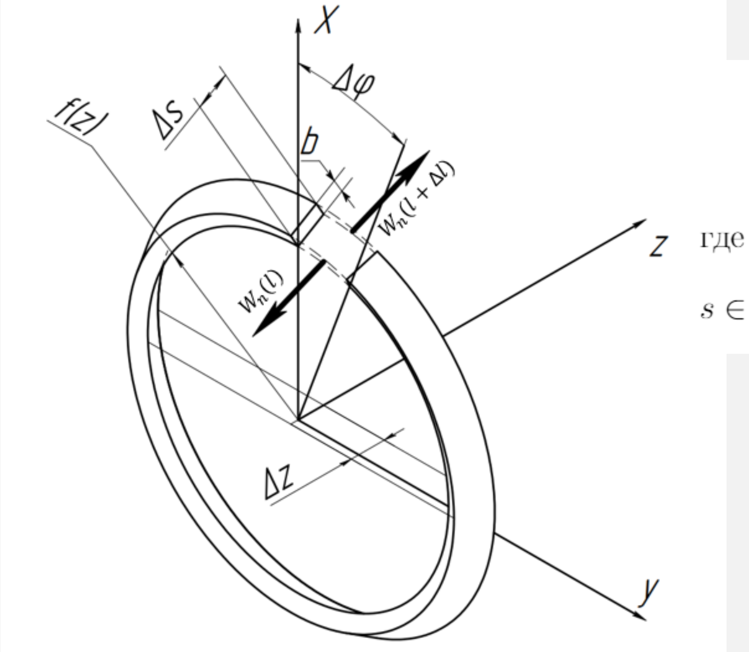
РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЕПЛА ОТ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ПОСТОЯННОЙ МОЩНОСТИ ПО ТОНКОСТЕННЫМ АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНЫМ ТЕЛАМ В УСЛОВИИ ОТСУТСТВИЯ ТЕПЛООБМЕНА С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

Петров Тимофей, Б17-102

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

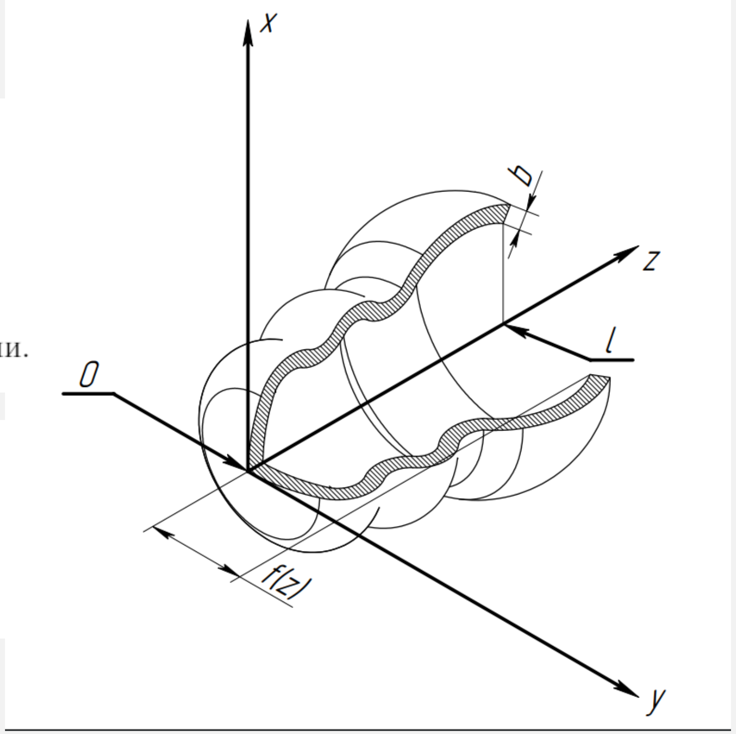


$$f(s)\frac{\partial U(s,t)}{\partial t} = \gamma\frac{\partial\left[f(s)\frac{\partial U(s,t)}{\partial s}\right]}{\partial s} + h\delta(s)$$

где $\gamma = \frac{\lambda}{\rho C_m}$, $h = \frac{P}{2\pi b\rho C_m}$ - входные параметры задачи,

$s \in (0;L)$,$L = \int_0^l \sqrt{1+f'(z)^2}dz$, $t \in (0;t_{max})$ - область определения задачи.

$$U(s,0) = 0; \quad \frac{\partial U(0,t)}{\partial s} = 0; \frac{\partial U(L,t)}{\partial s} = 0;$$



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ СФЕРЫ

$$s(z) = \frac{l}{2}\left(\pi - \arccos\left(\frac{2z}{l} - 1\right)\right);\, z \in (0; l)$$

$$f(s) = \frac{l}{2}\sin\left(2\,\frac{s}{l}\right)$$

$$\lambda_m = 4\,\frac{m\,(m+1)}{l}, m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$X_m = P_m(\cos\left(2\,\frac{s}{l}\right)), m = 0, 1, 2, \ldots$$

