

# Ядерные реакции и деление ядер при низких и средних энергиях и проблема микроструктуры деформированных ядер

Исполнитель темы  
студент группы Б19-102

Д. А. Ситьков

Научный руководитель  
д-р физ.-мат. наук, проф.

А. Л. Барабанов

НИЯУ «МИФИ»

28 дек 2022 г.

# Деление атомных ядер

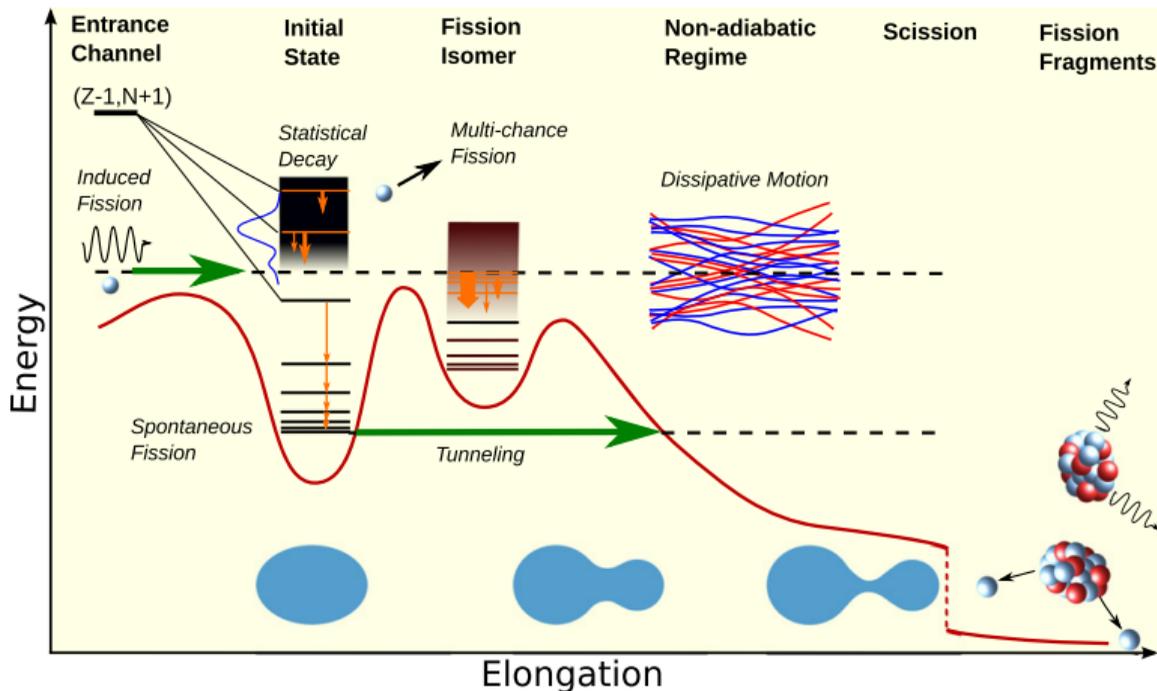


Рисунок 1 — Схематическое изображение процесса ядерного деления [Michael Bender et al, — J. Phys. G: Nucl. Part. Phys., v. 47, iss. 11, 113002, 2020].

# Двухцентральной симметричный осциллятор (1/6)

Потенциал описан в работе P. Holzer, U. Mosel, and W. Greiner, «Double-centre oscillator and its application to fission», — Nuclear Physics A, v. 138, iss. 2, 1969:

## Двухцентрковой симметричный осциллятор (1/6)

Потенциал описан в работе P. Holzer, U. Mosel, and W. Greiner, «Double-centre oscillator and its application to fission», — Nuclear Physics A, v. 138, iss. 2, 1969:

$$V(\rho, z) = \frac{m\omega^2\rho^2}{2} + \frac{m\omega^2(|z| - z_0)^2}{2}, \quad (1)$$

где  $z_0$  — параметр растяжения, частота  $\omega = \omega_0 \frac{R}{r}$ , где  $\hbar\omega_0 = 40A^{-1/3}$  (МэВ),  $R = 1,2A^{1/3}$  (Фм) и  $r = r(z_0)$  удовлетворяет

$$2r^3 + 3r^2z_0 - z_0^3 - 2R^3 = 0. \quad (2)$$

## Двухцентрковой симметричный осциллятор (2/6)

Уравнение Шрёдингера в этом потенциале без учета спин-орбитального взаимодействия:

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\rho, z) \right) \Phi = E\Phi. \quad (3)$$

## Двухцентрковой симметричный осциллятор (2/6)

Уравнение Шрёдингера в этом потенциале без учета спин-орбитального взаимодействия:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\rho, z)\right)\Phi = E\Phi. \quad (3)$$

Было решено путём разделения переменных  $\Phi(\rho, z, \varphi) = \chi(\rho)\zeta(z)v(\varphi)$ .

