Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

УДК 539.12.01

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ПРОЯВЛЕНИЕ АКСИОНОПОДОБНЫХ МОДЕЛЕЙ

Научный руководитель
д. ф-м. н. ________ М. Ю. Хлопов

Студент ________ Э. М. Ульмаскулов

Москва 2022

Содержание

1 Модель инфляции

Инфляционная теория — один из главных кандидатов на роль теории, описывающей эволюцию ранней Вселенной. Она предполагает, что во время $\approx 10^{-36}$с после Большого взрыва Вселенная претерпела короткий период экспоненциального расширения, в котором ее масштаб увеличился в 50–60 e-folds ($a \sim e^{Ht}$, e-fold - то, во сколько раз нужно увличить показатель экспоненты). Этот сценарий предлагает решения проблем горизонта (плоскостности и магнитных монополей, возникающих из модели горячего Большого Взрыва)[1] .

2 Рассматриваемая модель

Рассматривается моель из 2-х аксионов: 1-й используется для решения проблемсы нарушения CP-симметрии в КХД, второй аксион относится к скрытому сектору физики элементарных частиц. Вданной модели 2-й аксион выполняет роль инфлатона, обеспечивающего инфляцию. В скрытом секторе присутсвуют аналоки u и d кварков, которые не имеют зарядов, характерных u и d кваркам стандартной модели. Рассмотрим потенциал данного поля[3]:

$$V(a) = -m_\pi^2 f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} \, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} \tag{1}$$

где	m_u- m_d-	Массы u и d кварков скрытого сектора соответственно
	m_π- f_π-	Параметры пионного поля

Переход к обычному аксиону осущесвляется при условии $m_u \ll m_d$, а именно:

$$V(a) = -m_\pi^2\, f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u m_d}{(m_u+m_d)^2}\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} = -m_\pi^2\, f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u}{m_d(\frac{m_u}{m_d}+1)^2}\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} =$$

$$= ||\text{Разложим} \frac{m_u}{m_d(\frac{m_u}{m_d}+1)^2} \text{По малому параметру } \frac{m_u}{m_d} \text{ до первого порядка}|| =$$

$$= -m_\pi^2\, f_\pi^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_u}{m_d} - 2\left(\frac{m_u}{m_d}\right)^2\right) sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} =$$

$$= ||\text{Вторым слогаемым в скобках пренебрежем по 2-му порядку малости}|| =$$

$$= -m_\pi^2\, f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u}{m_d}\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)} = ||\text{Разложим корень до 1-го порядка}|| =$$

$$= -m_\pi^2\, f_\pi^2 \left(1 - 2\frac{m_u}{m_d}\, sin^2\left(\frac{a}{2f_a}\right)\right) = m_\pi^2\, f_\pi^2 \left(-1 + \frac{m_u}{m_d}\, \left(1 - cos\left(\frac{a}{f_a}\right)\right)\right) =$$

$$= m_\pi^2\, f_\pi^2 \left(-1 + \frac{m_u}{m_d} - \frac{m_u}{m_d}\, cos\left(\frac{a}{f_a}\right)\right) = -m_\pi^2\, f_\pi^2 + m_\pi^2\, f_\pi^2\, \frac{m_u}{m_d} \left(1 - cos\left(\frac{a}{f_a}\right)\right) =$$

$$= C + \Lambda\left(1 - cos\left(\frac{a}{f_a}\right)\right)$$

Возвращаясь к нашему потениалу, переопределим (для удобства) аргументы:

$$V(a) \longrightarrow \frac{V(a)}{m_\pi^2\, f_\pi^2} = \widetilde{V}(a),\; a \longrightarrow \frac{a}{2f_a} = \widetilde{a},\; R = \frac{m_u}{m_d}$$

тогда наш потенциал преобразуется слдующим образом:

$$\widetilde{V}(\widetilde{a}) = -\sqrt{1 - \frac{4R}{(R+1)^2}\, sin^2\left(\widetilde{a}\right)} \tag{2}$$

3 Возмущений скалярной плотности и тензорных возмущений

Инфляционные модели предсказывают генерацию скалярных возмущений в ранней Вселенной, а также существование фона первичных гравитационных волн (ПГВ). Величина этих ПГВ может быть параметризована тензорно-скалярным отношением r.

