

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

УДК 539.17

ОТЧЁТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ  
**ИЗМЕНЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО БЕЛЫМ  
КАРЛИКАМ НА ПЛОТНОСТЬ ПЕРВИЧНЫХ  
ЧЕРНЫХ ДЫР В СЛУЧАЕ ИХ  
КЛАСТЕРИЗАЦИИ**

Научный руководитель  
в.н.с.

\_\_\_\_\_ К. М. Белоцкий

Студент

\_\_\_\_\_ Н. Б. Мясников

Москва 2022

# Содержание

1	Введение	3
2	Исследование возможности снятия ограничения на первичные черные дыры по белым карликам в случае кластеризации	3
3	Изменение ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации (первое приближение)	6
4	Изменение ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации (второе приближение)	11
5	Заключение	15

# 1 Введение

Первичные черные дыры (ПЧД) могут составлять значительную часть темной материи во Вселенной. Кластеризация ПЧД может существенно повлиять на ограничения их плотности. Мы предлагаем аналитическое рассмотрение кластеризации ПЧД. В случае если ПЧД образуют кластеры, они могут ослабить или снять существующие ограничения на плотность равномерно распределенных ПЧД, что позволит ПЧД стать жизнеспособными кандидатами на темную материю.

## 2 Исследование возможности снятия ограничения на первичные черные дыры по белым карликам в случае кластеризации

Оценить возможность снятия ограничения на плотность ПЧД по белым карликам (БК) в скоплениях в случае кластеризации. Первый этап оценки проводился при следующих параметрах: Радиус кластера ПЧД  $R = 1 \text{ пк} = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}$ , общая масса кластера  $M = 10^3 M_{\odot} = 2 \cdot 10^{36} \text{ г}$ . Для БК использовались стандартные значения:  $M_{\text{БК}} = 1 M_{\odot}$ ,  $R_{\text{БК}} = 6400 \text{ км}$ . Для получения гравитационного сечения  $\sigma_{\text{ГЗ}}$  захвата БК использовалась формула:

$$\sigma_{\text{БК}} = 4\pi R_{\text{БК}}^2 \cdot \left( \frac{v_2}{v_{\infty}} \right)^2,$$

где  $v_2$  – вторая космическая скорость,  $v_{\infty}$  – скорость на бесконечно большом расстоянии,  $R_{\text{БК}}$  – радиус белого карлика. Таким образом, было получено значение  $\sigma_{\text{ГЗ}} = 5.4 \cdot 10^{11} \text{ км}^2$  для БК. Следующая важная для нашей задачи величина –  $N_{\text{БК}}$  – количество ПЧД, с которыми провозаимодействует (т.е. захватит) БК при пролете через кластер. Значение  $N_{\text{БК}}$  может быть получено следующим выражением:

$$N = \sigma_{\text{WD}} \cdot d \cdot n,$$

Где  $\sigma_{\text{БК}}$  – гравитационное сечение захвата БК,  $d = 2R$  – диаметр кластера,  $n$  – концентрация ПЧД внутри кластера. Подставив заданные в условии величины, получаем следующее:

$$N = \frac{\sigma M}{2mR^2},$$

где  $m$  – масса ПЧД, принадлежащая промежутку  $[10^{18}; 10^{24}] \text{ г}$ .

Таблица 1

<b>m, г</b>	<b>N</b>
$10^{18}$	$6 \cdot 10^8$
$10^{19}$	$6 \cdot 10^7$
$10^{20}$	$6 \cdot 10^6$
$10^{21}$	$6 \cdot 10^5$

Логарифмируя значения из таблицы 1, получаем:

Таблица 2

$\log(\mathbf{m})$	$\log(\mathbf{N})$
18	9
19	8
20	7
21	6

По полученным данным можем построить график в логарифмическом масштабе

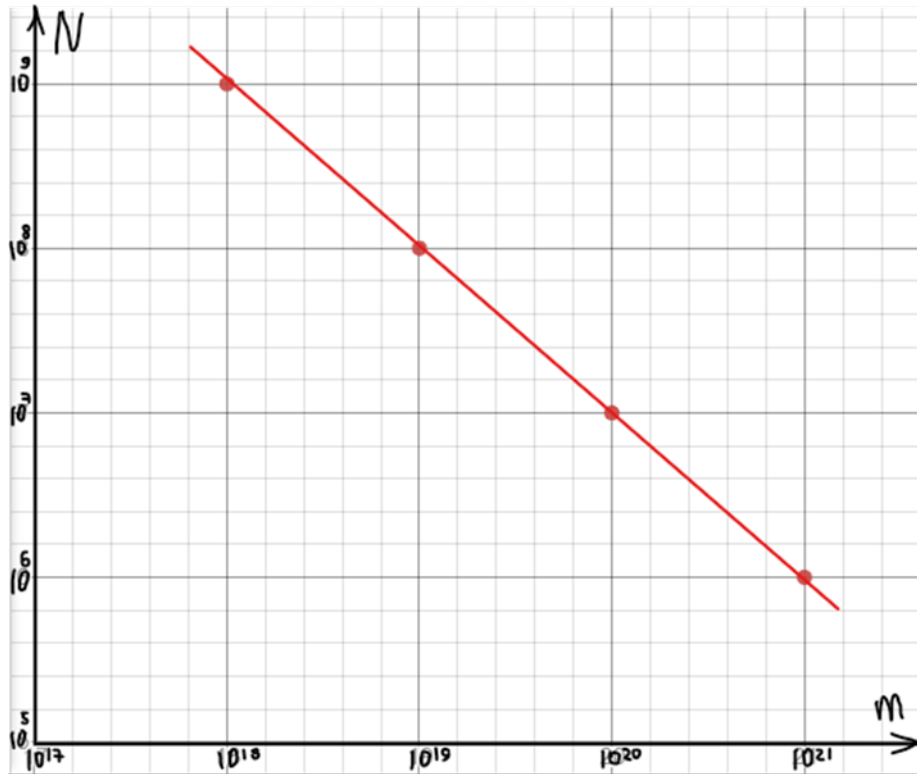


Рисунок 1 — Зависимость количества пойманных ПЧД белым карликом при пролете через кластер с параметрами  $R = 1\text{пк} = 3 \cdot 10^{18}$  см,  $M = 10^3 M_{\odot} = 2 \cdot 10^{36}$  г от массы ПЧД.