## Двухцентрковой симметричный осциллятор (3/6)

$$\chi(\rho) = \frac{\exp\left(-\frac{m\omega\rho^2}{2\hbar}\right)\rho^{|n_\varphi|}}{|n_\varphi|!} \left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{|n_\varphi|+1}{2}} \sqrt{\frac{2(|n_\varphi| + n_\rho)!}{n_\rho!}} M\left(-n_\rho, |n_\varphi| + 1; \frac{m\omega\rho^2}{\hbar}\right), \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \zeta(z \geq 0) = \exp\left(-\frac{m\omega}{2\hbar}(z \mp z_0)^2\right) \times \\ \times \left[ C_{1,1'}(z \mp z_0) \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} M\left(\frac{1-n_z}{2}, \frac{3}{2}; \frac{m\omega(z \mp z_0)^2}{\hbar}\right) + \right. \\ \left. + C_{2,2'} M\left(-\frac{n_z}{2}, \frac{1}{2}; \frac{m\omega(z \mp z_0)^2}{\hbar}\right) \right], \quad (5) \end{aligned}$$

$$v(\varphi) = \frac{\exp(in_\varphi\varphi)}{\sqrt{2\pi}}. \quad (6)$$

## Двухцентрковой симметричный осциллятор (4/6)

Получили квантовые числа  $n_\rho = 0, 1, 2, \dots$  и  $n_\varphi = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

## Двухцентрковой симметричный осциллятор (4/6)

Получили квантовые числа  $n_\rho = 0, 1, 2, \dots$  и  $n_\varphi = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Из непрерывности функции  $\zeta(z)$  и её производной, соображений чётности получим СЛАУ на коэффициенты  $C_1, C_2$ . Условие нетривиальности решений даст уравнение на собственные значения  $n_z$ :

## Двухцентрковой симметричный осциллятор (4/6)

Получили квантовые числа  $n_\rho = 0, 1, 2, \dots$  и  $n_\varphi = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Из непрерывности функции  $\zeta(z)$  и её производной, соображений чётности получим СЛАУ на коэффициенты  $C_1, C_2$ . Условие нетривиальности решений даст уравнение на собственные значения  $n_z$ :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Gamma(-\frac{n_z}{2})} \sqrt{\frac{m\omega(z_0)z_0^2}{\hbar}} M\left(\frac{1-n_z}{2}, \frac{3}{2}; \frac{m\omega(z_0)z_0^2}{\hbar}\right) = \\ = -\frac{1}{2\Gamma(\frac{1-n_z}{2})} M\left(-\frac{n_z}{2}, \frac{1}{2}; \frac{m\omega(z_0)z_0^2}{\hbar}\right), \quad (7) \end{aligned}$$

где  $\omega(z_0) = \omega_0 R/r(z_0)$ , а  $r(z_0)$  удовлетворяет уравнению  $2r^3 + 3r^2 z_0 - z_0^3 - 2R^3 = 0$ .

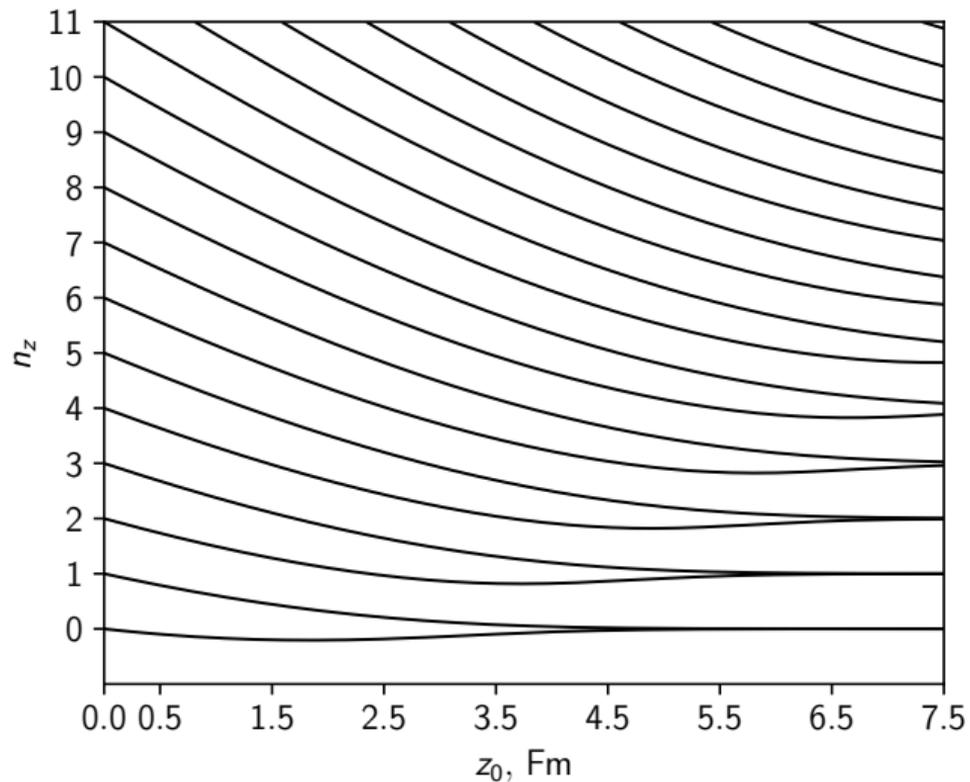


Рисунок 2 — Собственные значения  $n_z$  задачи на функцию  $\zeta(z)$  как функции относительного положения центров осциллятора  $z_0$ .

