом пространстве на генераторном уровне за t. Набор наблюдаемых величин t может быть описан с помощью функции плотности вероятности $f(t)$. Тогда набор реконструированных случайных величин можно обозначит как r, а соответствующую им функцию плотности вероятности как $g(r)$. Таким образом, связь функций плотности вероятности $g(r)$ и $f(t)$ может быть представлена в в виде:

$$g(r) = \int f(t)p(r|t)dt, \tag{3.4}$$

где $p(r|t)$ условная вероятность наблюдать реконструированные значения r при заданных наблюдаемых t в генераторном пространстве. Таким же образом можно связать между собой полиномы в генераторном и реконструированном пространстве. Обозначим набор наблюдаемых величин в генераторном фазовом пространстве как $t = \left\{cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}, p_T^{Truth,W}\right\}$, а набор реконструированных величин $r = \left\{cos\theta_{CS}^{Reco}, \phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W}\right\}$. Тогда полиномы реконструированного пространства могут быть выражены через полиномы в полном фазовом пространстве на генераторном уровне следующим образом:

$$P_{ij}(r|p_T^{Truth,W} \in (\Delta p_T^{Truth,W})_j) = \int_{(\Delta p_T^{Truth,W})_j} \int_{cos_{CS}^{Truth}} \int_{\phi_{CS}^{Truth}} P_i(cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}) p(r|t) dt \quad (3.5)$$

где индекс i определяет номер полинома, а j номер интервала разбиения поперечного импульса $p_T^{Truth,W}$.

Функция плотности вероятности в полном фазовом пространстве на генераторном уровне может быть представлена в виде:

$$f_j(cos\theta_{cs}^{Truth}\phi_{cs}^{Truth}) = \sigma_j \left\{ P_8(cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}) + \sum_{i=0}^{8} A_{ij}^{ref} P_i(cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}) \right\}, \quad (3.6)$$

где набор референсных угловых коэффициентов A_i^{Ref} для сигнальных событий вычисляется с помощью метода моментов(см. раздел 3.1) в генераторном фазовом пространстве, σ_j соответствует неполяризационному дифференциальному сечению, интегрированному по $cos\theta_{CS}^{Truth}$ и ϕ_{CS}^{Truth}. Условная вероятность $p(r|t)$ может быть получена из Монте-Карло симуляций следующим образом:

$$p^{MC}(r|t) = \frac{w^{evt}(r,t)}{f_j(cos\theta_{cs}^{Truth}\phi_{cs}^{Truth})}, \quad (3.7)$$

где за $w^{evt}(r,t)$ обозначено произведение всех коррекционных весов, применяемых к данному событию. Если события Монте-Карло стимуляций распределены согласно формуле разложения сечения по полиномам 1.6, то сумма функций $p^{MC}(r|t)$ по всем событиям будет давать единицу. Таким образом, можно представить набор шаблонных распределений T_{ij}, измеряемых в каждом интервале (m,k,l) переменных $(cos\theta_{CS}^{Reco}, \phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W})$ как сумму по всем событиям в измеряемом интервале переменной $p_T^{Truth,W}$:

$$T_{ij}^{mkl} = \sum_{evt\in\Delta_{jmkl}} P_i(cos\theta_{CS}^{Truth}, \phi_{CS}^{Truth}) \frac{w^{evt}(r,t)}{f_j(cos\theta_{cs}^{Truth}\phi_{cs}^{Truth})},$$
$$\Delta_{jmkl} = (\Delta p_T^{Truth,W})_j, (\Delta cos\theta_{CS}^{Reco})_m, (\Delta\phi_{CS}^{Reco})_k, (\Delta p_T^{Reco,W})_l, \tag{3.8}$$

Таким образом, все измерения проводятся в реконструированном пространстве. Важно отметить, что используя такой подход, погрешности для угловых коэффициентов остаются Пуассоновскими.

Помимо шаблонных распределений, которые соответствуют сигнальным процессам, необходимо учесть вклад фоновых шаблонных распределений в функции правдоподобия. Вклад фоновых электромагнитных процессов обозначим как $T_{EW}^n(cos\theta_{CS}^{Reco}, \phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W})$.

Таким образом, число ожидаемых событий в трехмерном интервале $n = (m, k, l)$ реконструированных переменных $(cos\theta_{CS}^{Reco}, \Delta\phi_{CS}^{Reco}, p_T^{Reco,W})$, где $m, k = 0, ..., 7, l = 0, ..., 10$, с учетом сигнальных и фоновых шаблонов может быть выражено как:

$$N_{exp}^n = \sum_j^{N_{p_T}^{bins}} \sigma_i[T_{8,j}^n + \sum_{i=0}^{7} A_{ij}T_{ij}^n] + T_{EW}^n + T_{QCD}^n, \tag{3.9}$$

где за $T_{8,j}^n$ обозначается вклад от полинома $P_8 = 1 + cos^2\theta$ формулы 1.6, который, в свою очередь, связан с неполяризованным сечением.

Функция правдоподобия определяется стандартным способом в виде произведения распределения Пуассона для каждого измеряемого интервала n:

$$\mathcal{L}(A, \sigma, \theta|N) = \prod_n^{bins} Pois(N_{obs}^n|N_{exp}^n(A_{ij}, \sigma_j)) \prod_k^{NPs} G(\theta_k), \tag{3.10}$$

где за N_{obs}^n обозначено наблюдаемое число событий в экспериментальных данных, а функция $G(\theta_k)$ учитывает систематические погрешности, которые задаются как мешающие параметры θ_k.

.

Глава 4

Использованные данные

Экспериментальные данные, используемые в работе, были записаны на детекторе ATLAS в 2017 и 2018 году во время режима набора данных с интегральной светимостью 340 пб$^{-1}$ и с низким значением $\langle\mu\rangle$ (см. раздел 2), в столкновении протон-протонных пучков с суммарной энергией 13 ТэВ. При использовании данных с низким $\langle\mu\rangle$ увеличивается эффективность регистрации частиц, снижается количество КХД фона, который не полностью может быть сгенерирован Монте-Карло генераторами. Помимо прочего, использование данных с низким значеним $\langle\mu\rangle$ для процессов Дрелла-Яна с участием промежуточного W бозона является особенно важным, так как это позволяет лучше изолировать поперечную потерянную энергию E_T^{miss}, которая ассоциируется с нейтрино.

Смоделированные данные, используемые в работе, были получены методом Монте-Карло с помощью генераторов Pythia[41] и Sherpa[42] и прошли всю цепочку реконструкций, на условии реальных протон-протонных столкновений эксперимента ATLAS режима с низким $\langle\mu\rangle$.

На предварительном этапе работы необходимо произвести оценку вклада погрешности ПФР в измерение угловых поляризационных коэффициентов. Для получения погрешности для определенного набора ПФР необходимо использовать библиотеку `LHAPDF`. Для работы с библиотекой `LHAPDF` необходимо добавить новые переменные в набор Монте-Карло данных. В ходе работы был получен полный набор данных Монте-Карло сигнальных событий распадов $W^- \to e^-\nu$ с новыми переменными, которые необходимы для перевзвешивания.