Следующим естественным предположением для усовершенствования модели будет изменение параметров кластера следующим образом: общая масса кластера  $M_1 = 10^{-3} M_{\odot} = 2 \cdot 10^{36}$  г,  $M_2 = 1 M_{\odot}$ ,  $M_3 = 10^4 M_{\odot}$ , радиус кластера ПЧД  $R = 1\text{пк} \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 10^{18}$  см  $\cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{\frac{1}{3}}$ .

Аналогичным образом, получаем:

Таблица 3

$m, g$	$N_1$	$N_2$	$N_3$
$10^{18}$	$10^6$	$6 \cdot 10^7$	$10^9$
$10^{19}$	$10^5$	$6 \cdot 10^6$	$10^8$
$10^{20}$	$10^4$	$6 \cdot 10^5$	$10^7$
$10^{21}$	$10^3$	$6 \cdot 10^4$	$10^6$
$10^{22}$	$10^2$	$6 \cdot 10^3$	$10^5$
$10^{23}$	10	$6 \cdot 10^2$	$10^4$
$10^{24}$	1	$6 \cdot 10^1$	$10^3$
$M$	$10^{-3}M_{\odot}$	$1M_{\odot}$	$10^4M_{\odot}$

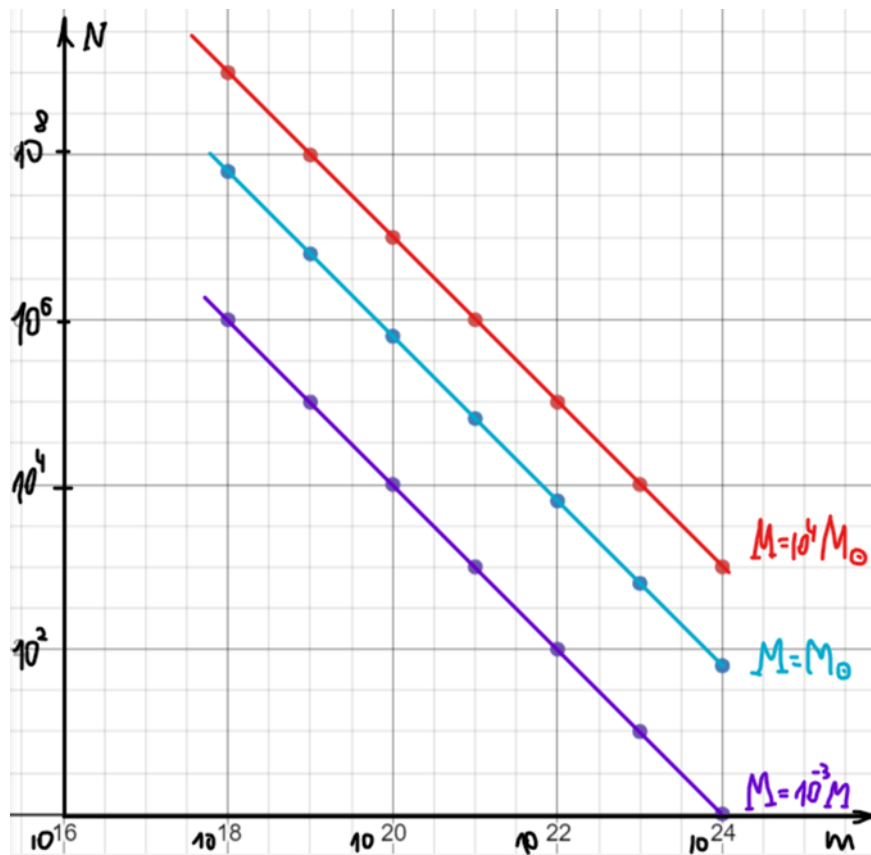


Рисунок 2 — Зависимость количества пойманных ПЧД белым карликом при пролете через кластер с параметрами  $R = 1 \text{пк} = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}$ ,  $M_1 = 10^{-3}M_{\odot}$ ,  $M_2 = 1M_{\odot}$ ,  $M_3 = 10^4M_{\odot}$  от массы ПЧД.

Следующий этап исследования заключается в построении схожей модели, но в масштабах галактики. Параметры галактики:  $M = 5 \cdot 10^{12}M_{\odot}$ ,  $R = 100 \text{кпк}$ . Поскольку физика процесса та же, то и формулы сильно отличаться не будут. Таким образом, имеем:

$$\sigma_{\text{КЛ}} = 4\pi R_{\text{КЛ}}^2 \cdot \left( \left( \frac{v_2}{v_{\infty}} \right)^2 + 1 \right)$$

где  $v_2$  — вторая космическая скорость,  $v_{\infty}$  — скорость на бесконечно большом расстоянии,  $R_{\text{КЛ}}$  — радиус кластера ПЧД. Таким образом, было получено значение сечение гравитационного захвата:

тационного захвата кластера  $\sigma_{\text{кл}} = 5.24 \cdot 10^{38} \text{см}^2$ . В масштабах галактики отношение  $(\frac{v_2}{v_\infty})^2$  стремится к нулю, поэтому формула упрощается:

$$\sigma_{\text{кл}} = 4\pi R_{\text{кл}}^2$$

Используя формулу (2), получим значение  $N$  – количество кластеров, в которые залетит ПЧД при пролете сквозь галактику по диаметру:  $N = 1,5$  для массы кластера  $M_3 = 10^4 M_\odot$  – наиболее интересный для нас вариант. Для того, чтобы посчитать статистическую вероятность можно разделить полученное значение  $N$  на общее количество кластеров  $N_d$ , лежащих вдоль траектории полета (на диаметре галактики) БК. После несложных подсчетов получаем отношение:  $p = \frac{1.5}{46415} = 3 \cdot 10^{-5}$  – вероятность попадания БК в кластер при пролете вдоль диагонали галактики.

