

# ИЗУЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКАЛЯРНЫХ ПОЛЕЙ В ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

## ОТЧЁТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

Студент: Юшин В. О.

Руководитель: Рубин С. Г.

26 декабря, 2022 г.

# Постановка задачи и основные формулы (1)

Для  $D$ -мерного пространства можно записать действие скалярного поля; вариация действия приводит к классическим уравнениям, из которых получаются структуры, они должны быть устойчивы.

Задача состоит в исследовании на устойчивость скалярного поля  $w$  в  $D$ -мерном пространстве [ $D = 4 + n$ ]. Она сводится к исследованию на устойчивость решений уравнения Клейна-Гордона:

$$\square w = -W'_w(w), \quad W(w) = \frac{1}{2}m^2 w^2, \quad \square \equiv \square_D. \quad (1)$$

Метрика  $D$ -мерного пространства:

$$ds^2 = dt^2 - e^{2Ht} \delta_{ij} dx^i dx^j - du^2 - r^2(u) d\Omega_{n-1}^2, \quad i, j = \overline{1, 3} \quad (2)$$

## Постановка задачи и основные формулы (2)

Функция  $r(u)$  известна, она была вычислена ранее, является решением стационарной системы; её вид представлен на рисунке ниже.

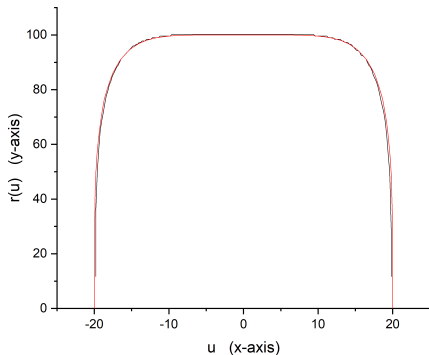


График  $r(u)$ .

Функция фита:

$$|x/a|^k + |y/b|^l = 1,$$

при  $a = 20$ ,  $b = 100$ ,  
 $k = 6$ ,  $l = 4$ .

## Переход к уравнению Шрёдингера (1)

Можем свести уравнение  $\square w = -W'_w(w)$  для функции  $w(t, u)$  к виду

$$\partial_t^2 w + 3H\partial_t w - \partial_u^2 w - \frac{n-1}{r}\partial_u r \cdot \partial_u w = -W'_w(w). \quad (3)$$

Рассматриваем функцию  $w(t, u)$  в виде:

$$w(t, u) = w_s(u) + \delta w(t, u). \quad (4)$$

Для исследования устойчивости решений представим малые отклонения в следующем виде:

$$\delta w = C(u)e^{i\lambda t}. \quad (5)$$

## Переход к уравнению Шрёдингера (2)

В процессе преобразований необходимо сделать замены

$$C(u) = Q(u) \cdot \Psi(u), \quad Q(u) = r(u)^{(1-n)/2}, \quad (6)$$

которые приведут наше выражение к виду, аналогичному уравнению Шрёдингера:

$$\Psi'' - \Psi(-E + V) = 0, \quad (7)$$

при

$$E = \lambda^2, \quad V = W_w'' - \frac{Q''}{Q} - (n-1) \frac{r'}{r} \frac{Q'}{Q}. \quad (8)$$

В выражение (8) для  $V$  выходит слагаемое  $W_w'' = m^2$ , эта величина влияет только на высоту графиков.

## Переход к уравнению Шрёдингера (3)

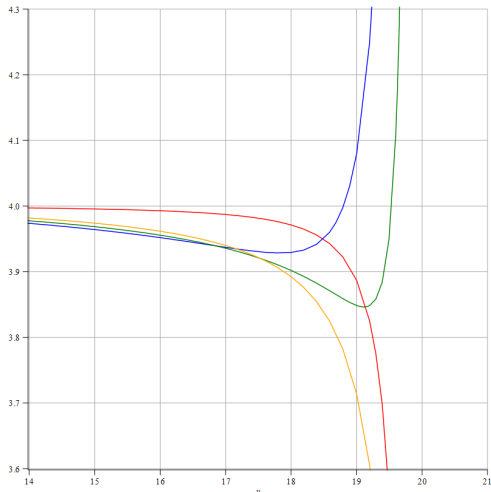


График  $V(u)$  вблизи  $u = 20$ . Красная линия при  $n = 2$ , оранжевая линия при  $n = 8$ , зелёная линия при  $n = 10$ , синяя линия при  $n = 12$ . Выбрано  $m = 2$ , определяет уровень графиков как  $m^2$ .

# Анализ потенциала для $n \geq 10$ (1)

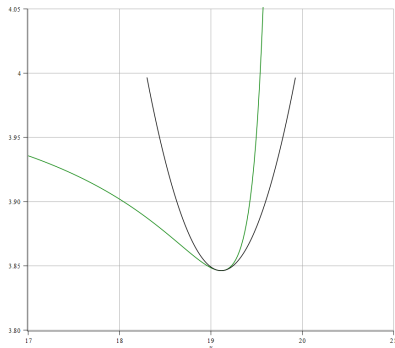
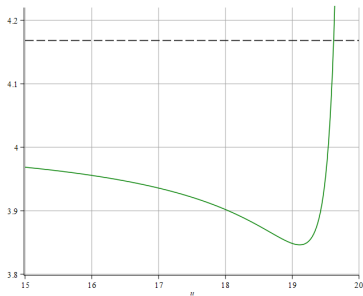


График  $V(u)$  при  $n = 10$  и  $m = 2$  обозначен зелёной линией, чёрная линия – парабола  $V_p(u)$ , своей вершиной совпадающая с минимумом  $V(u)$ .

