

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

УДК 524.1

ОТЧЁТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКРЫТОЙ МАССЫ НА ОБЪЯСНЕНИЕ
С ЕЕ ПОМОЩЬЮ ПОЗИТРОННОЙ АНОМАЛИИ В
КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧАХ

Научные руководители _____ М. Л. Соловьёв

_____ К. М. Белоцкий

Выполнила _____ П. А. Коршунова

Москва 2023

Содержание

Введение	3
1 Описание используемых вычислительных средств	4
2 Модель	4
3 Результаты	7
3.1 Анализ методов минимизации	7
3.2 Доля e^+ для трех колец с переменной плотностью 3-го кольца	9
3.3 Доля e^+ для двух колец с переменной плотностью	11
Заключение	14
Список используемых источников	15

Введение

Одной из неразрешенных проблем современной астрофизики является избыток позитронов в космических лучах (КЛ), называемый «позитронной аномалией». Впервые она была обнаружена в эксперименте PAMELA [1], а позднее эти данные были подтверждены экспериментом AMS-02 [2].

Существует несколько моделей, пытающихся объяснить «позитронную аномалию». В работе рассматривается модель нестабильной скрытой массы (Dark Matter, DM) в качестве источника первичных позитронов. Астрофизика предоставляет несколько убедительных доказательств в пользу существования скрытой массы [3; 4].

Предполагается, что частицы DM распадаются или аннигилируют с образованием позитронов в конечном состоянии [5]. В работе мы не конкретизируем свойств частиц DM за исключением их массы и будем рассматривать только случай аннигиляции.

Однако рассматриваемая модель имеет свои недостатки, основным из которых является перепроизводство гамма-излучения в процессе аннигиляции или распада частиц скрытой массы по сравнению с наблюдаемыми данными [6]. Одним из возможных путей решения данной проблемы является изменение пространственного распределения источников.

Ранее были рассмотрены спектры позитронов для простейших источников (точечный, линейный и тп.), для источника в виде двух бесконечно тонких колец вокруг центра Галактики, а также производимая ими доля позитронов в КЛ при заданной заранее массе начальной частицы. Вместе с тем была начата работа по поиску оптимальных параметров фитирования.

В данной работе были рассмотрены два и три кольцевых источника, чтобы можно было покрыть как высокие, так и низкие энергии, проводилась работа по поиску оптимальных параметров фитирования, а также оптимизация кода и устранение проблем, связанных с усложнением алгоритмов фитирования.

1 Описание используемых вычислительных средств

Для моделирования потока позитронов от различного распределения источников скрытой массы использовался математический пакет Wolfram Mathematica.

Mathematica — система компьютерной алгебры, широко используемая для научных, инженерных, математических расчётов. Разработана в 1988 году Стивеном Вольфрамом, дальнейшим развитием системы занята основанная им совместно с Теодором Греем компания Wolfram Research.

Она оснащена широким перечнем аналитических возможностей, среди которых упрощение выражений, интегрирование, решение дифференциальных уравнений и прочее.

Помимо этого, система осуществляет численные расчеты и предоставляет возможность представления результатов в виде графиков.

Последнее активно использовалось в ходе данной работы.

Для поиска оптимальных параметров так же использовалась Wolfram Mathematica, т.к. здесь есть возможность сделать массу параметром фита, чего нельзя, например, в GALPROP.

2 Модель

Предполагается, что скрытая масса состоит из неизвестных на данный момент частиц (подробнее о кандидатах в эти частицы - в работах [7; 8]), которые способны распадаться или аннигилировать с образованием позитронов в конечном состоянии. Допускается, что процесс аннигиляции или распада может проходить по нескольким модам [5], однако в данной работе рассматривается только канал e^+e^- :

$$X\bar{X} \rightarrow e^+e^- \quad (1)$$

Движение позитронов в межзвездной среде имеет диффузный характер, что приводит к «размазыванию» частиц по объему Галактики. В этом

случае за промежуток времени, соответствующий потере энергии от E_0 до E , позитроны распространятся на расстояние [8]

$$\lambda(E, E_0) = 10\text{кpc} \sqrt{\left(\frac{E}{1\text{ГэВ}}\right)^{-0,7} - \left(\frac{E_0}{1\text{ГэВ}}\right)^{-0,7}} \quad (2)$$

В межзвёздной среде позитроны будут испытывать синхротронные и комптоновские потери, связанные с взаимодействием e^+ с галактическим магнитным полем, фотонами реликтового излучения и света звёзд. Скорости этих потерь можно представить в виде

$$\frac{dE}{dt} = b(E) = -\beta E^2, \quad (3)$$

где $\beta \sim 10^{-16} \text{с}^{-1}\text{ГэВ}^{-1}$. Знак минус указывает на то, что энергия убывает со временем.