### 3 Изменение ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации (первое приближение)

Следующий этап исследования заключается в построении обратной задачи, которая представляет собой получение графика в координатах  $(m_{\text{ПЧД}}, M_{\text{кл}})$  при прочих фиксированных параметрах, при которых ограничение на плотность скрытой массы, приходящейся на ПЧД, снимается.

В статье [1] приводятся оценки ограничений на долю массы ПЧД в скрытой массе.

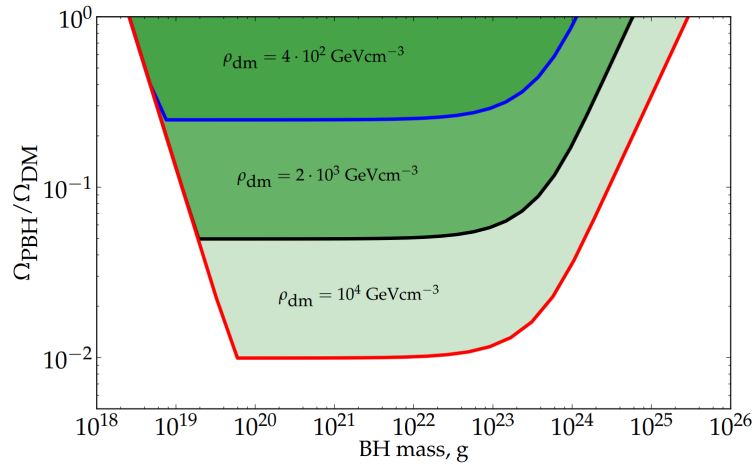


Рисунок 3 — Зависимость ограничений в зависимости от доли массы ПЧД в общем количестве скрытой массы от предполагаемой плотности скрытой массы в ядре шарового скопления. Показаны три случая:  $\rho_{DM} = 4 \cdot 10^2 \text{ГэВсм}^{-3}$ ,  $\rho_{DM} = 2 \cdot 10^3 \text{ГэВсм}^{-3}$  и  $\rho_{DM} = 10^4 \text{ГэВсм}^{-3}$ .

В текущей работе в рассмотрение была взята красная линия (случай  $\rho_{DM} = 10^4 \text{ГэВсм}^{-3}$ ) как крайний допустимый случай.

По данным значениям была решена задача:

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = f^{-1},$$

где  $N_1$  есть количество захватов ПЧД белым карликом при пролете через кластер ПЧД, а  $f \equiv \frac{\Omega_{\text{РВН}}}{\Omega_{\text{DM}}}$  – величина, взятая из статьи [1].

Из смысла эффекта экранировки можно утверждать, что величина, обратная доли ПЧД в скрытой массе, есть количество захватов ПЧД белым карликом, поскольку  $N_1$  можно рассматривать, как коэффициент, показывающий, во сколько раз уменьшится ограничение на долю в случае кластеризации.

Для того, чтобы построить контурный график  $N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}})$  (где  $N_1$  – количество событий внутри кластера,  $N_1 \gg 1$ ), была использована уже знакомая оценка:

$$N_1 = \sigma_{\text{БК}} \cdot d_{\text{кл}} \cdot n_{\text{пчд}},$$

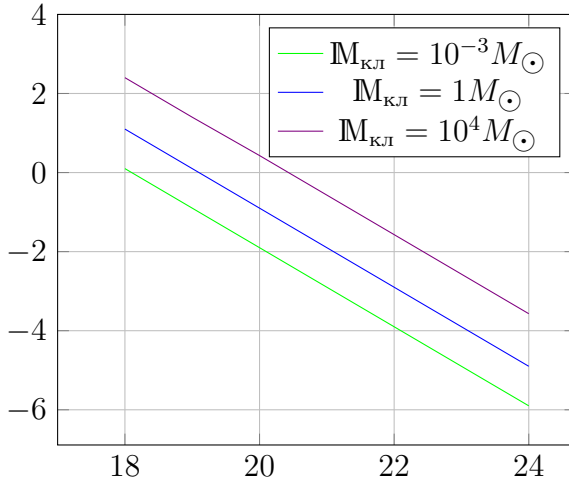
где  $\sigma_{\text{БК}}$  – гравитационное сечение захвата БК,  $d = 2R$  – диаметр кластера,  $n$  – концентрация ПЧД внутри кластера.

Подстановка постоянных величин в выражение упрощает формулу, а также выделяет явную зависимость  $N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}})$  от  $m_{\text{пчд}}$  и  $M_{\text{кл}}$ :

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}},$$

где  $10^8$  есть константа размерности [масса $^{\frac{2}{3}}$ ].

Был построен график зависимости  $N_1(m_{\text{пчд}})$  при различных значениях  $M_{\text{кл}}$



По оси X откладывается десятичный логарифм от значения массы ПЧД  $\log(m_{\text{пчд}})$ , по оси Y – десятичный логарифм от количества захватов ПЧД белым карликом при пролете через кластер ПЧД  $\log(N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}))$ .