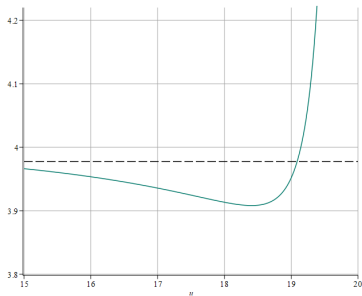
Парабола задаётся уравнением

$$V_p(u) = p \cdot (u - c)^2 + d .$$

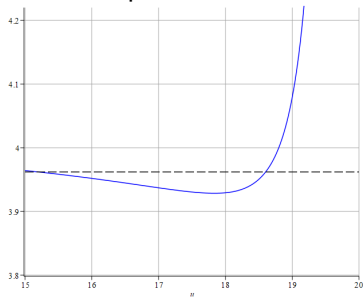
Из соответствия уравнения Шрёдингера для осциллятора и (7) находится  $E_{min} = p\sqrt{2} + d$ .



при  $n = 10$



при  $n = 11$



при  $n = 12$

Графики  $V(u)$  при  $n = 10$  (зелёная линия),  $n = 11$  (голубая),  $n = 12$  (синяя) и соответствующие  $E_{min}$  (обозначены черным штрихом). Всюду  $m = 2$ .



## Анализ потенциала для $n \geq 10$ (3)

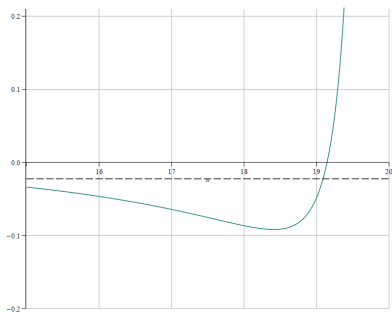


График  $V(u)$  при  $n = 11$  и  $m = 0$  с соответствующим  $E_{min}$ .

Рассматривая  $n > 10$  при  $m = 0$  получаются отрицательные значения энергии, следовательно, такие состояния не будут устойчивыми.

# Анализ потенциала для $1 < n < 10$ (1)

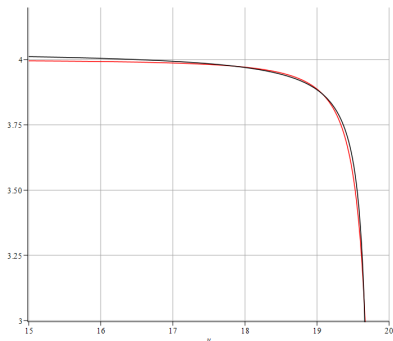


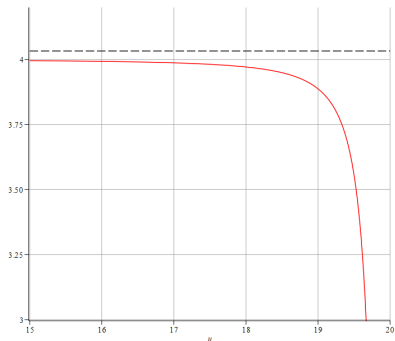
График  $V(u)$  при  $n = 2$  и  $m = 2$  – красная линия, соответствующая аппроксимации  $V_c(u)$  обозначена черной линией.

Кулоновский потенциал задаётся выражением

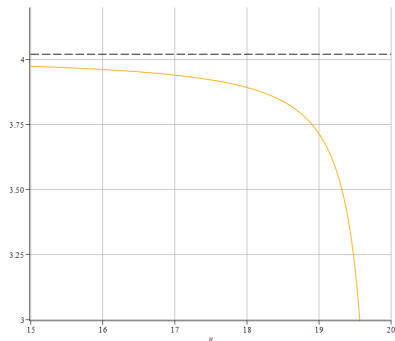
$$V_c(u) = \frac{\alpha}{u - f} + g.$$

Из соответствия уравнения Шрёдингера для кулоновского потенциала и (7) находится  $E_{min} = -\frac{1}{4}\alpha^2 + g$ .

# Анализ потенциала для $1 < n < 10$ (2)



при  $n = 2$



при  $n = 8$

Графики  $V(u)$  при  $n = 2$  (красная линия),  $n = 8$  (оранжевая) и соответствующие  $E_{min}$  (обозначены черным штрихом);  $m = 2$ .

- Был выполнен анализ потенциала при различных  $n$  с помощью известных решений уравнения Шрёдингера. Результаты, полученные при подобном анализе, указывают на устойчивость решений, за исключением некоторой области параметров, где решения неустойчивы.
- В дальнейшем можно численно найти стационарные уровни энергии [не только минимальные] для различных  $n$ .