## Двухцентрковой симметричный осциллятор (5/6)

Энергия связана со всеми квантовыми числами как

$$E(z_0) = \hbar\omega(z_0)(n_z(z_0) + 2n_\rho + |n_\varphi| + 3/2). \quad (8)$$

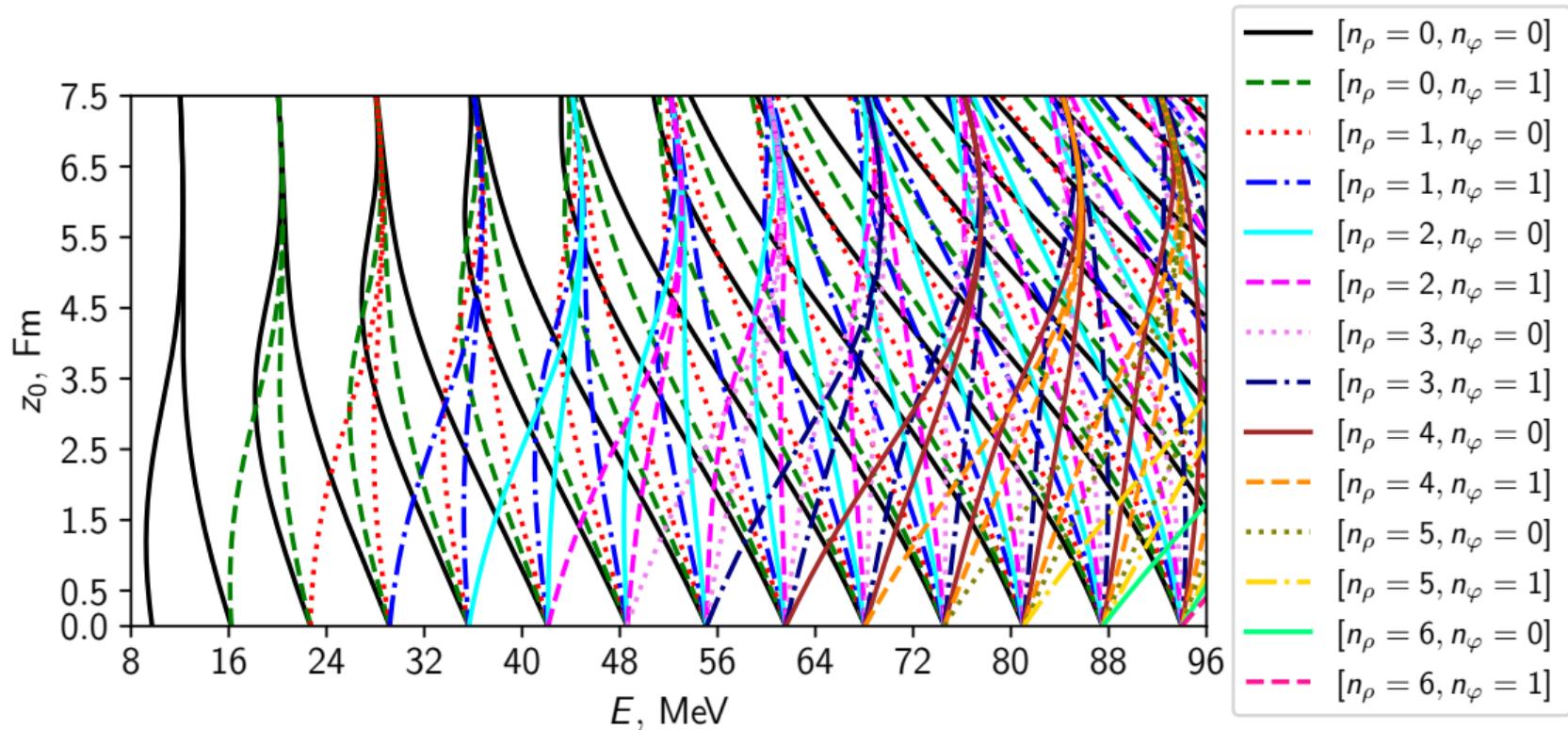


Рисунок 3 — Зависимость  $E(z_0)$  для низших энергетических уровней ядра  $^{235}\text{U}$ .

# Двухцентрковой симметричный осциллятор (6/6)

Численно была произведена нормировка функций  $\zeta(z)$ .