Каждому процессу соответствует свой уникальный номер. Список

Монте-Карло данных, использованных в работе, приведен в таблице 4.0.1

Процесс	Номер	Генератор	Сечение [пб]
$W^+ \to e\nu$	361100	PowhegPythia8EvtGen	11610.0
$W^+ \to \mu\nu$	361101	PowhegPythia8EvtGen	11610.0
$W^+ \to \tau\nu$	361102	PowhegPythia8EvtGen	11610.0
$W^- \to e\nu$	361103	PowhegPythia8EvtGen	8630.0
$W^- \to \mu\nu$	361104	PowhegPythia8EvtGen	8630.0
$W^- \to \tau\nu$	361105	PowhegPythia8EvtGen	8630.0
$Z \to ee$	361106	PowhegPythia8EvtGen	1910.0
$Z \to \mu\mu$	361107	PowhegPythia8EvtGen	1910.0
$Z \to \tau\tau$	361108	PowhegPythia8EvtGen	1910.0
Diboson	363356	Sherpa_221_PDF30	15.56
Diboson	363358	Sherpa_221_PDF30	3.433
Diboson	363359	Sherpa_221_PDF30	24.72
Diboson	363360	Sherpa_221_PDF30	24.72
Diboson	363489	Sherpa_221_PDF30	11.42
Diboson	364250	Sherpa_221_PDF30	1.252
Diboson	364253	Sherpa_221_PDF30	4.583
Diboson	364254	Sherpa_221_PDF30	12.50
Diboson	364255	Sherpa_221_PDF30	3.235
Top	410013	PhPy8EG_P2012	35.82
Top	410014	PhPy8EG_P2012	33.99
Top	410470	PhPy8EG	831.8
Top	410642	PhPy8EG	36.99
Top	410643	PhPy8EG	22.17
Top	410644	PowhegPythia8EvtGen	2.027
Top	410645	PowhegPythia8EvtGen	1.268

Таблица 4.0.1 – Список каналов, использованных в генераторе Монте-Карло при моделировании данных с низкой светимостью.

Для сравнения Монте–Карло и реальных данных выполнена нормировка на светимость. Для более точного согласия с распределениями из данных использованы коррекционные коэффициенты, которые учитывают неточности в моделирование Монте—Карло и геометрию детектора. Коэффициенты коррекции, использованные в работе предоставляются Combined Performance (CP) Groups эксперимента ATLAS [43].

Для проведения измерений угловых коэффициентов A_i в работе используется методика, описанная в главе 3. Для применения данной методики измерения необходимо использовать набор Монте-Карло симуляции в двух различных фазовых пространствах. Одним из них является генераторное фазовое пространство. Вторым является реконструированное фазовое пространство, в котором в отличие от генераторного учена эффективность детектора, а также неполное покрытие по углам при регистрации частиц. В работе использовался только электронный канал распада W бозона.

4.1 Критерии на отбор событий

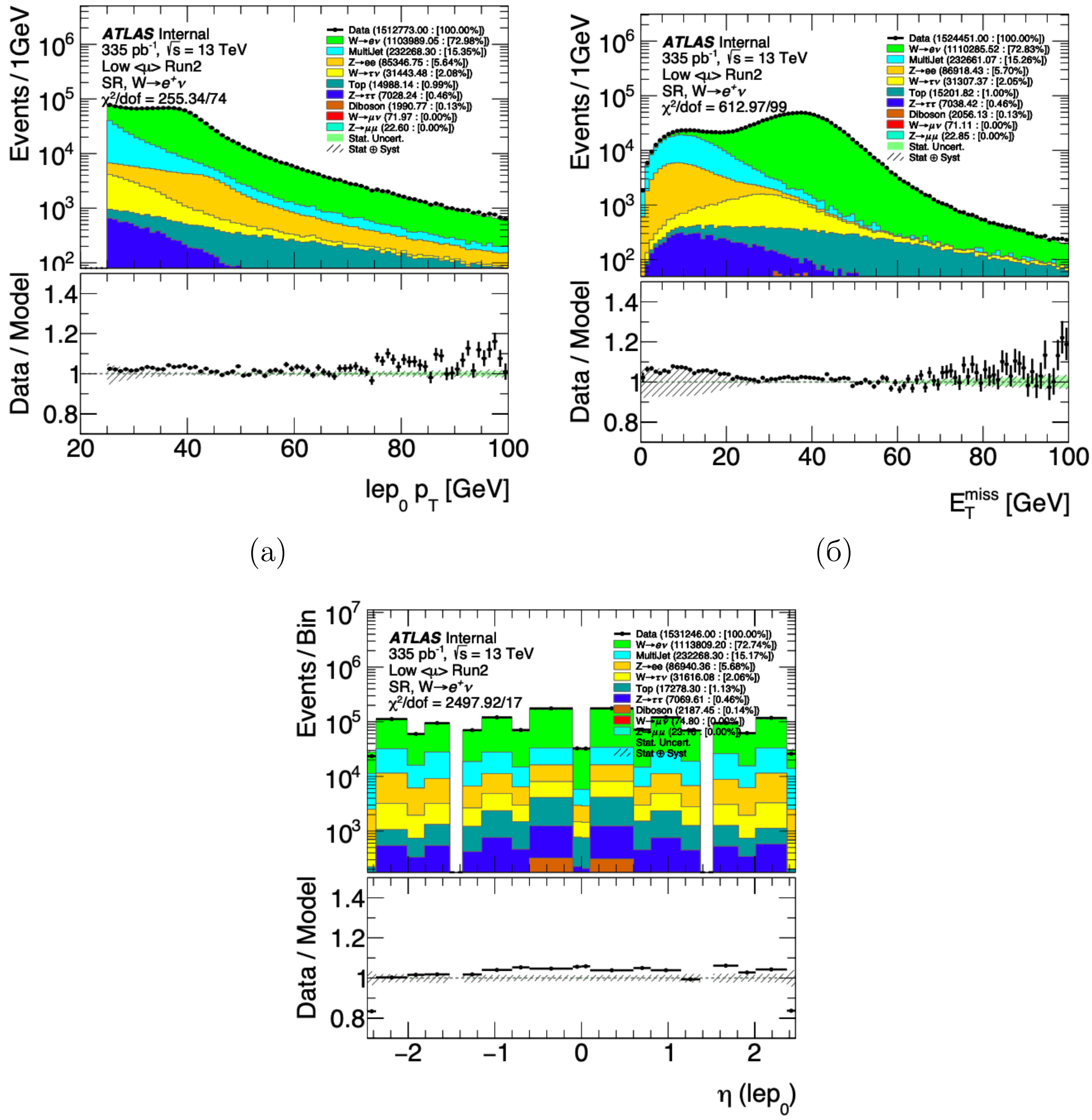
Для проведения измерений угловых коэффициентов A_i в реконструированном фазовом пространстве были применены критерии на отбор событий. Критерий на отбор событий включают в себя ограничение на поперечный импульс p_T лептона больше 25 ГэВ. Данный отбор проводится для подавления большого количества КХД фона, который расположен преимущественного в мягкой части спектра. Критерий на отбор событий включает в себя ограничение по псевдобыстроте $|\eta|$<2.47 и 1.37<$|\eta|$<1.52. Данные ограничение связаны с неполным покрытием детектором ATLAS диапазона по псевобыстроте. Для улучшения выделения лептонов от других, например, не интересующих нас частиц или струй, к лептонам применяется отбор на изоляцию. Трековая изоляция рассчитывается как сумма поперечных импульсов всех треков в конусе размера $\Delta R = \sqrt{\Delta\phi^2 + \Delta\eta^2}$, кроме трека самого лептона, и делится на импульс лептона. Трековая изоляция характеризует активность вокруг трека в трековом детекторе. Для фоновых частиц активность вокруг трека выше. В работе используется трековая изоляция в конусе $\Delta R = 0.2$, равная ptvarcone20/p_T<0.1. Калориметрическая изоляция рассчитывается как сумма поперечной энергии в конусе ΔR, кроме поперечной энергии самого лептона, деленная на импульс лептона. Калориметрическая изоляция характеризует активность в калориметре. Для фоновых частиц активность в калориметре вокруг трека выше. В работе используется калориметрическая изоляция в конусе $\Delta R = 0.2$,

