

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 53.05, 53.07

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
ОЦЕНКА АККРЕЦИИ ВЕЩЕСТВА В РАННЕЙ
ВСЕЛЕННОЙ

Студент _____ М. А. Краснов

Научный руководитель _____ В. В. Никулин

Москва 2022

Содержание

Содержание	1
1 Введение	2
2 Механизм генерации ПЧД	4
2.1 Модель	4
2.2 Эффективное скалярное поле	5
2.3 Доменные стенки	8
2.4 Механизм генерации доменных стенок	11
2.5 Образование первичных черных дыр	14
3 Дальнейшая эволюция ПЧД	16
3.1 Аккреция Бонди	16
3.2 Аккреция внутри нейтронной звезды	18
3.3 Аккреция в метрике Шварцшильда	19
3.4 Аккреция в метрике МакВитти	20
3.5 Аккреция в Эддингтоновском режиме	24
4 Заключение	26
Список использованных источников	27

Цель работы

Оценка аккреции вещества первичной черной дырой (ПЧД) на стадии рехитинга и стадии доминирования релятивистского вещества.

1 Введение

Идея, что в ранней Вселенной могут формироваться первичные черные дыры (ПЧД) была предложена в 1967 году Зельдовичем и Новиковым [1], а так же Хокингом и Карром [2–4]. ПЧД является предметом интереса на протяжении уже пятидесяти лет. В частности, только ПЧД по построению могут быть достаточно легкими для того, чтобы так называемое излучение Хокинга было существенным для изменения массы черной дыры. Предложено множество различных механизмов образования ПЧД: флуктуации плотности [2; 3], фазовые переходы 1-го рода [4; 5], коллапс космических струн [6], возникновение ПЧД в моделях гибридной инфляции [7], фазовые переходы 2-го рода [8; 9], обзоры механизмов образования ПЧД даны в [10; 11].

В данной работе будет рассмотрен новый механизм формирования ПЧД, обнаруженный в модели многомерной модифицированной гравитации [12], содержащей тензорные и квадратичную к скалярной кривизне поправки, а так же будет дан обзор решений задачи аккреции вещества чёрной дырой. Возможности $f(R)$ -гравитации широко изучаются [13; 14], они предлагают решение многих космологических проблем [15–18]. Одна из проблем, которую может решить $f(R)$ -гравитация — существование первичных черных дыр. Сегодня первичное происхождение некоторых открытых черных дыр (квазаров при малых z [19; 20], ЧД промежуточных масс, обнаруженных гравитационно-волновыми обсерваториями [21]) горячо обсуждается [22; 23]. В данной работе продемонстрировано, как в $f(R)$ -гравитации, в результате инфляционной динамики, могут возникать первичные черные дыры.

Идея предлагаемого механизма основывается на известной возможности образования доменных стенок в процессе космологической инфляции с последующим коллапсом их в первичные черные дыры [24; 25]. образо-

вание таких доменных стенок требует наличия скалярного поля с нетривиальным потенциалом, содержащим несколько вакуумов. Именно такое эффективное скалярное поле возникает в многомерных $f(R)$ -моделях в переменных Эйнштейна [12; 26; 27]. Это поле управляет размером компактного дополнительного пространства, а различные его вакуумы отвечают разным Вселенным. В работе рассчитаны параметры образуемых полей доменных стенок и приходим к заключению, что, появившись на стадии инфляции, во время рехиттинга они будут сразу коллапсировать в ПЧД. Для удаленного наблюдателя в переменных Йордана появление таких ПЧД интерпретируется как проявление нетривиальной $f(R)$ -гравитационной динамики многомерного пространства. Возникшие ПЧД будут быстро расти в процессе дальнейшей космологической эволюции из-за аккреции и способны превратиться в наблюдаемые сверхмассивные квазары при малых z .

Дополнительные измерения обычно изучаются в рамках физики элементарных частиц [28], например в контексте объединения взаимодействий [29; 30], объяснения природы полей Стандартной Модели [31], поиска их проявлений в ускорительных экспериментах [32; 33]. В данной работе исследуется одно из возможных космологических последствий — показывается, что компактные дополнительные измерения могут быть причиной образования первичных черных дыр сразу после окончания космологической инфляции.

Известно, что одной из центральных задач теорий с компактными дополнительными измерениями является обеспечение их компактификации и стабилизации [34] в процессе космологической эволюции. Это возможно сделать, например, введением дополнительных скалярных полей [35] или $f(R)$ -модификацией гравитации [12; 36]. Последний подход особенно многообещающий, поскольку квадратичная $f(R)$ -гравитация Старобинского [37; 38] даёт наиболее хорошее соответствие наблюдательным ограничениям на параметры инфляционной стадии развития Вселенной. [39]. Кроме того, в многомерной $f(R)$ -гравитации, процессы космологической инфляции и компактификации являются проявлением общей гравитационной динамики в различных подпространствах [27].

Стоит так же отметить, что черные дыры первичного происхождения

могут, по крайней мере, частично заполнять скрытую массу [40]. В настоящий момент наложены ограничения на широкий диапазон масс ПЧД в качестве кандидата в скрытую массу [41].

2 Механизм генерации ПЧД

2.1 Модель

Рассмотрим теорию модифицированной гравитации — $f(R)$, включающую квадратичные поправки (в том числе тензорные) к скаляру Риччи и содержащую $D = 4 + n$ измерений. Она описывается действием¹

$$S[g_{\mu\nu}] = \frac{m_D^{D-2}}{2} \int d^{4+n}x \sqrt{|g_D|} [f(R) + c_1 R_{AB} R^{AB} + c_2 R_{ABCD} R^{ABCD}] ,$$

$$f(R) = a_2 R^2 + R - 2\Lambda_D , \quad (1)$$

где m_D — многомерная масса Планка, далее везде будем работать в единицах $m_D \equiv 1$. При этом многомерное пространство представим как прямое произведение $\mathbb{M} = \mathbb{M}_4 \times \mathbb{M}_n$, где \mathbb{M}_4 — четырехмерное пространство, \mathbb{M}_n — компактное дополнительное пространство с n измерениями:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - e^{2\beta(t)} d\Omega_n^2 , \quad (2)$$

где в $g_{\mu\nu}$ — 4-мерная метрика \mathbb{M}_4 , β — функция размера, а $d\Omega_n^2$ — объем максимально симметричного компактного доп. пространства с положительной кривизной \mathbb{M}_n .

Различные варианты космологических сценариев, возникающих в данной теории модифицированной гравитации рассмотрены в работах [26; 27; 42]. Все они в итоге сводятся к получению эффективной теории поля, которую видит 4-мерный наблюдатель. Её свойства определяются параметрами лагранжиана (1). Процедура получения такой теории описана в [12].

Следуя этой процедуре, мы предполагаем максимальную симметричность дополнительного пространства \mathbb{M}_n , что приводит к скаляру Риччи дополнительного пространства $R_n = n(n-1)/e^{2\beta}$, где $e^\beta \equiv \rho$ — его ра-

¹В этой работе использованы следующие соглашения для тензора кривизны Римана $R_{\mu\nu\alpha}^\beta = \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\beta - \partial_\nu \Gamma_{\mu\alpha}^\beta + \Gamma_{\sigma\alpha}^\beta \Gamma_{\nu\mu}^\sigma - \Gamma_{\sigma\nu}^\beta \Gamma_{\mu\alpha}^\sigma$, а тензор Риччи определен следующим образом: $R_{\mu\nu} = R_{\mu\alpha\nu}^\alpha$

диус. Кроме того, приближение данной эффективной теории работает в области, где дополнительное пространство мало по сравнению с 4-мерным и медленно меняется:

$$R = R_4 + R_n + P_k, \quad P_k = 2n \partial^2 \beta + n(n+1)(\partial \beta)^2, \quad (3)$$

$$R_4, P_k \ll R_n.$$

где R_4, R_n — скаляры Риччи для $\mathbb{M}_4, \mathbb{M}_n$. Далее, при переходе к 4-мерию в (1), возникнет неминимальная связь между наблюдаемой 4-мерной гравитацией R_4 и 4-мерной метрикой [12], поэтому полученная теория будет записана в переменных Йордана — будем использовать эти переменные в качестве наблюдаемых [43] (в конце мы приведем все результаты к ним).

2.2 Эффективное скалярное поле

Минимальная связь между наблюдаемой 4-мерной гравитацией и 4-мерной метрикой достигается переходом к переменным Эйнштейна, поэтому все вычисления будем проводить в ней. Тогда теория (1) сведется к эффективному лагранжиану, определяющему наблюдаемую 4-мерную физику при низких энергиях [27]:

$$S = \frac{m_4^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g_4} \operatorname{sign}(f') [R_4 + K(\phi)(\partial \phi)^2 - 2V(\phi)], \quad (4)$$

где эффективная масса Планка в переменных Эйнштейна: $m_4 = \sqrt{2\pi^{\frac{n+1}{2}}/\Gamma(\frac{n+1}{2})}$, а $g_4^{\mu\nu}$ — наблюдаемая 4-мерная метрика. При этом появившееся скалярное поле имеет смысл скаляра Риччи подпространства $\phi \equiv R_n$ для исходной теории (1).