$$n_s = 1 - 6\epsilon + 2\eta$$
$$r = 16\epsilon$$
где:
$$\epsilon = \frac{M_p^2}{2}\left(\frac{V_a(a)}{V(a)}\right)^2 = \frac{M_p^2}{2}\left(\frac{1}{2f_a}\right)^2 \left(\frac{\widetilde{V}_{\widetilde{a}}(\widetilde{a})}{\widetilde{V}(\widetilde{a})}\right)^2 < 1 \tag{3}$$
$$\eta = M_p^2 \frac{V_{aa}}{V} = M_p^2 (\left(\frac{1}{2f_a}\right)^2 \frac{\widetilde{V}_{\widetilde{a}\widetilde{a}}}{\widetilde{V}}$$

Таким образом, оснвой задачей для оценки ПГВ и скалярных возмущений является вычисление производных от потенциала поля. Вычислим 1-ю производную:

$$\widetilde{V}_{\widetilde{a}} = \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{sin(2\widetilde{a})}{\sqrt{1 - \frac{4R}{(R+1)^2}\, sin^2\widetilde{a}}}$$

Вычислим 2-ю производную:

$$\widetilde{V}_{\widetilde{a}\widetilde{a}} = \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a})\sqrt{--//--} + \frac{2R}{(R+1)^2}\, \frac{sin(2\widetilde{a})\, sin(2\widetilde{a})}{\sqrt{--//--}}}{1 - \frac{4R}{(R+1)^2}\, sin^2\widetilde{a}} =$$
$$= \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a}) - \frac{8R}{(R+1)^2}\, cos(2\widetilde{a})sin^2\widetilde{a} + \frac{2R}{(R+1)^2}\, sin^2(2\widetilde{a})}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2}\, sin^2\widetilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} =$$
$$= \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a}) - \frac{4R}{(R+1)^2}\, \left(2cos(2\widetilde{a})sin^2\widetilde{a} + \frac{1}{2}\, sin^2(2\widetilde{a})\right)}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2}\, sin^2\widetilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} =$$
$$= \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a}) - \frac{4R}{(R+1)^2}\, \left(cos(2\widetilde{a}) - cos^2(2\widetilde{a}) + \frac{1}{2}\, sin^2(2\widetilde{a})\right)}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2}\, sin^2\widetilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} =$$
$$= \frac{2R}{(R+1)^2}\frac{2cos(2\widetilde{a}) + \frac{2R}{(R+1)^2}\, \left(1 - cos(2\widetilde{a})\right)^2}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2}\, sin^2\widetilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$N(a) = \int_{a_{end}}^{a} \frac{d(a')}{\sqrt{2\epsilon}} = \frac{(R+1)^2}{R}\frac{2f_a^2}{M_{pl}}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{da}{sin2a}\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2}sin^2a\right) =$$
$$= \frac{(R+1)^2}{R}\frac{2f_a^2}{M_{pl}}\left(\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{da}{sin2a} - \frac{4R}{(R+1)^2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{sin^2a}{sin2a}da\right)$$

Для удобства вычисления, обозначи первое слогаемое за A, второе за B, а внешний множитель за N_0. Тогда получим уравнение:

$$N(\widetilde{a}) = N_0\left(A(\widetilde{a}) - B(\widetilde{a})\right) \tag{4}$$

Теперь вычислим интегралы A и B:

$$A = \int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{da}{sin2a} = \frac{1}{2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{da}{sina\, cosa} = \frac{1}{2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{sin^2a + cos^2a}{sina\, cosa} da =$$
$$= \frac{1}{2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \left(\frac{sina}{cosa} + \frac{cosa}{sina}\right) da = \frac{1}{2}\left(ln\frac{sin\widetilde{a}}{sin\widetilde{a}_{end}} - ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}\right)$$

$$B = \frac{4R}{(R+1)^2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{sin^2a}{sin2a} da =$$

$$||\text{Обозначаим первый множитнль за } B_0 = \frac{4R}{(R+1)^2}||$$

$$= B_0 \int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{sin^2a}{2\, sina\, cosa} da = \frac{B_0}{2}\int_{\widetilde{a}_{end}}^{\widetilde{a}} \frac{sina}{cosa} da = \left(-\frac{B_0}{2}\right) ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}$$

