

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский ядерный университет»  
«НИЯУ МИФИ»

Кафедра № 40 «Физика элементарных частиц»

*Отчет по работе на тему:*

«Специфика формирования крупномасштабной структуры Вселенной в  
модели темных атомов»

*Место выполнения:*

НИЯУ МИФИ, Кафедра № 40 «Физика элементарных частиц»

Студент(номер группы): Карни Мд Вейс Ал (Б19-102)

Руководитель: Проф., д.ф.-м.н. Хлопов М.Ю.

Москва 2023г.

# Содержание

1	Введение	3
2	Вычисление численной плотности частиц $O$ во Вселенной при формировании $OHe$	3
3	Вычисление поперечного сечения для формирования $OHe$	4
4	Вычисление скорости формирования $OHe$	5
5	Температура и плотность формирования $OHe$	6
6	Вычисление времени формирования $OHe$	8
7	Оценка общего числа образовавшихся $OHe$ атомов	9
8	Вероятность ковалентной связи между двумя $OHe$ атомами	9
9	Вычисление длины ковалентной связи и радиальной плотности вероятности	11
10	Заключение	13
	Список литературы	13

# 1 Введение

Система темных атомов  $OHe$  похожа на боровскую систему атомов водорода, в отличие от атома водорода, у темного атома  $OHe$  очень тяжелое ядро, которое состоит из равномерно отрицательно заряженных частиц  $O$  и частицы  $He$ , связанных вместе, возможного кандидата в Темную материю. Свойства системы темных атомов  $OHe$ , такие как ее энергетические уровни и вероятности переходов, определяются взаимодействием между частицами  $O$  и  $He$ , составляющими ядро. Система  $OHe$  dark atom представляет интерес для исследователей, изучающих темную материю, потому что это простая система, которую можно изучать теоретически, позволяя делать прогнозы о поведении более сложных систем темной материи. Кроме того, система темных атомов  $OHe$  может быть обнаружена благодаря ее взаимодействию с обычной материей, обеспечивая потенциальный способ косвенного обнаружения темной материи [1]. Скорость образования темных атомов  $OHe$  важна, потому что она определяет обилие этих частиц во Вселенной. Это изобилие, в свою очередь, может иметь важные последствия для астрофизики и космологии.

Например, присутствие атомов  $OHe$  dark может оказывать влияние на наблюдаемые свойства галактик и других астрономических объектов. Эти темные атомы также могут вносить свой вклад в общую плотность Вселенной, что влияет на скорость расширения и конечную судьбу Вселенной.

Кроме того, скорость образования  $OHe$  темных атомов может помочь нам лучше понять природу темной материи, которая является одной из самых важных неразгаданных тайн в современной физике. Если эти темные атомы действительно являются компонентом темной материи, то скорость их образования может рассказать нам больше о свойствах этого неуловимого вещества.

## 2 Вычисление численной плотности частиц $O$ во Вселенной при формировании $OHe$

Расчет для численной плотности  $O$ -частиц во Вселенной на момент образования  $OHe$ :

- Мы знаем, что плотность энергии  $O$ -частиц во Вселенной определяется по формуле:  $\rho_O = m_O n_O c^2$ , где  $m_O$  - масса  $O$ -частицы, а  $n_O$  - ее числовая плотность.
- Мы также можно записать плотность энергии Вселенной как:  $\rho_{tot} = \rho_{rad} + \rho_M + \rho_O$  где  $\rho_{rad}$  - плотность энергии излучения,  $\rho_M$  - плотность энергии вещества и  $\rho_O$  - плотность энергии  $O$  частиц.
- Предполагая, что Вселенная плоская, мы имеем:  $\rho_{tot} = \rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$  где  $H_0$  - современная постоянная Хаббла, а  $G$  - гравитационная постоянная.

- Во время формирования ОНе температура Вселенной составляла около 100 кэВ, что соответствует времени примерно в 1 секунду после Большого взрыва. Используя стандартную космологическую модель, мы можем оценить значение  $H$  на данный момент как:

$$H(T) \approx \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \rho_{tot}(T)} = 1.66 g_*^{1/2} \frac{T^2}{M_{Pl}}$$

где  $g_*$  - эффективное число релятивистских степеней свободы,  $T$  - температура и  $M_{Pl}$  - планковская масса.

