

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 53.05, 53.07

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ И ЭВОЛЮЦИИ
ДВОЙНЫХ ПЧД В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ

Студент _____ Г. И. Воробьев

Научный руководитель,
к.ф.-м.н. _____ К. Б. Белоцкий

Научный консультант _____ В. Д. Стасенко

Москва 2023

Содержание

Введение	2
1 Обобщение моделей ПЧД	3
1.1 Механизмы образования	4
1.1.1 Флуктуации плотности	5
1.1.2 Фазовые переходы первого и второго рода	7
1.1.3 Другие теории	7
1.2 Ограничения для монохроматического распределения масс ПЧД	9
1.3 Скопления ПЧД. Модели формирования и эволюция.	10
1.3.1 Кластеризация и распределение по массам	10
1.3.2 Гравитационно-волновое испарение пар ПЧД	11
2 N-body моделирование	12
2.1 Методы N-body моделирования	12
2.2 Программная реализация динамики скоплений ПЧД	13
2.2.1 Генерация данных	14
2.3 Методы оптимизации вычислений	15
2.4 Сложность интерпретации результатов	16
3 Моделирование скоплений ПЧД и исследование их эволюции	17
3.1 Вычисление параметров системы: ПЧД кластер - сверхмассивная ЧД	17
3.2 Взаимодействие скоплений с другими объектами	18
4 Заключение	19
Список использованных источников	20

Введение

Почти 8 лет прошло с первого прямого детектирования *гравитационных волн* (ГВ) и чуть больше 5-ти лет с момента присуждения Нобелевской премии за это открытие [1]. В результате, использование интерферометров для исследования ГВ, создало новую область экспериментальной космологии — гравитационно-волновую астрономию. И даже самый первый зарегистрированный сигнал создал большой простор для самого разного рода дискуссий. В частности, массы чёрных дыр (ЧД) породившие этот сигнал оцениваются порядком $30 M_{\odot}$ [2], что наводит на очевидные вопросы о природе таких объектов (см. [3] и источники в этой работе). Одним из возможных объяснений является первичная природа ЧД. Механизмы образования таких *первичных чёрных дыр* (ПЧД) подробнее разобраны в разделе 1. Повышенная космологическая плотность энергии в ранние времена является весьма характерной для большинства таких моделей, что дает грубую связь между массой ПЧД и массой горизонта при формировании (см. [4]):

$$t \approx \frac{GM}{c^3} \approx \frac{30M_{\odot}}{10^{-33}M_{\odot} \cdot 10^{38}s} \approx 10^{-4}s \quad (1)$$

Таким образом ПЧД таких масс должны формироваться на радиационно-доминированной (РД) стадии. В работах [5; 6] показано, как рассматривая эволюцию двойных ПЧД в ранней вселенной можно оценить их вклад в темп слияний наблюдаемый гравитационно-волновыми интерферометрами коллабораций LIGO, Virgo, kaGra ($2 - 53 \text{ Гпк}^{-3} \text{ год}^{-1}$, см. [7])

В данной работе мы проведём аналогичную работу, как в [5; 6], для ПЧД окружённых скоплениями более мелких ЧД, а также затронем вопросы существования таких систем в ранней вселенной, чёрных дыр первичной природы (ПЧД) в целом и *N-body* моделирования.

1 Обобщение моделей ПЧД

ПЧД гипотетические объекты по свойствам схожие с чёрными дырами (ЧД) которые предположительно могли образовываться в ранней Вселенной. Их существование может пролить свет на такие явления как:

1. Сверхмассивные черные дыры ($10^6 - 10^{10} M_{\odot}$) в центрах галактических ядер. Происхождение таких объектов можно объяснять накопительным эффектом за счёт долгой эволюции галактики. Однако такие объекты обнаружены и на больших красных смещениях $z > 6$, что объяснить гораздо сложнее.
2. Сливающиеся двойные черные дыры. Гравитационно-связанная пара ЧД, которые в силу излучения гравитационных волн (ГВ) постепенно сближаются, в конечном итоге образовывая новую ЧД большей массы. Такие события с 2014 года стали регистрировать с помощью гравитационно-волновых интерферометров коллабораций LIGO/Virgo. **ВАЖНО!** Восстанавливая происхождение этих волн можно вычислить параметры исходной пары ЧД. В некоторых обнаруженных событиях параметры исходных объектов указывают на их первичное происхождение [5].
3. Реионизация Вселенной может быть связана с излучением от маломассивных ПЧД с нейтральным газом или в результате аккреции вещества на массивные ПЧД.
4. Формирование структур при больших красных смещениях $z > 10$ может быть связано с влиянием ПЧД в ранней вселенной.
5. Скрытая масса. Если ПЧД существуют, то они вносят измеримый вклад в скрытую массу Вселенной.

Другими словами, в ранней вселенной должны быть особые неоднородности материи, приводящие к образованию массивных объектов, влияющих на звёздообразование и анизотропию вещества в целом.

После обнаружения реликтового излучения с температурой 2.7К [8] модель холодной вселенной была опровергнута. Одним из её сторонников

был Я.Б.Зельдович. Ему и многим учёным была предложена новая модель согласующаяся с этим экспериментом — *модель горячей вселенной* [9]. В связи с этим Я.Б.Зельдович и И.Д.Новиков пересмотрели концепцию ПЧД и аналитически доказали, что если такие объекты существуют, то аккреция вещества вокруг них должна вызывать сильное излучение [10]. Дальнейшее развитие исследования возможности существования ПЧД, в частности Хокингом, Каром, выявило связь их образования с условиями сильных неоднородностей в очень ранней Вселенной.