Для оценки концентрации позитронов от скрытой массы вблизи Земли была использована формула из [9]

$$\frac{dn_{e^+}(E, \vec{r}_{\text{Earth}})}{dE} = \frac{1}{b(E)} \int_E^{E_{0\text{max}}} \frac{dE_0}{(\pi\lambda^2(E, E_0))^{3/2}} \int d^3\vec{r} Q(E_0, \vec{r}) e^{-\frac{(\vec{r}-\vec{r}_{\text{Earth}})^2}{\lambda^2(E, E_0)}}, \quad (4)$$

где $Q(E_0, \vec{r})$ — скорость рождения e^+ в интервале энергий $E_0 \div E_0 + dE_0$ в единице объема в результате аннигиляции частиц ДМ с концентрацией $n(\vec{r})$. Для простоты, она взята в виде:

$$Q(E_0, \vec{r}) = \frac{1}{4} \langle \sigma v \rangle \frac{\rho_{DM}^2}{M^2} \delta(E_0 - M), \quad (5)$$

где $\rho_{DM} = 0,4 \text{ГэВ см}^{-3}$, M — масса частицы скрытой массы в ГэВ.

Была выбрана система координат с центром в Земле. В этом случае $\vec{r}_{\text{Earth}} = 0$, а \vec{r} задает расстояние от наблюдателя до источника.

Окончательная формула для потока позитронов от источника скрытой массы будет иметь вид

$$\Phi(E) = \frac{c}{4\pi} \frac{1}{\beta E^2} \int_E^{E_{0\text{max}}} \frac{dE_0}{(\pi\lambda^2(E, E_0))^{3/2}} \int d^3\vec{r} Q(E_0, \vec{r}) e^{-\frac{\vec{r}^2}{\lambda^2(E, E_0)}}, \quad (6)$$

где c - скорость света.

В данной работе в качестве источника скрытой массы использовались бесконечно тонкие кольца разного радиуса вокруг центра Галактики, задаваемые параметрически следующим образом:

$$\begin{cases} x = a \cos t + r_{\odot} \\ y = a \sin t \\ z = 0 \end{cases} \quad t \in [0; 2\pi], \quad (7)$$

здесь a – радиус кольца, $r_{\odot} = 8.5$ кпк – положение Солнца относительно центра Галактики .

В качестве фоновых потоков электронов и позитронов были взяты потоки из [10]

$$\Phi_{e^-}^{\text{bkg}}(E) = \left(\frac{82.0\epsilon^{-0.28}}{1 + 0.224\epsilon^{2.93}} \right) \text{GeV}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}, \quad (8)$$

$$\Phi_{e^+}^{\text{bkg}}(E) = \left(\frac{38.4\epsilon^{-4.78}}{1 + 0.0002\epsilon^{5.63}} + 24.0\epsilon^{-3.41} \right) \text{GeV}^{-1} \text{m}^{-2} \text{s}^{-1} \text{sr}^{-1}, \quad (9)$$

где $\epsilon = E/1\text{GeV}$.

При энергиях, меньших, чем ~ 10 ГэВ, потоки электронов и позитронов в верхней части атмосферы могут значительно отличаться от межзвездных потоков из-за эффектов солнечной модуляции. Данные потоки связаны следующим образом [10]

$$\Phi_{e^{\pm}}^{\text{TOA}}(E_{\text{TOA}}) = \frac{E_{\text{TOA}}^2}{E_{\text{IS}}^2} \Phi_{e^{\pm}}^{\text{IS}}(E_{\text{IS}}), \quad (10)$$

где $E_{\text{IS}} = E_{\text{TOA}} + \phi_F$, E_{IS} и E_{TOA} – энергии электронов или позитронов на границе гелиосферы и в верхней части атмосферы Земли соответственно, ϕ_F – параметр солнечной модуляции ($\phi_F = 0.7$ ГэВ для электронов, $\phi_F = 0.8$ ГэВ для позитронов).

Общие потоки электронов и позитронов можно рассчитать по формуле

$$\Phi_{e^{\pm}}^{\text{tot}} = \Phi_{e^{\pm}}^{\text{DM}} + \Phi_{e^{\pm}}^{\text{bkg}} \quad (11)$$

Тогда соотношение для доли позитронов в верхней части атмосферы будет выглядеть следующим образом

$$\frac{e^+}{e^+ + e^-} = \frac{\Phi_{e^+}^{\text{tot}}}{\Phi_{e^+}^{\text{tot}} + \Phi_{e^-}^{\text{tot}}} \quad (12)$$

3 Результаты

С помощью описанных ранее формул и математического пакета Wolfram Mathematica были смоделированы энергетические спектры позитронов в космических лучах для пространственного распределения источников в виде двух бесконечно тонких колец.

