

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

УДК 53.01

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ СТУДЕНТА
КЛАССИЧЕСКОЕ СЕЧЕНИЕ РЕКОМБИНАЦИИ ЧАСТИЦЫ В
КУЛОНОВСКОМ ПОТЕНЦИАЛЕ ПРИТЯЖЕНИЯ

Научный руководитель
к.ф.-м.н., доцент

_____ К. М. Белоцкий

Выполнил

_____ Д. С. Калашников

Москва 2019

Введение

В настоящей работе проводилось исследование сечения рекомбинации электронов в поле кулоновского потенциала притяжения ядра. Целью работы являлось определение пределов применимости формулы для сечения рекомбинации в классическом приближении (1), а также сравнение этих пределов с формулой для сечения рекомбинации в квантовом приближении(2).

$$\sigma_{cl} = (4\pi)^{\frac{2}{5}} \pi \frac{\alpha_y^2}{\mu^2} \frac{1}{v^{\frac{14}{5}}}, \quad (1)$$

$$\sigma_{qu} = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \frac{\alpha_y^3}{\mu^2} \frac{\ln(v^{-1})}{v^2}. \quad (2)$$

Работа была разбита на следующие задачи:

1. Ознакомиться со статьей [1], в которой было получено ограничение на начальную относительную скорость движения частиц, при котором применима классическая формула: $v \ll \alpha_y^{\frac{5}{2}}$.
2. Рассмотреть функциональную зависимость двух формул для сечения рекомбинации от начальной относительной скорости движения частиц в квазиклассическом пределе.
3. Ознакомиться с выводом классической формулы (1) полученным в статье [2] Елютиным. Вычленить условия, при котором такая формула применима.
4. Ознакомиться с выводом классической формулы (1) полученным в учебнике по Теории поля Ландау и Лифшица [3]. Вычленить условия, при которых этот вывод применим.
5. Дать оценку на пределы применимости формулы классического сечения рекомбинации.

1 Функциональная зависимость

Для рассмотрения функциональной зависимости сечений были построены графики зависимости σ_{cl} и σ_{qu} от начальной относительной скорости частиц при квазиклассических условиях: $v = \alpha \frac{5}{y}$.

Построение этого графика визуально показывает сильные различия в классической и квантовой формуле для сечения. При уменьшении скорости к нулю классическая формула растет в разы быстрее. Две формулы дают серьезные численные различия. Из-за этого возникает вопрос, какая формула должна быть использована в конкретном эксперименте, какие критерии применимости различных формул существуют.

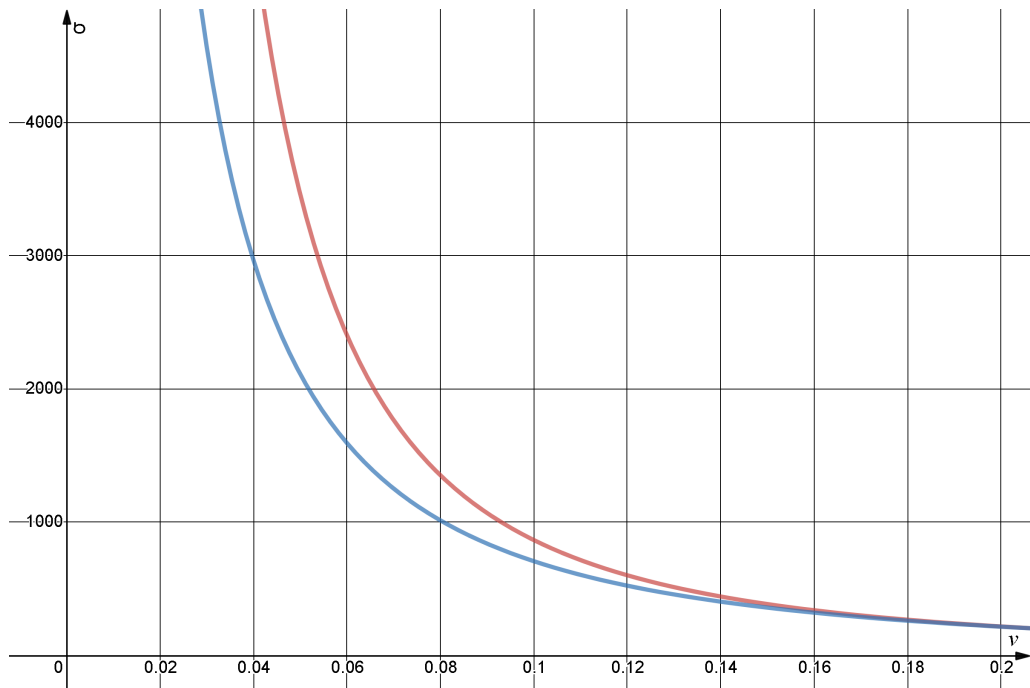


Рисунок 1 - - Функциональная зависимость сечений рекомбинации от начальной относительной скорости частиц: красный — классическое сечение, синий — квантовое сечение

2 Формула для классического сечения рекомбинации

2.1 Вывод классического сечения в статье Елютина

Чтобы определить пределы применимости классического сечения рекомбинации необходимо понимать физические приближения, использованные при его выводе. Первоначально был рассмотрен вывод классического сечения рекомбинации произведенный в работе [2].