Из (3) следует, что переход к эффективной теории справедлив только для значений поля $\phi \gg \phi_0 \sim R_4$, далее мы обсудим, какие параметры исходного лагранжиана (1) для этого требуются. Действие (4) содержит потенциал и нетривиальный кинетический член, которые выражаются через

исходные параметры лагранжиана (1) (см. [27]):

$$K(\phi) = \frac{1}{4\phi^2} \left[6\phi^2 \left(\frac{f''}{f'} \right)^2 - 2n\phi \left(\frac{f''}{f'} \right) + \frac{n(n+2)}{2} \right] + \frac{c_1 + c_2}{f'\phi}, \quad (5)$$

$$V(\phi) = -\frac{\text{sign}(f')}{2(f')^2} \left[\frac{|\phi|}{n(n-1)} \right]^{n/2} \left[f(\phi) + \frac{c_1 + 2c_2/(n-1)}{n} \phi^2 \right]. \quad (6)$$

Для целей данной работы рассмотрим случай 6-мерного дополнительного пространства $n = 6$ и выберем параметры $c_1 = -8000$, $c_2 = -5000$, $a_2 = -500$. При этих параметрах потенциальный член имеет два минимума, отвечающих различным вакуумам Вселенной. Значение потенциала в этих минимумах должно быть равно нулю для зануления 4-мерной космологической постоянной, что приводит к тонкой настройке параметра $\Lambda = -1/8(a + c_v/n) = 3/52000$, где $c_v = c_1 + 2c_2/(n-1)$, что составляет известную проблему [12]. В следующих разделах мы обсудим справедливость такого выбора параметров.

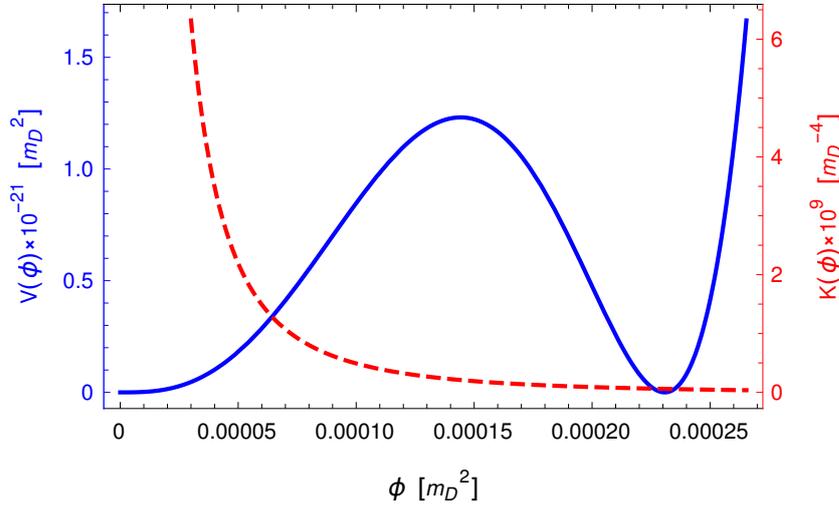


Рисунок 2.1 – Графики потенциального члена и кинетического множителя (5), (6) для выбранных параметров: $n = 6$, $c_1 = -8000$, $c_2 = -5000$, $a_2 = -500$. Левый минимум потенциала находится в точке $\phi = 0$, однако скатывание к нему за конечное время невозможно из-за возрастающего тормозного действия кинетического множителя, правый минимум находится в точке $\phi_{min} = 3/13000$.

Скатывание поля $\phi \equiv R_n$ в правый минимум потенциала (6) соответствует стабилизации компактного дополнительного пространства $R_n \neq 0$ (дополнительное пространство компактифицировано и имеет некоторый радиус ρ_0), и приводит к наблюдаемой космологии [27]. Наличие левого минимума $R_n \approx 0$ говорит о возможности реализации другого сценария (он исследуется в работе [42]), в котором дополнительное пространство нестабильно и расширяется вместе с основным до макроскопических размеров.

Нетривиальный кинетический множитель (5) существенно модифицирует характер эволюции поля $\phi(t)$ по сравнению со стандартной скалярно-полевой теорией, обеспечивая возрастающее торможение при скатывании в левый минимум (6). Можно упростить лагранжиан, сделав замену

$$\psi = m_4 \int_{\phi_0}^{\phi} \sqrt{K(\phi')} d\phi', \quad V(\psi) = m_4^2 V(\phi(\psi)), \quad (7)$$

в таком случае $d\phi/d\psi = 1/m_4 \sqrt{K(\phi)}$ и лагранжиан приводится к стандартной форме:

$$S = \frac{m_4^2}{2} \int d^4x \sqrt{-g_4} R_4 + \int d^4x \sqrt{-g_4} \left[\frac{1}{2} (\partial\psi)^2 - V(\psi) \right], \quad (8)$$

где при $m_4^2 = 16\pi^3/15$ при выбранном $n = 6$. Условием для работы замены (7) является положительность $K(\phi)$ на исследуемом промежутке $\phi_0 < \phi < \phi_{min}$. В таком случае $\psi(\phi)$ монотонна и обратима (что требуется для нахождения потенциала в выражении (8)).

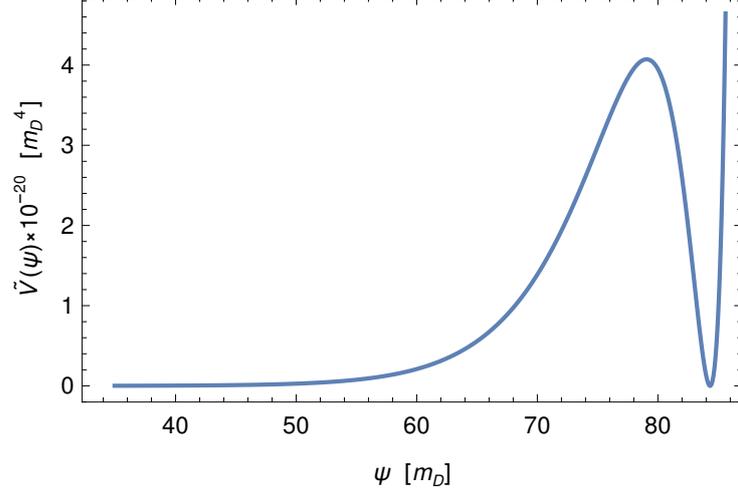


Рисунок 2.2 – График потенциального члена $V(\psi)$ для эффективной 4-мерной теории (8). Правый минимум находится в точке $\psi_{min} = 84.3$. При этом, строго говоря, левый минимум находится в точке $\psi = -\infty$, однако для наших целей достаточно очень точного приближения $\psi = 0$ (соответствующего $\phi = \phi_0$), до которого всё ещё работает эффективная теория (4). Максимальное значение потенциала в области перехода между вакуумами $V_{max} \approx 4.07 \cdot 10^{-20}$

2.3 Доменные стенки

Хорошо известно, что потенциалы наподобие (2.2), содержащие несколько минимумов (вакуумов), могут приводить к формированию нетривиальных полевых конфигураций [44] — "пузырей" одного вакуума внутри другого, окруженных доменной стенкой.

Исследуем такую конфигурацию, получив полевое уравнение для ψ из эффективного действия (8). Для простоты считаем её сферически симметричной и статической, что дает уравнение:

$$\psi_{uu} + \frac{2\psi_u}{u} - V'(\psi) = 0, \quad (9)$$

которое при рассмотрении достаточно большого "пузыря" (так, чтобы его радиус был много больше характерной толщины доменной стенки $\psi_{uu} \gg 2\psi_u/u$) можно легко свести к уравнению первого порядка:

$$\partial_u \psi = \pm \sqrt{2V(\psi)}. \quad (10)$$

Характерное решение уравнения (10), соединяющее левый вакуум потенциала $V(\psi)$ с правым (Рис. 2.2), показано на Рис. 2.3 (синяя линия).