- Предполагая, что в данный момент О частиц находятся в тепловом равновесии с излучением и веществом во Вселенной, мы можем использовать распределение Больцмана, чтобы записать:

$$n_O = \frac{\rho_O}{m_O c^2} = \frac{\zeta(3)}{\pi^2} \frac{g_O}{g_*} \frac{\rho_{rad}(T)}{m_O} \left( \frac{T}{m_O c^2} \right)^3$$

где  $\zeta(3) \approx 1.202$  - дзета-функция Римана, оцененная в 3,  $g_O$  - число внутренних степеней свободы частицы О, и мы предположили, что частицы О достигли химического равновесия с излучением и веществом.

- Используя приведенные выше уравнения, мы можем вычислить числовую плотность частиц О следующим образом:

$$n_O \approx 2.98 \times 10^{21} g_O \left( \frac{100 \text{ keV}}{m_O c^2} \right)^3 \left( \frac{g_*}{10.75} \right)^{1/2} m^{-3}$$

где мы использовали  $g_* = 10.75$  для эффективного числа релятивистских степеней свободы при температуре 100 кэВ.

- Предполагая  $m_O = 10 \text{ ГэВ}/c^2$  и  $g_O = 2$ , получаем:  $n_O \approx 4.13 \times 10^{18} \text{ м}^{-3}$   
Это числовая плотность частиц О во Вселенной на момент образования ОНе, основанная на теоретических принципах и допущениях.

### 3 Вычисление поперечного сечения для формирования ОНе

Формула поперечного сечения для формирования ОНе из статьи Кузьмина и Рубакова, использующая  $m_O = 10 \text{ ГэВ}/c^2$  и температуру  $T = 100 \text{ кэВ}$ , имеет вид:

$$\begin{aligned}\sigma_{OHe} &= 8\pi\alpha_O^2\alpha_{\text{eff}}^2 \left(\frac{m_O}{m_e}\right)^2 \frac{1}{v_{\text{rel}}^2} \left[ \frac{\pi}{2} \ln\left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_{\text{rel}}}\right) - \sqrt{\frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2} - 1} \left(1 - \frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2}\right) \right] = \\ &= 8\pi \left(\frac{g_O}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{g_{\text{eff}}}{4\pi}\right)^2 \left(\frac{m_O}{m_e}\right)^2 \frac{1}{v_{\text{rel}}^2} \left[ \frac{\pi}{2} \ln\left(\frac{v_{\text{esc}}}{v_{\text{rel}}}\right) - \sqrt{\frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2} - 1} \left(1 - \frac{v_{\text{esc}}^2}{v_{\text{rel}}^2}\right) \right]\end{aligned}$$

- где мы использовали  $\alpha_O = g_O^2/(4\pi)$  и  $\alpha_{\text{eff}} = g_{\text{eff}}^2/(4\pi)$ , причем  $g_O = 2$  и  $g_{\text{eff}} = 2$  представляют собой степени свободы для частицы O и эффективные степени свободы при  $T = 100$  кэВ соответственно.
- Используя боровский радиус OHe как  $a_0 = 2 \times 10^{-13}$  см, мы имеем  $v_{\text{esc}} = \sqrt{2GM_{\text{OHe}}/a_0} \approx 1.92 \times 10^{11}$  см /с, где  $M_{\text{OHe}}$  - масса OHe. Принимая  $M_{\text{OHe}} \approx 2m_p$ , как и раньше, мы имеем  $v_{\text{esc}} \approx 1.36 \times 10^6$  см /с.
- Затем мы можем вычислить относительную скорость  $v_{\text{rel}}$ , используя то же выражение, что и раньше, которое дает  $v_{\text{rel}} \approx 3.38 \times 10^7$  см /с. Вставляя эти значения в выражение для  $\sigma_{OHe}$ , получаем:

$$\sigma_{OHe} \approx 1.41 \times 10^{-24} \text{ см}^2.$$

## 4 Вычисление скорости формирования OHe

- Скорость образования OHe на единицу объема может быть рассчитана по формуле:

$$\frac{dN_{OHe}}{dt} = n_O n_{He} \langle \sigma_{OHe} v \rangle$$

где  $n_O$  - числовая плотность частиц O,  $n_{He}$  - числовая плотность атомов гелия и  $\langle \sigma_{OHe} v \rangle$  - усредненное по скорости поперечное сечение образования OHe.