В контексте современного описания космологии основанной на инфляционной космологической модели с бариосинтезом и скрытой массой изучение ПЧД начинает приобретать всю большую актуальность. Развивающаяся гравитационно-волновая астрономия и поиски явлений гравитационного линзирования существенно расширяют экспериментальные возможности обнаружения ПЧД или подтверждения их отсутствия.

1.1 Механизмы образования

Как отмечалось ранее, область космологии изучающая ПЧД невероятно обширна. Связано это во-первых с тем, что ранее лишь по косвенным указаниям восстановленной по сигналу рентгеновскому массы объекта и отсутствие излучения в других диапазонах объекты классифицировались, как ЧД. Во-вторых происхождение этих объектов можно объяснять самыми разными способами и на данный момент в большинстве случаев нельзя с достаточной уверенностью отбросить хотя бы часть теорий.

В связи с прорывом технологий гравитационно-волновой астрономии чувствительность интерферометров к гравитационным волнам сильно возросла, позволяя статистически достоверно утверждать обнаружение гравитационных волн и исследовать свойства их источников (что решило первый отмеченный ранее аспект). В 2014 году коллаборацией LIGO был зафиксирован гравитационно-волновой сигнал GW150914 соответствующий слиянию ЧД 10-ков солнечных масс с достоверностью в 5σ . Как отмечалось ранее в работах [3; 5; 6] приведены гипотезы объясняющие природу таких объектов. Одной из таких гипотез является первичное происхождение в ранней вселенной. Что сильно повысило интерес к теме ПЧД в последнее время.

В последующих главах этого раздела (1.1.1–1.1.3) рассматриваются космологические модели в качестве примера многообразия объяснений природы ПЧД.

1.1.1 Флуктуации плотности

В основе этой модели рассматриваются квантовые флуктуации плотности происшедшие в ранней Вселенной (преимущественно рассматривается эпоха космологической инфляции). Экспериментально при изучении анизотропии реликтового излучения были обнаружены флуктуации $\delta\rho/\rho \approx 10^{-5}$. Однако для ПЧД нужны флуктуации на 5 порядков больше. Некоторые гибридные модели инфляции за счёт изменения скалярного поля инфлатона получают такие неоднородности (примеры таких работ [11; 12]). Ниже приведены графики зависимости радиуса Хаббла от масштабного фактора (Рис. 1.1 и 1.2). На них можно явно увидеть, как флуктуации «попадают за горизонт» и «возвращаются».

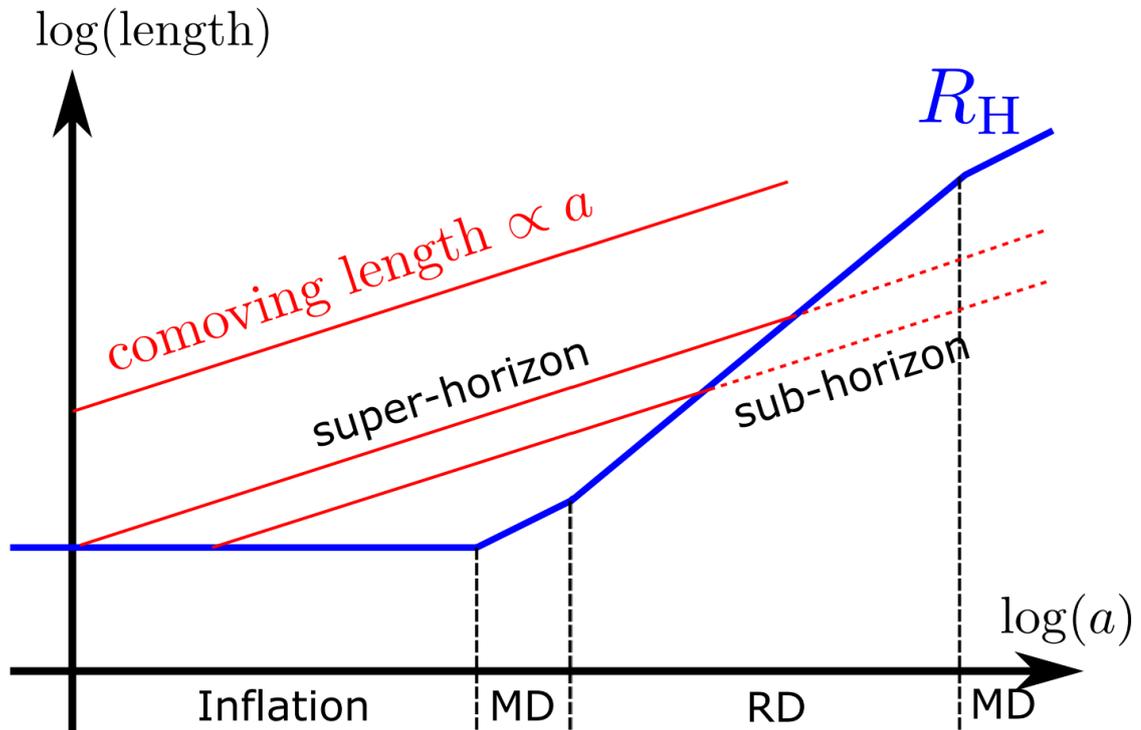


Рисунок 1.1 – Грубый набросок эволюции, включающий раннюю MD стадию и рехитинг, фоновой вселенной и возмущений на ней. Когда R_H меньше масштабов горизонта – возмущения достигают масштабов горизонта, а их амплитуда (определяемая, как неоднородность пространственного объема) сохраняется на этих масштабах (возмущения «замораживаются»). Когда R_H больше – флуктуации начинают расти.