p_T	$>$ 25ГэВ
$\|d_0$significance$\|$	$<$ 5
ΔZ *sinTheta	<0.5
$\|\eta\|$.	<2.47, без 1.37-1.52
ptvarcone20/p_T	$<$ 0.1
topoetcone20/p_T	<0.05
Число лептонов	1

Таблица 4.1.1 – Критерии отбора событий

равная topoetcone20/p_T<0.05. Также применяется критерии на качество трека частицы $|d_0$significance$|$<5 и ΔZ *sinθ<0.5, которые характеризуют близость трека частицы к первичной вершине.

Было выполнено сравнение кинематических распределений лептонов для экспериментальных и Монте-Карло данных (см. рисунок 4.1.1 и см. рисунок 4.1.2). По распределениям на рисунках 4.1.1 и 4.1.2 видно, что наибольший вклад в распределения вносит сигнальный процесс распада W бозона в электрон 69.18 %. Помимо сигнального процесса присутствуют



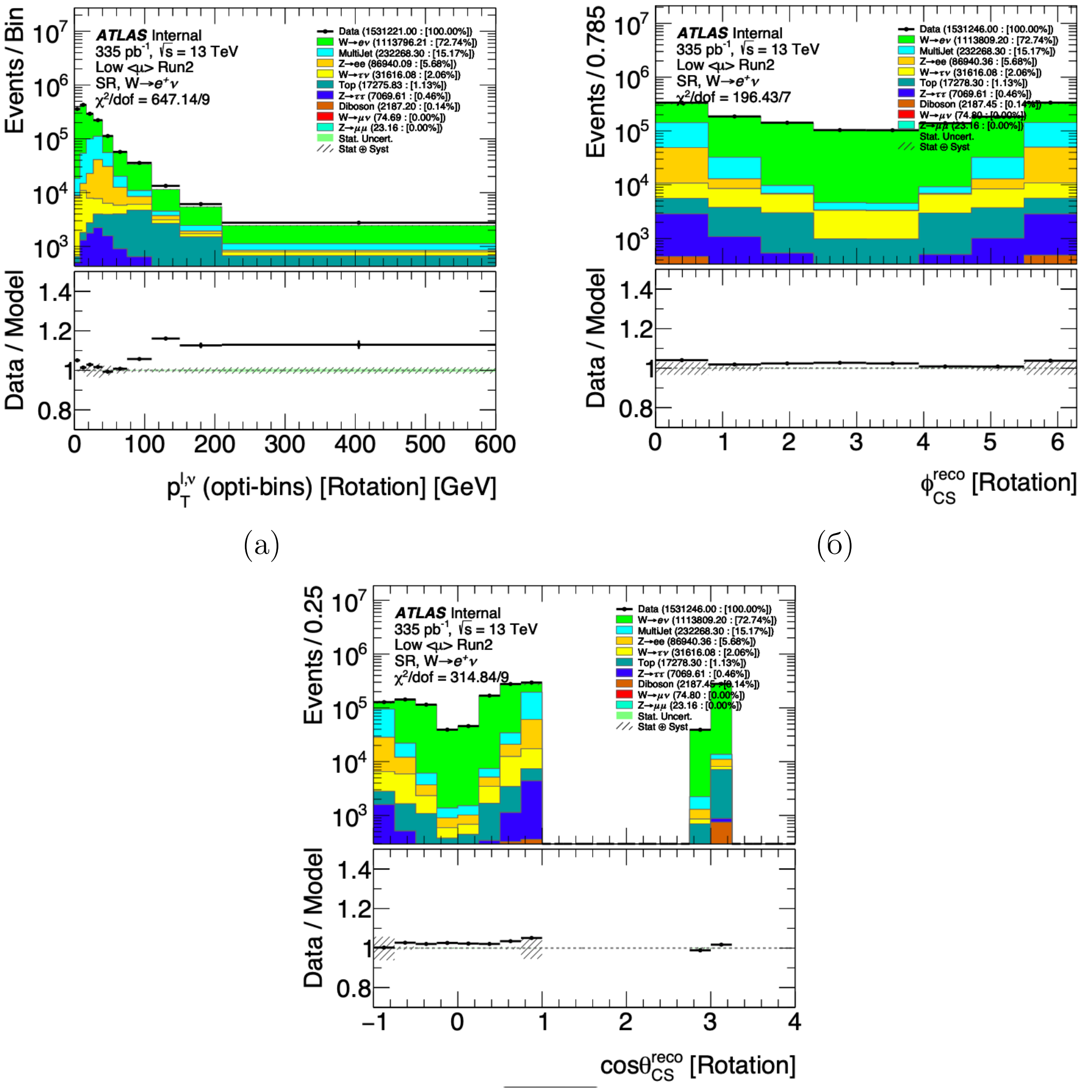
(а) (б)

(в)

Рисунок 4.1.1 – Сравнение реальных и Монте-Карло данных сигнального региона для переменных: поперечный импульс лептон (а), потерянной энергии (б) , псевобыстроты лептона (в).

фоновые электромагнитные и КХД процессы. Наибольший вклад в фоновые события 15% вносит КХД фон. Также большой вклад в фоновые события 6.18 % вносит процесс распада Z в электрон-позитронную пару. Вклад

Z бозона в фоновые процессы происходит из-за того, что иногда один из лептон не удается зарегистрировать. Это происходит из-за попадания лептона, например, в пространство, не покрытое детектирующими системами $1.37 < \eta < 1.52$. Поэтому в конечном состоянии может быть зарегистрирован только один лептон от распада Z бозона. В таком случае, распад Z бозона имеет похожую сигнатуру с лептонным распадом W бозона. Процессы распадов W бозона в лептоны другого поклонения, также вносят вклад в итоговые распределения 2.12 %. На представленных отношениях в ки-



(а) (б) (в)

Рисунок 4.1.2 – Сравнение реальных и Монте-Карло данных региона для переменных: импульс импульс W (а), азимутальный угол в системе покоя Коллинза-Сопера (б) , синус полярного угла в системе покоя Коллинза-Сопера (в).