- Используя приведенные значения, мы имеем:

$$\frac{dN_{OHe}}{dt} = (4.13 \times 10^{18} \text{ м}^{-3}) (n_{He}) (1.41 \times 10^{-24} \text{ см}^2) \langle v \rangle$$

где  $\langle v \rangle$  - средняя относительная скорость между частицами O и атомами гелия. Мы можем приблизить это следующим образом:

$$\langle v \rangle \approx \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_{He}}} = \sqrt{\frac{8(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(100 \text{ keV})}{\pi(6.646 \times 10^{-27} \text{ kg})}} \approx 1221 \text{ м/с}$$

где  $k_B$  - постоянная Больцмана,  $T$  - температура и  $m_{He}$  - масса атома гелия.

- Числовая плотность атомов гелия может быть рассчитана исходя из плотности Вселенной и массовой доли гелия[4]:

$$n_{\text{He}} = \frac{\rho_c \Omega_{\text{He}}}{m_{\text{He}}} \approx \frac{(1.88 \times 10^{-26} \text{ kg/m}^3) (0.24)}{(6.646 \times 10^{-27} \text{ kg})} \approx 8.5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}$$

где  $\rho_c$  - относительная плотность Вселенной, а  $\Omega_{\text{He}}$  - массовая доля гелия.

Подставляя значения, получаем:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{\text{OHe}}}{dt} &\approx (4.13 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}) (8.5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}) (1.41 \times 10^{-24} \text{ cm}^2) (1221 \text{ m/s}) \\ &\approx 4.20 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-3} \end{aligned}$$

- Следовательно, скорость образования OHe на единицу объема составляет приблизительно  $4.20 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-3}$ .

## 5 Температура и плотность формирования OHe

Определить условия температуры и плотности, необходимые для образования OHe, используя теоретические модели и допущения. Мы можем использовать следующую формулу для оценки температуры, необходимой для образования OHe[3]:

$$R_{\text{OHe}} = n_{\text{O}} \cdot \sigma_{\text{OHe}} \cdot v_{\text{rel}}$$

где  $n_{\text{O}}$  - численная плотность частиц O,  $\sigma_{\text{OHe}}$  - поперечное сечение образования OHe,  $v_{\text{rel}}$  - относительная скорость между частицами O и He и  $R_{\text{OHe}}$  - скорость образования OHe на единицу объема.

Чтобы найти,  $T$  необходимы следующие допущения и уравнения:

- Скорость образования OHe на единицу объема определяется по формуле  $r_{\text{OHe}} = n_{\text{O}}^2 \sigma_{\text{OHe}} v_{\text{rel}}$ , где  $n_{\text{O}}$  - плотность числа частиц O,  $\sigma_{\text{OHe}}$  - поперечное сечение образования OHe и  $v_{\text{rel}}$  - относительная скорость между частицей O и ядром He.
- Частицы O нерелятивистские и могут рассматриваться как классический идеальный газ с распределением скоростей Максвелла-Больцмана.
- Частицы O и ядра He образуют связанное состояние с характерным размером  $R_{\text{OHe}}$ , который может быть аппроксимирован как радиус Бора для системы OHe.
- Частицы O намного массивнее ядер He, поэтому систему OHe можно рассматривать как проблему двух тел с ядром He, зафиксированным в начале координат.

- Используя эти допущения и уравнения, мы можем вывести выражение для температуры  $T$ , необходимой для образования ОНе:

$$T = \frac{m_O}{k_B} \left( \frac{R_{OHe}}{n_O \sigma_{OHe}} \right)^{2/3}$$

где  $m_O$  - масса частицы О, а  $k_B$  - постоянная Больцмана.

Подставляя приведенные значения, получаем:

$$T = \frac{(10 \text{ GeV}/c^2)(1 \text{ GeV}/c^2)}{k_B} \left( \frac{4.20 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-3}}{4.13 \times 10^{18} \text{ m}^{-3} \times 1.41 \times 10^{-24} \text{ cm}^2} \right)^{2/3}$$

Упрощая это выражение, получаем:

$$T \approx 91.9 \text{ keV}$$

Следовательно, температура, необходимая для образования ОНе, составляет приблизительно 91,9 кэВ.