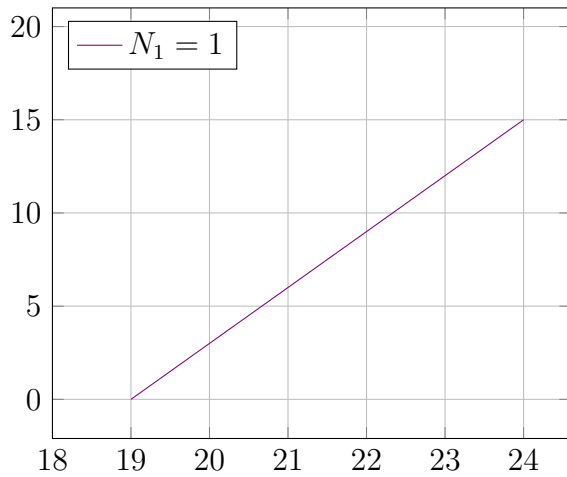
Ограничение на долю ПЧД в скрытой массе снимается в том случае, когда ожидаемое количество событий при пролете БК через кластер ПЧД равно единице:

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}} = 1,$$

Поэтому в координатах  $(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}})$  формула приобретает вид:

$$M_{\text{кл}}(m_{\text{пчд}}) = 10^{-24} \cdot m_{\text{пчд}}^3$$

Из этой формулы был получен график зависимости  $M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}})$  в логарифмическом масштабе для случая  $N_1 = 1$ :

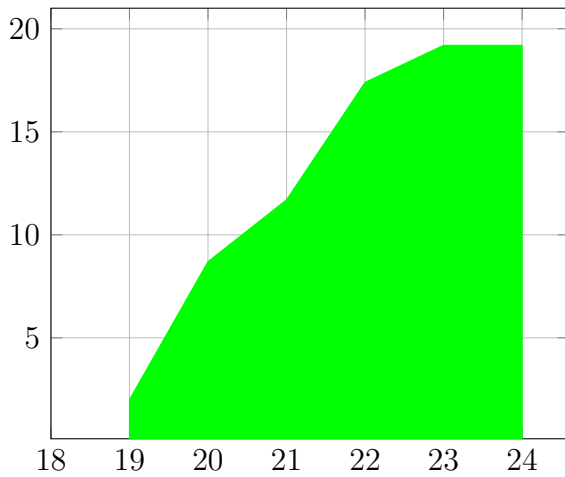


Зависимость массы кластера  $M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}})$  от массы ПЧД  $m_{\text{ПЧД}}$  и  $f$  в общем случае дается следующей формулой:

$$M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}}, f^{-1} \equiv N_1) = 10^{-24} \cdot (f^{-1}(m_{\text{ПЧД}}) \cdot m_{\text{ПЧД}})^3$$

Для получения значений  $N_1$  был использован график  $f(m_{\text{ПЧД}})$  из статьи [1] (Рисунок 3). В рассмотрение был взят крайний случай  $\rho_{dm} = 10^4 \text{GeVcm}^{-3}$  (красная линия).

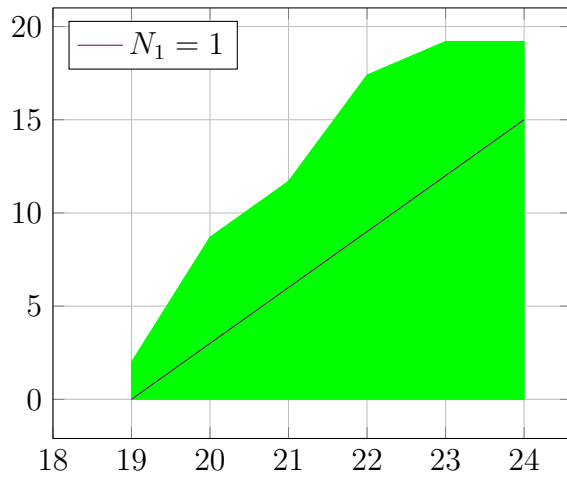
По полученным значениям был построен график в координатах  $M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}})$ .



Разрешенная зона отмечена зеленым цветом.



В системе координат, учитывающей ограничения из статьи [1] линия для случая  $N_1=1$  лежит в допустимых значениях масс кластера и ПЧД



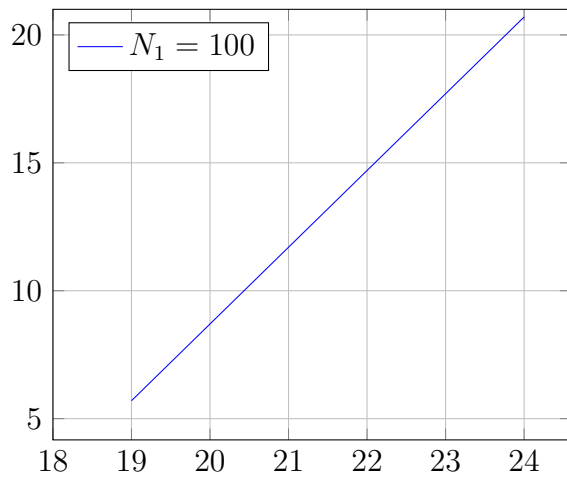
Также был рассмотрен случай  $N_1 = 100$ :

$$N_1(m_{\text{ПЧД}}, M_{\text{кл}}) = 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{ПЧД}}} = 100,$$

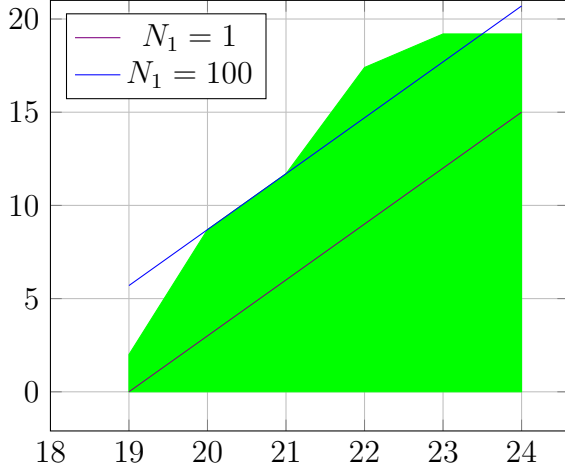
Отсюда

$$M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}}) = 10^{-18} \cdot m_{\text{ПЧД}}^3$$

