

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ» (НИЯУ МИФИ)

ОТЧЕТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**ЭФФЕКТЫ ДОМИНАНТНОСТИ ПЕРВИЧНЫХ  
ЧЕРНЫХ ДЫР, ИСПАРЯЮЩИХСЯ В ОЧЕНЬ  
РАННЕЙ ВЕЛЕННОЙ**

Научный руководитель  
д.ф. - м.н., проф.

\_\_\_\_\_ М. Ю. Хлопов

Студент \_\_\_\_\_ Д. Е. Полянский

Москва 2022

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
<b>2 Образование ПЧД</b>	<b>3</b>
2.1 Прямое образование ПЧД . . . . .	3
2.2 Образование ПЧД от столкновений пузырей вакуума в фазовых переходах первого рода. . . . .	5
<b>3 Испарение ПЧД</b>	<b>6</b>
<b>4 Доминирование ПЧД, оценка времени начала и окончания стадии доминирования</b>	<b>7</b>
<b>5 Заключение</b>	<b>8</b>
<b>Список литературы</b>	<b>9</b>

# 1. ВВЕДЕНИЕ

Чёрная дыра(ЧД) - объект с массой  $M$ , помещённый внутрь гравитационного радиуса (или радиуса Швartzшильда):

$$r_g = \frac{2GM}{c^2}. \quad (1)$$

На условной поверхности невращающейся, сферически-симметричной ЧД (сфере радиуса  $r_g$ ) вторая космическая скорость равняется скорости света. Из этого факта следует, что ЧД сами по себе не наблюдаемы.

В современной Вселенной ЧД рассматриваются как конечная стадия эволюции звёзд с массами более трёх солнечных. Это накладывает нижнее ограничение на массу ЧД. Однако Я.Б. Зельдович и И.Д. Новиков предположили существование ЧД, образовавшихся в результате неоднородности ранней Вселенной. Такие чёрные дыры называются первичными(ПЧД). Они могут иметь любую массу, превышающую планковскую.

Существует несколько механизмов создания сильной неоднородности и образования ПЧД. Они будут рассмотрены ниже.

## 2. ОБРАЗОВАНИЕ ПЧД

Вероятность образования первичной чёрной дыры в однородно расширяющейся Вселенной крайне мала, так как предполагает флюктуации метрики порядка 1. Рассмотрим уравнение состояния Вселенной как линейную зависимость давления среды от плотности энергии:

$$p = \gamma \varepsilon, \quad (2)$$

где численный параметр

$$0 < \gamma < 1.$$

Тогда вероятность образования ЧД из флюктуации с амплитудой  $\delta$  равна [1, 2]

$$W_{\text{ПЧД}} \approx \exp \left( -\frac{\gamma^2 \delta^2}{2 \langle \delta^2 \rangle} \right), \quad (3)$$

где  $\langle \delta^2 \rangle \ll 1$  - дисперсия. Можно увидеть, что спектр ПЧД экспоненциально чувствителен к амплитуде возмущений и к параметру уравнения состояния.

### 2.1. ПРЯМОЕ ОБРАЗОВАНИЕ ПЧД

Рассмотрим условия, при которых флюктуации плотности порядка 1 на пылевой стадии создают настолько однородные и изотропные конфигурации массы  $M$ , что они

сжимаются под свой гравитационный радиус, образуя ПЧД.

В момент начала сжатия, конфигурация определяется следующими параметрами:

- $r_1$  - размер конфигурации;
- $\rho$  - средняя плотность;
- $s = \max\{|\gamma_1 - \gamma_2|; |\gamma_1 - \gamma_3|; |\gamma_2 - \gamma_3|\}$  - отклонение от сферичности,  
 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  - параметры, определяющие конфигурацию вдоль трёх главных ортогональных осей;
- $u \sim \frac{\delta\rho_1}{\rho_1}$  - неоднородность плотности распределения внутри конфигурации.

Сравнение средней плотности чёрной дыры:

$$\rho_{\text{ЧД}} \sim \frac{M}{r_g^3} \sim \frac{\rho_1}{x^3} \quad (4)$$

и максимальной плотности конфигурации:

$$\rho_{\text{max}} \sim \frac{\rho_1}{s^3} \quad (5)$$

приводит к тому, что конфигурация должна быть сферически симметричной:

$$s \leq x \ll 1, \quad (6)$$

где

$$x = \frac{r_g}{r_1}.$$

Сжатие конфигурации с условием (6) описывается решением Толмена. Его анализ даёт ограничение на неоднородность  $u$ :

$$u \leq x^{\frac{3}{2}}. \quad (7)$$

Условия (6) и (7) являются достаточными, для образования ПЧД. Тогда вероятность образовать ПЧД будет определяться как произведение вероятности достаточной начальной сферичности:

$$W_s \sim x^5$$

и вероятности достаточной начальной однородности:

$$W_u \sim u \sim x^{\frac{3}{2}}.$$

В итоге [3]:

$$W_{\text{ПЧД}} \geq W_s \cdot W_u \sim x^{\frac{13}{2}} \quad (8)$$

мы получили вероятность образования ПЧД, которая определяет долю вещества, поглощённую ЧД массой М на пылевой стадии.