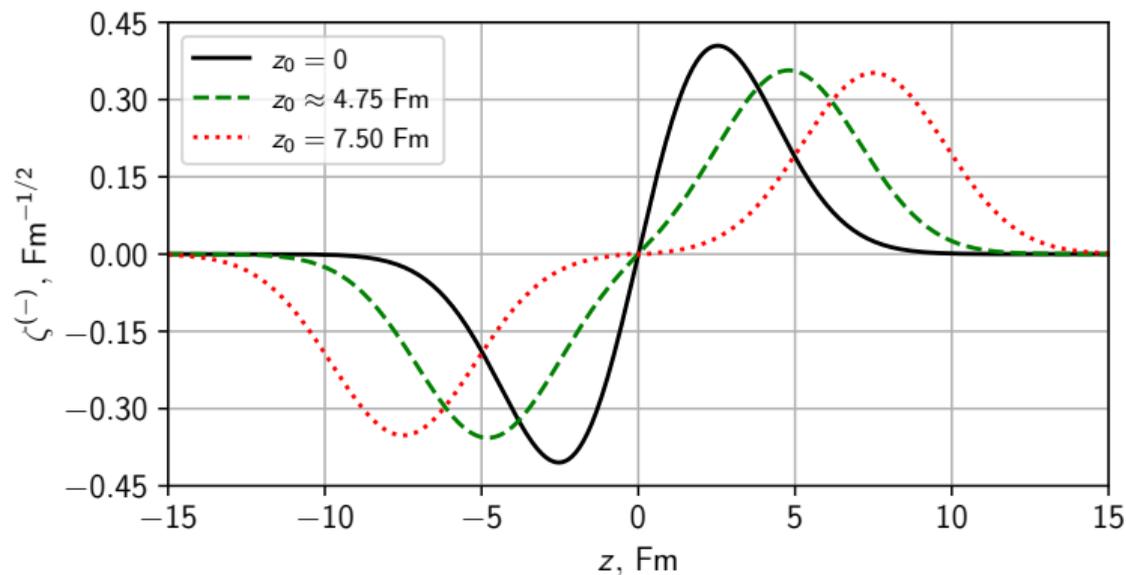


Рисунок 4 — Графики нечётных аксиальных функций  $\zeta^{(-)}(z)$  при зависимости  $n_z(z_0)$ , определяющейся «квантовым числом»  $n_z(z_0 = 0) = 1$ .

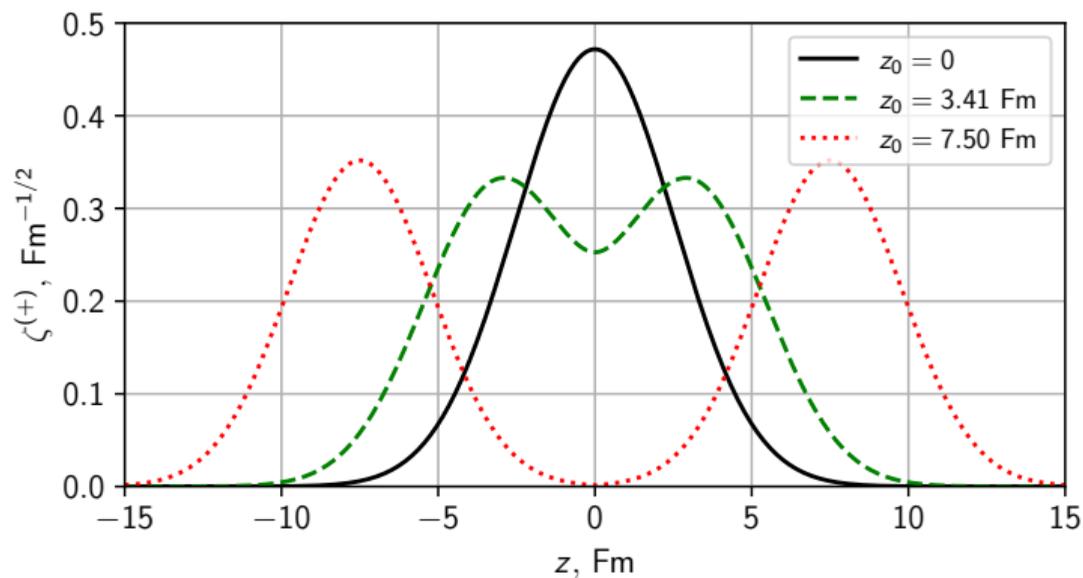
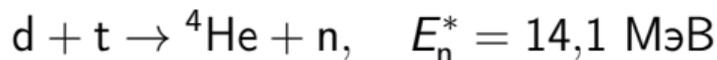


Рисунок 5 — Графики чётных аксиальных функций  $\zeta^{(+)}(z)$  при зависимости  $n_z(z_0)$ , определяющейся «квантовым числом»  $n_z(z_0 = 0) = 0$ .

# Расчёты по TALYS (1/2)



IRDFF-II: 4 реакции с изомерами. Проанализированы реакции

- 1  ${}^{115}\text{In}(n, n'){}^{115m}\text{In}$ ,
- 2  ${}^{115}\text{In}(n, 2n){}^{114m}\text{In}$ .

