

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(государственный университет)

Кафедра физики элементарных частиц

Отчет по НИРС на тему:

Метод расчета чувствительности эксперимента P20

Место выполнения: Национальный исследовательский ядерный
университет «МИФИ»

Научный руководитель

д.ф-м.н., проф.

_____ А. А. Соколов

Студент Б19-102

_____ Т. В. Махкамов

Москва 2023

Содержание

Введение	3
1 Осцилляции нейтрино	6
1.1 Осцилляции нейтрино в вакууме	7
1.2 Параметризация матрицы смешивания	11
1.3 Осцилляции нейтрино в веществе	13
2 Проект P2O	16
2.1 Общее описание проекта	16
2.2 Ускоритель в Протвино	17
3 Моделирование в GLoBES	21
3.1 Программный пакет GLoBES	21
3.2 AEDL-файл	22
4 Описание экспериментальной установки	23
4.1 Построение модели в GEANT4	23
4.2 Модель образования пучка	24
5 Заключение	28
6 Список литературы	29

Введение

Физика нейтрино является одной из наиболее интересных областей науки, начиная с момента открытия нейтрино в 1956 году, вплоть до настоящего времени. Одной из главных особенностей нейтрино, которая привлекает так много внимания ученых, является ее способность изменять свой "аромат" при прохождении через вакуум или вещество, называемое осцилляцией. Хотя существует также смешивание ароматов кварков, но пока неизвестно, являются ли эти механизмы аналогичными. Изучение осцилляций нейтрино - это один из последних этапов, необходимых для подтверждения полноты и правильности расширенной Стандартной модели физики элементарных частиц, на которой основываются современные представления о микромире. Именно поэтому нейтрино является частицей, которая в настоящее время изучается во многих экспериментах.

Параметры осцилляций нейтрино, измеряются в реакторных и ускорительных экспериментах, а также в экспериментах, источниками которых является Солнце и космические лучи, взаимодействующие с атмосферой Земли. Реакторные эксперименты с короткой базой чувствительны к измерению угла θ_{13} и расщеплению масс Δm^2_{31} , солнечные – к величине расщепления масс Δm^2_{21} и углу θ_{12} , а атмосферные – к величине расщепления масс Δm^2_{31} и углу θ_{23} . Ускорительные же эксперименты измеряют такие параметры, как фазу CP-нарушения δ_{CP} , знак и значение расщепления масс Δm^2_{31} , величину и октант угла θ_{23} , а также стараются обеспечить точность при измерении θ_{13} , сравнимую с точностью реакторных экспериментов. Этот тип экспериментов имеет ряд преимуществ в изучении физики осцилляций нейтрино относительно других, например, возможность изменения мощности пучка частиц в ускорителе, возможность работы в широком энергетическом спектре и др.

Наиболее амбициозным проектом, предложенным на сегодняшний день, является проект P2O (Protvino to ORCA). Он состоит из ближнего и дальнего детекторов, на которые будет направлен высокоинтенсивный пучок в основном мюонных нейтрино ν_μ и антинейтрино $\bar{\nu}_\mu$. Пучок протонов высокой

энергии воздействует на ядерную мишень для получения пучка вторичных пионов и каонов, распады которых, в свою очередь, дают пучок нейтрино. Такие пучки были широко эксплуатированы в Брукхейвене, Церне, Фермилабе, КЕК, Лос-Аламосе и Серпухове, а также в настоящее время строятся новые установки в Фермилабе, J-PARC и ЦЕРНЕ. Первый детектор необходим для точного определения величины потока и его флейворного состава, а также для снижения систематических погрешностей. Магнитные горны, стоящие перед ближним детектором, могут фокусировать положительно заряженные мезоны π^+ , K^+ или отрицательно заряженные мезоны π^- , K^- , и в зависимости от этого определяются два режима работы: FНС – пучок нейтрино, RНС – пучок антинейтрино. Нейтрино будут проходить расстояние в ≈ 2595 км, которого достаточно для того, чтобы отделять эффекты, связанные со значением фазы δ_{CP} , от эффектов, возникающих при прохождении частиц через вещество Земли (эффект Михеева – Смирнова – Вольфенштейна). Детекторные комплексы будут располагаться под землей для защиты от попадания в них частиц от внешних источников. Эксперимент сможет исследовать явления в широком энергетическом спектре от 2 до 7 ГэВ, изучая физику нейтринных осцилляций в рамках парадигмы трёхфлейворных состояний нейтрино расширенной Стандартной модели. На сегодняшний день весь комплекс нейтринных экспериментов измерил пять осцилляционных параметров: θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} , Δm^2_{21} , Δm^2_{31} . И остаются неизвестными:

- иерархия масс нейтрино (знак Δm^2_{31});
- δ_{CP} фаза, связанная с сохранением или нарушением симметрии комбинированной чётности;
- октант, в котором находится угол смешивания θ_{23} , поскольку значение этого угла близко к 45° ;

Измерить неизвестные и уточнить все измеренные параметры – задача Р2О в физике осцилляций нейтрино. Если удастся это сделать, то в парадигме трёхфлейворных состояний нейтрино можно будет полностью описать явление осцилляций. Цель работы: рассчитать чувствительность Р2О к измерению

параметров осцилляций нейтрино. Моделированием данного ускорительного эксперимента спрогнозировать, насколько удачен будет реальный планируемый эксперимент в этой области.

Задачи работы:

1. изучить явление осцилляций нейтрино в вакууме и веществе;
2. провести моделирование эксперимента в симуляторе экспериментов с длинной базой осцилляций GLoBES;
3. рассчитать чувствительность P2O к определению иерархии масс нейтрино, к измерению фазы δ_{CP} , к определению октанта, в котором находится угол смешивания θ_{23} ;
4. построить графики вклада фокусированного пучка;

1 Осцилляции нейтрино

Нейтрино и антинейтрино могут осциллировать при прохождении сквозь Землю расстояния между детекторами. Поэтому нужно подробно рассмотреть процесс осцилляций и ввести величины, используемые в работе.

Три массовых состояния нейтрино ν_1, ν_2, ν_3 с массами m_1, m_2, m_3 соответственно и три флейворных состояния нейтрино ν_e, ν_μ, ν_τ связаны через унитарную матрицу смешивания U :

$$\begin{pmatrix} \nu_{e,L} \\ \nu_{\mu,L} \\ \nu_{\tau,L} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix}}_U \begin{pmatrix} \nu_{1,L} \\ \nu_{2,L} \\ \nu_{3,L} \end{pmatrix}$$

или

$$\nu_{\alpha,L} = \sum_i U_{\alpha i} \nu_{i,L}$$

где ν_i – поле дираковских нейтрино и антинейтрино с массой m_i , ν_α – поле флейворных нейтрино, участвующих в стандартном слабом взаимодействии, L - индекс, показывающий, что нейтрино - левокиральные. Антинейтрино правокиральные. Лептонное число для нейтрино равно $L_\nu = 1$, для антинейтрино - $L_{\bar{\nu}} = -1$

Таким образом, вектор состояний флейворных нейтрино выражается через вектор состояний нейтрино с массой m_i :

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha,i}^* |\nu_i\rangle$$

Флейворное состояние нейтрино - это когерентная суперпозиция состояний нейтрино с различными массами.

1.1 Осцилляции нейтрино в вакууме

Уравнения Шрёдингера (УШ) для осцилляций нейтрино в вакууме:

$$i \frac{\partial |\Psi(t)\rangle}{\partial t} = H |\Psi(t)\rangle$$

Вектор $|\Psi\rangle$ раскладывается по системе состояний нейтрино с ароматами $|\nu_\alpha\rangle$:

$$|\Psi\rangle = \sum_{\alpha} a_{\alpha}(t) |\nu_{\alpha}\rangle$$

Стационарное УШ на собственные значения и собственные вектора состояний нейтрино с массами m_i имеет вид:

$$H |\nu_i\rangle = E_i |\nu_i\rangle, E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx p + \frac{m_i^2}{2E}$$

Амплитуда вероятности найти ν_α в состоянии $|\Psi(t)\rangle$:

$$a_{\alpha}(t) = \langle \nu_{\alpha} | \Psi(t) \rangle$$

Тогда уравнение (2) преобразуется в:

$$i \frac{\partial a_{\alpha'}(t)}{\partial t} = \sum_{\alpha} \langle \nu_{\alpha'} | H | \nu_{\alpha} \rangle a_{\alpha}(t)$$