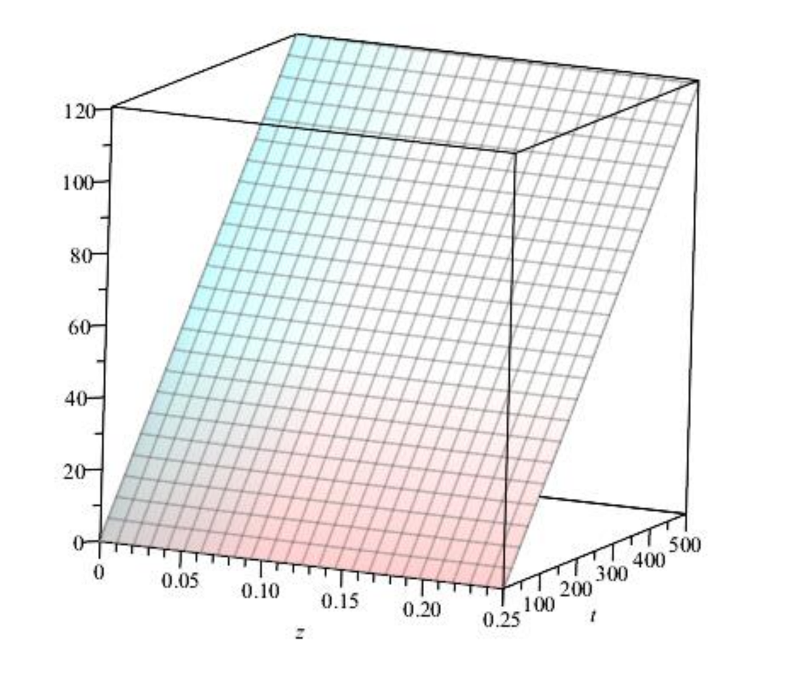
$$||X_m|| = \sqrt{\frac{lm}{2\,m+1}}, m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$U\,(z,t) = \frac{3\,ht}{l^2} + \sum_{m=1}^{\infty} -1/2\,\frac{h}{c^2m^2\,(m+1)}\left(\mathrm{e}^{-4\,\frac{c^2m(m+1)t}{l^2}}(2m+1) - 2\,m - 1\right)P_m(1 - \frac{2z}{l})$$