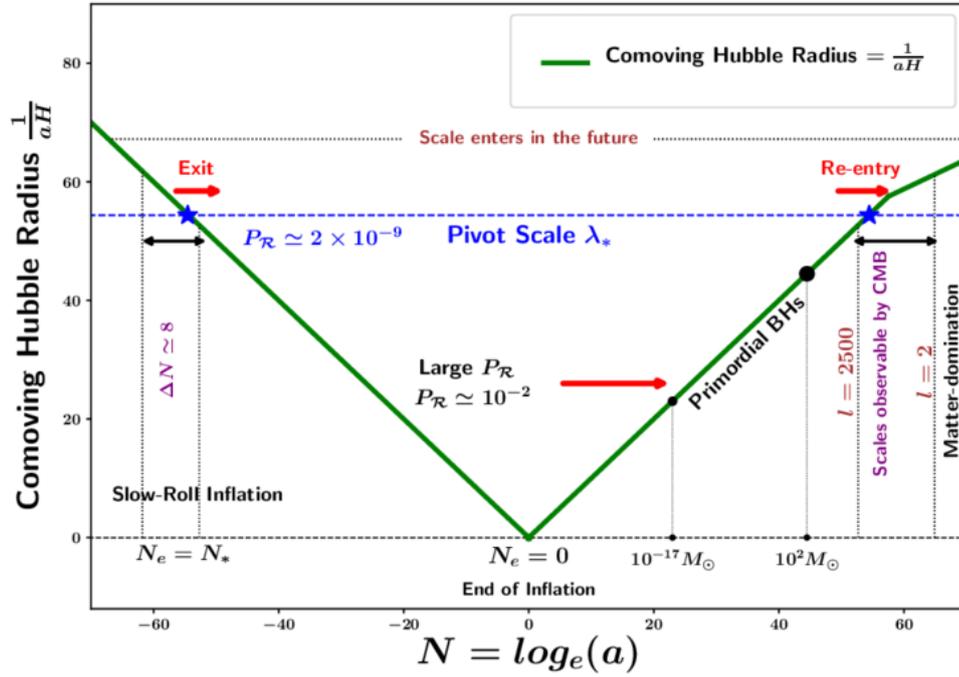


Рисунок 1.2 – Сопутствующий радиус Хаббла изображен как функция масштабного фактора, начиная с квази-де-Ситтеровской инфляции до эпохи доминирования материи (при условии мгновенного повторного нагрева в конце инфляции). На рисунке показаны различные сопутствующие длины волн, покидающие радиус Хаббла во время инфляции и возвращающиеся позже, в эпохи преобладания излучения и материи. Шкала поворота показана пунктирной линией синего цвета и звездочками. Этот рисунок иллюстрирует тот факт, что только небольшая часть инфляционной эпохи, $\Delta N \approx 7.5$ (показана вертикальными пунктирными линиями вокруг оси вращения), доступна для наблюдений реликтового излучения. ПЧД формируются в гораздо меньших масштабах.

1.1.2 Фазовые переходы первого и второго рода

В этих моделях рассматриваются в ранней Вселенной скалярные поля, имеющие так называемый «ложный вакуум». Это локальный минимум скалярного поля, при этом отличный от глобального. Как предсказывает квантовая механика — для частиц имеющих такую конфигурацию поля характерен процесс туннелирования (вероятностного перехода частицы из состояния ложного вакуума в состояние истинного или глобального). При этом такой переход может быть как скачкообразный, так и плавный — так возникает различие в между фазовыми переходами первого и второго рода. В результате, в нашей вселенной будут образовываться области с ложным вакуумом и истинным, имеющие характерные границы между друг другом (стенки пузыря или доменные стенки). Поскольку вселенная стремится в состояние истинного вакуума, как более энерго-выгодное, то зоны истинного вакуума будут расти, вытесняя зоны ложного вакуума. Как показано на рисунке 1.4, при фазовом переходе первого рода в результате эволюции таких областей могут образоваться остаточные пузыри ложного вакуума внутри истинного, которые из-за колебания своих размеров могут образовывать ЧД.

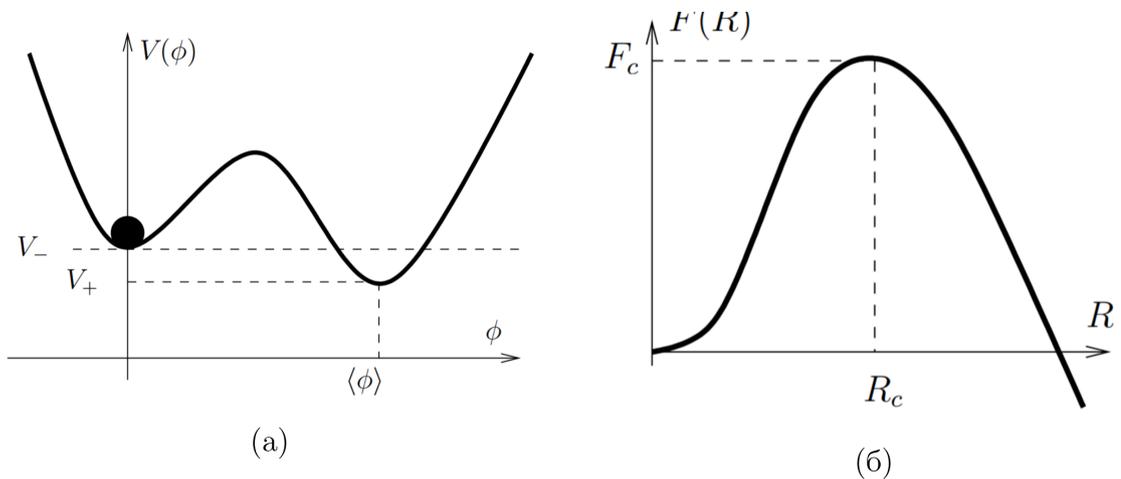


Рисунок 1.3 — (а) Вид потенциала скалярного поля, при котором может происходить ФП 1-го рода. (б) Свободная энергия пузыря новой фазы в зависимости от его радиуса.