Из равенства (1) справедливо, что $\langle \nu_{\alpha} | \nu_i \rangle = U_{\alpha,i}$, $\langle \nu_i | \nu_{\alpha} \rangle = U_{\alpha,i}^*$ и, следовательно:

$$\langle \nu_{\alpha'} | H | \nu_{\alpha} \rangle = \sum_i U_{\alpha',i} E_i U_{\alpha,i}^* = p + \sum_i U_{\alpha',i} \frac{m_i^2}{2E} U_{\alpha,i}^*$$

Уравнение Шрёдингера (3) приводится к:

$$i \frac{\partial a(t)}{\partial t} = U \frac{m^2}{2E} U^{\dagger} a(t)$$

Заменой $a'(t) = U^{\dagger} a(t)$ получается:

$$i \frac{\partial a'(t)}{\partial t} = \frac{m^2}{2E} a'(t)$$

решение которого $a'(t) = e^{-i\frac{m^2}{2E}(t-t_0)}a'(t_0)$, а решение уравнения (4) имеет вид:

$$a(t) = U e^{-i\frac{m^2}{2E}(t-t_0)} U^\dagger a(t_0)$$

где t_0 — начальное время. Вероятность перехода $\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}$ будет:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \sum_i U_{\alpha',i} e^{-i\Delta m_{\alpha,i}^2 \frac{L}{2E}} U_{\alpha,i}^* \right|^2, i = 2,3$$

или

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \delta_{\alpha\alpha'} + \sum_i U_{\alpha',i} U_{\alpha,i}^* \left(e^{-i\Delta m_{i1}^2 \frac{L}{2E}} - 1 \right) \right|^2, i = 1,2,3$$

(Аналогичные преобразования верны для антинейтрино). Видно, что вероятность зависит от соотношения L/E и что нейтринные осцилляции будут происходить, если выполняется соотношение $\Delta m_{i1}^2 L/E \geq 1$, хотя бы для одного из значений $i = 2, 3$. Также справедливо равенство $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = P(\bar{\nu}_{\alpha'} \rightarrow \bar{\nu}_\alpha)$, являющееся следствием СРТ-инвариантности. Если есть и CP-инвариантность в лептонном секторе, то должно быть верно равенство: $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_{\alpha'})$

Рассмотрим осцилляции нейтрино в предположении, что существует какие-либо два из трёх флейворов. Индекс α может принимать значения μ, e или μ, τ и т.д.

Формула (6) для появления нейтрино α' -аромата из α примет вид:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \delta_{\alpha\alpha'} + U_{\alpha',2} U_{\alpha,2}^* \left(e^{-i\Delta m^2 \frac{L}{2E}} - 1 \right) \right|^2, \Delta m = m_2 - m_1$$

Если ввести амплитуду вероятности $A_{\alpha,\alpha'} = 4 |U_{\alpha',2}|^2 |U_{\alpha,2}|^2 = A_{\alpha',\alpha}$, отражающую возможность найти нейтрино в момент времени t в состоянии $\nu_{\alpha'}$, если в начальный момент времени $t_0 = 0$, оно находилось в состоянии ν_α , то:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \frac{1}{2} A_{\alpha',\alpha} \left(1 - \cos \left(\Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \right), \alpha \neq \alpha'$$

Амплитуду вероятности $A_{\alpha',\alpha}$ можно представить через угол смешивания θ

$$\begin{aligned} A_{\alpha',\alpha} &= 4 |U_{\alpha,2}|^2 |U_{\alpha',2}|^2 = 4 |U_{\alpha,2}|^2 (1 - |U_{\alpha,2}|^2)^2 \\ &= 4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \sin^2 2\theta \end{aligned}$$

Формула преобразуется в:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos \left(\Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \right), \alpha \neq \alpha'$$

Из закона сохранения вероятность исчезновения нейтрино α -аромата определяется:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos \left(\Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \right), \alpha \neq \alpha'$$

И заключительный этап - учёт нормировки используемых единиц измерения:

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) &= \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \left(1 - \cos \left(2.53 \Delta m^2 \frac{L}{2E} \right) \right) = \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2 \frac{L}{2E} \right), \alpha \neq \alpha'. \end{aligned}$$

В этой формуле Δm^2 в эВ², L в км, E в ГэВ. На рис. 1 представлен график вероятности появления нейтрино нового аромата в вакууме, описываемый двумя осцилляционными параметрами $\sin^2 2\theta$ и Δm^2 .