Подставим полученные интегралы в формулу (4):

$$N(\widetilde{a}) = N_0\left[\frac{1}{2}\left(ln\frac{sin\widetilde{a}}{sin\widetilde{a}_{end}} - ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}\right) + \left(\frac{B_0}{2}\right) ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}\right] =$$
$$= \frac{N_0}{2}\left(ln\frac{sin\widetilde{a}}{sin\widetilde{a}_{end}} - (1-B_0)ln\frac{cos\widetilde{a}}{cos\widetilde{a}_{end}}\right) = \frac{N_0}{4}\left(ln\frac{sin^2\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} - (1-B_0)ln\frac{cos^2\widetilde{a}}{cos^2\widetilde{a}_{end}}\right) =$$
$$= \frac{N_0}{4}\left(ln\frac{sin^2\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} + ln\frac{cos^{2(B_0-1)}\widetilde{a}}{cos^{2(B_0-1)}\widetilde{a}_{end}}\right) = \frac{N_0}{4} ln\frac{sin^2\widetilde{a}\; cos^{2(B_0-1)}\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}\; cos^{2(B_0-1)}\widetilde{a}_{end}} =$$
$$= \frac{N_0}{4} ln\frac{sin^2\widetilde{a}}{sin^2\widetilde{a}_{end}}\, \frac{(1-sin^2\widetilde{a})^{B_0-1}}{(1-sin^2\widetilde{a}_{end})^{B_0-1}} \quad (5)$$

Флуктуации реликтового излучения создаются примерно в 60 e-folds до окончания инфляции[4]. Тогда

$$N_{tot} = \frac{N_0}{4} ln\frac{sin^2\widetilde{a}_{cmd}}{sin^2\widetilde{a}_{end}}\, \frac{(1-sin^2\widetilde{a}_{cmd})^{B_0-1}}{(1-sin^2\widetilde{a}_{end})^{B_0-1}} \approx 60 \quad (6)$$

Условие окончания инфляции, получаем уравнение на $\widetilde{a}_{end}$ [4]:

$$\epsilon(\widetilde{a}_{end}) = 1 = \frac{M_{pl}^2}{2f_a^2}\frac{R^2}{(R+1)^4}\frac{sin^2 2\widetilde{a}_{end}}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} sin^2\widetilde{a}_{end}\right)^2} \quad (7)$$

4 Заключение

В результате работы, получена система уравнений, с помощью которых, в частности, можно получить оценку на спектральный индекс n_s, характеризующий спектральную мощность флуктуаций температуры реликтового излучения, а также тензорно-скалярное отношением , характеризующее ПГВ.

$$\begin{cases} n_s|_{cmb} = 1 - 6\epsilon_{cmb} + 2\eta_{cmb} \\ r_{cmb} = 16\epsilon_{cmb} \\ \frac{N_0}{4} ln \frac{sin^2\widetilde{a}_{cmd}}{sin^2\widetilde{a}_{end}} \, \frac{(1-sin^2\widetilde{a}_{cmd})^{B_0-1}}{(1-sin^2\widetilde{a}_{end})^{B_0-1}} \approx 60 \\ \frac{M_{pl}^2}{2f_a^2} \frac{R^2}{(R+1)^4} \frac{sin^2 2\widetilde{a}_{end}}{\left(1-\frac{4R}{(R+1)^2} sin^2\widetilde{a}_{end}\right)^2} = 1 \end{cases}$$

Список литературы

1. *Anton de la Fuente Prashant Saraswat R. S.* Natural Inflation and Quantum Gravity // Phys.Rev.Lett. — 2015.
2. *M.Yu.Khlopov.* Fundamentals of Cosmoparticle..M. — 2011.
3. *Giovanni Grilli di Cortona Edward Hardy J. P. V.* The QCD axion, precisely // JHEP 01. — 2016.
4. *Baumann D.* TASI Lectures on Inflation. — 2009.