1.1.3 Другие теории

В предыдущих главах были рассмотрены две разных по подходу создания флуктуаций модели. При этом многообразность механизма фор-

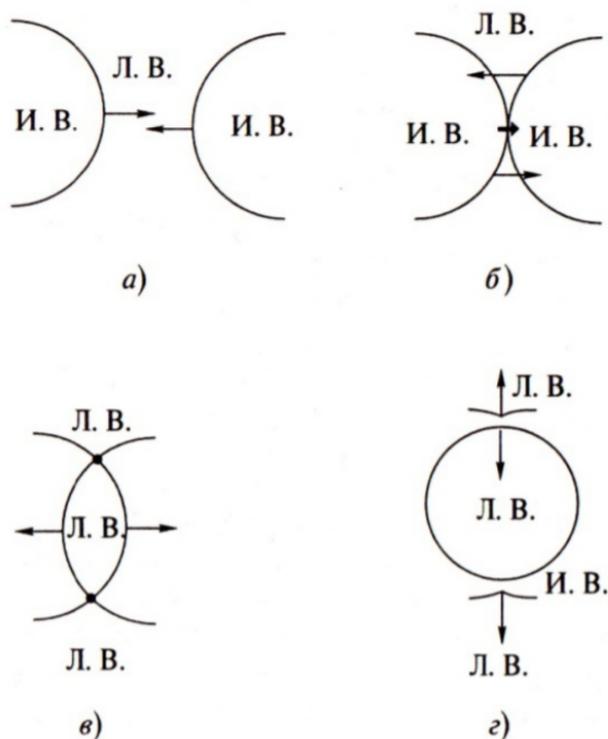


Рисунок 1.4 – Формирование мешка ложного вакуума при столкновении стенок двух пузырей.

мирования ПЧД на этом заканчивается. Основная разница в том, как мы создаём флуктуации, механизм их образования остаётся прежним. Данная работа не преследует цели рассмотреть вопрос механизмов формирования со всех сторон. Поэтому для остальных моделей ниже приведён список с некоторыми из них.

1. Развитие гравитационной неустойчивости на этапе доминирования сверхтяжелых нерелятивистских частиц, которые предсказываются в рамках теорий великого объединения.
2. Коллапс космических струн
3. Флуктуации барионного заряда, объясняемые модифицированным механизмом бариогенезиса Аффлека-Дайна.

1.2 Ограничения для монохроматического распределения масс ПЧД

В этом разделе предоставлены ограничения на долю наблюдаемой скрытой массы, которую может объяснить гипотеза существования ПЧД с массовым распределением в виде дельта-функции. На Рис. 1.5 можно увидеть возможные (не закрашенные) зоны, соответствующие массовой доле ПЧД в скрытой массе, и зоны ограничений (цветные), соответствующие доле, которую ПЧД таких масс объяснить не могут в силу экспериментальных ограничений, в зависимости от массы ПЧД [4].

Как можно заметить по по графику — большая часть масс ограничивает возможность объяснить всю тёмную материю с помощью ПЧД. Помимо этих ограничений существует модельно зависимые. Их можно обойти выбрав другую модель или концепция и прогнозируемые ограничения предмет дискуссий, поэтому в этой работе [4] они не отражены. Всего можно выделить 4-е оптимальных диапазона, два из которых полностью не ограничены и два, в которых можно объяснить лишь долю порядка 10% скрытой массы. Изучаемые в этой работе ПЧД должны соответствовать промежутку C .