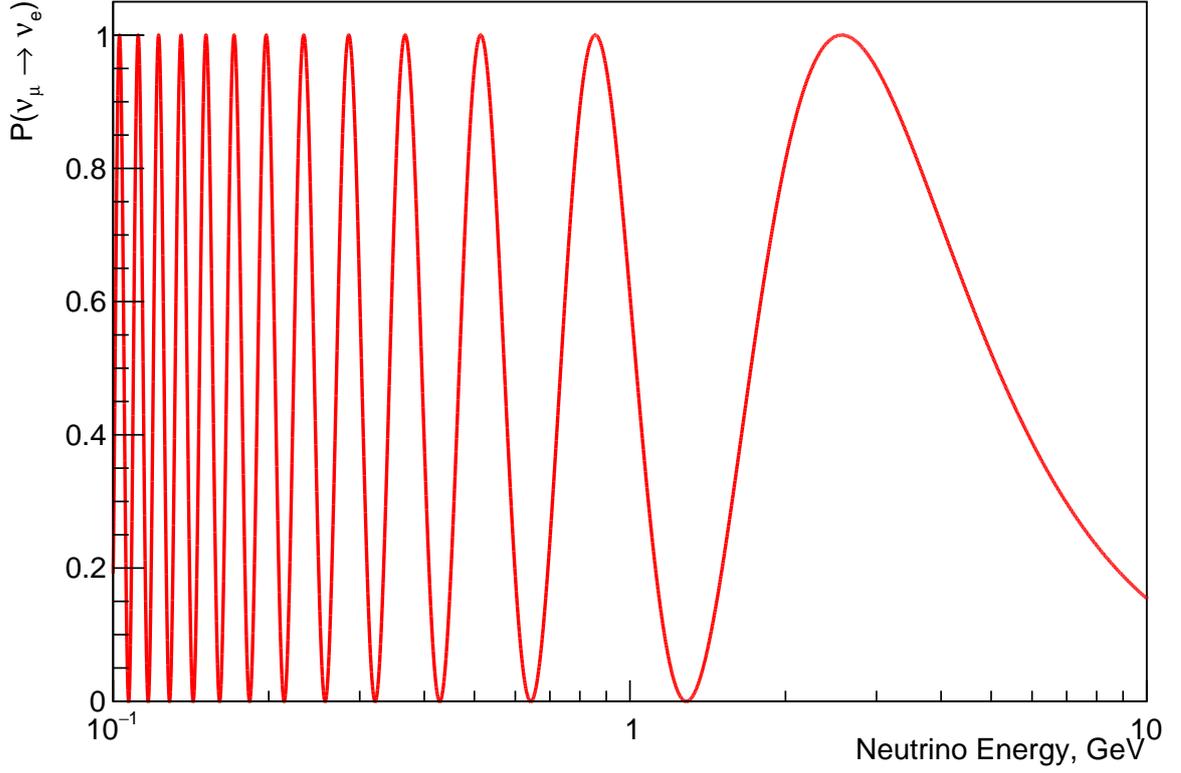


Рисунок 1 — Вероятность осцилляций из нейтрино мюонного в нейтрино электронное в вакууме: $\Delta m = 2.451 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$, $\theta = \pi/4$, $L = 2595 \text{ км}$.

Стоит заметить, что при осцилляциях в рамках двух ароматов нарушения CP -симметрии наблюдаться не может, т.к. справедливы соотношения:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_{\alpha'})$$

$$P(\nu_{\alpha'} \rightarrow \nu_\alpha) = P(\bar{\nu}_{\alpha'} \rightarrow \bar{\nu}_\alpha)$$

Для трёх типов нейтрино из соотношения $\Delta m_{32}^2 \gg \Delta m_{21}^2$ следует, что формула для вероятностей осцилляций для любых из трех ароматов из-за малости отношения параметров $\frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{32}^2}$ сохраняет вид, как у формулы (7):

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \delta_{\alpha\alpha'} + U_{\alpha',3} U_{\alpha,3}^* \left(e^{-i\Delta m_{32}^2 \frac{L}{2E}} - 1 \right) \right|^2, \Delta m_{32} = m_3 - m_2$$

Видно, что фаза δ_{CP} не входит в формулу (10), поэтому, чтобы исследовать CP -нарушение в лептонном секторе нельзя пренебрегать членом с Δm_{21}^2 .