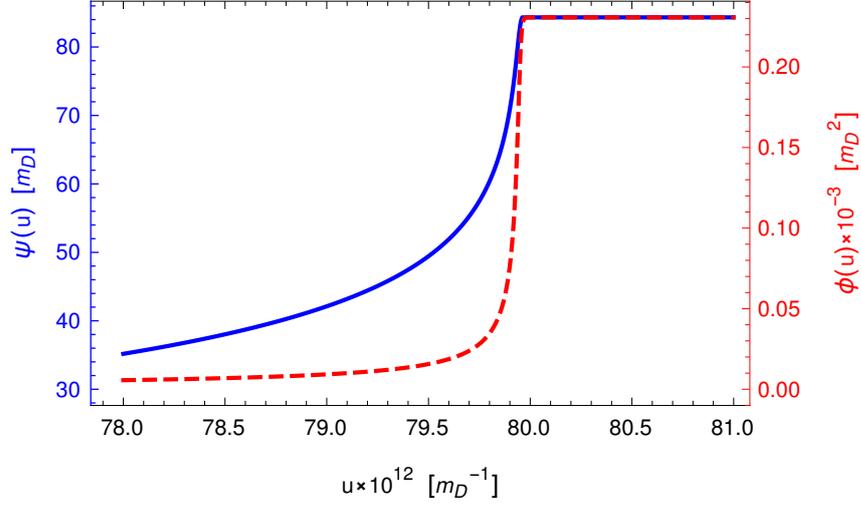


Рисунок 2.3 – Численное решение (9) при граничных условиях: $\psi(0) = 0$ — левый минимум $V(\psi)$ достигается внутри пузыря, $\psi(u \rightarrow \infty) = \psi_{min}$ — правый минимум $V(\psi)$ достигается для удаленного наблюдателя $u \rightarrow \infty$ (и формирует нашу Вселенную). На графиках: синяя линия — непосредственное решение $\psi(u)$; красная линия — соответствующая ему функция $\phi(u)$. В данном примере радиус "пузыря" $u_0 \approx 79.9 \cdot 10^{12}$.

Плотность энергии доменной стенки ε_ψ мы можем вычислить как компоненту T^{00} тензора энергии-импульса для лагранжиана скалярного поля ψ :

$$\varepsilon_\psi(u) = T^{00}(u) = \frac{\partial \mathcal{L}_\psi}{\partial (\partial_0 \psi)} \partial^0 \psi - \mathcal{L}_\psi g^{00} = \frac{1}{2} (\partial_u \psi)^2 + V(\psi) = 2V(\psi(u)). \quad (11)$$

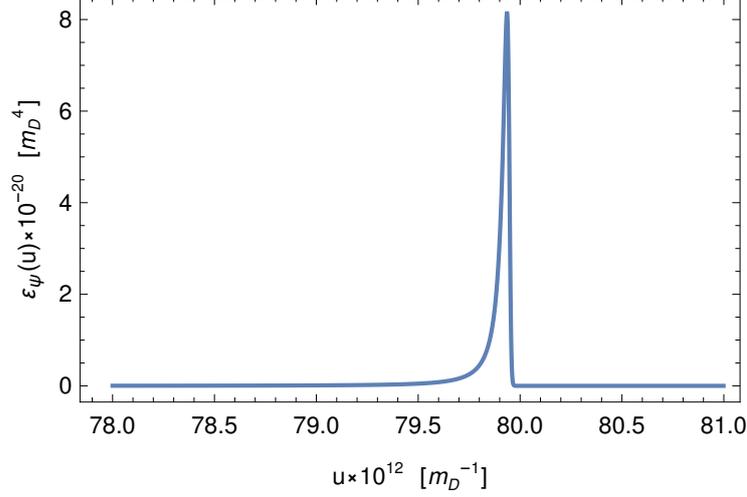


Рисунок 2.4 – Плотность энергии (11) для решения, представленного на Рис. 2.3. Толщина доменной стенки $\delta \sim 10^{11}$.

Интегрирование по радиальной координате (11) для полученного численного решения (Рис. 2.3) дает поверхностную плотность энергии доменной стенки в многомерных планковских единицах:

$$\sigma = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\psi}(u) du = \int_0^{\psi_{min}} \frac{2V(\psi)}{\psi_u} d\psi = \int_0^{\psi_{min}} \sqrt{2V(\psi)} d\psi = 5 \cdot 10^{-9} \quad (12)$$

Мы также можем оценить характерную толщину стенки δ , зная поверхностную плотность энергии:

$$\sigma = \int_0^{\infty} 2V(\psi) du \approx 2 \frac{V_{max}}{2} \delta \implies \delta \approx \frac{\sigma}{V_{max}} \approx 1.2 \cdot 10^{11}. \quad (13)$$

Доменные стенки, рассмотренные в данной работе, являются очень массивными, в результате чего они будут являться источником первичных черных дыр. Механизм образования и коллапса таких структур хорошо изучен в работах [24; 25] и приводит к возникновению первичных черных дыр широкого спектра масс в ранней Вселенной, что позволяет решить некоторые проблемы современной космологии.

2.4 Механизм генерации доменных стенок

Как было указано выше, скатывание поля ψ в правый минимум Рис. 2.2, создает наблюдаемую Вселенную. Для её образования требуется механизм космологической инфляции. В работе [27], показано, что само поле ψ может выступать в качестве инфлатона, удовлетворяя всем наблюдаемым ограничениям на него и делая механизм образования Вселенной чисто гравитационным (1) (без привлечения дополнительных полей материи). Дабы не усложнять наше рассмотрение, мы, тем не менее, будем считать космологическую инфляцию внешним процессом с характерным параметром Хаббла H .

Механизм инфляционного производства вышеописанных "пузырей" альтернативного вакуума, хорошо известен [24]. В результате многократных квантовых флуктуаций, поле ψ может быть перекинуто из области скатывания в правый минимум в область скатывания в левый минимум, в некотором регионе инфляционной Вселенной. Этот регион продолжает расти во время инфляции, пока поле ψ "заморожено" и его конечный размер определяется временем возникновения. После окончания инфляции и "разморозки" поля, в этом регионе Вселенной должен возникнуть пространственный "пузырь" (Рис. 2.3), окруженный эффективной доменной стенкой (в рассматриваемой модели (1) он на самом деле он является чисто гравитационным топологическим дефектом).

Несколько ограничений должны быть наложены на рабочую модель производства доменных стенок в рассмотренной $f(R)$ -гравитации:

- Во время инфляционной стадии развития Вселенной 4-мерное пространство \mathbb{M}_4 описывается метрикой де Ситтера с кривизной $R_4 = 12H^2$, где H — параметр Хаббла. Поэтому приближение (3) применимо только для значений поля $\phi \gg 12H^2$.
- Для генерации стенок посредством квантовых флуктуаций поля ψ (вблизи максимума потенциала 2.2) требуется его медленное скатывание: $m_\psi = \sqrt{V''(\psi_{vac})} \ll H$.
- Плотность энергии доменных стенок должна быть заметно меньше плотности энергии поля инфлатона: $\varepsilon_\psi \ll \varepsilon_{inf} \sim H^2 m_4^2$.

- Флуктуации поля ψ во время инфляционной стадии развития Вселенной должны быть малы, чтобы не допустить перепроизводства доменных стенок: $\delta\psi = H/2\pi \ll \psi$.

При выбранных нами ранее параметрах $a_2 = -500$, $c_1 = -8000$, $c_2 = -5000$ лагранжиана (1), все вышеуказанные ограничения выполняются для космологической инфляции с характерным масштабом $H \gg 10^{-11}$:

$$\begin{aligned}
\phi &\sim 10^{-6} - 10^{-4} \gg 12H^2 \sim 10^{-19}, \\
m_\psi &\sim 10^{-11} \ll H \sim 10^{-10}, \\
\varepsilon_\psi &\sim 10^{-20} \ll \varepsilon_{inf} \sim 10^{-19}, \\
\delta\psi &\sim 10^{-11} \ll \psi \sim 1.
\end{aligned} \tag{14}$$

Все оценки приведены для переменных Эйнштейна при $n = 6$, для которой $m_4 = 5.75$, при этом там, где размерность не указана явно, все расчеты ведутся в системе $m_D \equiv 1$. Параметры a_2, c_1, c_2 лагранжиана (1) имеют размерность $[m_D^{-2}]$, космологическая постоянная Λ имеет размерность $[m_D^2]$.