Ранее в работе была получена доля позитронов в КЛ для двух кольцевых источников с массой частицы и радиусами колец, выступающими в роли параметров фитирования. При этом возникали проблемы с нахождением локального минимума вместо глобального. А также стало понятно, что при подобном распределении скрытой массы не получается добиться покрытия низкоэнергетичных экспериментальных точек теоретической зависимостью.

3.1 Анализ методов минимизации

Для начала была рассмотрена доля позитронов в КЛ от двух колец, при этом масса частицы и радиусы колец выступали в роли параметров фитирования, в котором участвовали экспериментальные точки со 183 ГэВ. Так как были выявлены проблемы с нахождением глобального минимума, из-за чего приходилось ставить более жесткие ограничения на параметры, то была проведена работа по изучению методов минимизации функции NMinimize в программе Wolfram Mathematica.

Был проведен анализ трех методов минимизации: Differential Evolution, Simulated Annealing и Random Search.

1. Differential Evolution

Это простой минимизатор стохастических функций. Во время каждой итерации алгоритма генерируется новая совокупность точек. Новая точка генерируется путем выбора трех случайных точек x_u , x_v и x_w из старой совокупности и формирования $x_s = x_w + s(x_u - x_v)$, где s – действительный коэффициент масштабирования. Затем новая точка x_{new} строится из x_j и x_s путем взятия $i^{\text{ой}}$ координаты из x_s с вероятностью ρ и, в противном случае, взятия координаты из x_j . Вероятность ρ контролируется опцией «Cross Probability», которая по умолчанию имеет значение 0,5.

2. Simulated Annealing

Метод основан на симуляции процесса термической обработки металла, при котором металлический предмет нагревают до высокой температуры и дают ему медленно остыть, что позволяет атомной структуре перейти в более низкое энергетическое состояние. Аналогично, этот алгоритм позволяет уйти от локального минимума, исследовать различные варианты и остановиться на глобальном минимуме.

На каждой итерации новая точка x_{new} генерируется в окрестности текущей точки x , при этом радиус окрестности с каждой итерацией уменьшается. Наилучшая точка x_{best} , найденная на данный момент, также отслеживается. И если $f(x_{new}) \leq f(x_{best})$, то x_{best} заменяется на x_{new} .

Данный метод использует несколько отправных точек и находит оптимальную, начиная с каждой из них.

3. Random Search

Алгоритм случайного поиска работает путем генерации совокупности случайных начальных точек и использует метод локальной оптимизации для каждой из них для сходимости к локальному минимуму. В качестве решения выбирается наилучший локальный минимум.

На рисунке 1 приведены зависимости доли позитронов от энергии для двух колец вокруг центра Галактики с использованием различных методов

минимизации. Также на графиках показаны фон [10] – черным цветом и экспериментальные точки AMS-02 [11] – синим цветом.