И соответствующий график зависимости  $M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}})$  в логарифмическом масштабе для случая  $N_1 = 100$ :



В общей системе координат получается следующая картина:



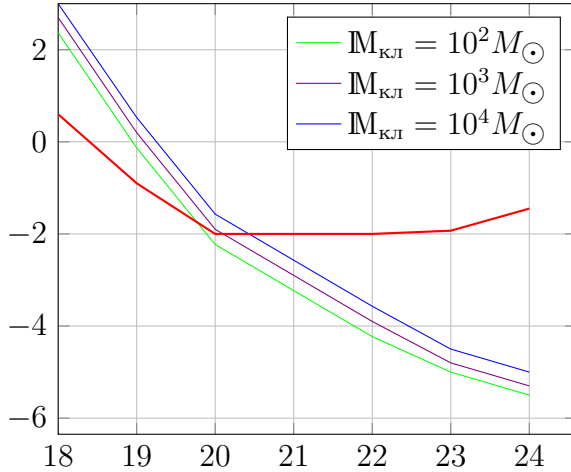
Следующий этап исследования заключается в получении ограничений на долю ПЧД в скрытой массе в случае их кластеризации. Другими словами, получения  $f'$  – допустимой доли ПЧД в скрытой массе в рассматриваемой модели.

При первом рассмотрении выражение, определяющее  $f'$  выглядело следующим образом:

$$f' = f \cdot N_1 = f \cdot 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}},$$

Поскольку  $N_1$  имеет смысл того, во сколько раз уменьшается ограничение  $f$  из статьи [1] из-за эффекта экранировки, вызванной кластеризацией ПЧД.

Был построен график в логарифмическом масштабе для разных масс кластеров ПЧД в общей системе координат  $(\frac{\Omega_{\text{РВН}}}{\Omega_{\text{DM}}}, m_{\text{пчд}})$  с ограничениями из статьи [1], которые представляют случай нулевой кластеризации. На графике это красная линия.

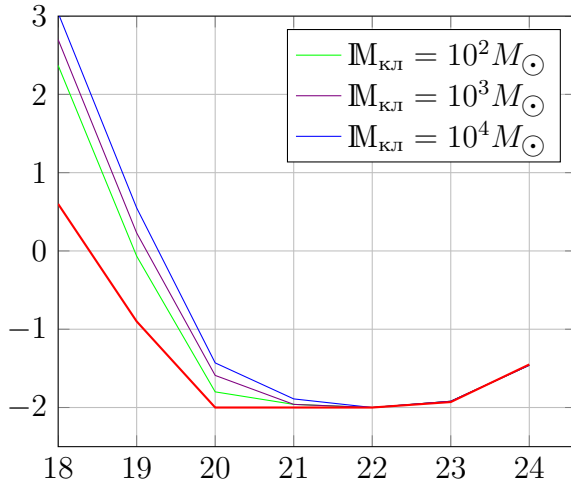


Поскольку график зависимости ведет себя неправильно при увеличении  $m$  и ведет себя не так как ожидается, формула для  $f'$  была преобразована следующим образом:

$$f' = f \cdot N_1 = f \cdot \left( 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}} + 1 \right),$$

Поправочная единица появилась, поскольку рассматриваются ситуации, где  $N_1 > 1$ , то есть после первого взаимодействия (крайний предельный случай).

Был получен соответствующий график в логарифмическом масштабе для разных масс кластеров ПЧД. По оси ординат откладывается  $\frac{\Omega_{PBH}}{\Omega_{DM}}$ , по оси абсцисс  $-m_{ПЧД}$ . Красная линия на графике – это с ограничения из статьи [1].



Из графика видно, что в случае кластеризации доля скрытой массы, приходящейся на ПЧД, увеличивается. В области высоких масс ПЧД ограничения становятся равны таковым для случая нулевой кластеризации (статья [1]).

#### 4 Изменение ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации (второе приближение)

Следующий этап исследования заключается в решении задачи, которая представляет собой получение графика в координатах  $(\Omega_{ПЧД}/\Omega_{СМ, ПЧД})$  для случая кластеризации ПЧД. В статье [1] были получены ограничения на долю ПЧД в случае равномерного распределения ПЧД. Референтный график:

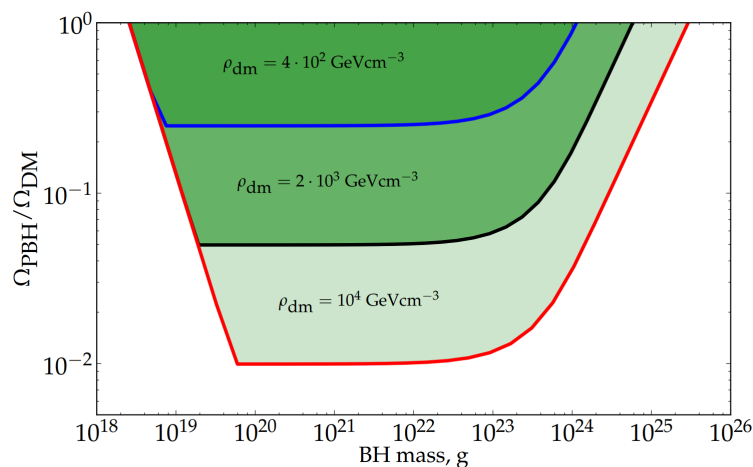


Рисунок 4 — Зависимость ограничений в зависимости от доли массы ПЧД в общем количестве скрытой массы от предполагаемой плотности скрытой массы в ядре шарового скопления. Показаны три случая:  $\rho_{DM} = 4 \cdot 10^2 \text{ ГэВсм}^{-3}$ ,  $\rho_{DM} = 2 \cdot 10^3 \text{ ГэВсм}^{-3}$  и  $\rho_{DM} = 10^4 \text{ ГэВсм}^{-3}$ .