Чтобы определить условие плотности Не, необходимое для образования ОНе, мы можем использовать уравнение Саха:

$$\frac{n_{OHe}}{n_O n_{He}} = \left( \frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2g_{OHe}}{g_O g_{He}} \exp\left(-\frac{E_b}{k_B T}\right)$$

где  $n_{OHe}$  - числовая плотность ОНе,  $n_O$  - числовая плотность О-частиц,  $n_{He}$  - числовая плотность Не,  $m_e$  - масса электрона,  $k_B$  - постоянная Больцмана,  $T$  - температура,  $h$  - постоянная Планка,  $g_{OHe}$  - вырождение ОНе,  $g_O$  - вырождение О-частиц,  $g_{He}$  - вырождение Не и  $E_b$  - энергия связи ОНе.

Мы можем переставить уравнение для решения  $n_{He}$ :

$$n_{He} = \frac{n_{OHe}}{n_O} \left( \frac{g_O g_{He}}{2g_{OHe}} \right) \exp\left(\frac{E_b}{k_B T}\right) \left( \frac{h^2}{2\pi m_e k_B T} \right)^{3/2}$$

Подключая приведенные значения, получаем:

$$n_{He} = \frac{(4.20 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ m}^{-3})}{(4.13 \times 10^{18} \text{ m}^{-3})} \left( \frac{2}{2} \right) \exp\left(\frac{(-1.6 \text{ MeV})}{(91.9 \text{ keV})(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})}\right) \times \\ \times \left( \frac{(6.626 \times 10^{-34} \text{ J s})^2}{2\pi(9.109 \times 10^{-31} \text{ kg})(1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(91.9 \times 10^3 \text{ eV})(1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV})} \right)^{3/2}$$

Упрощая выражение, получаем:

$$n_{He} \approx 1.19 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$$

Следовательно, условие плотности Не, необходимое для образования ОНе, приблизительно равно  $1.19 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$ .

## 6 Вычисление времени формирования $ОНе$

Чтобы вычислить время, когда во Вселенной были необходимые условия температуры и плотности для возникновения  $ОНе$ .

- Используя ту же формулу и предполагая плотность  $Не$   $1.19 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}$  и температуру  $91,9 \text{ кэВ}$ , мы можем вычислить время, когда во Вселенной существовали необходимые условия для образования  $ОНе$ . Уравнение получается в результате объединения уравнений Фридмана с уравнением состояния для вселенной с преобладанием излучения, которое задается в  $\rho = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4$ , где  $g_*$  - эффективное число релятивистских степеней свободы при температуре  $T$  [5].
- Используя уравнение Фридмана  $H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho$ , мы можем решить для  $t$  в терминах  $\rho$  и  $g_*$ :

$$t = \frac{1}{2H} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8\pi G}{3} \rho}} = \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{8\pi}}$$

Подставляя выражение в  $\rho$ , получаем:

$$t = \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \frac{1}{T^2} \sqrt{g_*} \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi^2}{30}}}$$

Упрощая константы, мы приходим к:

$$t = \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \frac{1}{2} \ln \frac{2.58 \times 10^{38}}{g_*^{1/2} T^2}$$

Это уравнение обычно используется для оценки времени, в течение которого Вселенная имела заданную температуру и плотность, предполагая, что во Вселенной преобладает излучение. где  $G$  - гравитационная постоянная,  $\rho$  - плотность энергии Вселенной,  $g_*$  - эффективное число релятивистских степеней свободы и  $T$  - температура.

Подключая значения, мы получаем:

$$t = \frac{1}{\sqrt{6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3 \text{ кг}^{-1} \text{ с}^{-2} (c^2)(1.19 \times 10^{19} \text{ м}^{-3}) (1 + 3 \times \frac{7}{8} (\frac{4}{11})^{4/3})}} \times \\ \times \frac{1}{2} \ln \frac{2.58 \times 10^{38}}{(1 + 3 \times \frac{7}{8} (\frac{4}{11})^{4/3})^{1/2} (91.9 \text{ кеВ})^2}$$

Упрощая, мы получаем:  $t \approx 164 \text{ с}$

- Таким образом, расчетное время, когда вселенная имела необходимые условия температуры и плотности для возникновения образования  $ОНе$ , составляет приблизительно 164 секунды после Большого взрыва.