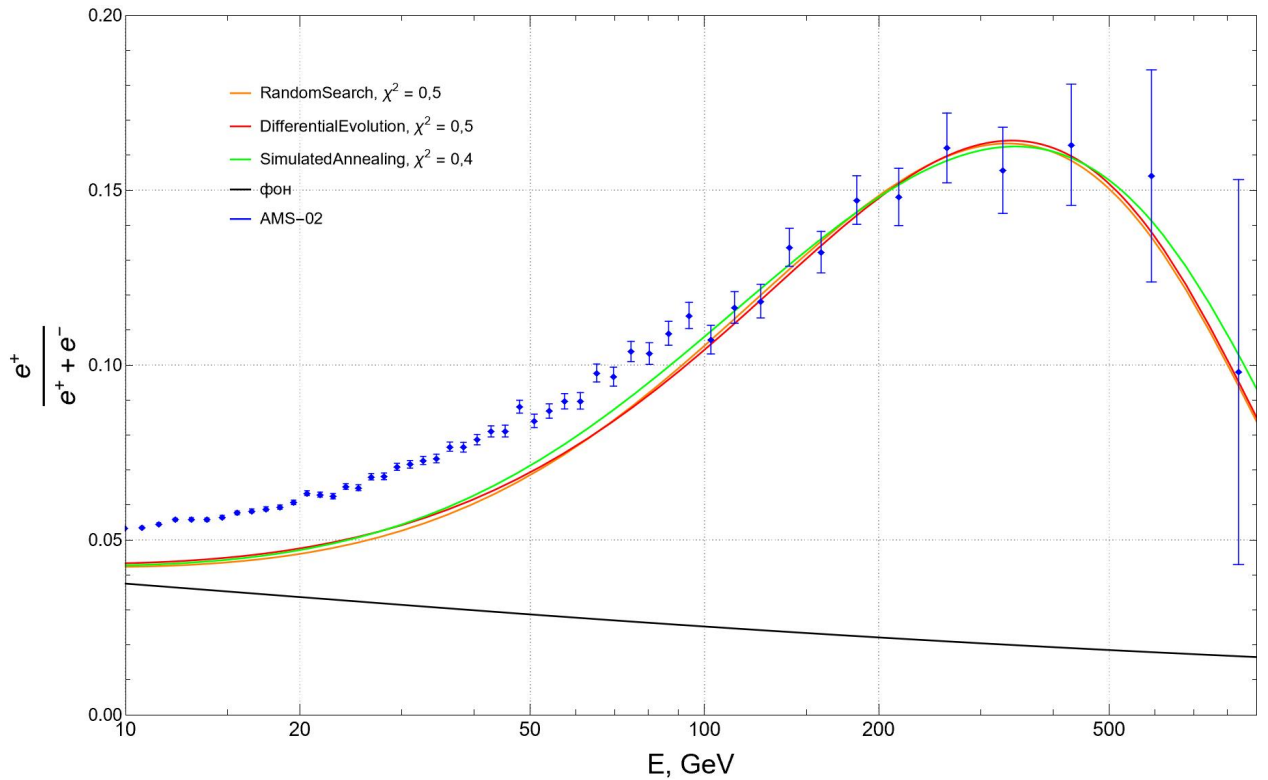


Рисунок 1 – Зависимость доли позитронов от энергии для двух колец вокруг центра Галактики при использовании различных методов минимизации. Черным цветом обозначен фон, синим – данные AMS-02, оранжевым, красным и зеленым – спектры от колец.

При минимизации с помощью метода Simulated Annealing было получено наилучшее значение χ^2 , а также данный метод оказался наиболее выигрышным с точки зрения временных затрат. Под χ^2 здесь понимается приведенный хи-квадрат $\frac{\chi^2}{N_{\text{dof}}}$, где N_{dof} – число степеней свободы.

Далее при фитировании везде будет использоваться данный метод нахождения минимума.

3.2 Доля e^+ для трех колец с переменной плотностью 3-го кольца

Так как ранее с помощью двух кольцевых источников удалось описать только экспериментальные точки на высоких энергиях, можно сделать

предположение, что если мы введем третье кольцо с достаточно большим радиусом, то нам удастся описать и точки на низких энергиях.

Для начала все параметры, кроме плотности третьего кольца были зафиксированы. При этом было рассмотрено два случая: $r_3 = 20$ кпк и $r_3 = 30$ кпк. Здесь r_3 – радиус 3-го кольца. Остальные параметры соответствуют минимальному значению χ^2 для случая двух кольцевых источников: $m = 16.6$ ТэВ, $\langle \sigma v \rangle = 10^{24}$ см³с⁻¹, $r_1 = 5,6$ кпк и $r_2 = 11,3$ кпк.