нематических распределениях (см. рисунок 4.1.1 и 4.1.2) отчетливо видно отклонение смоделированных Монте-Карло данных от экспериментальных данных до 50 % в мягкой части поперечного импульса лептона p_T(см. рисунок 4.1.1а), потерянной энергии E_T^{miss} (см. рисунок 4.1.1б) и поперечного импульса W бозона p_T^W(см. рисунок 4.1.2а).

Используемые в данной работе генераторы Монте-Карло не могут надежно смоделировать КХД фон. Поэтому необходимо произвести оценку КХД фона с помощью метода оценки фона из данных. КХД фон был посчитал анализ группой и предоставлен в мою работу .

Глава 5

Измерение угловых коэффициентов

Для измерения коэффициентов A_i, как было описано в разделе 3, используется метод минимизации функции правдоподобия, которая задается с помощью шаблонных распределений. При измерении использовались данные описанные в главе 4. В работе производится оценка зависимости угловых коэффициентов A_i и их погрешностей в зависимости от диапазона переменной поперечного импульса W бозона $p_T^{l\nu}$ и быстроты $|y^{l\nu}|$.

Первоначально измерение необходимо провести в статусе слепого анализа, поэтому вместо экспериментальных данных используются псевдоданные, которые полностью соответствуют Монте-Карло симуляции. Используя данные, которые полностью соответствуют Монте-Карло симуляции можно сделать вывод о том, что полученные значение коэффициентов A_i будут согласоваться с теоретическими предсказаниями в указанном порядке КХД. Псевдо-данные используются для проверки работоспособности программного обеспечения, а также для выявления различных проблем, таких как сильно ограниченные мешающие параметры или большие корреляции между параметрам при измерении. Псевдо-данные используются для определения того, какие погрешности оказывают наибольшее влияние на интересующие нас параметры при измерении, до того как будут использованы экспериментальные данные.

5.1 Исследование ПФР погрешностей

Целью анализа по измерению угловых поляризационных коэффициентов в первую очередь является сравнение результатов измерения с теоретическими предсказаниями. Для этих целей, согласно рекомендациям [38] необходимо использовать единичный набор ПФР, а не различные комбинации нескольких наборов. Для первичной оценки ПФР погрешностей был использован набор ПФР `CT10`, который был предоставлен коллаборации `CTEQ`[35]. При оценке погрешностей ПФР необходимо также учитывать погрешность, которая возникает в результате отличия α_s зашитого в ПФР данных Монте-Карло и α_s, которую имеет желаемый набор ПФР. Так как используемые данные Монте-Карло были симулированы с центральным значением набора CT10, то нет необходимости учитывать эту погрешность. Необходимость учитывания погрешностей ПФР набора возникают из за наличия погрешностей параметров, использованных при проведении "глобального анализа КХД".

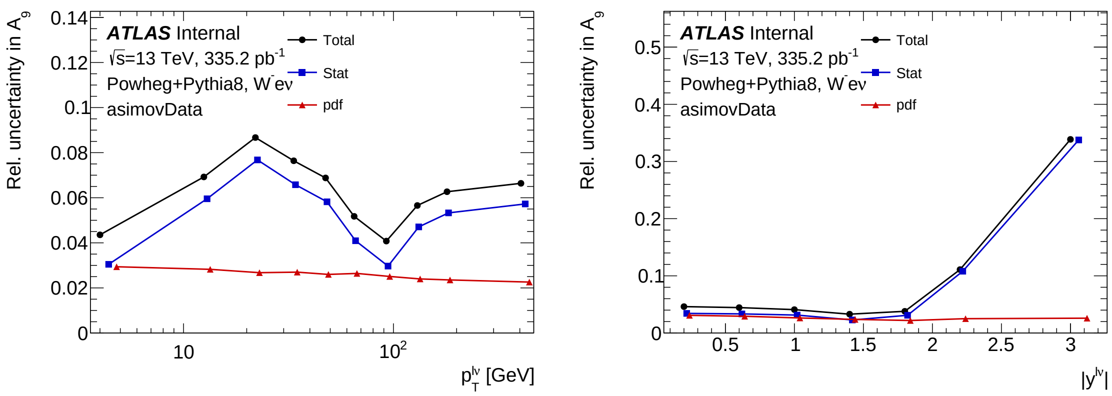
Набор `CT10` включает в себя 26 собственных векторов матрицы Гессиана(см. раздел 1.4.1), каждый из которых имеет верхнюю и нижнюю вариацию, набор также содержит элемент отвечающий, центральному значению ПФР для заданного аромата. Всего в наборе содержится 53 элементов. Каждый собственный вектор набора ПФР задается как мешающий параметр в функцию максимального правдоподобия (см. раздел 3.3). Для задания мешающего параметра в функции правдоподобия необходимо иметь шаблоны, которые отвечают его верхней и нижней вариации. Получение таких шаблонов возможно произвести с помощью процесса перевзвешивания Монте-Карло данных. Коэффициент перевзвешивания для процесса первого порядка адрон-адронного взаимодействия из старой ПФР $xf(x;Q^2)$ в новую ПФР $xg(x;Q^2)$ определяется как:

$$w = \frac{x_1 g_{i/B_1(x_1;Q^2)}}{x_1 f_{i/B_1(x_1;Q^2)}} \cdot \frac{x_2 g_{i/B_2(x_2;Q^2)}}{x_2 f_{i/B_2(x_2;Q^2)}}, \tag{5.1}$$

В работе была использована библиотека `LHAPDF6`[44], которая содержит не только различные наборы ПФР от разных коллабораций, но также имеет удобный инструмент для проведения перевзвешивания и др.

5.1.1 Результаты

На рисунках 5.1.2 и 5.1.3 продемонстрированы результаты сравнения ПФР и статистической погрешностей для угловых поляризационных коэффициентов A_i в зависимости от поперечного импульса $p_T^{l\nu}$ и быстроты $|y^{l\nu}|$. По данным распределениям отчетливо видно, что для всех коэффициентов A_i погрешность ПФР гораздо ниже чем статистическая погрешность. Малый вклад погрешности ПФР является ожидаемым и связан с методикой измерения угловых коэффициентов (см. раздел 3.3), в которой для измерения A_i вводятся нормированные шаблонные распределения в реконструируемом фазовом пространстве. Так как шаблонные распределения являются нормированными на дифференциальное сечение в генераторном пространстве, то погрешности, которые используются в генераторномом и в реконструируемом пространстве сокращаются. Для нормировочного ко-

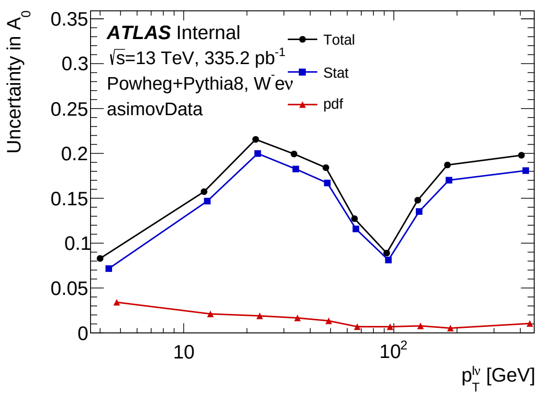


(а) (б)