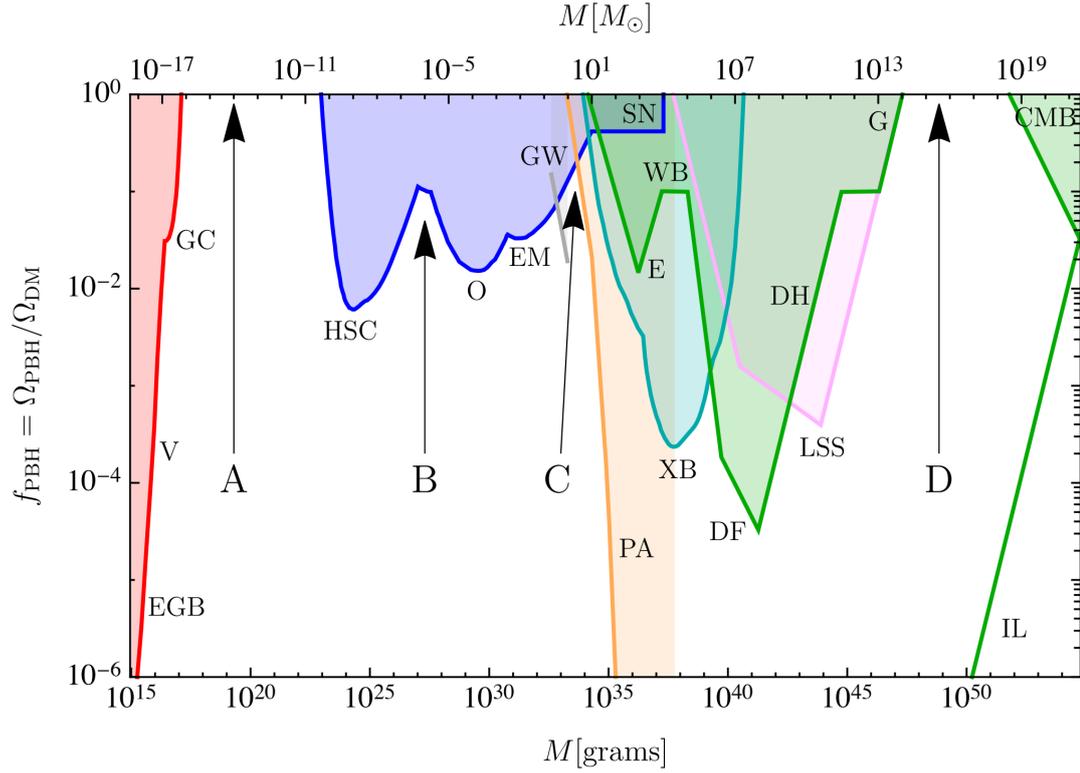


Рисунок 1.5 – Ограничения на долю ПЧД во всех скрытой массе для монохроматической функции масс, обусловленные испарением (красный), линзированием (синий), гравитационными волнами (серый), динамическими эффектами (зеленый), аккрецией (голубой), искажениями реликтового излучения (оранжевый) и крупномасштабной структурой (фиолетовый). Пределы испарения исходят из внегалактического фона γ -излучения (EGB), потока позитронов «Вояджера» (V) и излучения линии аннигиляции от центра Галактики (GC). Пределы линзирования обусловлены микролинзированием сверхновых (SN) и звезд в M31 с помощью Subaru (HSC), Магеллановых Облаков с помощью EROS и MACHO (EM) и галактической выпуклости с помощью OGLE (O). Динамические ограничения связаны с широкими двойными системами (WB), звездными скоплениями в Эриданус II (E), динамическим трением гало (DF), приливными искажениями галактик (G), нагревом звезд в галактическом диске (DH) и диполем реликтового излучения (CMB). Ограничения крупномасштабной структуры вытекают из требования, чтобы различные космологические структуры не формировались раньше наблюдаемого (LSS). Пределы аккреции исходят из рентгеновских двойных (XB) и планковских измерений искажений реликтового излучения (PA). Пределы недоверия (IL) соответствуют одной РВН на соответствующую среду (галактика, скопление, Вселенная). Имеется четыре массовых окна (A, B, C, D), в которых ПЧД могли иметь заметную плотность.

1.3 Скопления ПЧД. Модели формирования и эволюция.

1.3.1 Кластеризация и распределение по массам

Некоторые модели формирования ПЧД развивались отчасти на возможности воссоздавать их скопления. Особенно полно это описано в работе [13].

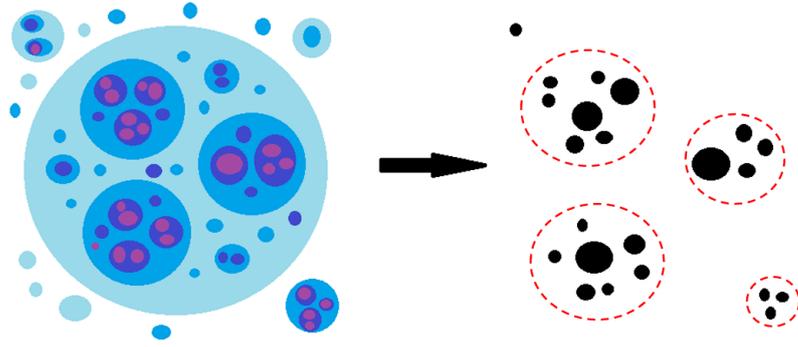


Рисунок 1.6 – Многократные флуктуации, расширяющиеся и накладывающиеся поверх друг друга естественным образом обеспечивают самоподобную структуру. Формируются скопления ПЧД самых разных масс и размеров [14].

Интересный взгляд на кластеризацию и пути её эволюции являются реальные кластеры, такие как шаровые скопления. В работе [15] показывается, как с помощью N -body моделирования получили шаровое скопление похожее на *Palomar 5*. Полученное скопление постепенно увеличивало долю ЧД среди звёзд в скоплении, а через миллиард лет привело к полному «выветриванию» звёзд, оставив лишь кластер из ЧД. Один из выводов работы говорит, что такие кластеры могут быть частым явлением. Возможно похожий механизм может быть применим к скоплениям ПЧД, дожившим до наших эпох.

Создавать кластеры можно двумя способами. Естественный способ подразумевает, что во Вселенной есть распределение спектра масс ПЧД таким образом, на этапе формирования структур они уже стали вносить вклад в последующее формирование Вселенной и, в частности, образовывать кластеры. Более узкий способ моделировать конкретные скопления, изучать их эволюцию и вычислять параметры долгоживущих.

1.3.2 Гравитационно-волновое испарение пар ПЧД

Темп слияний ЧД, измеряемая детекторами коллабораций LIGO, Virgo и KAGRA. Данная величина пока лишь статистический параметр и никак не указывает на какую-либо новую физику, однако должна быть некоторая корреляция между этой величиной и плотности двойных ЧД в наблюдаемой области.

С другой стороны эта величина в работах [5; 6] может использовать-

ся для проверки гипотезы, которая объясняет происхождение источников сигнала GW150914 как первичные.