**Таблица 1** — Сравнение результатов, полученных в работе [Yu. E. Titarenko et al. Benchmark Experiments for Verification of Nuclear Data Libraries for Designing Fusion Blankets. — *Fusion Science and Technology*, v. 78, iss. 7, 2022], с оценками IRDFF-II.

Реакция	$\sigma_{\text{exp}}$ , мб [Yu. E. Titarenko et al]	$\sigma_{\text{calc}}$ , мб (IRDFF-II)
${}^{115}\text{In}(n, n'){}^{115m}\text{In}$	$76 \pm 6$	60,28
${}^{115}\text{In}(n, 2n){}^{114m}\text{In}$	$1064 \pm 85$	1377,98

# Расчёты по TALYS (2/2)

Анализ надёжности данных по сечениям:

- а база данных EXFOR (эксперимент);

# Расчёты по TALYS (2/2)

Анализ надёжности данных по сечениям:

- а база данных EXFOR (эксперимент);
- б база данных ENDF (оценка);

# Расчёты по TALYS (2/2)

Анализ надёжности данных по сечениям:

- а база данных EXFOR (эксперимент);
- б база данных ENDF (оценка);
- в собственный расчёт в TALYS-1.9.

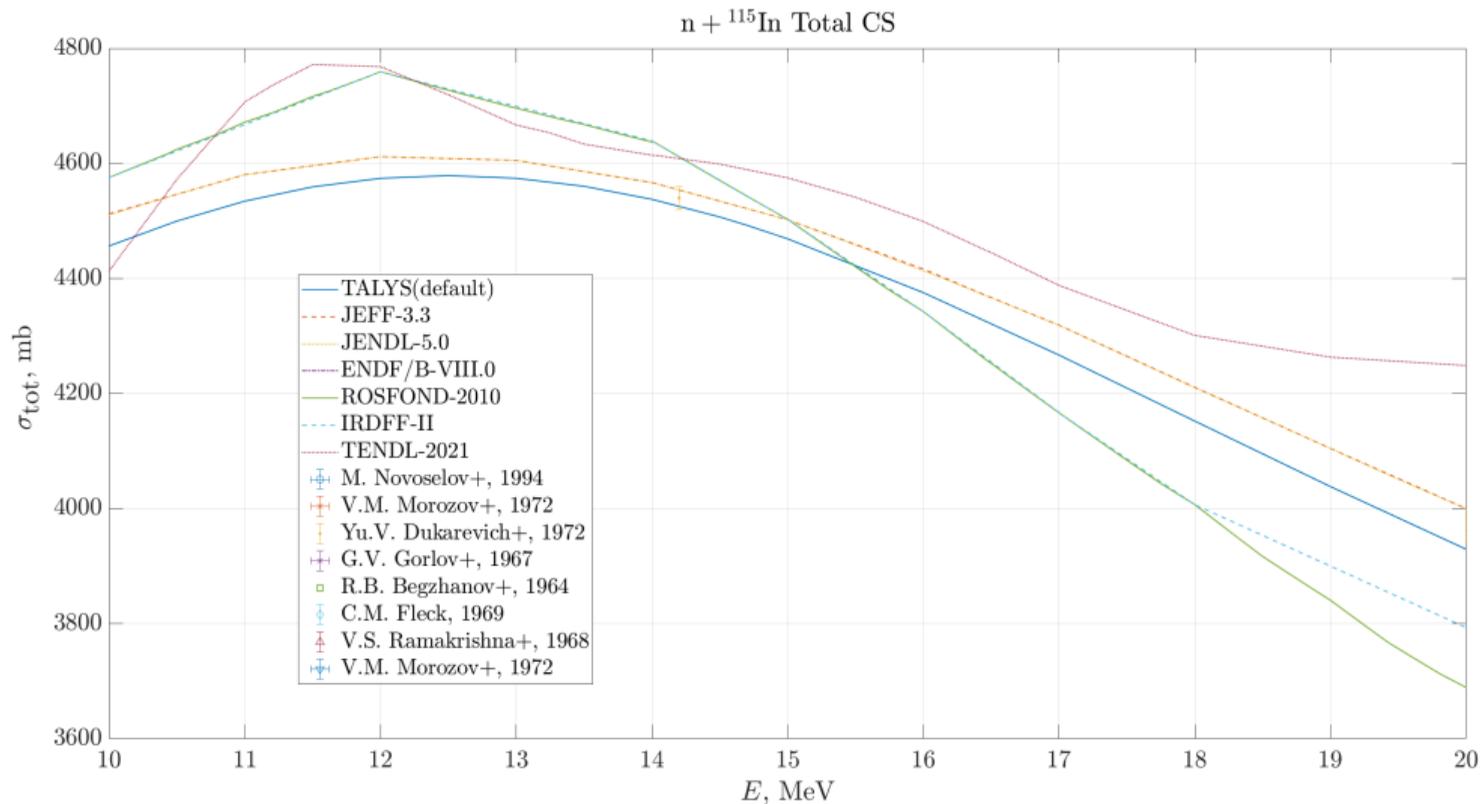


Рисунок 6 — Полное сечение взаимодействия нейтронов с ядрами-мишенями  ${}^{115}\text{In}$ .