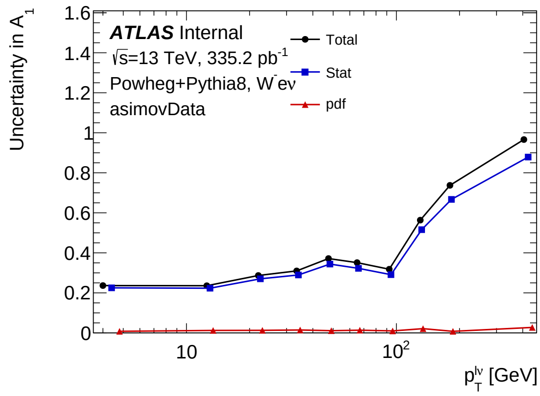
Рисунок 5.1.1 – Результаты сравнения ПФР и статистической погрешностей для нормировочного коэффициента A_9 в зависимости от поперечного импульса $p_T^{l\nu}$ (а) и быстроты $|y^{l\nu}|$ (б).

эффициента в зависимости $p_T^{l\nu}$ (см. рисунок 5.1.1а) погрешность ПФР так же дает малый вклад в жесткой части $p_T^{l\nu}$. В мягкой части $p_T^{l\nu}$ погрешность ПФР сравнима с статистической погрешностью. Для нормировочного коэффициента в зависимости от $|y^{l\nu}|$ (см. рисунок 5.1.1б) погрешность ПДФ сравнима с статистической погрешностью при значениях $|y^{l\nu}| < 2$ и дает малый вклад при при значениях $|y^{l\nu}| > 2$.

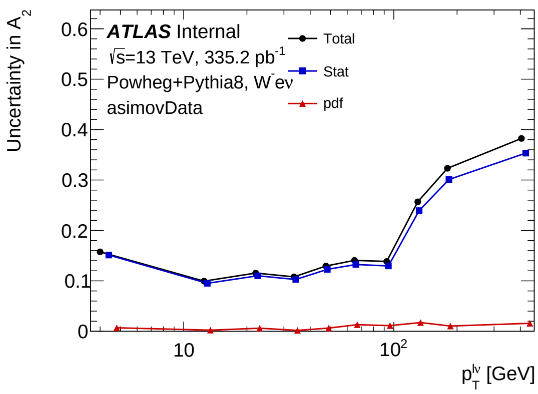
На рисунке 5.1.4 представлена корреляционная матрица для всех мешающих параметров ПФР, используемых при измерении угловых коэффициентов в зависимости от поперечного импульса $p_T^{l\nu}$ и быстроты $|y^{l\nu}|$.



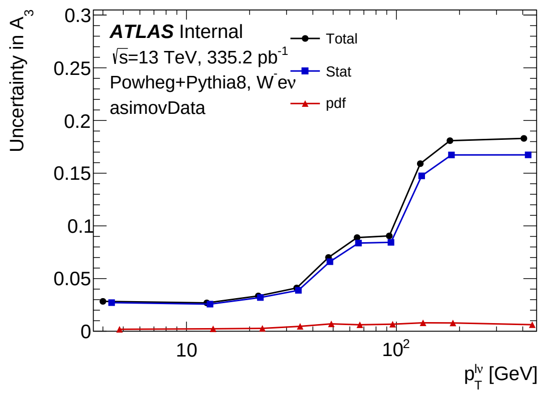
(а)



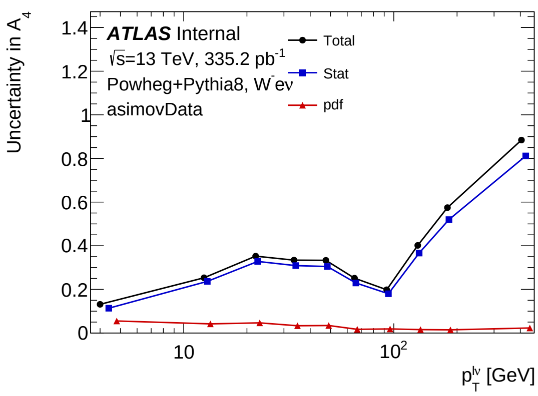
(б)



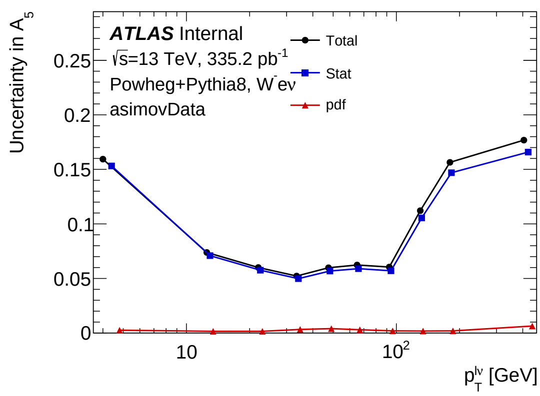
(в)



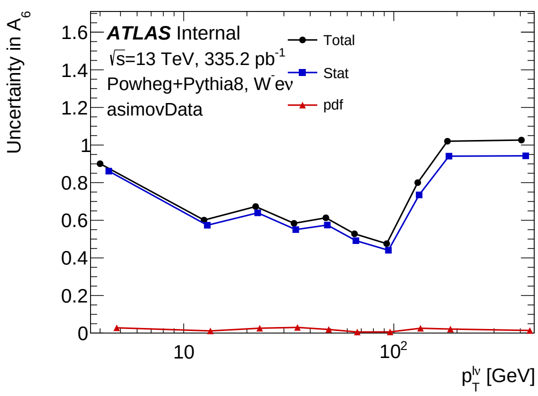
(г)



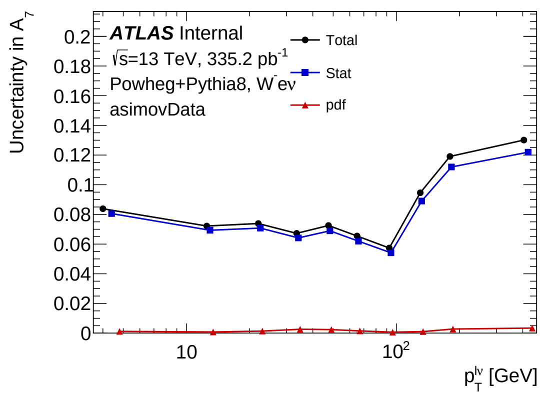
(д)



(е)