Вероятность взаимодействия белого карлика с ПЧД в случае равномерного распределения ПЧД даётся формулой:

$$N = n_{\text{пчд}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t,$$

где  $\sigma_{\text{БК}}$  – гравитационное сечение захвата БК,  $v_{\text{БК}}$  – скорость БК на бесконечно большом расстоянии  $n_{\text{пчд}}$  – концентрация ПЧД внутри галактики,  $t$  – характерное время задачи.

Вероятность взаимодействия белого карлика с ПЧД в случае кластеризации даётся формулой:

$$N_{\text{кл}} = [n_{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{кл}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t] \times [n_{\text{пчд}}^{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot d_{\text{кл}}],$$

Сравним вероятности взаимодействия БК с ПЧД в некластеризованном и кластеризованном случаях. В некластеризованном случае формула выглядит просто – БК просто должен попасть в ПЧД. В случае же кластеризации формула состоит из двух множителей, один из которых отвечает за вероятность попасть в кластер, другой – за вероятность взаимодействия БК с ПЧД внутри кластера.

Теперь необходимо учесть эффект экранировки, поскольку нас интересует только первое взаимодействие, поскольку после него уже можно утверждать, что БК будет уничтожен. Все дальнейшие взаимодействия экранируются. Формула

$$N_{\text{кл}} = [n_{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{кл}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t] \times [n_{\text{пчд}}^{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot d_{\text{кл}}]$$

принимает вид:

$$N_{\text{кл}} = [n_{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{кл}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t] \times [1 - \exp(-N_{\text{вз}}^{\text{кл}})]$$

Таким образом, мы имеем на руках две формулы, которые в параметризованной расчетной форме имеют следующий вид:

$$N = \frac{10^{14}}{m_{\text{пчд}}}$$

$$N_{\text{кл}}(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = \frac{10^{14}}{m_{\text{пчд}}} \times [1 - \exp(-10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{1/3}}{m_{\text{пчд}}})]$$

По этим формулам построим график зависимости вероятности первого взаимодействия от массы ПЧД при разных массах кластера. Видно, что кластеризованная вероятность меньше таковой в случае равномерного распределения ПЧД по галактике.

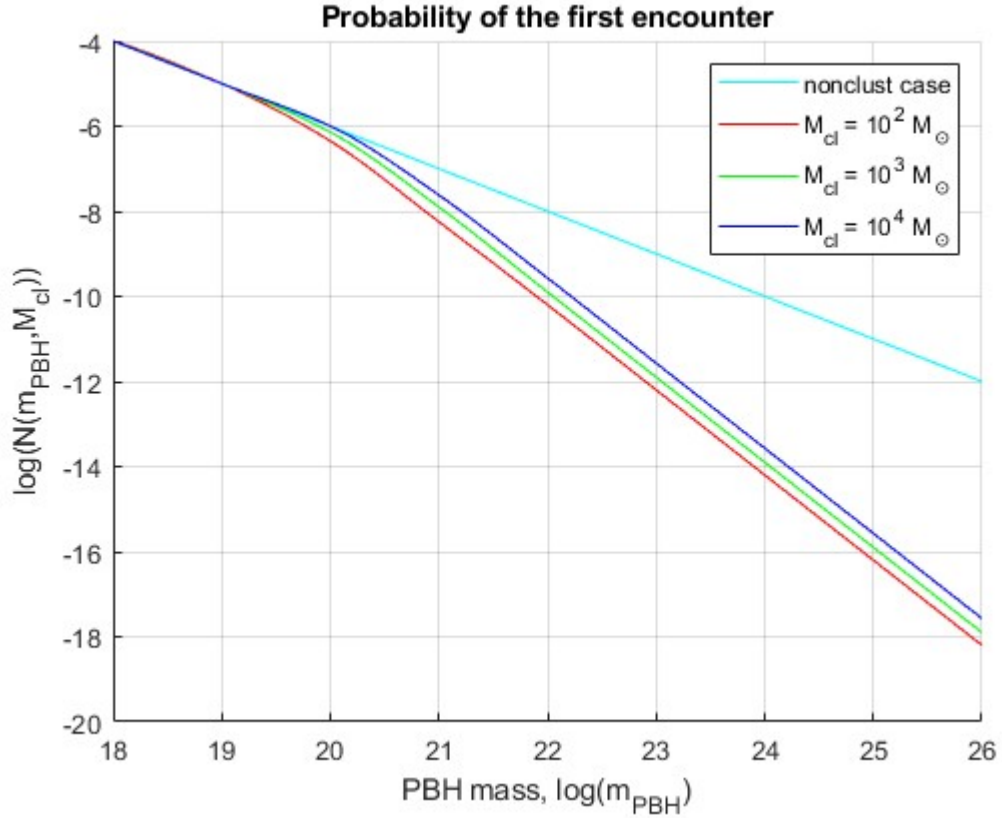


Рисунок 5 — График зависимости вероятности первого взаимодействия ПЧД с БК от массы ПЧД при разных массах кластера.

Найдем отношение этих вероятностей. Из ранее упомянутых формул получаем расчетную формулу для отношения вероятностей.

$$\frac{N_{\text{кл}}}{N} = \frac{[n_{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{кл}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t] \times [1 - \exp(-N_{\text{вз}}^{\text{кл}})]}{n_{\text{ПЧД}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t}$$

$$\frac{N_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}}, M_{\text{кл}})}{N(m_{\text{ПЧД}})} = [1 - \exp(-10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{1/3}}{m_{\text{ПЧД}}})]$$

Отсюда строим график зависимости отношения кластеризованного случая к некластеризованному.

Из графика отношений получаем коэффициент пропорциональности, связывающий кластеризованный случай с некластеризованным. После этого берем ограничение на долю ПЧД в скрытой массе из статьи Капеллы, Пширкова, Тинякова и получаем ограничения с поправкой на кластеризацию ПЧД.