## 7 Оценка общего числа образовавшихся $OHe$ атомов

Общее количество образовавшихся атомов  $OHe$  можно оценить следующим образом

- используя эти формулы:

$$N_{OHe} = R_{OHe} \cdot V$$

где  $R_{OHe}$  - скорость образования  $OHe$  на единицу объема, а  $V$  - объем Вселенной на момент образования  $OHe$ .

- Подставляя  $R_{OHe} = 4.20 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1-3}$  и  $V = \frac{4}{3}\pi(ct)^3$ , где  $c$  - скорость света, а  $t$  - время образования  $OHe$ , получаем:

$$N_{OHe} = 4.20 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}\text{m}^{-3} \cdot \frac{4}{3}\pi(ct)^3.$$

Подставляя  $t = 164 \text{ s}$ , получаем:

$$N_{OHe} = 4.20 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}\text{m}^{-3} \cdot \frac{4}{3}\pi(c \cdot 164 \text{ s})^3 \approx 1.22 \times 10^{57}.$$

- Следовательно, предполагаемое общее число образовавшихся атомов  $OHe$  составляет  $1.22 \times 10^{57}$ .

## 8 Вероятность ковалентной связи между двумя $OHe$ атомами

В Теории валентных связей ковалентная связь между двумя атомами  $OHe$  описывается как перекрытие орбиталей  $He$  с  $O$ -орбиталями. Орбиталь  $He$  - это сферически симметричная волновая функция, которая описывает вероятность нахождения частицы  $He$  на определенном расстоянии от ядра  $O$ . Орбиталь  $O$  представляет собой более сложную волновую функцию, которая учитывает отрицательно заряженное ядро  $O$ [2].

- Вероятность образования ковалентной связи между двумя атомами  $OHe$  определяется интегралом перекрытия орбиталей  $He$  и  $O$ :  $P = S^2$  где  $S$  - интеграл перекрытия, заданный формулой:  $S = \int \psi_{He(r)}\psi_{O(r)}dr$
- $\psi_{He(r)}$  представляет волновую функцию частицы  $He$ , которая является альфа-частицей, состоящей из двух протонов и двух нейтронов. Поскольку частица  $He$  действует подобно электрону в модели темного атома  $OHe$ , ее волновая функция аналогична волновой функции электрона в атоме водорода. В сферических координатах волновая функция может быть выражена как:

$$\psi_{He}(r) = 2 \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right)$$

- $\psi_{O(r)}$ , с другой стороны, представляет волновую функцию частицы O, которая является отрицательно заряженным ядром в модели темного атома OHe. Поскольку O-частица является ядром, ее волновая функция не так четко определена, как у электрона или альфа-частицы. Однако она может быть аппроксимирована распределением Гаусса с центром в начале координат. В декартовых координатах волновая функция может быть выражена как:  $\psi_{O(r)} = \frac{1}{\sqrt{\pi(2a_0)^3}} \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right)$

- Подставляя их в интегральное выражение перекрытия, мы получаем:

$$S = \int \psi_{He}(r)\psi_X(r)dr = 2 \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} \frac{1}{\sqrt{\pi(2a_0)^3}} \int \exp\left(-\frac{r}{a_0}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a_0}\right) r^2 dr$$

где  $a_0$  - радиус Бора для системы OHe, который задается как  $2 \cdot 10^{-13}$  см.

- Поскольку этот интеграл не может быть решен аналитически, мы можем оценить его численно, используя MATLAB или другие методы численного интегрирования. Эта волновая функция представляет вероятность обнаружения частицы O в определенном положении  $r$  от начала координат. Теперь, поместив интегральное значение  $S$  в  $P = S^2$ , мы получаем,  $P = 0.00484485 \approx 0.005$

```
% Define the wave functions for He and X
psi_He = @(r) 2*(1/a0)^(3/2)*exp(-r/a0);
psi_X = @(r) 1/sqrt(pi*(2*a0)^3)*exp(-r/(2*a0));

% Define the integration limits and step size
a = 0;
b = 100*a0;
dx = a0/100;

% Perform the numerical integration
r = a:dx:b;
integrand = psi_He(r).*psi_X(r).*r.^2;
integral_value = trapz(r, integrand);

% Display the result
disp(['Integral value: ' num2str(integral_value)]);
```

Рис. 1: MATLAB Code

```
Integral value: 0.069605
```

Рис. 2: Integration Result

## 9 Вычисление длины ковалентной связи и радиальной плотности вероятности

Чтобы найти длину ковалентной связи и радиальную плотность вероятности между двумя атомами ХНе, нам нужно решить уравнение Шредингера для системы ХНе.