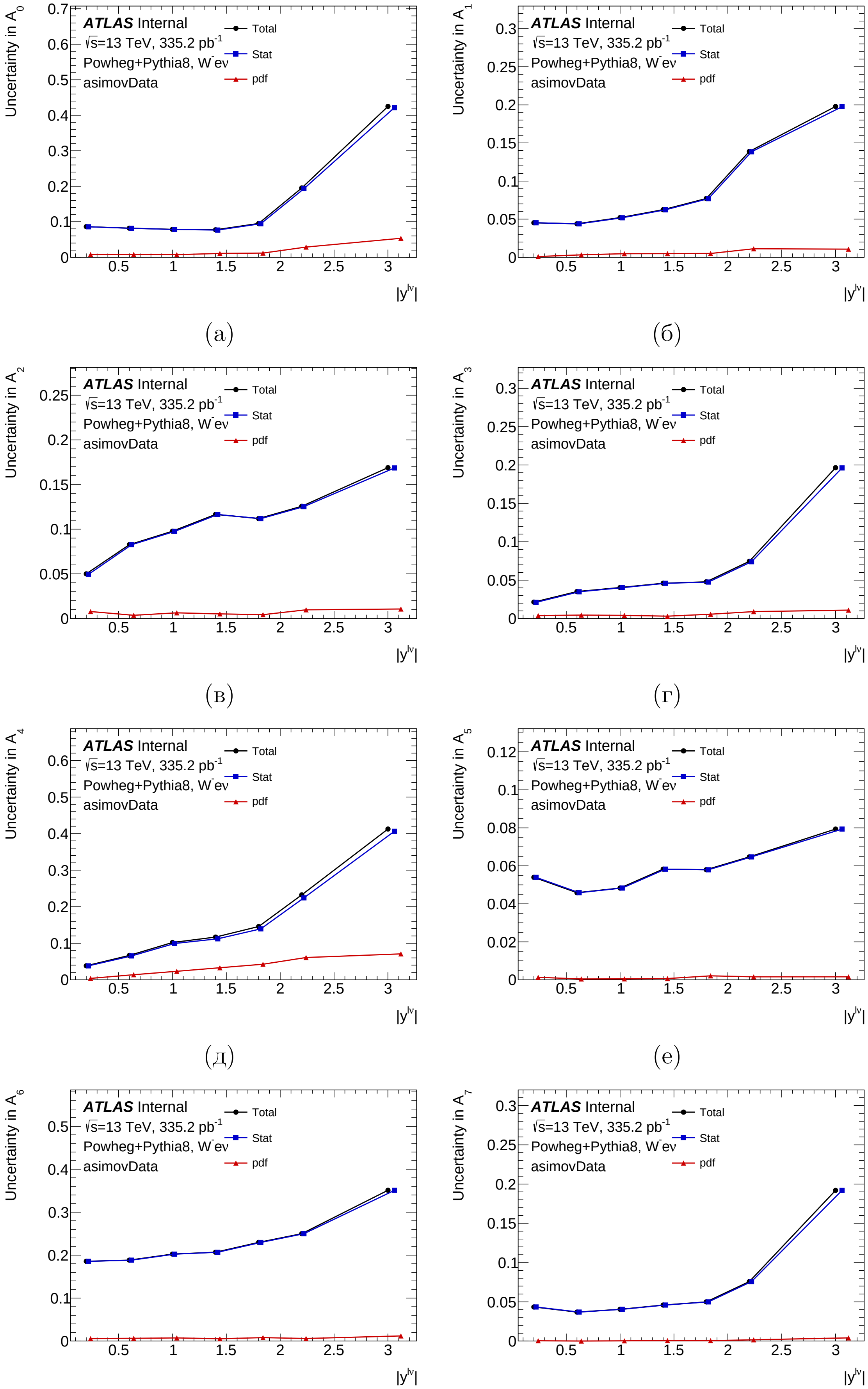


(ж)



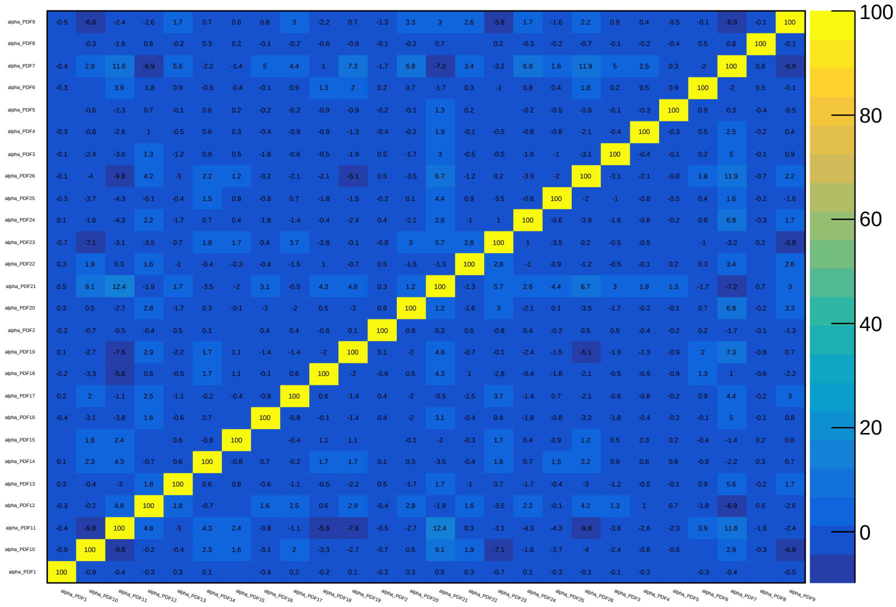
(з)

Рисунок 5.1.2 – Результаты сравнения ПФР и статистической погрешностей для угловых поляризационных коэффициентов $A_0 - A_7$ в зависит от от поперечного импульса $p_T^{l\nu}$.

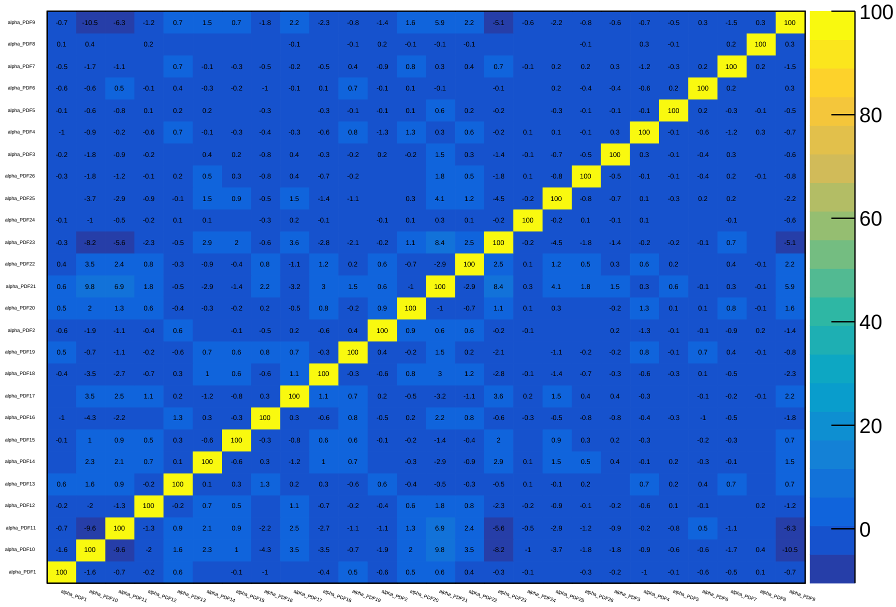


(а) (б) (в) (г) (д) (е) (ж) (з)

Рисунок 5.1.3 – Результаты сравнения ПФР и статистической погрешностей для угловых поляризационных коэффициентов $A_0 - A_7$ в зависимости от быстроты $y^{l\nu}$.