В предыдущих секциях все расчеты были выполнены в переменных Эйнштейна. В качестве физически наблюдаемых переменных часто принято брать переменные Йордана, в которой возможно управлять 4-мерным планковским масштабом $M_4 = \Omega(\phi_{\min})m_4$, регулируя размер дополнительного пространства. Космологическая инфляция должна описываться в физически наблюдаемых переменных — то есть в переменных Йордана (обозначим её индексом J):

$$S_{\text{inf}}^J = \int d^4x \sqrt{-g_4^J} \left[\frac{1}{2} (\partial\chi^J)^2 - U^J(\chi^J) \right], \tag{15}$$

где χ — инфлатон, потенциал которого определяет параметр Хаббла во время инфляции $H \sim \sqrt{GU(\chi)}$. Условия (14) были проверены для инфляции в переменных Эйнштейна (обозначим её индексом E). Переход к ней из (15) известен [27; 45]:

$$g_{\mu\nu}^J = \Omega^{-2} g_{\mu\nu}^E, \quad \text{где} \quad \Omega^2 = e^{n\beta(\phi)} |f'(\phi)|. \tag{16}$$

Подставляя (16) в (15), получим действие, записанное в переменных Эйнштейна:

$$\begin{aligned} S_{\text{inf}}^J &= \int d^4x \sqrt{-g_4^E} \left[\frac{1}{2} \Omega^{-2} (\partial \chi^J)^2 - \Omega^{-4} U^J (\chi^J) \right] \approx \\ &\approx \int d^4x \sqrt{-g_4^E} \left[\frac{1}{2} (\partial \chi^E)^2 - U^E (\chi^E) \right] = S_{\text{inf}}^E, \end{aligned} \quad (17)$$

где сделаны преобразования инфлатона $\chi^E = \Omega^{-1} \chi^J$ и его потенциала $U^E = \Omega^{-4} U^J$ к переменным Эйнштейна. Здесь использован тот факт, что во время инфляции поле ϕ практически заморожено (14) и находится в области максимума потенциала, поэтому коэффициент $\Omega(\phi)$ можно считать постоянным и равным, $\Omega \approx \Omega(\phi_{\text{max}}) \sim \Omega(\phi_{\text{min}}) \sim 10^8$ для выбранных параметров.

Параметр Хаббла для инфлатона χ^E , наблюдаемого в переменных Эйнштейна, связан с параметром Хаббла для инфлатона χ^J , наблюдаемого в переменных Йордана следующим образом:

$$H^E \sim \sqrt{G U^E(\chi)} = \sqrt{G \Omega^{-4} U^J(\chi)} \sim \Omega^{-2} H^J. \quad (18)$$

Из этого, в соответствии с результатом, полученным выше (14) для переменных Эйнштейна, следует, что $H^J > 10^5 \sim 10^{-4} [M_4] \sim 10^{14} [\text{GeV}]$ при выбранных параметрах. что согласуется с наблюдательными данными [39].

Грубо оценим, как выбор параметров исходной модели влияет на нижнюю границу параметра Хаббла H^J , при котором работает вышеописанный механизм появления доменных стенок. В силу размерности, параметры $a, c_1, c_2 \sim \lambda^{-2}$, где λ — некоторый энергетический масштаб. Из (14) видно, что самое сильное ограничение на H^E даёт масса поля $H^E \gg m_\psi = \sqrt{V_{\psi\psi}(\psi_{vac})} = V_{\phi\phi}(\phi_{vac})/K(\phi_{vac})$. Учитывая зависимость (5), (6) от параметров модели, получим $m_\psi \propto m_D^{-n/2} \lambda^{n/2+1}$, а для $\Omega \propto m_D^{n/2} \lambda^{-n/2}$. Тогда нижняя граница параметра Хаббла (при $n = 6$, в нашем случае) $H^J = \Omega^2 H^E \propto m_D^3 \lambda^{-2} \propto \lambda [M_4]$, где последний результат приведён к единицам $M_4 = \Omega m_4$.

2.5 Образование первичных черных дыр

Во время инфляционной стадии развития Вселенной классическое движение скалярного поля ψ заморожено — это определяется неравенством 2 в (14). Если в процессе квантовых флуктуаций поле туннелирует на левый склон потенциала на Рис. 2.2, то в этом месте значения поля ψ должны лежать вблизи максимума потенциала, так как флуктуации малы (неравенство 4 в (14)). По окончании инфляции плотность энергии инфлатона падает (а, следовательно, и параметр Хаббла) — поле ψ размораживается и начинает быстро скатываться с максимума в минимумы потенциала (в левый минимум, для внутренней области и в правый для внешней). В процессе этого скатывания плотность энергии в области перехода постепенно растет $\sigma(t)$ до величины σ , вычисленной в предыдущих разделах. Кроме того, из-за постинфляционного расширения радиус области также растет $u_w(t) = u_0 a(t)$, где u_0 — радиус на конец инфляции, $a(t)$ — масштабный фактор. Из-за этого увеличивается масса образующейся доменной стенки $m_w(t) = 4\pi u_w(t)^2 \sigma(t)$ — растет её гравитационный радиус $u_g(t) = 2Gm_w(t)$. В определенный момент времени гравитационный радиус охватит всю доменную стенку $u_g(t_*) = u_w(t_*)$ и для внешнего наблюдателя образуется первичная черная дыра с массой $m_w(t_*)$.

Момент t_* охвата стенки гравитационным радиусом в нашей модели наступит задолго до достижения ею в результате скатывания окончательной плотности энергии σ . Это видно из отношения гравитационного радиуса к размеру стенки, если принять, что стенка имеет окончательную плотность энергии σ :

$$\frac{u_g}{u_w} = 8\pi G\sigma u_w > m_4^{-2}\sigma\delta \approx 16, \quad (19)$$

где использован тот факт, что радиус стенки всегда больше её толщины $u_w(t) > u_0 > \delta$. Отношение (19) остается много большим единицы при любых параметрах модели (1), удовлетворяющих ограничениям (14). Для удаленного наблюдателя рост радиуса горизонта u_g до размера стенки u_w приводит к гравитационному замедлению её времени и "замораживанию" роста плотности энергии в момент пересечения. Поэтому масса образуемой

ПЧД

$$M_{PBH} = m_w(t_*) = u_g(t_*)/2G = u_0 a(t_*)/2G. \quad (20)$$

Все описанные выше процессы происходят на очень коротком отрезке времени t_* , который существенно меньше характерного времени скатывания поля ψ в минимум потенциала, $t_* < \tau_\psi \sim \sqrt{V''(\psi_{\max})}^{-1} \sim 10^6$. Это время в нашей модели меньше, чем время инфляции $\tau_{\text{inf}} \approx 60 H^{-1} \sim 10^7$. Поэтому процесс скатывания поля ψ происходит на стадии рехитинга (как и для инфлатона), масштабный фактор на которой мы можем приближенно [46] считать $a(t_*) = ((\tau_{\text{inf}} + t_*)/\tau_{\text{inf}})^{\frac{\nu+2}{3\nu}} < ((\tau_{\text{inf}} + \tau_\psi)/\tau_{\text{inf}})^{\frac{\nu+2}{3\nu}} \sim (1 + 10^{-1})^{\frac{\nu+2}{3\nu}} \sim 1$, где ν — показатель степени в потенциале инфлатона.

Радиус u_0 определяется моментом образования на инфляционной стадии флуктуации, приводящей к последующему формированию стенки. Если флуктуация образуется на e -фолде N из N_{inf} , то её размер к окончанию инфляции будет $u_0 = H_{\text{inf}}^{-1} e^{N_{\text{inf}} - N}$. Для примера, допустим, что флуктуация в поле ψ , приводящая к образованию стенки, произошла на $N = 25$ e -фолде из $N_{\text{inf}} = 60$ при масштабе инфляции $H \sim 10^{14}$ GeV (что является характерными параметрами [39]) Тогда, сразу по окончанию инфляции образуется ПЧД массой $M_{PBH} \sim u_0/2G = 4\pi M_4^2 H_{\text{inf}}^{-1} e^{35} \sim 10^{41}$ [GeV] $\sim 10^{-16}$ [M_\odot]. В течение дальнейшей космологической эволюции на стадии рехитинга такая ПЧД будет набирать массу в результате аккреции. Динамика этого процесса достаточна сложна и зависит от свойств стадии рехитинга [47].

Следует взять во внимание тот факт, что размер чёрной дыры не может быть больше размера космологического горизонта, который выражается через параметр Хаббла. Оценивая массу горизонта в момент времени t как $M_{RH} \sim c^3 t/G$, можно получить ограничение на массу рождаемых ПЧД. Следовательно, необходимо потребовать, чтобы в момент образования масса ПЧД была меньше, чем масса космологического горизонта: $M_{PBH} < M_{RH}$. В рамках данной модели этого можно достичь, если квантовые флуктуации, приводящие к образованию доменной стенки произойдут не раньше 52-го e -фолда.

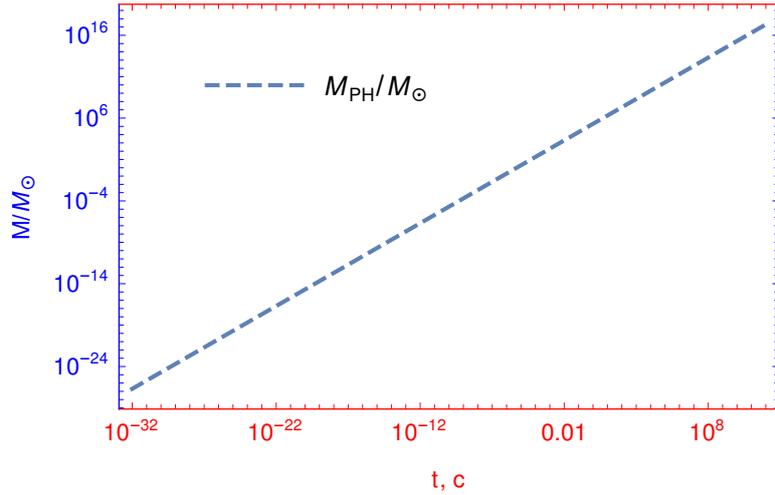


Рисунок 2.5 – График оценки массы космологического горизонта в момент времени t в солнечных массах.