Развернутое выражения для вероятности перехода нейтрино различных типов в приближении $\Delta m^2_{12}L/2E \ll 1$ можно записать так:

$$\begin{aligned}
P(v_\mu \rightarrow v_e) &= \sin^2 2\theta_{13} \cdot \sin^2 \theta_{23} \cdot \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2_{23} \frac{L}{E} \right), \\
P(v_\mu \rightarrow v_\mu) &= 1 - \sin^2 2\theta_{23} \cdot \cos^4 \theta_{13} \cdot \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2_{23} \frac{L}{E} \right) - P(v_\mu \rightarrow v_e), \\
P(v_e \rightarrow v_\tau) &= \sin^2 2\theta_{13} \cdot \cos^2 \theta_{23} \cdot \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2_{23} \frac{L}{E} \right), \\
P(v_e \rightarrow v_e) &= 1 - \sin^2 2\theta_{13} \cdot \sin^2 \left(1.27 \Delta m^2_{23} \frac{L}{E} \right).
\end{aligned}$$

1.2 Параметризация матрицы смешивания

В вакууме матрица смешивания U носит название матрицы Понтекорво - Маки - Накагавы - Сакаты U_{PMNS} . Для того, чтобы разделить зависимости от углов в матрице U_{PMNS} , её необходимо параметризовать. Для этого над 3 ортогональными и нормированными векторами: $|i\rangle, \langle i | k\rangle = \delta_{ik}, (i, k = 1, 2, 3)$ совершаются 3 вращения Эйлера: ($s_{\alpha\beta} = \sin \theta_{\alpha\beta}, c_{\alpha\beta} = \cos \theta_{\alpha\beta}, \alpha, \beta = \overline{1, 3}$)

1. Поворот на угол θ_{12} вокруг вектора $|3\rangle$:

$$\begin{cases}
|1\rangle^{(1)} = c_{12}|1\rangle + s_{12}|2\rangle \\
|2\rangle^{(1)} = -s_{12}|1\rangle + c_{12}|2\rangle \Rightarrow \\
|3\rangle^{(1)} = |3\rangle
\end{cases}
\Rightarrow \begin{pmatrix} |1\rangle^{(1)} \\ |2\rangle^{(1)} \\ |3\rangle^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |1\rangle \\ |2\rangle \\ |3\rangle \end{pmatrix}$$

2. Поворот на угол θ_{13} вокруг нового вектора $|2\rangle^{(1)}$. Здесь вводится фаза δ_{CP} , связанная с вращением вектора $|3\rangle$:

$$\begin{cases} |1\rangle^{(2)} = c_{13}|1\rangle^{(1)} + s_{13}e^{-i\delta_{CP}}|3\rangle^{(1)} \\ |2\rangle^{(2)} = |2\rangle^{(1)} \Rightarrow \\ |3\rangle^{(2)} = -s_{13}e^{i\delta_{CP}}|1\rangle^{(1)} + c_{13}|3\rangle^{(1)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} |1\rangle^{(2)} \\ |2\rangle^{(2)} \\ |3\rangle^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |1\rangle^{(1)} \\ |2\rangle^{(1)} \\ |3\rangle^{(1)} \end{pmatrix}$$

3. Поворот на угол θ_{23} вокруг нового вектора $|1\rangle^{(2)}$:

$$\begin{cases} |1\rangle^{(3)} = |1\rangle^{(2)} \\ |2\rangle^{(3)} = c_{23}|2\rangle^{(2)} + s_{23}|3\rangle^{(2)} \Rightarrow \\ |3\rangle^{(3)} = -s_{23}|2\rangle^{(2)} + c_{23}|3\rangle^{(2)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} |1\rangle^{(3)} \\ |2\rangle^{(3)} \\ |3\rangle^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |1\rangle^{(2)} \\ |2\rangle^{(2)} \\ |3\rangle^{(2)} \end{pmatrix}$$

Тогда из:

$$\begin{cases} |\nu\rangle^{(3)} = U_{PMNS}|\nu\rangle \\ U_{PMNS} = U^{(3)}U^{(2)}U^{(1)} \end{cases}$$