2 N-body моделирование

2.1 Методы N-body моделирования

Изучение эволюции и природы небесных объектов возможно 2-мя способами — внешними наблюдениями и моделированием. Моделирование позволяет более детально и выборочно исследовать отдельные космологические явления. Однако у этого способа также присутствуют ограничения, связанные с точностью, масштабами и скоростью вычислений.

В зависимости от того какие явления и как мы хотим исследовать можно использовать разные вычислительные модели, у каждой из которых есть свои плюсы и минусы.

Одним из самых простых в реализации является метод *N-body моделирования*. Его суть состоит в использовании классической механики и Ньютоновской гравитации. Каждому объекту за короткий момент времени передают суммарное ускорение от силы притяжения к окружающим массивным объектам. Сложность этого вычисления можно характеризовать как $O(N^2/2 \cdot t)$, где N - это количество объектов, а t - время эволюции. Отсюда сразу видны и минусы данной модели - сложность растёт как квадрат количества объектов, из-за чего многочастичные объекты вроде шаровых скоплений очень сложно долго обсчитывать. С другой стороны время эволюции в случае очень устойчивых объектов должно соответствовать, при этом не сильно увеличивая временной шаг моделирования. Это влечёт возможность большого количества ошибок из-за округления результатов в расчётах и к большому количеству этих расчётов, которые нельзя делать параллельно (подробнее см. [2.3](#))

Альтернативные методы подразумевают использование моделей обобщающих гравитационные явления:

В частности, можно упрощать задачу для случая очень больших N (например, когда есть газ и т.д.) создавая решётку в точках которой будет вычисляться значения гравитационной силы или потенциал, а потом сшивать решения получая в каждый момент времени полную конфигура-

цию гравитационного поля. Для таких расчётов часто используют *быстрые преобразования Фурье*. Поскольку вычисление всех компонент поля происходит единожды, то сложность уменьшается до $O(Nt)$, но сами вычисления относительно усложняются.

Иногда, для решения некоторых конкретных задач в крупных шаровых скоплениях используют *Монте-Карло моделирование* для выбора орбит объектов, что также упрощает вычисления до N сложности. Однако задачи требуют специфических условий и сферической симметрии.

В некоторых ситуациях удобно разделять части задачи на маленькие взаимодействующие между собой части. Этот метод называется *древовидным* (tree code).

Современные пакеты N-body моделирования ориентируются на использование разных моделей в разных условиях, оптимизацию временного шага для локальных явлений и пр. Их сложность требует глубокого понимания внутренней структуры программы и физики космологических процессов. Примеры такие программ *N-body6*, *Gadget*.

Подробнее о моделировании в космологии можно прочитать в источнике [bib:King].

2.2 Программная реализация динамики скоплений ПЧД

В этом разделе рассматривается программа, написанная для первой оценки явлений происходящих в скоплениях ПЧД. Для такой задачи была выбрана простая в реализации концепция на языке программирования Python, используя модель классического N-body, поскольку изучать большие пакеты моделирования без опыта и консультаций, как и писать высокооптимизированный код самостоятельно, весьма затруднительно.

Сама программа состоит из трёх частей.

1. Создание объектов и начальных данных для моделирования
2. Моделирование: Основываясь на классической механике и гравитации Ньютона прогнозируется динамика объектов
3. Визуализация данных: динамические двумерные изображения, необходимые графики.

2.2.1 Генерация данных

Начальные данные в такой задаче — это положение объектов в пространстве, массы и скорости. Для создание единичных объектов их данные можно самостоятельно добавить в общий массив, однако для скоплений, где частиц очень много, прописывать начальные условия достаточно проблемно, поэтому для этой задачи используется выбор псевдослучаных параметров. Для положения частиц в скоплении можно использовать метод Монте-Карло:

```
### Monte-carlo generator of position coordinat distribution of
    ↪ objects in ball-shaped cluster
def MCC1Pos(n, pos0, R=1., p=np.random.uniform(0,1,(0,3)), soft=
    ↪ softening):
    ip=np.append(p,np.random.uniform(soft,R,(n-len(p),3))*2-R,
    ↪ axis=0)
    fp=np.delete(ip,np.where(np.sum(ip**2,axis=1)>R**2), axis =
    ↪ 0)
    if not len(fp)-n==0:
        return MCC1Pos(n, pos0, R, fp)
    else:
        return fp+pos0
```

Эта функция случайно с равномерным распределением выбирает n точек на отрезке от 0 до 1 по каждой координате, растягивает этот отрезок до $(-R, R)$, а после перебором убирает те точки, сумма квадратов координат которых больше R .

Для определения скоростей этих точек используется теорема Виряла. Она устанавливает соотношение потенциальной и кинетической энергии стабильных многокомпонентных тел. Скоростям проще всего придавать максвелловские распределения по координате (распределены по Гауссу с параметрами $\mu = 0$ - совокупная средняя скорость скопления в системе покоя и σ - дисперсия распределения скоростей). Параметр дисперсии можно получить из Виряльной теоремы:

$$\langle T_{tot} \rangle = -\frac{1}{2} \langle U_{tot} \rangle \Rightarrow \left\langle \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2} \right\rangle = \frac{1}{2} \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{j=2}^N \frac{G m_i m_j}{r} \right\rangle \quad (2)$$

В выражении 2 правая часть считается численно, в левой можно предста-

вить v_i , как $3 \cdot \sigma \varepsilon_{i \text{ rand}}$, где 3 возникает из-за размерности пространства, а $\varepsilon_{i \text{ rand}}$ - это псевдослучайная нормальная величина ($\mu = 0, \sigma = 1$). Тогда:

$$\langle \sigma^2 \rangle = -\frac{1}{3} \left\langle \frac{U_{tot}}{\sum_{i=1}^N m_i \varepsilon_i^2} \right\rangle \xrightarrow{m_i=m} \left\langle \frac{U_{tot}}{3m \cdot N} \right\rangle \quad (3)$$