(а)



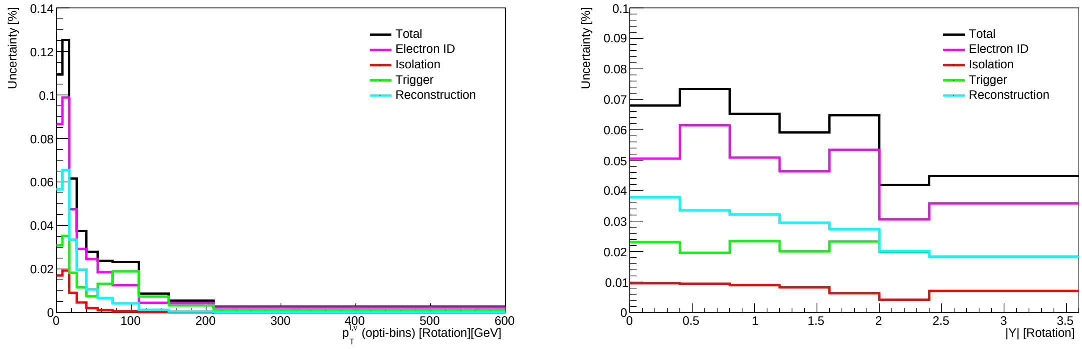
(б)

Рисунок 5.1.4 – Матрица корреляции для всех собственных векторов набора ПФР используемых при измерении A_i в зависимости от поперечного импульса $p_T^{l\nu}$ (а) и быстроты $|y^{l\nu}|$ (б).

По данной матрице видно, что все мешающие параметры не коррелируют между собой.

5.2 Оценка систематических погрешностей

При измерении угловых поляризационных коэффициентов необходимо также учесть вклад систематических погрешностей связанных эффектностью триггера, идентификацией, реконструкцией, а также с изоляцией частиц. Так как данные погрешности связаны с разрешающей способностью детектора, то их необходимо применять только для распределений в реконструированном пространстве. Предварительным шагом является оценка систематических погрешностей в кинематических распределениях, используемых при измерении угловых поляризационных коэффициентов. На рисунке 5.2.1 представлена зависимость систематических погрешностей от поперечного импульса $p_T^{l\nu}$ и быстроты $|y^{l\nu}|$. Величина всех погрешностей



(а) (б)

Рисунок 5.2.1 – Значение систематичких погрешностей в зависимости от поперечного импульса $p_T^{l\nu}$ (а) и быстроты $|y^{l\nu}|$ (б).

Группа погрешности	$p_T^{l\nu}$, %	$|y^{l\nu}|$, %
ElIDSys	0.15	0.12
ElIsoSys	0.03	0.02
ElTrigSys	0.06	0.06
ElRecoSys	0.1	0.08
Total	0.19	0.16

Таблица 5.2.1 – Вклад групп систематических погрешностей для $p_T^{l\nu}$ и $|y^{l\nu}|$

уменьшается с ростом $p_T^{l\nu}$ и $|y^{l\nu}|$. Наибольших вклад в полную погрешность вносит погрешность, связанная с эффективностью идентификации электронов. Для p_T^W она составляет 0.15%, а для $y^{l\nu}$ составляет 0.12%. Наименьший вклад вносит погрешность, связанная с изоляцией частиц. Для $p_T^{l\nu}$ она составляет 0.03%, а для $y^{l\nu}$ составляет 0.02%. Полная систематическая погрешность для $p_T^{l\nu}$ и $|y^{l\nu}|$ составляет 0.19% и 0.16%, соответственно. В таблице 5.2.1 представлены значения систематических погрешностей для $p_T^{l\nu}$ и $|y^{l\nu}|$.

Заключение

В ходе работы были получены начальные сведения о партонных функциях, используемых в анализе данных на экспериментах БАК, стратегии глобального анализа КХД.

Для получения результатов измерения было проведено ознакомление с библиотекой `LHAPDF`[44], с помощью которой в работе производится перевзвешивание наборов партонных функций.

Выполнена настройка программного обеспечения `Aidy` для совместной работы с библиотекой `LHAPDF`. Был получен полный набор данных Монте-Карло сигнальных событий распадов $W^- \to e^-\nu$ с новыми переменными, которые необходимы для перевзвешивания.

С помощью метода максимального правдоподобия были получены значения угловых коэффициентов A_i в каждом интервале поперечного импульса W бозона $p_T^{l\nu}$ и быстроты $y^{l\nu}$ с использованием псевдо-данных. Проведено сравнение ПФР и статистической погрешностей. Построена матрица корреляции для всех собственных векторов набора ПФР и указано отсутствие корреляции между всеми мешающими параметрами.

Произведена оценка систематических погрешностей связанных с эффектностью триггера, идентификацией, реконструкцией, а также с изоляцией частиц в распределениях поперечного импульса $p_T^{l\nu}$ и быстроты $y^{l\nu}$.

Список использованных источников

1. *Collaboration T. A.* The ATLAS Experiment at the CERN Large Hadron Collider // Journal of Instrumentation. — 2008. — Т. 3, № 08. — S08003—S08003.

2. *Drell S. D.*, *Yan T.-m.* Massive Lepton-Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High Energies // Physical Review Letters. — 1970. — Т. 25. — С. 316—320.

3. *Lam C. S.*, *Tung W.-K.* Systematic approach to inclusive lepton pair production in hadronic collisions // Phys. Rev. D. — 1978. — Т. 18, вып. 7. — С. 2447—2461.

4. *Lam C. S.*, *Tung W. K.* Structure function relations at large transverse momenta in Lepton-pair production processes // Physics Letters B. — 1979. — Т. 80. — С. 228—231.

5. *Lam C. S.*, *Tung W.-K.* Parton-model relation without quantum-chromodynamic modifications in lepton pair production // Phys. Rev. D. — 1980. — Т. 21, вып. 9. — С. 2712—2715.

6. Measurement of the azimuthal angle distribution of leptons from W boson decays as a function of the W transverse momentum in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV / D. Acosta [et al.] // Phys. Rev. D. — 2006. — Vol. 73. — P. 052002. — arXiv: hep-ex/0504020.

7. *Richter-Was E.*, *Was Z.* W production at LHC: lepton angular distributions and reference frames for probing hard QCD // Eur. Phys. J. C. — 2017. — Т. 77, № 2. — С. 111. — arXiv: 1609.02536 [hep-ph].

8. *Емельянов В. М.* Стандартная модель и её расширения. — НМ. : Физматлит, 2007. — С. 584.

9. *Lederman L. M.*, *Pope B. G.* Production of Intermediate Bosons in Strong Interactions // Phys. Rev. Lett. — 1971. — Т. 27, вып. 11. — С. 765—768.