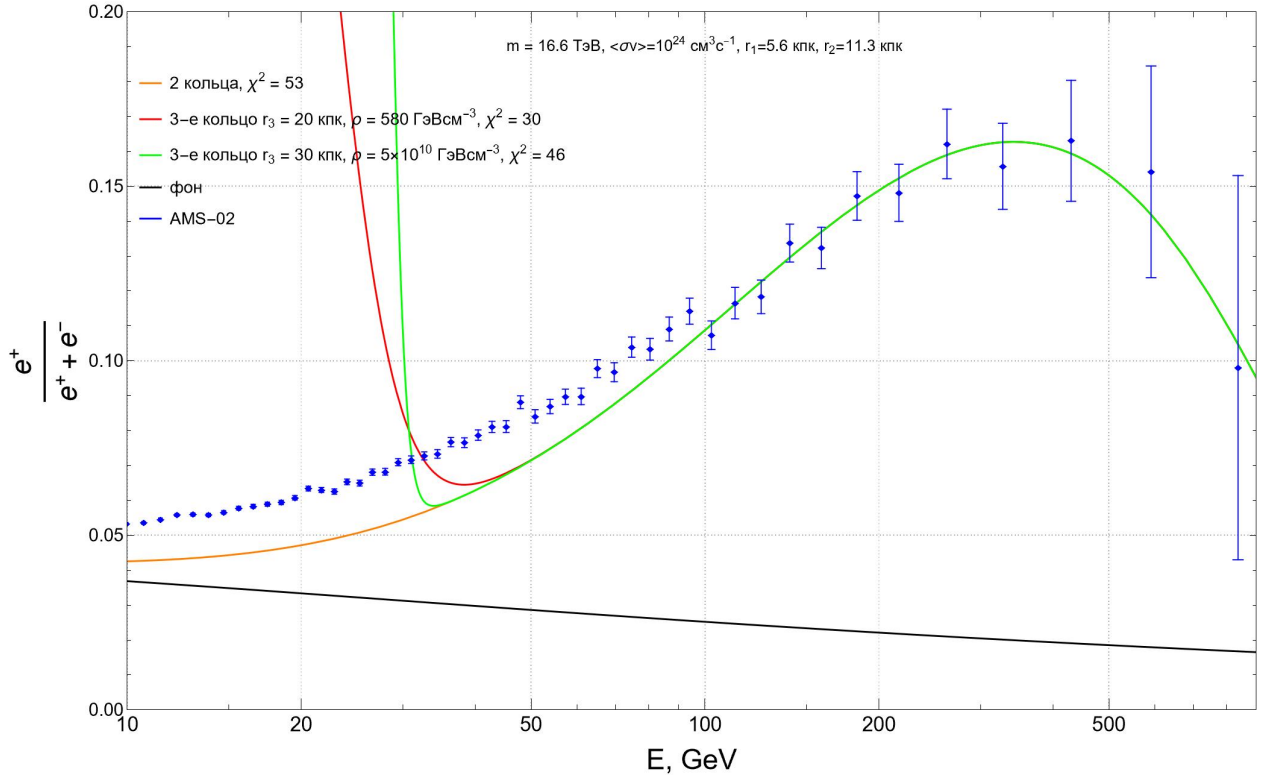


Рисунок 2 – Зависимость доли позитронов от энергии для колец вокруг центра Галактики при различных радиусах третьего кольца. Черным цветом обозначен фон, синим – данные AMS-02, оранжевым – спектр от двух колец, красным и зеленым – спектры от трех колец.

По графику 2 видно, что при таком выборе значений радиусов третьего кольца его основной вклад в e^+ приходится на слишком низкие энергии. Это приводит к значительному увеличению плотности кольца для возможности описания нескольких точек на границе фитирования и сильному перепроизводству позитронов ниже нее.

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод, что радиус кольца должен быть меньше, чтобы до нас доходило не так много позитро-

нов слишком низких энергий.

На следующем шаге радиус третьего кольца перестал быть фиксированным и выступал в роли параметра минимизации. При этом на него были поставлены ограничения $11 < r_3 < 20$ кпк. Полученные результаты представлены на графике 3.