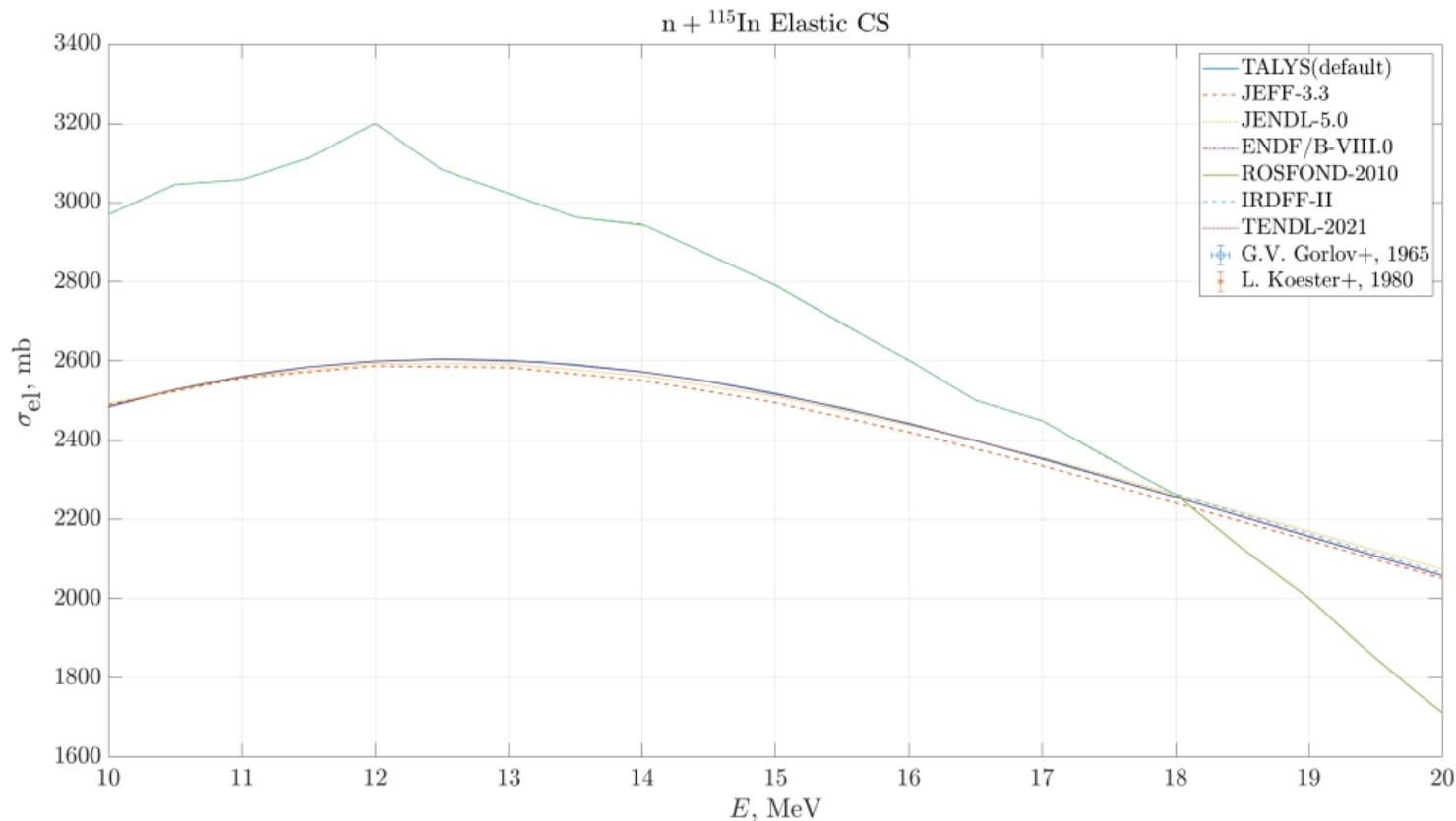


Рисунок 7 — Сечение упругого взаимодействия нейтронов с ядрами-мишенями  ${}^{115}\text{In}$ .