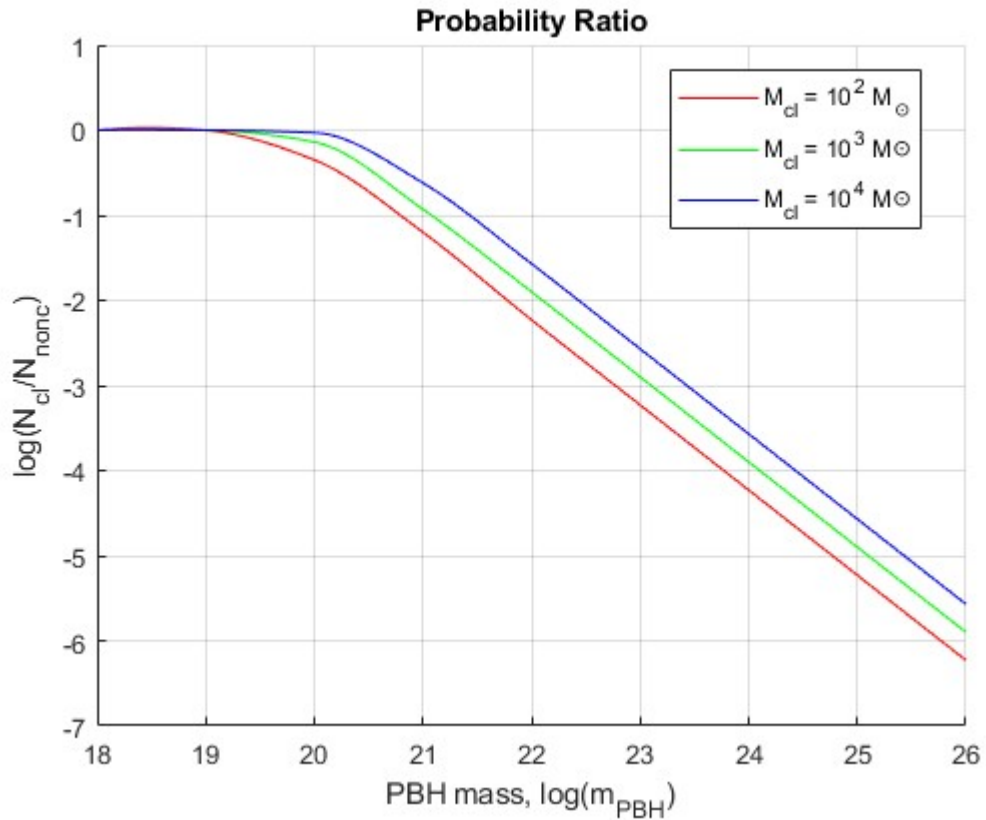


Рисунок 6 — График отношения вероятности первого взаимодействия БК с ПЧД кластеризованного случая к некластеризованному случаю.

Из графика отношений получаем коэффициент пропорциональности, связывающий кластеризованный случай с некластеризованным. После этого берем ограничение на долю ПЧД в скрытой массе из статьи Капеллы, Пширкова, Тинякова и получаем ограничения с поправкой на кластеризацию ПЧД.

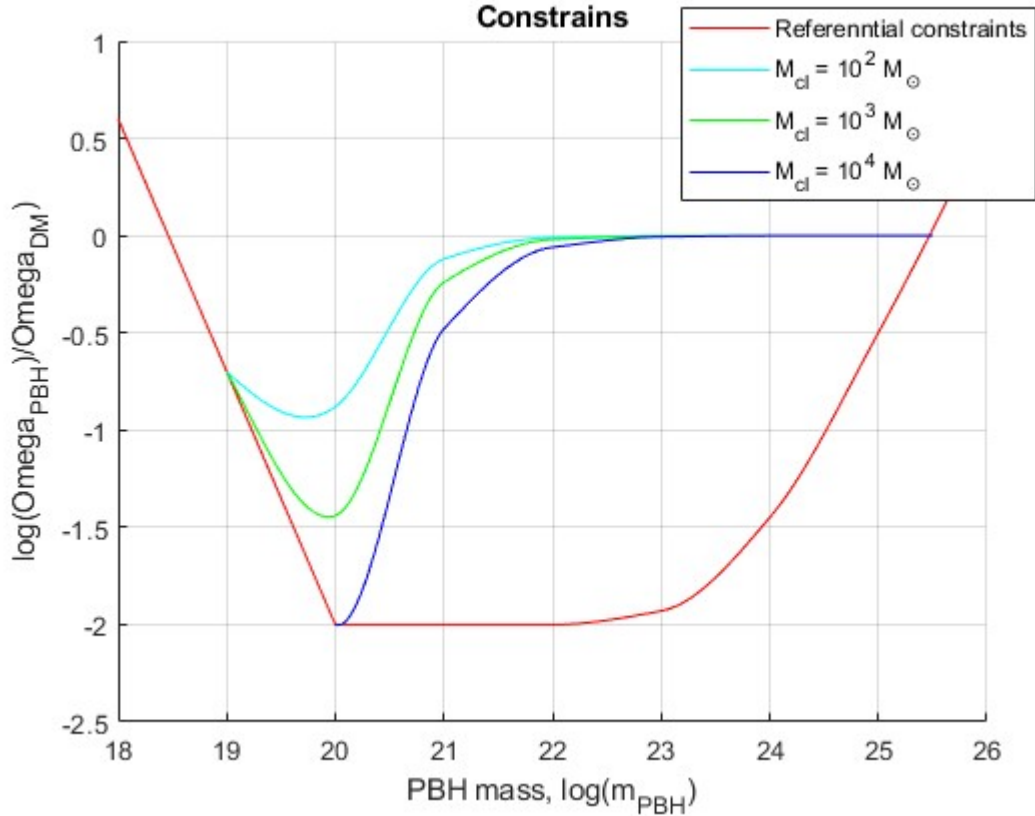


Рисунок 7 — Зависимость ограничений в зависимости от доли массы ПЧД в общем количестве скрытой массы от предполагаемой плотности скрытой массы в случае кластеризации.