Данный механизм эффективен для флюктуаций, которые достигли порядка 1 за время пылевой стадии.

## 2.2. ОБРАЗОВАНИЕ ПЧД ОТ СТОЛКНОВЕНИЙ ПУЗЫРЕЙ ВАКУУМА В ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДАХ ПЕРВОГО РОДА.

Во время фазового перехода первого рода, столкновение стенок двух пузырей может приводить к образованию ПЧД. Самое простое описание данного процесса предполагает скалярное поле с двумя невырожденными состояниями вакуума. Истинный вакуум - состояние с меньшей энергией, ложный вакуум - состояние с большей энергией.

Ложный вакуум, благодаря квантовым эффектам, может распасться. Образуется пузырь истинного вакуума и дополнительная энергия, которая переходит в кинетическую энергию стенок пузыря [4].

Формирование мешка ложного вакуума показано на рисунке 1.

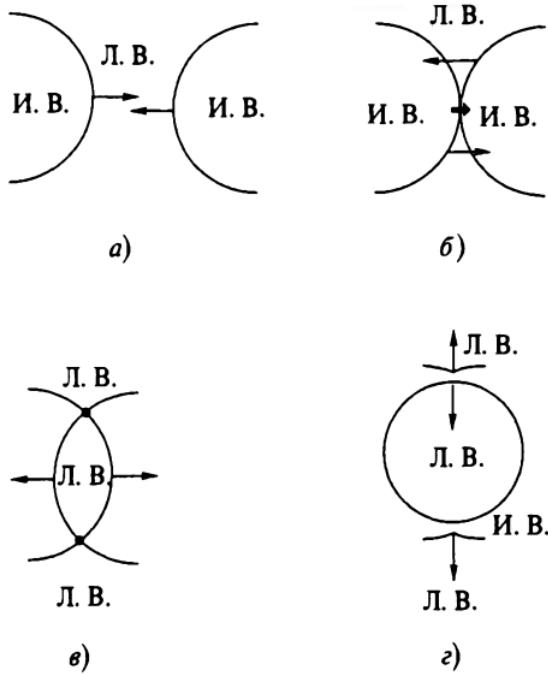


Рис. 1: Схематический процесс образования мешка ложного вакуума

Изначально появляются расширяющиеся пузыри истинного вакуума (а), затем происходит столкновение (б), во время которого стенки отражаются (в), образуя мешок лож-

ногого вакуума (г). Кинетическая энергия стенок преобразуется обратно в энергию ложного вакуума. Мешок может начать осциллировать, изменяя свой размер в диапазоне:  $D \in [D_{\min}; D_{\max}]$ . Условие  $D_{\min} < r_g$  приводит к образованию ПЧД.

Взяв радиус обоих пузырей  $b'$  во время столкновения (б), можно оценить максимальный размер

$$D_{\max} \approx 2b', \quad (9)$$

и выразить массу образованного мешка

$$M = \frac{4\pi}{3}(b')^3 \rho_V. \quad (10)$$

$\rho_V$  - разница энегрий истинного и ложного вакуума в единице объёма.

Рассмотрим модель с лагранжианом [5]

$$L = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{\lambda}{8}(\Phi^2 - \Phi_0^2)^2 + \varepsilon \Phi_0^3(\Phi + \Phi_0), \quad (11)$$

и оценим

$$\Delta \sim D_{\min} < r_g < 2GM. \quad (12)$$

$c = 1, \Delta$  - толщина стенки.