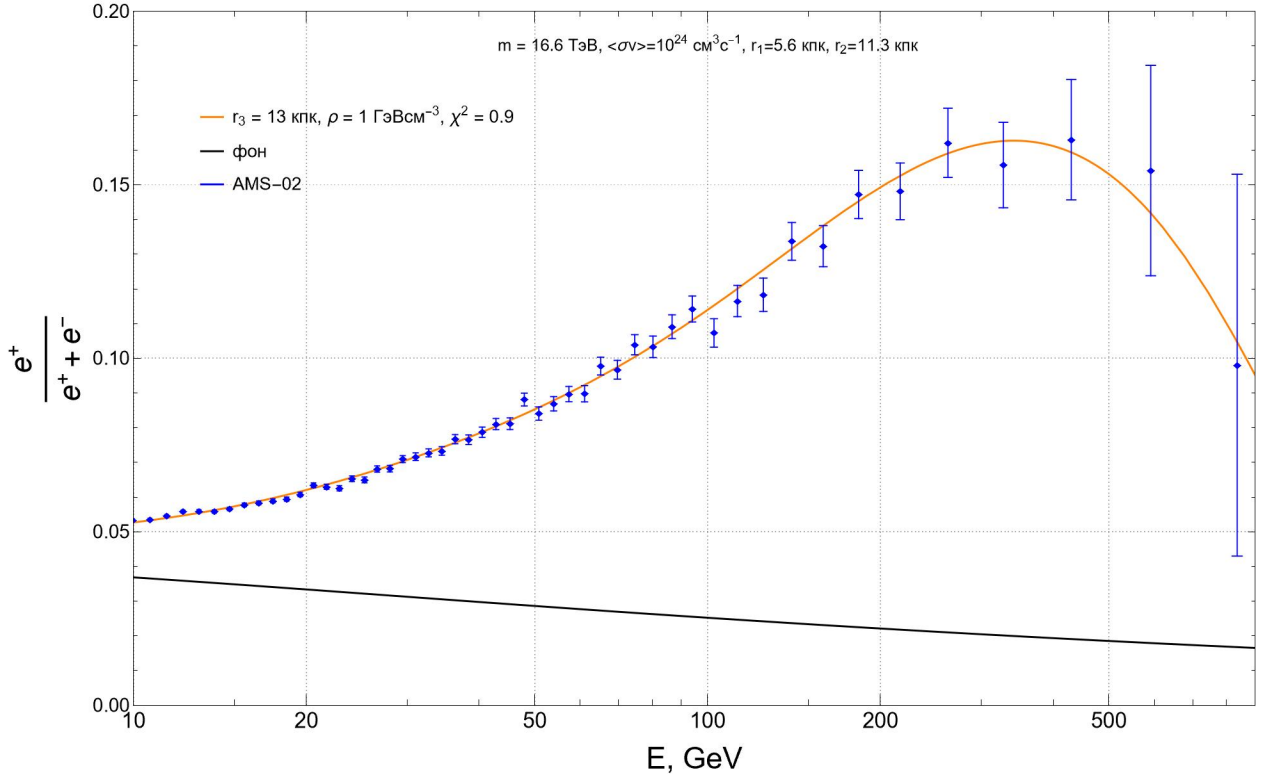


Рисунок 3 – Зависимость доли позитронов от энергии для трех колец вокруг центра Галактики. Черным цветом обозначен фон, синим – данные AMS-02, оранжевым – спектр от трех колец.

Видно, что с помощью трех кольцевых источников можно достаточно хорошо описать позитронную аномалию в космических лучах как на высоких, так и на низких энергиях.

При этом значения $r_2 = 11.3$ кпк и $r_3 = 13$ кпк получились близкими друг к другу, исходя из чего можно предположить, что при замене этих колец на одно с большей плотностью можно достичь таких же результатов.

3.3 Доля e^+ для двух колец с переменной плотностью

Далее мы вернулись к рассмотрению двух кольцевых источников вокруг центра Галактики, но было добавлено еще 2 параметра фитирования

– плотности колец ρ_1 и ρ_2 .

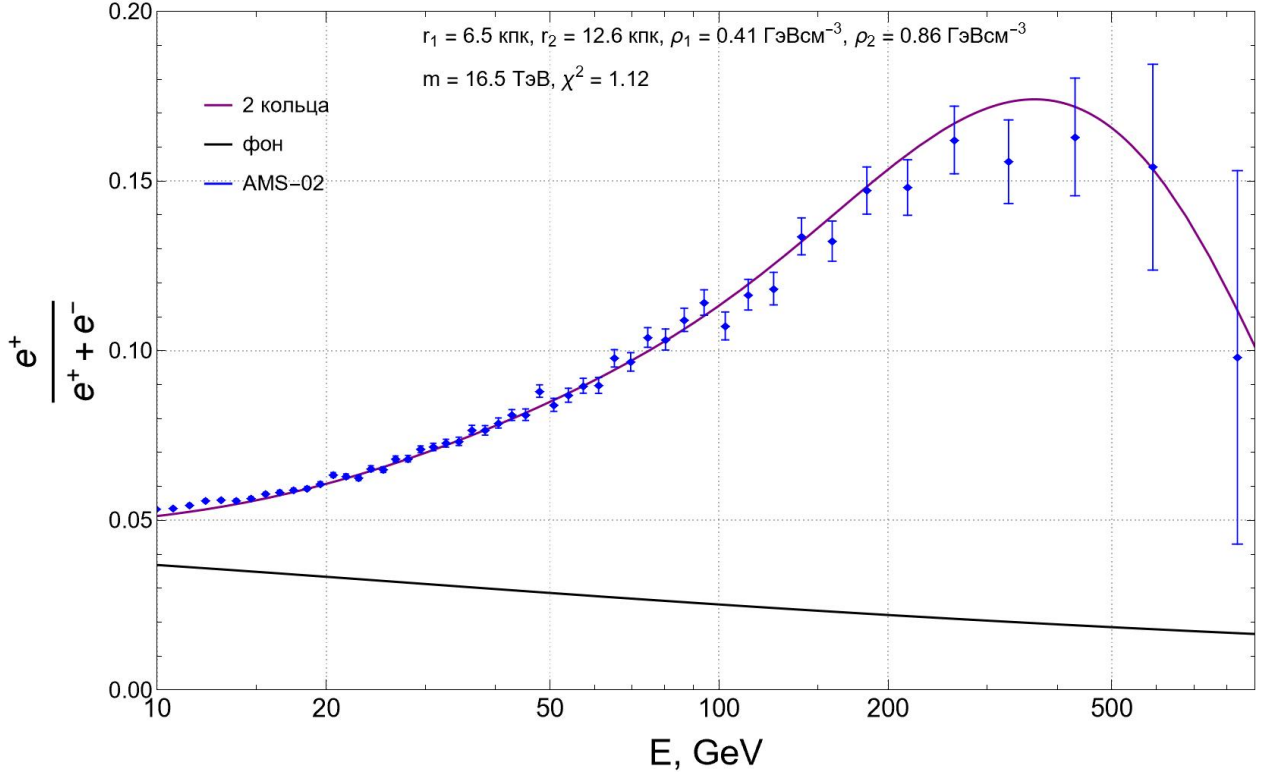


Рисунок 4 – Зависимость доли позитронов от энергии для двух колец вокруг центра Галактики. Черным цветом обозначен фон, синим – данные AMS-02, фиолетовым – спектр от колец.