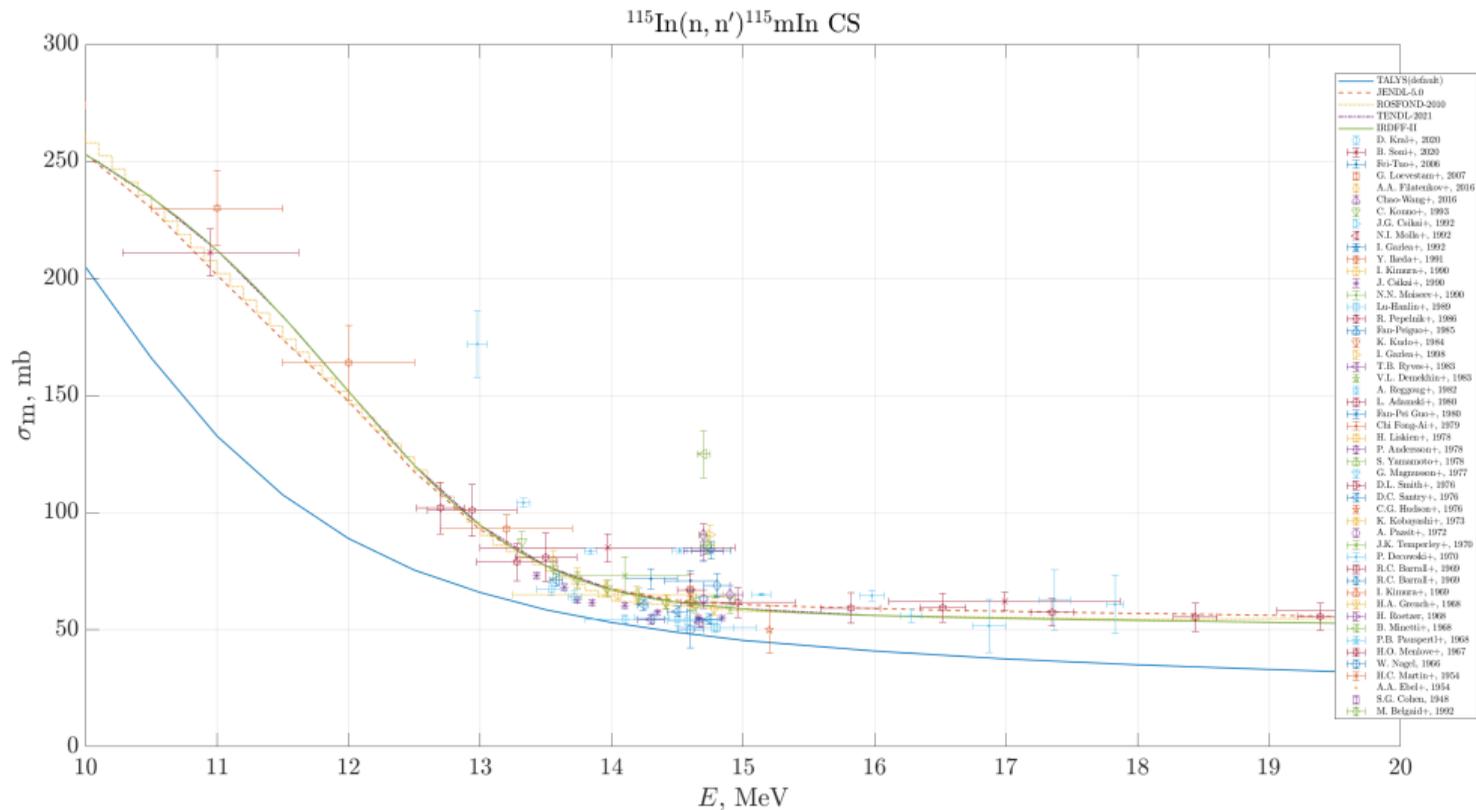


Рисунок 8 — Сечение выхода изомерного (m) состояния ядра  $^{115}\text{In}$  в реакции  $^{115}\text{In}(n, n')^{115m}\text{In}$  в зависимости от энергии нейтрона.