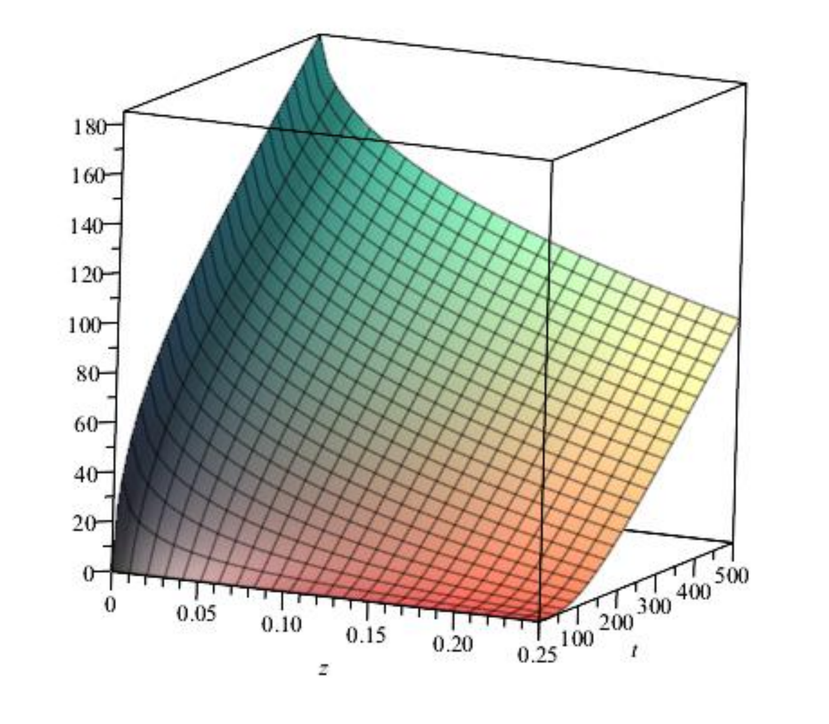
h-const

ГРАФИКИ РЕШЕНИЙ ДЛЯ СФЕРЫ

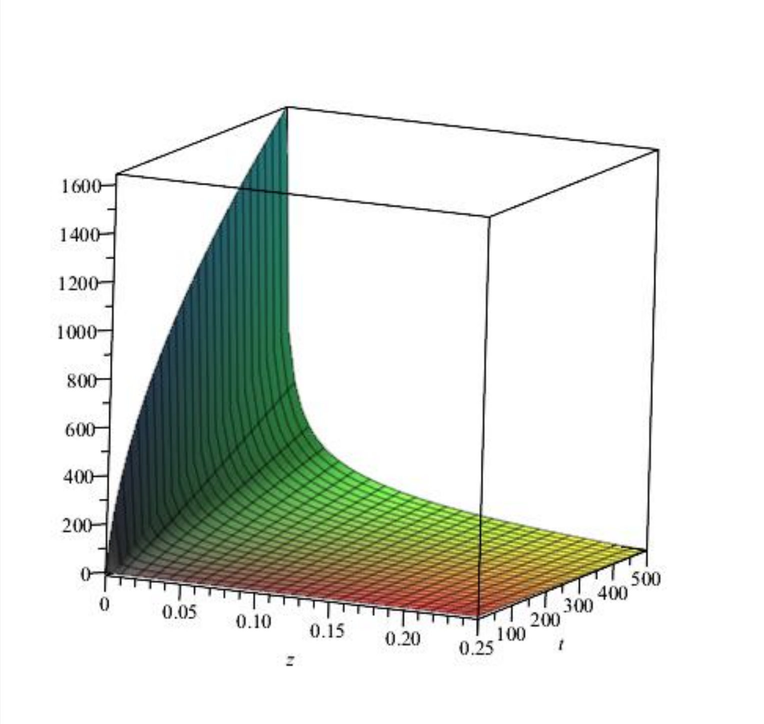
γ=0.01



γ=10-4



γ=10-6



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ КОНУСА

$$\begin{aligned} s(z) &= \sqrt{1+a^2}z \\ f(s) &= \frac{as}{\sqrt{a^2+1}} \end{aligned}$$

$$X_m = J_0(\sqrt{\lambda}s), m = 0, 1, 2, \ldots$$

$$\lambda_m = \frac{\mu_m}{l^2(a^2+1)}, m = 0, 1, 2, \ldots$$

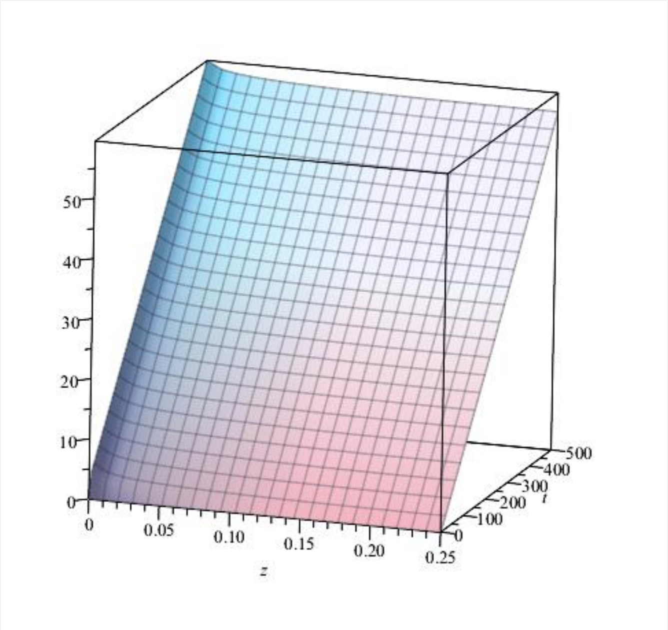
μ_m - m-ый корень функции Бесселя 1-ого порядка.

$$U\left(z,t\right) = \frac{ht}{a\sqrt{a^2+1}l^2} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a^2+1}h}{\left(J_0\left(\mu_n\right)\right)^2 {\mu_n}^2 c^2 a} \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{{\mu_n}^2 c^2 t}{l^2\left(a^2+1\right)}}\right) J_0(\sqrt{\mu_m}z)$$

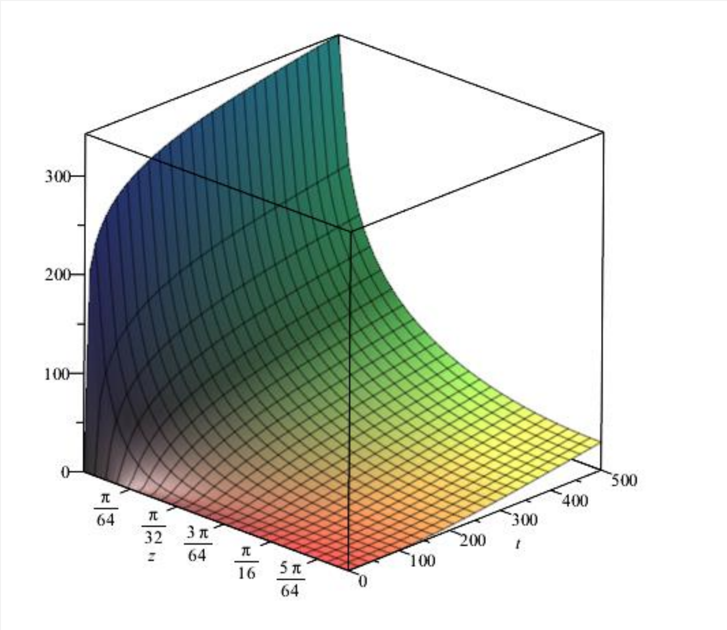
ГРАФИК РЕШЕНИЯ ДЛЯ КОНУСА

h-const

γ=10-2



γ=10-4



γ=10-6