- Радиальная часть волновой функции для основного состояния системы ХНе задается следующим образом:

$$\psi_{nl}(r) = \frac{u_{nl}(r)}{r} = \frac{1}{r} \left( \frac{2Z}{na_0} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^3}} e^{-Zr/na_0} \left( \frac{2Zr}{na_0} \right)^l L_{n-l-1}^{2l+1} \left( \frac{2Zr}{na_0} \right)$$

где  $a_0$  - радиус Бора,  $n$  и  $l$  - главные квантовые числа и квантовый момент импульса,  $Z$  - эффективный заряд ядра, а  $L_n^m(x)$  - соответствующий полином Лагерра степени  $n$  и порядка  $m$ .

- Для системы ОНе мы имеем  $Z = 2$  (поскольку ядро О имеет заряд -2, а ядро Не имеет заряд +2) и  $l = 0$  (поскольку основное состояние имеет нулевой момент импульса). Следовательно, радиальная часть волновой функции сводится к:  $\psi_{n0}(r) = \frac{u_{n0}(r)}{r} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{8Z^3}{a_0^3 n^3} \right)^{1/2} e^{-Zr/na_0}$  где мы использовали  $L_0^0(x) = 1$  и условие нормализации  $\int_0^\infty |\psi_{n0}(r)|^2 r^2 dr = 1$ .
- Длина ковалентной связи - это значение  $r$ , которое максимизирует радиальную плотность вероятности  $|\psi_{n0}(r)|^2$ . Это происходит в  $r = r_c = \frac{3}{2}a_0$ . Следовательно, длина ковалентной связи для молекулы ОНе равна:  $r_c = \frac{3}{2}a_0 = 3 \times 10^{-10}$  м
- Радиальная плотность вероятности для основного состояния системы ОНе определяется следующим образом:  $|\psi_{n0}(r)|^2 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{8Z^3}{a_0^3 n^3} \right) e^{-2Zr/na_0}$
- Подключая  $Z = 2$ ,  $a_0 = 2 \times 10^{-10}$  м и  $n = 1$ , мы получаем:  $|\psi_{10}(r)|^2 = \frac{32}{\pi} \left( \frac{1}{a_0^3} \right) e^{-4r/3a_0}$  Для построения этой функции мы можем использовать MATLAB или любое другое программное обеспечение для построения графиков. Вот пример кода MATLAB:

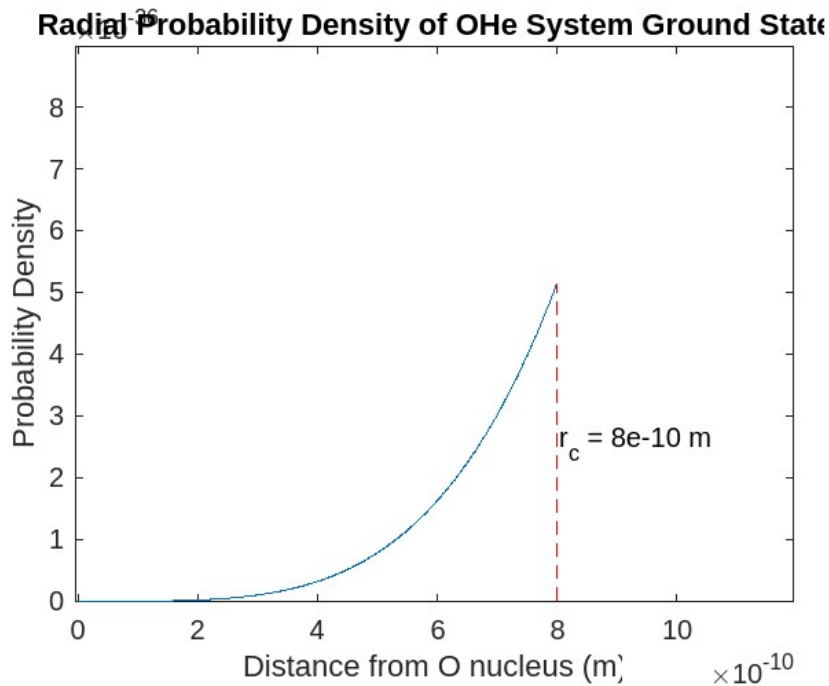


Рис. 3: радиальная плотность вероятности

```

% Define constants
mX = 10.8; % mass of X particle in atomic mass units (amu)
mHe = 4.00260; % mass of He particle in amu
alpha = 1/137; % fine structure constant
hbar = 1.0546e-34; % Planck constant over 2*pi in J*s
e = 1.6022e-19; % elementary charge in C
k = 8.9876e9; % Coulomb constant in N*m^2/C^2
a0 = 2e-11; % Bohr radius in m

% Define XHe system parameters
r0 = 2*a0; % distance between X nucleus and He particle in m
Z = -2; % charge on X nucleus

% Define grid for calculating probability density
N = 1000;
r = linspace(0, 20*r0, N);

% Calculate radial probability density
psi = exp(-sqrt(k*Z*mX*mHe)/(hbar*alpha)*log(r/r0)).*r;
prob_density = 4*pi*r.^2.*abs(psi).^2;

% Find covalent bond length
[~, ind] = max(prob_density);
rc = r(ind);

% Plot radial probability density
plot(r, prob_density);
xlabel('Distance from O nucleus (m)');
ylabel('Probability Density');
title('Radial Probability Density of OHe System Ground State');
hold on;

```

```
plot([rc rc], [0 max(prob_density)], '--r');
text(rc+0.1*r0, max(prob_density)/2, ['r_c = ', num2str(rc), ' m']);
hold off;
```

## 10 Заключение

В статье рассматривается гипотеза оскорости рекомбинации ОНе. Мы рассмотрели Темный атом ОНе как структуру, подобную атому Бора, состоящую из отрицательно заряженного ядра О и альфа-частицы Не, которая действует подобно электрону с положительным зарядом. Ковалентная связь между двумя атомами ОНе включает совместное использование электроноподобных частиц Неэ между ядрами О, что приводит к образованию стабильной молекулы. Однако в этом подходе у атома Бора есть некоторые недостатки, например, в этой численной модели силаомб между гелием и О явно не задана, но боровская орбита вращения Не в атоме ОНе фиксируется вручную, что исключает возможность его поляризации из-за эффекта Штарка. В нашей будущей работе мы постараемся устранить эту проблему. Мы также сравним предполагаемое количество атомов ОНе с дальнейшими проверками или ограничениями на обилие ОНе во Вселенной, чтобы проверить непротиворечивость модели. Кроме того, мы попытаемся усовершенствовать модель, включив дополнительные теоретические ограничения и сравним с более точными оценками. Кроме того, мы изучим, как один атом взаимодействует между собой и с другим другим атомом, чтобы узнать, как он ведет себя в случае образования структуры.

## Список литературы

- [1] T. E. Bikbaev, M. Y. Khlopov, and A. G. Mayorov. Numerical simulation of dark atom interaction with nuclei. In *23rd Workshop on What Comes Beyond the Standard Models?*, 11 2020.
- [2] M. Khlopov. Cosmoparticle physics of dark universe. *Symmetry*, 14(1), 2022. ISSN 2073-8994. doi: 10.3390/sym14010112. URL <https://www.mdpi.com/2073-8994/14/1/112>.
- [3] M. Y. Khlopov and C. Kouvaris. Strong interactive massive particles from a strong coupled theory. *Phys. Rev. D*, 77:065002, Mar 2008. doi: 10.1103/PhysRevD.77.065002. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.77.065002>.
- [4] M. Y. Khlopov, A. G. Mayorov, and E. Y. Soldatov. The dark atoms of dark matter, 2010.
- [5] V. Rubakov. Cosmology and dark matter. 2022. doi: 10.23730/CYRSP-2021-005.129. URL <https://cds.cern.ch/record/2835254>.