Из (10),(11),(12) можно получить ограничение на массу мешка и параметра лагранжиана  $\lambda$  для возможности образования ПЧД в фазовом переходе первого рода

$$M > (\sqrt{\lambda} G \Phi_0)^{-1} \quad (13)$$

$$\lambda > \left( \frac{\Phi_0}{m_{\text{Pl}}} \right)^2. \quad (14)$$

### 3. ИСПАРЕНИЕ ПЧД

Испарение чёрных дыр было предсказано Стивеном Хокингом. Этот механизм является важной частью изучения ЧД в ранней вселенной. Он обусловлен излучением частиц с поверхности ЧД за счёт квантовых эффектов. Если принять ЧД за чёрное тело, то можно оценить её температуру ( $\hbar = c = 1$ ) [4]

$$T_{\text{ПЧД}} = \frac{1}{4\pi r_g} = \frac{m_{\text{Pl}}^2}{8\pi M}. \quad (15)$$

По закону Стефана-Больцмана, светимость ЧД:

$$\frac{dE}{dt} \sim T^4 r_g^2 \sim \frac{m_{\text{Pl}}^4}{M^2}. \quad (16)$$

Приравнивая потери энергии и массы, получаем время испарения ЧД (время полной потери массы  $M$ )

$$t_e \sim \left( \frac{M}{m_{\text{Pl}}} \right)^3 t_{\text{Pl}}. \quad (17)$$

Благодаря (17) получаем, что для ЧД, образованных в результате коллапса звезд ( $M \sim 10^{33}$  г), время испарения больше возраста вселенной. А ПЧД с массами  $M \leq 10^{14}$  г, образованные на раннем этапе развития Вселенной, должны были уже испариться.

Стоит заметить, что при испарении ПЧД могут рождаться все типы частиц с массами

$$m < T_{\text{ПЧД}}. \quad (18)$$

## 4. ДОМИНИРОВАНИЕ ПЧД, ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ НАЧАЛА И ОКОНЧАНИЯ СТАДИИ ДОМИНИРОВАНИЯ

В 2.2 описывается процесс образования ПЧД в фазовых переходах первого рода. Масса таких ПЧД

$$M = \gamma_1 M_n$$

$M_n$  - масса пузыря в момент столкновения,  $\gamma_1 < 10^{-2}$ .

Если размер пузырей сравним с эффективным хаббловским радиусом, в котором в конце инфляции сосредоточена масса  $M_{\text{end}}$ , то

$$M = \gamma_1 M_{\text{end}}. \quad (19)$$

Можно переписать в виде [3]:

$$M = \frac{\gamma_1}{2} \frac{m_{\text{Pl}}^2}{H_{\text{end}}}. \quad (20)$$

На РД-стадии относительный вклад  $\beta_0$  ПЧД в полную космологическую плотность растёт как масштабный фактор, значит, на момент

$$t_1 \approx (\beta_0^2 H_{\text{end}})^{-1} \quad (21)$$

более половины всей плотности приходится на ПЧД. Т.е  $t_1$  - время начала стадии доминирования ПЧД. Она продлиться вплоть до момента (17) их полного испарения.

$$\beta_0 = \gamma_1 e^{-1} \quad (22)$$

Произвёдем оценку на время испарения и массу при условии того, что 1% от энергии пузыря пошёл на образование ПЧД ( $\gamma_1 = 0.01$ ). Взяв  $H_{\text{end}} \approx 4 \cdot 10^{-6} m_{\text{Pl}}$ , и используя (20) (22), получаем:

$$M \approx 0.4 \text{ г.} \quad (23)$$

Теперь по (17) оценим момент окончания доминирования ПЧД:

$$t_e \approx 10^{-28} \text{ с.} \quad (24)$$

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе представлены теоретические выкладки об образовании и испарении первичных чёрных дыр. Рассмотрены механизмы и оценки вероятности образования для ПЧД в однородно расширяющейся Вселенной, на пылевой стадии, при фазовых переходах первого рода. Изучен механизм испарения, оценены время начала и окончания стадии доминирования ПЧД.

В дальнейшем планируется точнее определить условия доминирования, подробнее изучить математическую модель ПЧД.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] S.V. Ketov and M.Y. Khlopov, *Cosmological Probes of Supersymmetric Field Theory Models at Superhigh Energy Scales*, *Symmetry* **11** (2019) 511.
- [2] K.M. Belotsky, A.E. Dmitriev, E.A. Esipova, V.A. Gani, A.V. Grobov, M.Y. Khlopov et al., *Signatures of primordial black hole dark matter*, *Modern Physics Letters A* **29** (2014) 1440005.
- [3] M. Khlopov, *What comes after the Standard Model?*, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **116** (2021) 103824.
- [4] М.Ю.Хлопов, *Основы космомикрофизики*, ЕДИТОРИАЛ УРСС (2004).
- [5] M.Y. Khlopov, *Primordial black holes*, *Research in Astronomy and Astrophysics* **10** (2010) 495.