Вычисление изначального спектра масс $N(M)$ описанных выше ПЧД сводится к вычислению спектра размеров генерируемых на инфляционной стадии флуктуаций поля ψ . Этот спектр $N(r)$ известен и вычислен в таких работах как [25; 48; 49]. В них исследовалась зависимость данного спектра от параметров инфляции и начального значения поля ψ_0 , с которым появляется современный горизонт. В этих работах было показано, что ширина спектра, характерные массы и общее число ПЧД сильно зависят от выбора ψ_0 . Поэтому, подставляя $N(r) = N(2GM) \equiv N(M)$, получаем спектр масс формируемых ПЧД.

3 Дальнейшая эволюция ПЧД

3.1 Аккреция Бонди

Одним из первых решений задачи аккреции было решение Хойля и Литлетона [50], но аналитическую формулу вывел Бонди [51]. Ниже представлен обзор решения Бонди.

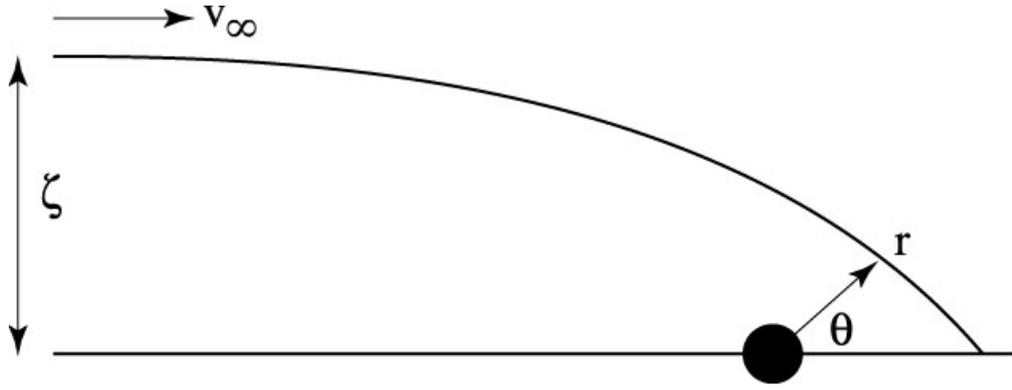


Рисунок 3.1 – Схематическое изображение постановки задачи. ζ — прицельный параметр, v_∞ — скорость пробной частицы на большом удалении от аккрецирующего объекта.

Аккреция Бонди это сферически-симметричная аккреция на компактный объект. Предполагается, что темп аккреции $\dot{M} \approx \pi R^2 \rho v$, где R — радиус захвата или прицельный параметр, ρ — плотность окружающего вещества, а v — относительная скорость. Радиус захвата можно определить из равенства второй космической скорости и некоторой характерной скорости движения вещества. Обычно её полагают равной скорости звука в окружающем веществе и тогда получается темп аккреции: $\dot{M} \approx \pi \rho G^2 M^2 / c_s^3$, где c_s -скорость звука в окружающем компактный объект веществе.

Очевидным недостатком модели является то, что она не учитывает возможные релятивистские эффекты, она (модель) Ньютонская. Однако возможно в данном подходе учесть расширение Вселенной [52]. Задача Бонди может быть поставлена так:

$$\dot{M} = 4\pi r^2 \rho v, \quad (21)$$

$$v \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} - \frac{GM(< r)}{r} - \beta(z)v, \quad (22)$$

$$p = K \rho^\gamma, \quad (23)$$

где $\beta(z)$ — коэффициент вязкости плазмы вокруг аккретора, обусловленный взаимодействием электронов с фотонами, в основном, комптон-эффект. Вязкость даётся выражением $\beta(z) = 2.06 \cdot 10^{-23} x_e (1+z)^4 c^{-1}$, где x_e — доля электронов в плазме, а z — красное смещение. Если перейти к координатам $r = a(t)x$, то в вязкость добавится Хаббловское расширение и эффективной

вязкостью будет $\beta_{eff} = \beta(z) + H$. Таким образом, быстрое расширение Вселенной уменьшает темп аккреции, а следовательно и аккректор не сможет значительно увеличить свою массу.

3.2 Аккреция внутри нейтронной звезды

В работе [53] рассматривается аккреция маленькой черной дырой, застрявшей внутри нейтронной звезды. С помощью этого механизма можно дать ограничения на популяцию черных дыр малых масс, то есть использовать нейтронные звезды как "детекторы скрытой массы". Наблюдаемая численность нейтронных звезд накладывает ограничения на диапазон масс ПЧД: $10^{-15} M_{\odot} \lesssim M_{PBH} \lesssim 10^{-9} M_{\odot}$.

Как указано выше, предполагается, что черная дыра застряла внутри нейтронной звезды и начинает её поглощать. Уравнение состояния вещества внутри звезды выбрано в виде $P = K\rho^{\Gamma}$, что даёт скорость звука около центра нейтронной звезды $a_c \approx \left(\frac{\Gamma P_c}{\rho_c}\right)^{1/2}$. Тогда радиус захвата вещества можно в общем случае определить как:

$$r_c = \frac{m(r_c) + M_{BH}}{a_c^2}, \quad (24)$$

если положить $m(r_c) \approx \frac{4\pi}{3} r_c^3 \rho_c$, тогда можно записать темп аккреции в виде:

$$\dot{M} = 4\pi r_c^2 \rho_c a_c = 3a_c^3 \left(1 + \frac{M_{BH}}{m(r_c)}\right)^{-1}. \quad (25)$$

Пользуясь (24) и (25) можно записать характерное время аккреции:

$$\tau_{acc} = \frac{M_{BH}}{\dot{M}} = \frac{M_{BH}}{3a_c^3} \left(1 + \frac{M_{BH}}{m(r_c)}\right). \quad (26)$$

В качестве заключения к данному пункту стоит отметить, что при $m(r_c) \ll M_{BH}$ получаем аккрецию Бонди.

3.3 Аккреция в метрике Шварцшильда

Подход, связанный с уравнениями ОТО. Метрика Шварцшильда даётся выражением:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{2GM}{r}\right)} + r^2 d\Omega^2. \quad (27)$$

В работах [54; 55] рассматривают метрику (27) и связанное с ней равенство нулю ковариантной производной ТЭИ. ТЭИ выбран в виде ТЭИ идеальной жидкости:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}. \quad (28)$$

Опуская подробности вывода, изложенные в [54; 55], запишем выражение для темпа аккреции:

$$\dot{M} = 4\pi A G^2 M^2 (\rho_\infty + p_\infty), \quad (29)$$

где $A = \text{const}$, которая, вообще говоря, зависит от параметра уравнения состояния ω . Уравнение (29) не изменяет своего вида для произвольного ω (меняется только константа A). Например, в [56] рассматривают РД стадию и получают то же самое уравнение, но с другой константой A .

Уравнение (29) легко интегрируется, если положить $\rho(t) = \rho_0 (t_0/t)^2$, то можно получить:

$$1/M = 1/M_0 - 4\pi G^2 A \rho_0 t_0 (1 + \omega) \left(1 - \frac{t_0}{t}\right). \quad (30)$$

Очевидным недостатком данной модели является то, что метрика Шварцшильда не является асимптотически Фридмановской, что ставит под сомнение эффективность полученной формулы на ранних этапах эволюции Вселенной, когда характерное время аккреции будет сопоставимо или больше, чем Хаббловское время, то есть характерное время расширения Вселенной.

3.4 Аккреция в метрике МакВитти

Предложенный механизм генерации ПЧД в рамках модифицированной гравитации позволяет производить их практически сразу после завершения космологической инфляции. Закономерно возникает вопрос о росте массы ПЧД с развитием Вселенной. Поскольку наблюдательных данных по этому далёкому от нас периоду эволюции Вселенной нет, то необходимо оценить влияние на конечный результат свободных параметров задачи, а именно: параметра состояния ω , момента окончания рехитинга t_{reh} . Безусловно, свободным параметром так же является и начальная масса черной дыры, однако, беря во внимание тот факт, что ранняя Вселенная всё ещё очень быстро расширяется, необходимо рассмотреть модель аккреции вещества, учитывающую расширение Вселенной. В работах [57; 58] рассмотрены точные решения задачи аккреции. Для оценки аккреции в данном случае наибольший интерес представляет решение с метрикой МакВитти и тензором энергии-импульса (ТЭИ) неидеальной жидкости с радиальным потоком. В данной модели можно вычислить во сколько раз изменится масса ПЧД, масса ПЧД растет вместе со Вселенной, в зависимости от параметра состояния ω .