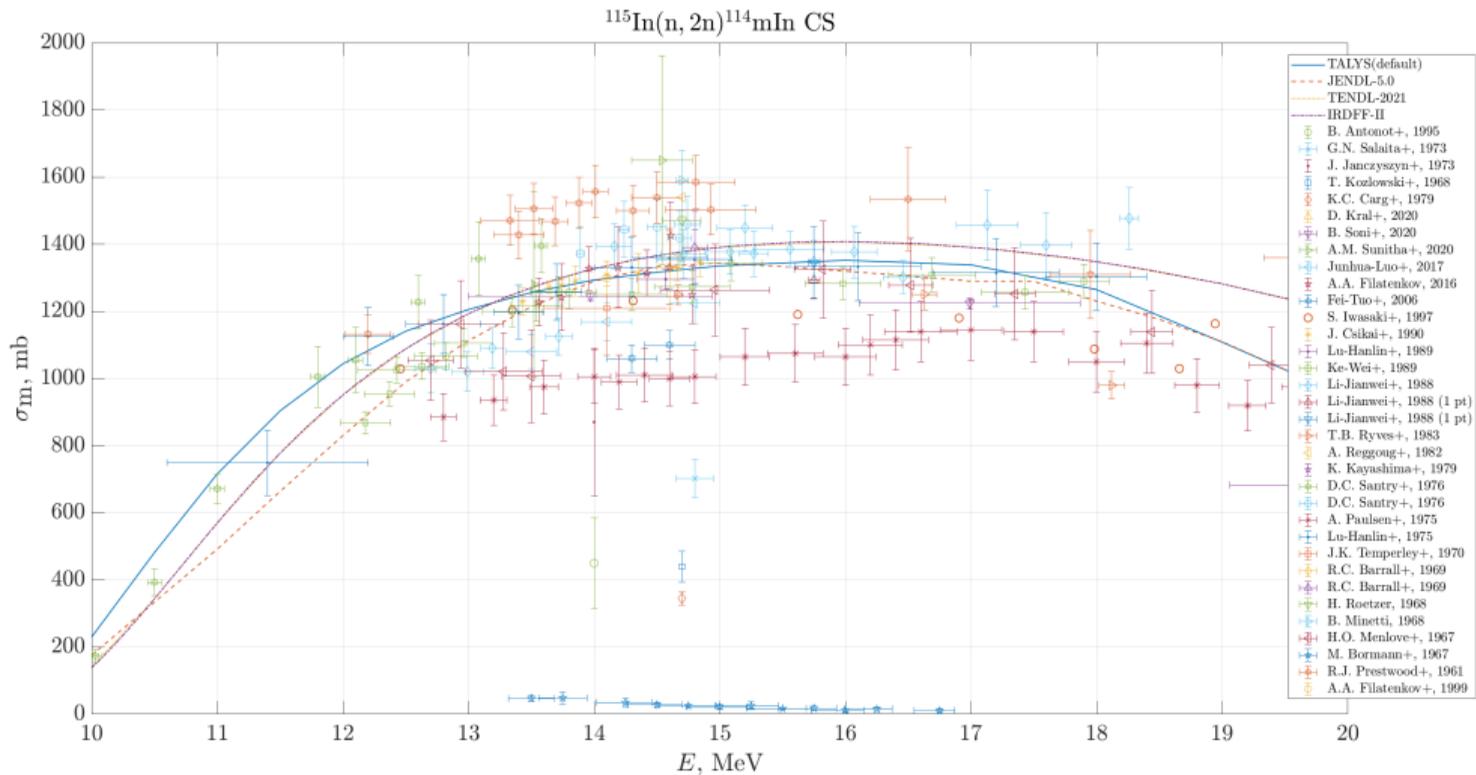


Рисунок 9 — Сечение выхода изомерного (m) состояния ядра  $^{114}\text{In}$  в реакции  $^{115}\text{In}(n, 2n)^{114}\text{In}$  в зависимости от энергии нейтрона.

# Заключение (1/2)

В ходе проделанной работы

- получен аналитический базис из СФ  $\Phi(\rho, z, \varphi) = \chi(\rho)\zeta(z)v(\varphi)$  задачи симметричного двухцентрового осциллятора

## Заключение (1/2)

В ходе проделанной работы

- получен аналитический базис из СФ  $\Phi(\rho, z, \varphi) = \chi(\rho)\zeta(z)v(\varphi)$  задачи симметричного двухцентрового осциллятора  $\rightarrow$  получены энергетические уровни данной модели;

## Заключение (1/2)

В ходе проделанной работы

- получен аналитический базис из СФ  $\Phi(\rho, z, \varphi) = \chi(\rho)\zeta(z)v(\varphi)$  задачи симметричного двухцентрового осциллятора  $\rightarrow$  получены энергетические уровни данной модели;
- выполнено сравнение экспериментальных и оцененных данных по сечениям образования ядер-изомеров с нейтронами

## Заключение (1/2)

В ходе проделанной работы

- получен аналитический базис из СФ  $\Phi(\rho, z, \varphi) = \chi(\rho)\zeta(z)v(\varphi)$  задачи симметричного двухцентрового осциллятора  $\rightarrow$  получены энергетические уровни данной модели;
- выполнено сравнение экспериментальных и оцененных данных по сечениям образования ядер-изомеров с нейтронами  $\rightarrow$  комплекс TALYS-1.9 может быть использован как основа для получения надёжных оценок сечений.

## Заключение (2/2)

В дальнейшем планируется

- получение базиса из СФ, подходящего для диагонализации полного потенциала, включением в модель двухцентрового осциллятора спин-орбитального взаимодействия

## Заключение (2/2)

В дальнейшем планируется

- получение базиса из СФ, подходящего для диагонализации полного потенциала, включением в модель двухцентрового осциллятора спин-орбитального взаимодействия → получение энергетических уровней, описывающих реальные уровни;

## Заключение (2/2)

В дальнейшем планируется

- получение базиса из СФ, подходящего для диагонализации полного потенциала, включением в модель двухцентрового осциллятора спин-орбитального взаимодействия → получение энергетических уровней, описывающих реальные уровни;
- исследование количественных расхождений между оценочными и экспериментальными данными

## Заключение (2/2)

В дальнейшем планируется

- получение базиса из СФ, подходящего для диагонализации полного потенциала, включением в модель двухцентрового осциллятора спин-орбитального взаимодействия → получение энергетических уровней, описывающих реальные уровни;
- исследование количественных расхождений между оценочными и экспериментальными данными → поиск более оптимальных входных параметров TALYS-1.9.