На основании результатов, представленных на графике 4, можно сделать вывод о возможности описания позитронной аномалии в космических лучах с помощью двух кольцевых источников. При этом кольцо $r_1 = 6.5$ кпк описывает высокоэнергетичные экспериментальные точки, т.к. находится ближе к нам, а кольцо $r_2 = 12.6$ кпк – низкоэнергетичные.

Но можно также заметить, что ρ_2 в 2 раза больше, чем ρ_1 . Так как предполагается, что с удалением от центра Галактики плотность скрытой массы должна падать [5], то на плотности колец были поставлены более жесткие ограничения.

Рассматривалось несколько вариантов ограничений: $\rho_1 > \rho_2$ и $\rho_1 > \rho_2 \frac{r_2}{r_1}$. Результаты представлены на графике 5.

Наилучший χ^2 получился для случая $\rho_1 > \rho_2 \frac{r_2}{r_1}$, $\rho_2 > 0.08$ см $^{-3}$ ГэВ. Данное ограничение ставилось из соображений, что мы хотим, чтобы плотность кольца ρ падала хотя бы $\sim \frac{1}{r}$.

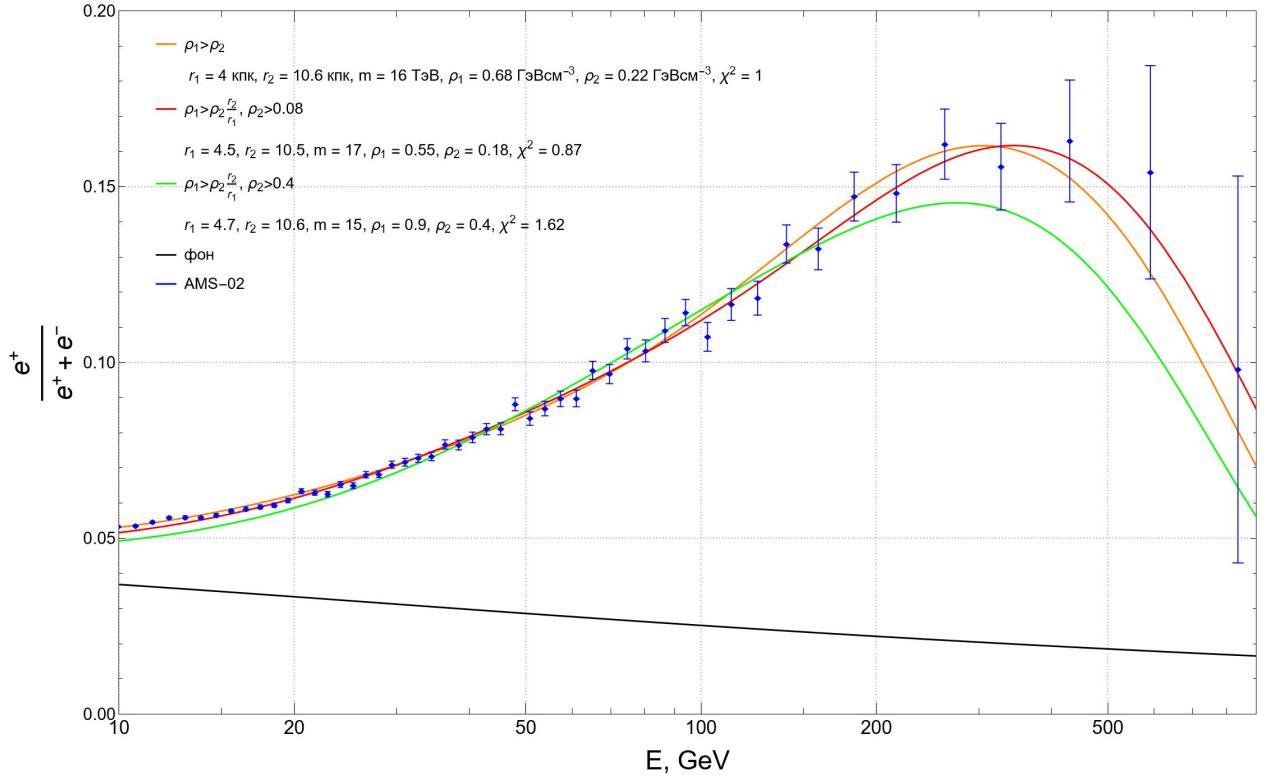


Рисунок 5 – Зависимость доли позитронов от энергии для двух колец вокруг центра Галактики для различных ограничений на плотности колец.