## 5 Заключение

В данной работе в первом этапе “Исследование возможности снятия ограничения на первичные черные дыры по белым карликам в случае кластеризации” получены количественные оценки взаимодействия БК с кластером ПЧД. Данные занесены в таблицу 1. Значения логарифмов чисел из таблицы 1 занесены в таблицу 2. На ее основании был построен график зависимости количества пойманных ПЧД белым карликом при пролете через кластер с параметрами  $R = 1 \text{ пк}$ ,  $M = 10^3 M_\odot$  от массы ПЧД (рисунок 1). Развивая мысль, начальные параметры кластера были изменены в пользу физической достоверности. Следуя алгоритму из предыдущего этапа, были получены таблицы 3 и 4. На их основании был построен график зависимости количества пойманных ПЧД белым карликом при пролете через кластер с параметрами  $R = 1 \text{ пк}$ ,  $M_1 = 10^{-3} M_\odot$ ,  $M_2 = 1 M_\odot$ ,  $M_3 = 10^4 M_\odot$ , от массы ПЧД. Для того, чтобы показать, как меняется характер графика, на одной координатной плоскости изображено 3 линии, соответствующие разным массам кластеров. После этого была сделана оценка гравитационного сечения, а затем и количества кластеров, в которые залетит БК в масштабах галактики при пролете вдоль диаметра. Используя полученные данные, была получена вероятность попадания БК в кластер. Порядок величины  $\sim 10^{-5}$ . Полученные результаты свидетельствуют о том, что в случае нахождения БК внутри кластера он достоверно захватит ПЧД, как следствие, будет уничтожен. Но в то же время вероятность попадания в кластер мала. Таким образом, ограничение на плотность распространения ПЧД можно снять, заменив его на вероятность попадания в кластер. Второй этап работы заключался в пересмотре ограничений, поскольку результаты предыдущего, оценочного,

этапа свидетельствовали, что это возможно. Для получения ограничений на плотность массы ПЧД в скрытой массе в случае их кластеризации решалась обратная задача

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = f^{-1},$$

где  $N_1$  есть количество захватов ПЧД белым карликом при пролете через кластер ПЧД, а  $f \equiv \frac{\Omega_{\text{РВН}}}{\Omega_{\text{DM}}}$  – величина, взятая из статьи [1].

Из смысла эффекта экранировки можно утверждать, что величина, обратная доли ПЧД в скрытой массе, есть количество захватов ПЧД белым карликом, поскольку  $N_1$  можно рассматривать, как коэффициент, показывающий, во сколько раз уменьшится ограничение на долю в случае кластеризации.

Из этой формулы был получен график зависимости  $M_{\text{кл}}(m_{\text{пчд}})$  в логарифмическом масштабе и разрешенные значения для случая нулевой кластеризации. На него были нанесены два случая:  $N_1 = 1$  и  $N_1 = 100$ .

Следующий этап исследования заключается в получении ограничений на долю ПЧД в скрытой массе в случае их кластеризации. Другими словами, получении  $f'$  – допустимой доли ПЧД в скрытой массе в рассматриваемой модели.

Из модельных приближений была получена аналитическая формула, определяющая  $f'$ .

$$f' = f \cdot N_1 = f \cdot \left( 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}} + 1 \right),$$

Был получен соответствующий график в логарифмическом масштабе для разных масс кластеров ПЧД. Из графика видно, что в случае кластеризации доля скрытой массы, приходящейся на ПЧД, увеличивается. В области высоких масс ПЧД ограничения становятся равны таковым для случая нулевой кластеризации (статья [1]). Таким образом, в в первом приближении мы получили результаты, увеличивающие возможную долю ПЧД в скрытой массе за счет их кластеризации.

В результате второго приближения нам удалось в значительной степени пересмотреть ограничения на долю ПЧД в скрытой массе. Удалось изменить, а где-то даже снять, ограничение по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации.



## Список литературы

- [1] Fabio Capela, Maxim Pshirkov и Peter Tinyakov. «Constraints on primordial black holes as dark matter candidates from capture by neutron stars». В: *Phys. Rev. D* 87.12 (2013), с. 123524. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.123524. arXiv: 1301.4984 [astro-ph.CO].
- [2] Bernard Carr и др. «Constraints on primordial black holes». В: *Rept. Prog. Phys.* 84.11 (2021), с. 116902. DOI: 10.1088/1361-6633/ac1e31. arXiv: 2002.12778 [astro-ph.CO].
- [3] Fabio Capela, Maxim Pshirkov и Peter Tinyakov. «Constraints on Primordial Black Holes as Dark Matter Candidates from Star Formation». В: *Phys. Rev. D* 87.2 (2013), с. 023507. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.023507. arXiv: 1209.6021 [astro-ph.CO].
- [4] Fabio Capela, Maxim Pshirkov и Peter Tinyakov. «A comment on "Exclusion of the remaining mass window for primordial black holes ...", arXiv:1401.3025». В: (февр. 2014). arXiv: 1402.4671 [astro-ph.CO].
- [5] Konstantin M. Belotsky и др. «Clusters of primordial black holes». В: *Eur. Phys. J. C* 79.3 (2019), с. 246. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-6741-4. arXiv: 1807.06590 [astro-ph.CO].
- [6] Paolo Pani и Abraham Loeb. «Tidal capture of a primordial black hole by a neutron star: implications for constraints on dark matter». В: *JCAP* 06 (2014), с. 026. DOI: 10.1088/1475-7516/2014/06/026. arXiv: 1401.3025 [astro-ph.CO].