Получается параметризованная матрица Понтекорво - Маки - Накагавы - Сакаты:

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & e^{-i\delta_{CP}}s_{13} \\ 0 & 1 & 0 \\ -e^{i\delta_{CP}}s_{13} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где $s_{\alpha\beta} = \sin \theta_{\alpha\beta}$, $c_{\alpha\beta} = \cos \theta_{\alpha\beta}$, $\alpha, \beta = \overline{1,3}$. Эта матрица описывает процесс осцилляций нейтрино и определяется параметрами: тремя углами смешивание – $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23} \in [0, \pi]$ и фазой CP-чётности – $\delta_{CP} \in [0, 2\pi]$. Частоты осцилляций пропорциональны расщеплениям масс – $\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2, \Delta m_{32}^2$ ($\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$, $i, j = 1, 2, 3$), которые тоже являются параметрами осцилляций нейтрино. Два из этих расщеплений независимы, а третье определяется

через соотношение $\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2$. Измерено, что квадрат второй массы m_2^2 больше первого m_1^2 . Расположение третьего m_3^2 по отношению к ним пока неизвестно. Если $m_3^2 > m_2^2$, то иерархия или порядок масс - нормальный (NO), если $m_3^2 < m_1^2$, то обратный (IO).

Видно, что только центральная часть матрицы смешивания зависит от фазы δ_{CP} , а, значит, изучение событий появления $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ и $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ в диапазоне энергий, охватывающих первый и второй осцилляционные максимумы, дает возможность измерить фазу δ_{CP} , и если её значение не равно $-\pi, 0$ или π , то можно судить о нарушении CP-симметрии в лептонном секторе. Эффект вещества, позволяющий определить иерархию масс нейтрино, о котором речь идёт в следующем разделе 1.3, тоже дает вклад в асимметрию вероятности осцилляций нейтрино и антинейтрино.

1.3 Осцилляции нейтрино в веществе

Из разделов 1.1 и 1.2 было выяснено, что осцилляции нейтрино в вакууме описываются параметрами матрицы смешивания и расщепления масс. В веществе же даёт вклад в осцилляции когерентное упругое рассеяние вперёд нейтрино на электронах, содержащихся в веществе, которое не меняет их состояние. Причём взаимодействие посредством обмена Z^0 -бозонами (нейтральный ток) может быть исключено из эффективного гамильтониана уравнения Шрёдингера и останется только член от процессов: $\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^-$, происходящих с обменом W^\pm -бозонами (заряженные токи). Уравнение Шрёдингера для левокиральных электронных нейтрино в веществе имеет вид:

$$i \frac{\partial a(t)}{\partial t} = \left(U \frac{m^2}{2E} U^\dagger + \sqrt{2} G_F N_e \beta \right) a(t)$$

где G_F - константа Ферми, N_e - плотность числа электронов в Земле, $\beta_{\nu_e, \nu_e} = 1$, остальные элементы матрицы β равны 0.

Общий гамильтониан - эрмитов, поэтому его можно диагонализировать унитарным преобразованием:

$$H = U^m E^m U^{m\dagger}, \text{ где } E - \text{с. 3. } H$$

Тогда УШ будет иметь вид:

$$i \frac{\partial a(t)}{\partial t} = (U^m E^m U^{m\dagger}) a(t)$$

Замена $a(t) = U^{m\dagger} a'(t)$ приводит к классическому уравнению:

$$i \frac{\partial a'(t)}{\partial t} = E^m a'(t)$$

Его решение: $a'(t) = e^{-iE(t-t_0)} a(t_0)$, где t_0 – начальное время. А для вероятности осцилляций в веществе получаем формулу для вероятности осцилляций в вакууме:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \left| \sum_i U_{\alpha',i}^m e^{-iE_i^m(t-t_0)} U_{\alpha,i}^{m*} \right|^2$$