Расчёт $\langle U_{tot} \rangle$ можно реализовать следующим образом:

```
def getEnergy( pos, mass, G ):
    """
    pos is N x 3 matrix of positions
    mass is an N x 1 vector of masses
    G is Newton's Gravitational constant
    """
    # positions r = [x,y,z] for all particles
    x = pos[:,0:1]
    y = pos[:,1:2]
    z = pos[:,2:3]

    # matrix that stores all pairwise particle separations: r_j -
    # ↪ r_i
    dx = x.T - x
    dy = y.T - y
    dz = z.T - z

    # matrix that stores 1/r for all particle pairwise particle
    # ↪ separations
    inv_r = np.sqrt(dx**2 + dy**2 + dz**2)
    inv_r[inv_r>0] = 1.0/inv_r[inv_r>0]

    # sum over upper triangle, to count each interaction only
    # ↪ once
    Utot = G * np.sum(np.sum(np.triu(-(mass*mass.T)*inv_r,1)))

    return Utot;
```

2.3 Методы оптимизации вычислений

Язык Python в международном сообществе считается медленным языком. Существуют много проектов, пытающихся решить эту проблему. Это

связано с тем, что удобство разработки в наше время стало очень большим подспорьем, но в некоторых задачах без вычислительных мощностей более низкоуровневых языков не обойтись.

Поэтому разрабатываются разные способы ускорения языка: перевод на другие языки при компиляции или в бинарные операции. Такие технологии называются `jit` - «just in time», что подразумевает компиляцию на более низкий уровень в момент выполнения.

Поскольку проблема с вычислительными ресурсами частично отпала, то использование многопоточных вычислений и `sru/gru` памяти стало доступным способом ускорить любой код в десятки раз.

Сейчас весьма перспективным является направление пакета `numba`. Можно взять функцию, если она написана элементарными операциями, то её технологиями `jit` ускоряют. Этот пакт автоматически ищет возможность многопоточности и использования `sru/gru` памяти.

2.4 Сложность интерпретации результатов

Однако, не смотря на все описанные выше способы вычислять движение объектов и оптимизация этих вычислений для большей точности и меньших затрат времени, анализ результатов вычислений остаётся большой проблемой.

- Во-первых, у выбранной модели вычислений есть свои рамки применимости – с ростом времени ошибки от округления при вычислениях накапливаются, а также на некоторых масштабах и при больших массах классическая механика перестаёт давать точные результаты (в особенности, когда речь идёт о сближениях ЧД). Такого рода затруднения разрешимы с определением рамок применения, но для нашей задачи возникающие ограничения не должны оказывать слишком большого влияния.
- Во-вторых, `N-body` моделирование лишь даёт конечный результат и не отвечает на вопросы почему и как этот результат получился таким, а не другим. Зачастую это связано с эффектами, которые наша физика никогда не изучала, в противных случаях подобные явления вызваны причинами описанными в 1-ом пункте.

3 Моделирование скоплений ПЧД и исследование их эволюции

3.1 Вычисление параметров системы: ПЧД кластер - сверхмассивная ЧД

В этом разделе, для дальнейшего исследования эволюции скоплений ПЧД и возможном распределений масс ПЧД в них, приводятся некоторые расчёты системы состоящей из скопления пчд в количестве 100 штук общей массой в $100M_{\odot}$ и одной сверх-массивной ЧД, так же массой в $100M_{\odot}$. Решать будем в классическом Ньютоновском N-body формализме.

В первую очередь получаем время релаксации скопления:

$$T_E = \frac{1}{25.5 \lg N/2} \cdot \sqrt{\frac{NR_1^3}{Gm_1}} \quad (4)$$

Зная время релаксации, для стабильного нахождения скопления на орбите возьмём период орбиты сильно больше этого времени, допустим в 1000 раз.

Рассмотрим задачу, как два вращающихся тела вокруг равноудалённого на расстояние R центра масс. Сила, создающая центростремительное ускорение $F_g = \frac{Gm_1m_2}{(2R)^2} = ma$. Тогда из второго закона Ньютона можем найти скорость тел и вывести радиус из периода.

$$m_1 \frac{v^2}{R} = \frac{Gm_1m_2}{(2R)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm_2}{4R}} \quad (5)$$

$$m_1 \omega^2 R = m_1 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot R = \frac{Gm_1m_2}{(2R)^2} \Rightarrow R^3 = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{Gm_2}{4} \quad (6)$$

Получив полную информацию о начальных данных используем их для заполнения массивов масс, положений и скоростей объектов (см. раздел 2.2.1). Переходим в систему, где скопление движется со скоростью **5** например вдоль оси Y , а противоположная ЧД $100M_{\odot}$ против оси Y . Тогда их положения должны быть в крайних по оси X положениях на орбите с вычисленным радиусом **6**.

Далее испытав на небольшом промежутке времени и примерно оценив сложность вычислений от увеличения этого промежутка можно подобрать оптимальный временной шаг, чтобы промоделировать хотя бы один период вращения этих объектов.

3.2 Взаимодействие скоплений с другими объектами

Как уже отмечалось ранее, физика таких больших и многокомпонентных объектов, как скопления ещё не полностью изучена. Поиски устойчивых структур могут показать нам новые явления, которые реально наблюдать на современных космологических экспериментах.