В [57] рассматривают метрику

$$ds^2 = -\frac{B^2}{A^2} dt^2 + a^2(t) A^4 (d\bar{r}^2 + \bar{r}^2 d\Omega^2), \quad (31)$$

где $A = 1 + \frac{Gm(t)}{2\bar{r}}$, $B = 1 - \frac{Gm(t)}{2\bar{r}}$. Эта метрика асимптотически фридмановская, а при "остановке" расширения Вселенной переходит в метрику Шварцшильда с помощью замены радиальной координаты. Очевидно, она описывает сильногравитирующий объект. В данном пространстве-времени физически релевантной [59–61] массой будет являться квази-локальная масса $m_H(t) = m(t)a(t)$, а $m(t)$ является лишь коэффициентом метрики.

ТЭИ вещества вокруг черной дыры:

$$T_{ab} = (p + \rho)u_a u_b + p g_{ab} + q_a u_b + q_b u_a, \quad (32)$$

в котором

$$u^a = \left(\frac{A}{B} \sqrt{1 + a^2 A^4 u^2}, u, 0, 0 \right), \quad q^c = (0, q, 0, 0), \quad (33)$$

где q^c описывает радиальный поток энергии, а u^a — 4-скорость окружающей жидкости. Тогда полевые уравнения следующие:

$$\dot{m}_H = -aB^2 \mathcal{A} \sqrt{1 + a^2 A^4 u^2} [(p + \rho)u + q], \quad (34)$$

$$-3 \left(\frac{AC}{B} \right)^2 = -8\pi [(p + \rho)a^2 A^4 u^2 + \rho], \quad (35)$$

$$- \left(\frac{A}{B} \right)^2 \left(2\dot{C} + 3C^2 + \frac{2\dot{m}C}{\bar{r}AB} \right) = 8\pi [(p + \rho)a^2 A^4 u^2 + p + 2a^2 A^4 qu], \quad (36)$$

$$- \left(\frac{A}{B} \right)^2 \left(2\dot{C} + 3C^2 + \frac{2\dot{m}C}{\bar{r}AB} \right) = 8\pi p, \quad (37)$$

где $\mathcal{A} = \int \int d\theta d\varphi \sqrt{g_\Sigma} = 4\pi a^2 A^4 \bar{r}^2$ и $C = \frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{m}}{A\bar{r}}$. Из двух последних уравнений системы получаем:

$$q = -(p + \rho) \frac{u}{2}. \quad (38)$$

Таким образом, получаем темп аккреции:

$$\dot{m}_H = -\frac{1}{2} aB^2 \sqrt{1 + a^2 A^4 u^2} (p + \rho) \mathcal{A} u. \quad (39)$$

Рассмотрим формулу (39). Будет полезно найти зависимость темпа аккреции от космологических параметров, для этого, следуя [58] возьмём предел $\bar{r} \rightarrow \infty$ для выражения (39):

$$\dot{m}_H = -2\pi a^3 (p_\infty + \rho_\infty) \lim_{r \rightarrow \infty} (ur^2). \quad (40)$$

Интересно сравнить эту формулу с другими, например, с формулой Бабичева-

Ерошенко-Докучаева [54–56]:

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi G^2 A M^2 [p_\infty + \rho_\infty]. \quad (41)$$

Формула (41) может быть получена с помощью стационарной метрики Шварцшильда или нестационарной метрики Шварцшильда [62]:

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM(t)}{r} \right) dt^2 + \left(1 - \frac{2GM(t)}{r} \right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2. \quad (42)$$

Так как метрика (31) переходит в (42) при "остановке" расширения Вселенной (иными словами положить $\dot{a} = 0$ в полевых уравнениях) и замене радиальной координаты, то можно ожидать, что темп аккреции (39) перейдет в формулу (41), однако, в общем случае, это не так. Причина состоит в том, что при выводе этой формулы сделано предположение $\lim_{r \rightarrow \infty} (ur^2) = -2AG^2 M^2$.

Продолжим рассматривать предел $r \rightarrow \infty$ для уравнения (39). При больших \bar{r} , очевидно, имеем:

$$p(r; t) = p_\infty(t) + p_1(t)/r + \mathcal{O}(1/r^2), \quad (43)$$

$$\rho(r; t) = \rho_\infty(t) + \rho_1(t)/r + \mathcal{O}(1/r^2), \quad (44)$$

$$u(r; t) = u_\infty(t)/r^2 + \mathcal{O}(1/r^3). \quad (45)$$

Далее, подставляя эти приближения в полевые уравнения и, комбинируя законы сохранения, можно, в конечном итоге, получить зависимость $m_H(t)$ от масштабного фактора. Подробности вывода в [58].

Для квази-локальной массы получаем дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{m}_H + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{m}_H - 4\pi G [(3\omega + 1)m_H - 3\omega m_0 a] (p_\infty + \rho_\infty) = 0. \quad (46)$$

В последнем выражении присутствует слагаемое m_0 , которому ещё не был присвоен определённый смысл. Происхождение этого слагаемого следующее: из законов сохранения можно получить дифференциальное уравнение

для первого коэффициента главной части ряда Лорана для плотности (43).
Уравнение для ρ_1 следующее:

$$\dot{\rho}_1 + 3\frac{\dot{a}}{a}(p_1 + \rho_1) + 3G\dot{m}(p_\infty + \rho_\infty) = 0, \quad (47)$$

из которого получаем

$$\rho_1(t) = 3G(m_0 - m)(p_\infty + \rho_\infty). \quad (48)$$

Таким образом, необходимо дополнительное предположение о значении m_0 в некоторый начальный момент времени. Отсюда следует, что (47) для нахождения частного решения требует не два, а три начальных условия.

Итак, зависимость квази-локальной массы от масштабного фактора следующая:

$$m_H(t) = C_1 a^{1+3\omega}(t) - C_2 a^{-3(1+\omega)/2}(t) + \frac{3(1+\omega)}{3\omega+5} m_0 a(t), \quad (49)$$

в которой C_1, C_2 определяются из начальной массы $m_H(t_0)$ и начального темпа аккреции $\dot{m}_H(t_0)$.

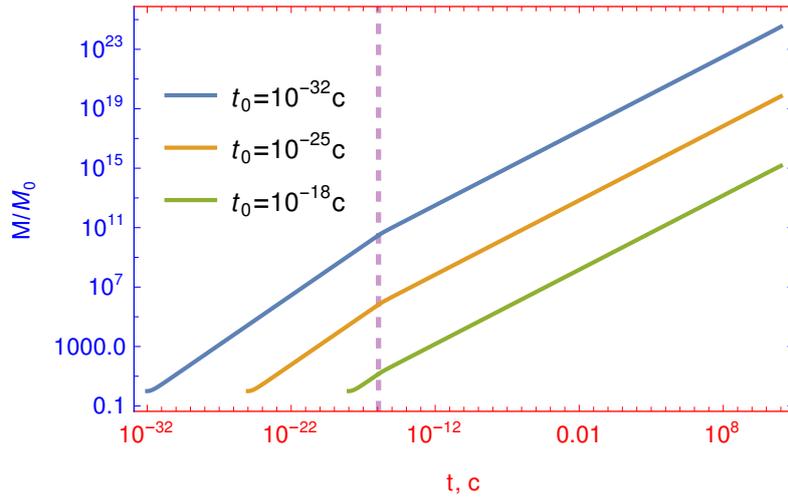


Рисунок 3.2 – Масса ПЧД в момент времени t , полученная по формуле (49). Пунктирная линия показывает момент окончания рехитинга (10^{-16} с), параметр состояния на стадии рехитинга выбран $\omega = 0$.

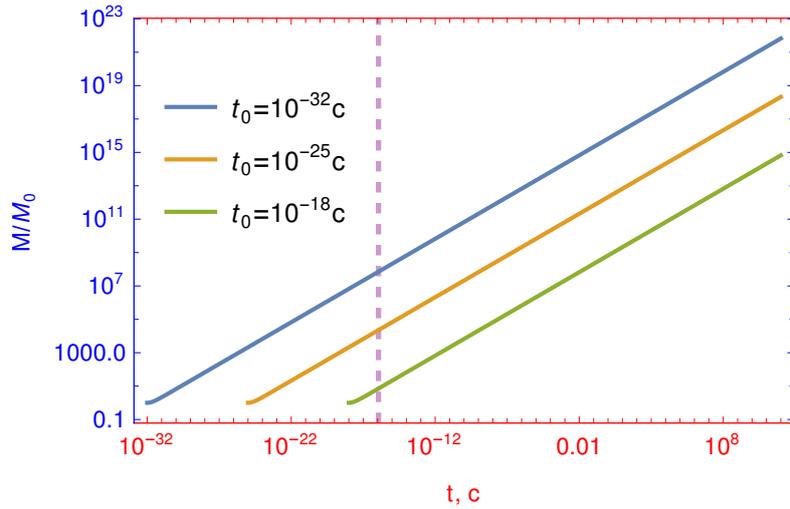


Рисунок 3.3 – Масса ПЧД в момент времени t , полученная по формуле (49). Пунктирная линия показывает момент окончания рехитинга (10^{-16}c), параметр состояния на стадии рехитинга выбран $\omega = 1/3$.