10. *Peng J. C.*, *McGaughey P. L.*, *Moss J. M.* Dilepton production at Fermilab and RHIC // RIKEN Symposium and Workshop on Selected Topics in Nuclear Collective Excitations (NUCOLEX 99). — 1999. — arXiv: hep-ph/9905447.

11. Measurement of the angular coefficients in Z-boson events using electron and muon pairs from data taken at $\sqrt{s} = 8$ TeV with the ATLAS detector / G. Aad [et al.] // JHEP. — 2016. — Vol. 08. — P. 159. — arXiv: 1606.00689 [hep-ex].

12. *Weiden A. R.* Inclusive Low-Mass Drell-Yan Cross-Section at LHCb at $\sqrt{s} = 8$ TeV / Weiden Andreas Robert. — 2020. — Presented 29 Jan 2020.

13. Study of Drell-Yan dimuon production in proton-lead collisions at $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}} = 8.16$ TeV / A. M. Sirunyan [et al.] // JHEP. — 2021. — Vol. 05. — P. 182. — arXiv: 2102.13648 [hep-ex].

14. Measurement of the forward-backward asymmetry of electron and muon pair-production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector / G. Aad [et al.] // JHEP. — 2015. — Vol. 09. — P. 049. — arXiv: 1503.03709 [hep-ex].

15. *Collins J. C.*, *Soper D. E.*, *Sterman G. F.* Factorization of Hard Processes in QCD // Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. — 1989. — Т. 5. — С. 1—91. — arXiv: hep-ph/0409313.

16. *Mirkes E.*, *Ohnemus J.* W and Z polarization effects in hadronic collisions // Phys. Rev. D. — 1994. — Т. 50. — С. 5692—5703. — arXiv: hep-ph/9406381.

17. *Korner J. G.*, *Mirkes E.* Polarization density matrix of high q(T) gauge bosons in high-energy proton - anti-proton collisions // Nucl. Phys. B Proc. Suppl. / под ред. S. Narison. — 1991. — Т. 23. — С. 9—13.

18. *Mirkes E.* Angular decay distribution of leptons from W-bosons at NLO in hadronic collisions // Nuclear Physics B. — 1992. — T. 387, № 1. — C. 3—85. — ISSN 0550-3213.

19. *Hofstadter R.*, *McAllister R. W.* Electron Scattering from the Proton // Phys. Rev. — 1955. — Vol. 98, issue 1. — P. 217–218.

20. *McAllister R. W.*, *Hofstadter R.* Elastic Scattering of 188-Mev Electrons from the Proton and the Alpha Particle // Phys. Rev. — 1956. — Vol. 102, issue 3. — P. 851–856.

21. *Zweig G.* An SU(3) model for strong interaction symmetry and its breaking. Version 2 // DEVELOPMENTS IN THE QUARK THEORY OF HADRONS. VOL. 1. 1964 - 1978 / ed. by D. B. Lichtenberg, S. P. Rosen. — 1964. — P. 22–101.

22. *Gell-Mann M.* A schematic model of baryons and mesons // Physics Letters. — 1964. — Vol. 8, no. 3. — P. 214–215. — ISSN 0031-9163.

23. High-Energy Inelastic $e - p$ Scattering at 6° and 10° / E. D. Bloom [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1969. — Vol. 23, issue 16. — P. 930–934.

24. Observed Behavior of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering / M. Breidenbach [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1969. — Vol. 23, issue 16. — P. 935–939.

25. *Bjorken J. D.* Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum // Phys. Rev. — 1969. — Vol. 179, issue 5. — P. 1547–1553.

26. *Feynman R. P.* Very High-Energy Collisions of Hadrons // Phys. Rev. Lett. — 1969. — Vol. 23, issue 24. — P. 1415–1417.

27. *Bjorken J. D.*, *Paschos E. A.* Inelastic Electron-Proton and γ-Proton Scattering and the Structure of the Nucleon // Phys. Rev. — 1969. — Vol. 185, issue 5. — P. 1975–1982.

28. *Callan C. G.*, *Gross D. J.* High-Energy Electroproduction and the Constitution of the Electric Current // Phys. Rev. Lett. — 1969. — Vol. 22, issue 4. — P. 156–159.

29. Inelastic Electron-Proton Scattering at Large Momentum Transfers and the Inelastic Structure Functions of the Proton / G. Miller [et al.] // Phys. Rev. D. — 1972. — Vol. 5, issue 3. — P. 528–544.

30. *Gross D. J.*, *Wilczek F.* Ultraviolet Behavior of Non-Abelian Gauge Theories // Phys. Rev. Lett. — 1973. — Vol. 30, issue 26. — P. 1343–1346.

31. *Politzer H. D.* Reliable Perturbative Results for Strong Interactions? // Phys. Rev. Lett. — 1973. — Vol. 30, issue 26. — P. 1346–1349.

32. *McElhaney R.*, *Tuan S. F.* Some Consequences of a Modified Kuti-Weisskopf Quark-Parton Model // Phys. Rev. D. — 1973. — Vol. 8, issue 7. — P. 2267–2272.

33. *Kuti J.*, *Weisskopf V. F.* Inelastic Lepton-Nucleon Scattering and Lepton Pair Production in the Relativistic Quark-Parton Model // Phys. Rev. D. — 1971. — Vol. 4, issue 11. — P. 3418–3439.

34. *Morfín J. G.*, *Tung W. K.* Parton distributions from a global QCD analysis of deep inelastic scattering and lepton-pair production // Zeitschrift für Physik C Particles and Fields. — 1991.

35. CTEQ Collaboration. – URL: https://www.physics.smu.edu/scalise/cteq/.

36. NNPDF Collaboration. – URL: http://nnpdf.mi.infn.it/.

37. MSHT/MRST/MSTW/MMHT Collaboration. – URL: https://www.hep.ucl.ac.uk/mmht/.

38. PDF4LHC recommendations for LHC Run II / J. Butterworth [et al.] // J. Phys. G. — 2016. — Vol. 43. — P. 023001. — arXiv: 1510.03865 [hep-ph].

39. Uncertainties of predictions from parton distribution functions. II. The Hessian method / J. Pumplin [et al.] // Phys. Rev. D. — 2001. — Vol. 65, issue 1. — P. 014013.

40. *Collins J. C.*, *Soper D. E.* Angular distribution of dileptons in high-energy hadron collisions // Phys. Rev. D. — 1977. — Vol. 16, issue 7. — P. 2219–2225.

41. *Sjostrand T.*, *Mrenna S.*, *Skands P. Z.* A Brief Introduction to PYTHIA 8.1 // Comput. Phys. Commun. — 2008. — Vol. 178. — P. 852–867. — arXiv: 0710.3820 [hep-ph].

42. Event Generation with Sherpa 2.2 / E. Bothmann [et al.] // SciPost Phys. — 2019. — Vol. 7, no. 3. — P. 034. — arXiv: 1905.09127 [hep-ph].

43. Combined Performance (CP) Groups. — URL: https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasProtected/AtlasPhysics.

44. LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era / A. Buckley [et al.] // Eur. Phys. J. C. — 2015. — Vol. 75. — P. 132. — arXiv: 1412.7420 [hep-ph].