В разделе 3.1 были получены параметры для моделирования возможно устойчивой структуры. Однако на практике при указанных в этом разделе параметрах ($T_{\text{рел}} \approx 10^2 \text{ с} \Rightarrow T_{\text{орбиты}} = T_{\text{рел}} \cdot 10^3$, $R_{\text{кластера}} = 10^6 \text{ км}$, $R_{\text{орбиты}} = R_{\text{кластера}} \cdot 10^1$) с временным шагом в 1с полученные структуры разрушаются. Проблема объяснения результатов уже обсуждалась в разделе 2.4. В таком случае для решения проблем первого типа в разделе 2.3 предлагаются методы оптимизации вычислений, чтобы увеличить точность (уменьшить временной шаг).

Проблема выбора таких параметров для опытного в этой области человека очевидна. Параметры заведомо нереалистичны, что и приводит к малым временам жизни и быстрому распаду. Дальнейшие исследования будут продолжаться в следующих работах.

4 Заключение

В данной работе был проведён небольшой обзор на проблемы современной космологии, успехи гравитационно-волновой астрономии и концепции первичных чёрных дыр (ПЧД). Отдельно рассмотрены гравитационно-волновой сигнал GW150914 и гипотезы о природе породивших его черных дырах. Одной из гипотез отмечена возможность существования кластеров ПЧД с центральными массивными ЧД на эпохе рд-мд перехода, слияние которых также отразится на темпе слияний, наблюдаемых экспериментами коллабораций LIGO, Virgo и КаГра.

В рамках научной работы был разработан скрипт на языке Python для N-body моделирования. В ходе работы со скриптом был получен опыт моделирования систем шаровых скоплений и оценивания параметров и масштабов этих систем.

Отдельно стоит отметить, что были улучшены навыки работы с Docker контейнерами и методами кроссплатформенной разработкой в целом, программирования на языке Python с использованием математических библиотек и изучены методики GPU и CPU оптимизации с помощью технологии jit-компиляций пакета Numba, а также методы параллельных вычислений.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *The LIGO Scientific Collaboration, the Virgo Collaboration.* Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger // Physical Review Letters. — 2016. — Feb. — Vol. 116, no. 6. — <https://arxiv.org/abs/1602.03837>.
2. *The LIGO Scientific Collaboration, the Virgo Collaboration.* Properties of the Binary Black Hole Merger GW150914 // Physical Review Letters. — 2016. — June. — Vol. 116, no. 24. — <https://arxiv.org/abs/1602.03840>.
3. *The LIGO Scientific Collaboration, the Virgo Collaboration.* ASTROPHYSICAL IMPLICATIONS OF THE BINARY BLACK HOLE MERGER GW150914 // The Astrophysical Journal. — 2016. — Feb. — Vol. 818, no. 2. — P. L22 ; — <https://arxiv.org/abs/1602.03846>.
4. *Carr B., Kuhne F.* Primordial Black Holes as Dark Matter: Recent Developments. — 2020 ; — <https://arxiv.org/abs/2006.02838>.
5. Primordial Black Hole Scenario for the Gravitational-Wave Event GW150914 / M. Sasaki [et al.] // Physical Review Letters. — 2016. — Aug. — Vol. 117, no. 6. — <https://doi.org/10.1103/physrevlett.117.061101>.
6. *Kavanagh B. J., Gaggero D., Bertone G.* Merger rate of a subdominant population of primordial black holes // Physical Review D. — 2018. — July. — Vol. 98, no. 2. — <https://arxiv.org/abs/1805.09034>.

7. *The LIGO Scientific Collaboration, the Virgo Collaboration.* THE RATE OF BINARY BLACK HOLE MERGERS INFERRED FROM ADVANCED LIGO OBSERVATIONS SURROUNDING GW150914 // The Astrophysical Journal. — 2016. — Nov. — Vol. 833, no. 1. — P. L1 ; — <https://arxiv.org/abs/1602.03842>.
8. *Penzias A. A., Wilson R. W.* Half an hour of creation... // Astrophysical Journal. — 1965. — July. — Vol. 142. — P. 419–421 ; — <https://doi.org/10.1086/148307>.
9. *Gamow G.* Half an hour of creation... // Physics Today. — 1950. — Vol. 3 (8). — P. 16–21 ; — <https://doi.org/10.1063/1.3066969>.
10. *Zel'dovich Y. B., Novikov I. D.* The Hypothesis of Cores Retarded during Expansion and the Hot Cosmological Model // Astronomicheskii Zhurnal. — 1967. — Feb. — Vol. 10. — <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1967SvA....10..602Z/abstract>.
11. *Chul-Moon Yoo.* The basics of primordial black hole formation and abundance estimation. — 2022. — Nov. ; — <https://arxiv.org/abs/2211.13512>.
12. *Mishra S. S., Sahni V.* Primordial Black Holes from a tiny bump/dip in the Inflaton potential. — 2020. — Mar. ; — <https://arxiv.org/abs/1911.00057>.
13. Clusters of Primordial Black Holes / K. M. Belotsky [et al.] // The European Physical Journal C. — 2019. — Mar. — Vol. 79, no. 3. — <https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6741-4>.
14. *Никулин В.* Космологические эффекты в теориях с неоднородными дополнительными измерениями. — Москва, 2022. — <https://indico.particle.mephi.ru/event/292/>.
15. A supra-massive population of stellar-mass black holes in the globular cluster Palomar 5 / M. Gieles [et al.] // Nature Astronomy. — 2021. — Vol. 5. — P. 957–966 ; — <https://doi.org/10.1038/s41550-021-01392-2>.