3.5 Аккреция в Эддингтоновском режиме

Эддингтоновская светимость или Эддингтоновский предел это максимальная светимость, которую объект может достичь при условии возникновения баланса между силой гравитации и силой давления излучения. Это состояние называют гидростатическим равновесием 3.4.

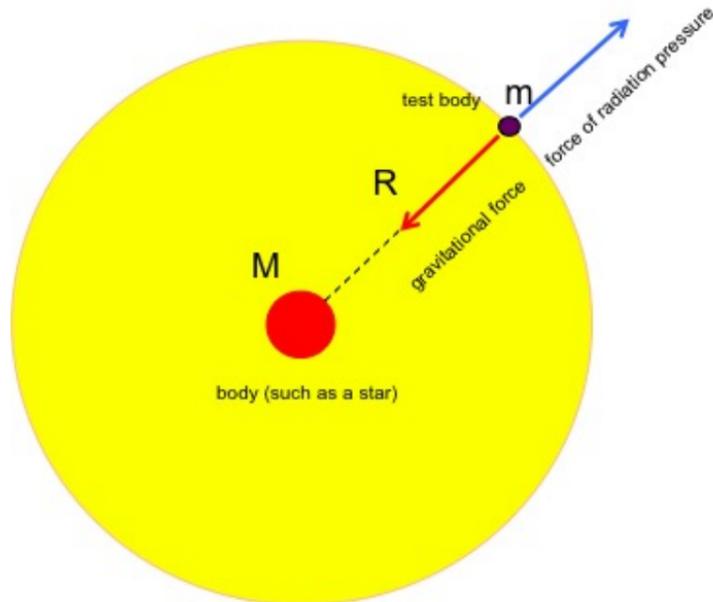


Рисунок 3.4 – Эддингтоновский предел

Сила гравитации, действующая на пробную частицу $F_{GRAV} = \frac{GMm}{R^2}$,

а давление излучения даётся формулой $P_{RAD} = \frac{\Phi}{c} = \frac{1}{c} \frac{L}{f(R)}$, где Φ — поток, а знаменатель:

$$f(R) = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=-\pi/2}^{\pi/2} \int_{r=0}^R g(r, \theta, \phi) dr d\theta d\phi, \quad (50)$$

где подынтегральная функция характеризует распределение вещества внутри объекта. Пусть прозрачность плазмы — κ , тогда сила давления излучения на пробный объект $F_{RAD} = P_{RAD}\kappa m$, где κ — прозрачность плазмы. Приравнивая силу давления излучения к силе гравитации и, предполагая сферическую симметрию, а так же, что основной компонент плазмы — протоны и доминирующий процесс — томсоновское рассеяние электронов, получаем:

$$L_{edd} = \frac{4\pi c G M m_p}{\sigma_{th}}. \quad (51)$$

Светимость, создаваемая аккрецией вещества может быть представлена в следующем виде $L_{acc} = \varepsilon \dot{M} c^2$, где ε — радиационная эффективность. Приравнивая эддингтоновский предел к светимости от аккреции вещества, получаем:

$$L_{acc} = \varepsilon \dot{M} c^2 = L_{edd} = \frac{4\pi c G M m_p}{\sigma_{th}}. \quad (52)$$

Легко получить зависимость массы от времени:

$$M(t) = M_0 \exp\left(\frac{4\pi G m_p t}{\varepsilon c \sigma_{th}}\right). \quad (53)$$

Формулу (53) обычно используют как предельную оценку изменения массы за счет аккреции, однако, в реальности этот предел можно обойти за счет отсутствия сферической симметрии [63; 64]. Так же стоит отметить, что радиационная эффективность ε , вообще говоря, является функцией углового момента аккрецирующего объекта. Эта зависимость может существенно влиять на рост массы черной дыры [65], в данной работе довольно подробно рассмотрено влияние углового момента на темп аккреции.

4 Заключение

В данной работе рассмотрен механизм образования ПЧД без вовлечения полей материи — путём динамики компактных дополнительных измерений в модели модифицированной гравитации. Космологические последствия моделей с многомерной $f(R)$ -гравитацией довольно богаты и приводят к разнообразным экзотическим наблюдательным проявлениям. Как показывает данная работа, к таковым добавляются широко обсуждаемые в настоящее время первичные черные дыры. Поэтому подтверждение первичного происхождения некоторых классов черных дыр может быть свидетельством в пользу многомерия.

Так же рассмотрены наиболее известные модели аккреции вещества чёрными дырами, среди которых приведена модель чёрной дыры в расширяющейся Вселенной — модель МакВитти, требующая, однако, введения квази-локальной массы, которая не является общепринятым понятием. Аккреция в метрике МакВитти показывает степенной рост на любой стадии эволюции Вселенной, она указывает, что рост массы на ранних стадиях эволюции Вселенной, в том числе на стадии рехиттинга, может на много порядков увеличить начальную массу черной дыры.

Следующим шагом в данной работе будет получение конечного спектра масс черных дыр с учетом аккреции ими вещества.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Zel'dovich Y. B., Novikov I. D.* The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model // *Astronomicheskii Zhurnal*. — 1967. — Feb. — Vol. 10. — P. 602.
2. *Hawking S.* Gravitationally Collapsed Objects of Very Low Mass // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 1971. — Apr. — Vol. 152, no. 1. — P. 75–78.
3. *Carr B. J., Hawking S. W.* Black Holes in the Early Universe // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 1974. — Aug. — Vol. 168, no. 2. — P. 399–415.
4. *Hawking S. W., Moss I. G., Stewart J. M.* Bubble collisions in the very early universe // *Phys. Rev. D*. — 1982. — Nov. — Vol. 26, issue 10. — P. 2681–2693.
5. Formation of black holes in first-order phase transitions as a cosmological test of symmetry-breaking mechanisms / R. V. Konoplich [et al.] // *Phys. Atom. Nucl.* — 1999. — Vol. 62. — P. 1593–1600.
6. *Hawking S.* Black holes from cosmic strings // *Physics Letters B*. — 1989. — Vol. 231, no. 3. — P. 237–239.
7. *Garc'ı́a-Bellido J., Linde A., Wands D.* Density perturbations and black hole formation in hybrid inflation // *Physical Review D*. — 1996. — Nov. — Vol. 54, no. 10. — P. 6040–6058.
8. *Rubin S. G., Khlopov M. Y., Sakharov A. S.* Primordial black holes from nonequilibrium second order phase transition // *Grav. Cosmol.* — 2000. — Vol. 6. — P. 51–58.

9. *Rubin S. G., Sakharov A. S., Khlopov M. Y.* The formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 2001. — June. — Vol. 92, no. 6. — P. 921–929.
10. *Khlopov M. Y.* Primordial black holes // Research in Astronomy and Astrophysics. — 2010. — May. — Vol. 10, no. 6. — P. 495–528.
11. Black holes, gravitational waves and fundamental physics: a roadmap / J. García-Bellido [et al.] // Classical and Quantum Gravity. — 2019. — June. — Vol. 36, no. 14. — P. 143001.
12. *Bronnikov K. A., Rubin S. G.* Self-stabilization of extra dimensions // Phys. Rev. D. — 2006. — Vol. 73, no. 12. — P. 124019.
13. *De Felice A., Tsujikawa S.* f(R) Theories // Living Reviews in Relativity. — 2010. — June. — Vol. 13, no. 1.
14. *Capozziello S., De Laurentis M.* Extended Theories of Gravity // Physics Reports. — 2011. — Vol. 509, no. 4. — P. 167–321.
15. *Capozziello S., De Laurentis M.* The Dark Matter problem from f(R) gravity viewpoint // Annalen der Physik. — 2012. — Oct. — Vol. 524.
16. *Bronnikov K. A., Konoplich R. V., Rubin S. G.* The diversity of universes created by pure gravity // Classical and Quantum Gravity. — 2007. — Feb. — Vol. 24, no. 5. — P. 1261–1277.
17. Inhomogeneous compact extra dimensions / K. Bronnikov [et al.] // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2017. — Oct. — Vol. 2017, no. 10. — P. 001–001.
18. *Bronnikov K. A., Popov A. A., Rubin S. G.* Inhomogeneous compact extra dimensions and de Sitter cosmology // The European Physical Journal C. — 2020. — Oct. — Vol. 80, no. 10.
19. Low-redshift quasars in the Sloan Digital Sky Survey Stripe 82. The host galaxies / R. Falomo [et al.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2014. — Mar. — Vol. 440, no. 1. — P. 476–493.
20. *Dokuchaev V., Eroshenko Y. N., Rubin S.* Origin of supermassive black holes // arXiv preprint arXiv:0709.0070. — 2007.