В выводе активно используется понятие дипольного излучения: в данной модели условием падения является переход кинетической энергии налетающей частицы в дипольное излучение за время ее движения. Дипольное излучение было использовано в виде формулы Лармора (3):

$$I = \frac{2e^2}{3c^3}(\ddot{r})^2. \quad (3)$$

Это представление применимо при характерном размере системы много меньше длинны излучаемой волны и скорости много меньшей скорости света:

1. $a_0 \ll \lambda$,
2. $v \ll 1$.

Также при вычислении соответствующего потери энергии на излучение интеграла (4) было произведено пренебрежение изменением траектории частицы от параболической.

$$E_- = -\beta^2 \gamma \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dt}{r^4(t)}. \quad (4)$$

Условие на скорость выполняется как для классического, так и для квантового сечения рекомбинации, скорость налета частиц много меньше скорости света. По этому условию классическая формула сечения рекомбинации будет применима тогда же, что и формула для квантового приближения. Из данных выкладок можно сделать вывод: применимость классической формулы (1) будет зависеть от характерного размера системы зарядов, а также от длинны волны излучаемого света.

2.2 Оценка характерного размера системы

Чтобы рассмотреть первое условие, определим характерный размер системы. Будем рассматривать нашу систему как диполь, тогда ее характерный размер a_0 - расстояние между частицами l , когда поле притяжения оказывает влияние на частицу соизмеримое с кинетической энергией $E_k \sim \frac{\alpha y}{r}$. Из закона сохранения энергии и этого соотношения получаем оценку для размера системы:

$$a_0 = \frac{4\alpha}{mv^2}. \quad (5)$$

Данный характерный размер системы должен быть меньше, чем длина волны излученного света.

2.3 Вывод классической формулы в теории поля Ландау

Классическую формулу (1) также можно получить исходя из рассуждений, представленных в [3]. Для проверки представленных выше выкладок, мы проведем оценку условий применимости этих рассуждений.

Рассматривается поле системы зарядов на далеких расстояниях от самой системы. Далее на далеких расстояниях от системы, поле считают плоской волной, где размеры системы и длина излучаемой волны много меньше расстояния до поля - то есть измерение проводится в волновой зоне. В этом приближении находят вектор Пойнтинга в плоской волне $\mathbf{S} = c\frac{H^2}{4\pi}\mathbf{n}$. Интенсивность излучения dI в элемент телесного угла do определяется как количество энергии проходящей через элемент шаровой поверхности $df = R_0^2$ с центром в начале координат и радиуса R_0 . То есть интенсивность:

$$dI = c\frac{H^2}{4\pi}R_0^2do. \quad (6)$$

Далее в полученную формулу подставляем поле и векторный потенциал нашей системы зарядов, проинтегрируем по телесному углу:

$$I = \frac{2}{3c^3}\ddot{d}^2. \quad (7)$$

Ограничения на эти выкладки такие же, как в статье [2]. Характерный размер системы меньше длины волны, скорость меньше скорости света. Также присут-

стствует условие на измерение поля в волновой зоне, которому в данной работе применения найдено не было.

3 Заключение

Исходя из полученных результатов, можно утверждать, что классическое сечение рекомбинации может быть применено только в узких пределах: относительная начальная скорость частиц соответствует условию:

$$\frac{4\alpha}{mv^2} \ll \lambda. \quad (8)$$

В дальнейшем планируется выполнить следующие работы: провести применимость вывода для квантовой формулы, получить численную оценку при определенных параметрах для применимости классической формулы

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Belotsky K. M., Esipova E. A., Kirillov A. A.* On the classical description of the recombination of dark matter particles with a Coulomb-like interaction // *Phys. Lett.* — 2016. — Vol. B761. — P. 81–86.
2. *Елютин П. В.* Классическое сечение рекомбинации // *Теоретическая и математическая физика.* — Москва, 1978. — т. 34, — с. 180–184.
3. *Ландау Л., Лифшиц Е.* Теория поля. — М. : Физматлит, 2012.