Таким образом, нам удалось найти оптимальные параметры для описания позитронной аномалии в КЛ в рамках модели двух бесконечно тонких кольцевых источников вокруг галактического центра

Оптимальные параметры						
m , ТэВ	r_1 , кпк	r_2 , кпк	ρ_1 , $\frac{\text{ГэВ}}{\text{см}^3}$	ρ_2 , $\frac{\text{ГэВ}}{\text{см}^3}$	$\langle \sigma v \rangle$, $\frac{\text{см}^3}{\text{с}}$	χ^2
17	4.5	10.5	0.55	0.18	$5 \cdot 10^{24}$	0.87

Таблица 1: Оптимальные параметры для случая двух бесконечно тонких колец вокруг центра Галактики

Заключение

В работе изучалось влияние исключительно пространственного распределения скрытой массы на форму спектра доли позитронов в КЛ. При этом рассматривалась аннигиляция частиц только по каналу e^+e^- , а спектр от одной реакции был взят в виде δ -функции при массе частицы DM.

Сперва был проведен анализ методов минимизации функции NMinimize математического пакета Wolfram Mathematica с целью устранения проблем, связанных с трудностью нахождения глобального минимума. Наилучшие результаты по χ^2 и по временным затратам показал метод «Simulated Annealing».

Далее с помощью оптимального метода были получены доли позитронов в КЛ для случая пространственного распределения источников в виде двух и трех колец вокруг центра Галактики. А также были найдены наилучшие параметры для описания позитронной аномалии в пределах данной модели распределения источников [1](#).

В дальнейшем планируется рассмотреть случаи различных профилей плотности и начальных спектров и, в конечном итоге, сделать оценки доли позитронов для модели скрытой массы, собранной в спиральные рукава.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Adriani O.* [et al.]. Cosmic-Ray Positron Energy Spectrum Measured by PAMELA // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 111. — P. 081102. — arXiv: [1308.0133 \[astro-ph.HE\]](#).
2. *Aguilar M.* [et al.]. First Result from the Alpha Magnetic Spectrometer on the International Space Station: Precision Measurement of the Positron Fraction in Primary Cosmic Rays of 0.5–350 GeV // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110. — P. 141102.
3. *Bertone G., Hooper D., Silk J.* Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints // *Phys. Rept.* — 2005. — Vol. 405. — P. 279–390. — arXiv: [hep-ph/0404175](#).
4. *Einasto J.* Dark Matter //. — 01/2009. — arXiv: [0901.0632 \[astro-ph.CO\]](#).
5. *Cirelli M.* [et al.]. PPC 4 DM ID: A Poor Particle Physicist Cookbook for Dark Matter Indirect Detection // *JCAP.* — 2011. — Vol. 03. — P. 051. — arXiv: [1012.4515 \[hep-ph\]](#) ; — [Erratum: *JCAP* 10, E01 (2012)].
6. *Belotsky K.* [et al.]. The DAMPE excess and gamma-ray constraints // *Phys. Dark Univ.* — 2019. — Vol. 26. — P. 100333. — arXiv: [1904.02456 \[astro-ph.HE\]](#).
7. *Belotsky K., Khlopov M., Laletin M.* Dark Atoms and their decaying constituents // *Bled Workshops Phys.* / ed. by N. S. Mankoc Borstnik, H. B. Nielsen, D. Lukman. — 2014. — Vol. 15, no. 2. — P. 1–9. — arXiv: [1411.3657 \[hep-ph\]](#).
8. *Belotsky K.* [et al.]. Decaying Dark Atom constituents and cosmic positron excess // *Adv. High Energy Phys.* — 2014. — Vol. 2014. — P. 214258. — arXiv: [1403.1212 \[astro-ph.CO\]](#).
9. *Li T., Okada N., Shafi Q.* Scalar dark matter, Type II Seesaw and the DAMPE cosmic ray $e^+ + e^-$ excess // *Phys. Lett. B.* — 2018. — Vol. 779. — P. 130–135. — arXiv: [1712.00869 \[hep-ph\]](#).

10. *Ibarra A., Tran D., Weniger C.* Decaying Dark Matter in Light of the PAMELA and Fermi LAT Data // JCAP. — 2010. — Vol. 01. — P. 009. — arXiv: [0906.1571 \[hep-ph\]](#).
11. *Aguilar M.* [et al.]. Towards Understanding the Origin of Cosmic-Ray Electrons // Phys. Rev. Lett. — 2019. — Vol. 122, no. 10. — P. 101101.