21. *The LIGO Scientific Collaboration T. V. C.* Search for intermediate mass black hole binaries in the first and second observing runs of the Advanced LIGO and Virgo network // Physical Review D. — 2019. — Sept. — Vol. 100, no. 6.
22. *Carr B., Kuhnel F.* Primordial Black Holes as Dark Matter Candidates // arXiv preprint arXiv:2110.02821. — 2021.
23. Primordial black holes confront LIGO/Virgo data: current situation / V. D. Luca [et al.] // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2020. — June. — Vol. 2020, no. 06. — P. 044–044.
24. *Rubin S., Khlopov M., Sakharov A.* Primordial Black Holes from Non-Equilibrium Second Order Phase Transition // Grav. Cosmol. — 2000. — June. — Vol. 6.
25. Clusters of Primordial Black Holes / K. M. Belotsky [et al.] // The European Physical Journal C. — 2019. — Mar. — Vol. 79, no. 3.
26. *Lyakhova Y., Popov A. A., Rubin S. G.* Classical evolution of subspaces // The European Physical Journal C. — 2018. — Vol. 78, no. 9. — P. 1–13.
27. *Fabris J. C., Popov A. A., Rubin S. G.* Multidimensional gravity with higher derivatives and inflation // Physics Letters B. — 2020. — Vol. 806. — P. 135458.
28. *Feruglio F.* Extra dimensions in particle physics // The European Physical Journal C. — 2004. — Feb. — Vol. 33, S1. — s114–s128.
29. *Dienes K. R., Dudas E., Gherghetta T.* Grand unification at intermediate mass scales through extra dimensions // Nuclear Physics B. — 1999. — Vol. 537, no. 1–3. — P. 47–108.
30. *Hall L., Nomura Y.* Gauge unification in higher dimensions // Physical Review D. — 2001. — Vol. 64, no. 5. — P. 055003.
31. *Grobov A. V., Rubin S. G.* Higgs-Like Field and Extra Dimensions // International Journal of Theoretical Physics. — 2013. — July. — Vol. 52, no. 12. — P. 4283–4292.
32. *Hewett J., Spiropulu M.* PARTICLE PHYSICS PROBES OF EXTRA SPACETIME DIMENSIONS // Annual Review of Nuclear and Particle Science. — 2002. — Vol. 52, no. 1. — P. 397–424.

33. *Deutschmann N., Flacke T., Kim J. S.* Current LHC constraints on minimal universal extra dimensions // *Physics Letters B.* — 2017. — Aug. — Vol. 771. — P. 515–520.
34. *Witten E.* Instability of the Kaluza-Klein vacuum // *Nuclear Physics B.* — 1982. — Vol. 195, no. 3. — P. 481–492.
35. Classical stabilization of homogeneous extra dimensions / S. M. Carroll [et al.] // *Physical Review D.* — 2002. — July. — Vol. 66, no. 2.
36. *Rador T.* Acceleration of the Universe via $f(R)$ gravities and the stability of extra dimensions // *Physical Review D.* — 2007. — Mar. — Vol. 75, no. 6.
37. *Starobinsky A. A.* A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity // *Phys. Lett.* — 1980. — Vol. B91. — P. 99–102.
38. *Vilenkin A.* Classical and quantum cosmology of the Starobinsky inflationary model // *Physical Review D.* — 1985. — Vol. 32, no. 10. — P. 2511.
39. Planck 2018 results - X. Constraints on inflation / Y. Akrami [et al.] // *A&A.* — 2020. — Vol. 641. — A10.
40. *Carr B., Kühnel F.* Primordial Black Holes as Dark Matter: Recent Developments // *Annual Review of Nuclear and Particle Science.* — 2020. — Oct. — Vol. 70, no. 1. — P. 355–394.
41. Constraints on primordial black holes / B. Carr [et al.] // *Reports on Progress in Physics.* — 2021. — Nov. — Vol. 84, no. 11. — P. 116902.
42. *Bronnikov K. A., Rubin S. G.* Local regions with expanding extra dimensions // *Physics.* — 2021. — Vol. 3, no. 3. — P. 781–789.
43. *Capozziello S., Martin-Moruno P., Rubano C.* Physical non-equivalence of the Jordan and Einstein frames // *Physics Letters B.* — 2010. — Vol. 689, no. 4. — P. 117–121.
44. *Vilenkin A., Shellard E. P. S.* Cosmic strings and other topological defects. — Cambridge University Press, 1994.

45. *Domènech G., Sasaki M.* Conformal frame dependence of inflation // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2015. — Apr. — Vol. 2015, no. 04. — P. 022–022.
46. *Lazarides G.* Inflationary cosmology // Cosmological Crossroads. — Springer, 2002. — P. 351–391.
47. Primordial black hole formation during slow reheating after inflation / B. Carr [et al.] // Physical Review D. — 2018. — Vol. 97, no. 12. — P. 123535.
48. *Nikulin V., Grobov A., Rubin S.* A mechanism for protogalaxies nuclei formation from primordial black holes clusters // Journal of Physics: Conference Series. Vol. 934. — IOP Publishing. 2017. — P. 012040.
49. *Nikulin V., Rubin S., Khromykh L.* Formation of Primordial Black Hole Clusters from Phase Transitions in the Early Universe // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. — 2019. — Mar. — Vol. 46. — P. 97–99.
50. *Hoyle F., Lyttleton R. A.* The effect of interstellar matter on climatic variation // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. — 1939. — Vol. 35, no. 3. — P. 405–415.
51. *Bondi H.* On spherically symmetrical accretion // MNRAS. — 1952. — Jan. — Vol. 112. — P. 195.
52. *Ricotti M.* Bondi Accretion in the Early Universe // The Astrophysical Journal. — 2007. — June. — Vol. 662, no. 1. — P. 53.
53. *Richards C. B., Baumgarte T. W., Shapiro S. L.* Accretion onto a small black hole at the center of a neutron star // Phys. Rev. D. — 2021. — Vol. 103, no. 10. — P. 104009.
54. *Babichev E., Dokuchaev V., Eroshenko Y.* Black Hole Mass Decreasing due to Phantom Energy Accretion // Physical Review Letters. — 2004. — July. — Vol. 93, no. 2.
55. *Babichev E. O.* The Accretion of Dark Energy onto a Black Hole // Journal of Experimental and Theoretical Physics. — 2005. — Vol. 100, no. 3. — P. 528.

56. *Babichev E. O., Dokuchaev V. I., Eroshenko Y. N.* Black Hole in a Radiation-Dominated Universe // *Astronomy Letters*. — 2018. — Aug. — Vol. 44, no. 8/9. — P. 491–499.
57. *Faraoni V., Jacques A.* Cosmological expansion and local physics // *Physical Review D*. — 2007. — Sept. — Vol. 76, no. 6.
58. *Cheng-Yi S.* Dark Energy Accretion onto a Black Hole in an Expanding Universe // *Communications in Theoretical Physics*. — 2009. — Sept. — Vol. 52, no. 3. — P. 441–444.
59. *Gao C. J., Zhang S. N.* Reissner–Nordström metric in the Friedman–Robertson–Walker universe // *Physics Letters B*. — 2004. — Aug. — Vol. 595, no. 1–4. — P. 28–35.
60. *Hawking S.* Gravitational radiation in an expanding universe // *J. Math. Phys.* — 1968. — Vol. 9. — P. 598–604.
61. *Hayward S. A.* Quasilocal gravitational energy // *Phys. Rev. D*. — 1994. — Jan. — Vol. 49, issue 2. — P. 831–839.
62. *Martin-Moruno P., Madrid J. A. J., Gonzalez-Diaz P. F.* Will black holes eventually engulf the universe? // *Phys. Lett. B*. — 2006. — Vol. 640. — P. 117–120.
63. *Jiang Y.-F., Stone J. M., Davis S. W.* Super-Eddington Accretion Disks around Supermassive Black Holes // *The Astrophysical Journal*. — 2019. — July. — Vol. 880, no. 2. — P. 67.
64. Super-Eddington accretion and feedback from the first massive seed black holes / J. A. Regan [et al.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2019. — Apr. — Vol. 486, no. 3. — P. 3892–3906.
65. The Effect of Radiative Efficiency on the Growth of the Black Hole Mass / J.-m. Wang [et al.] // *Chinese Astronomy and Astrophysics*. — 2007. — Vol. 31, no. 2. — P. 109–116.