Например, для превращения мюонного нейтрино ν_μ в нейтрино электронное ν_e в веществе справедливо в первом приближении уравнение:

$$\begin{aligned} P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = & \sin^2 \theta_{23} \cdot \sin^2 (2\theta_{13}) \cdot \frac{\sin^2 (\Delta_{31} - aL)}{(\Delta_{31} - aL)^2} \Delta_{31}^2 + \\ & + \sin (2\theta_{23}) \cdot \sin (2\theta_{13}) \cdot \sin (2\theta_{12}) \cdot \frac{\sin (\Delta_{31} - aL)}{(\Delta_{31} - aL)} \cdot \frac{\sin (aL)}{(aL)} \cdot \Delta_{21} \cdot \cos (\Delta_{31} + \delta_{CP}) + \\ & + \cos^2 \theta_{23} \cdot \sin^2 (2\theta_{12}) \cdot \frac{\sin^2 (aL)}{(aL)^2} \cdot \Delta_{21}^2, \end{aligned}$$

где $\Delta_{ij} = 1,27 \cdot \Delta m_{ij}^2 L / E$ ($i, j = 1, 2, 3$), $a = G_F N_e / \sqrt{2}$ – эффект вещества, где G_F – константа Ферми, N_e – плотность числа электронов в Земле. При замене частиц античастицами изменяется знак у фазы δ_{CP} и у эффекта вещества a .

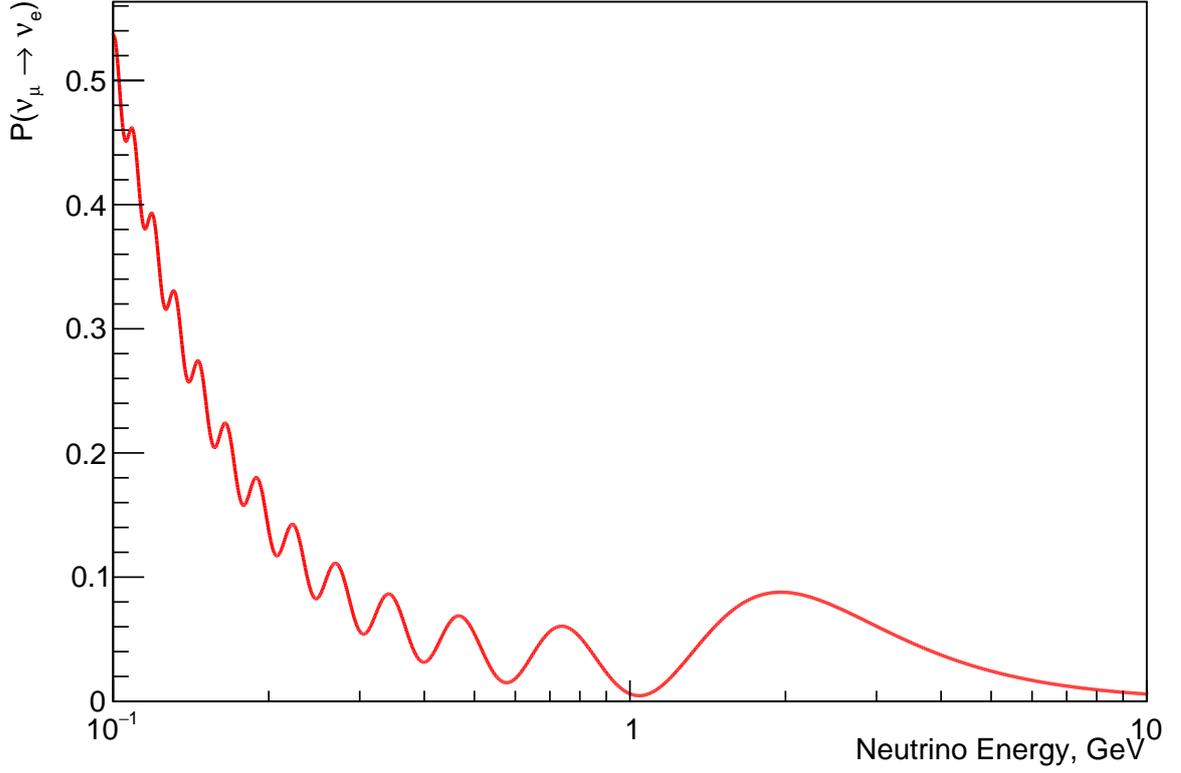


Рисунок 2 — Вероятность осцилляций из нейтрино мюонного в нейтрино электронное при нормальной иерархии масс: $\Delta m = 2.451 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$, $\theta = \pi/4$, $L = 2595 \text{ км}$.

Асимметрию комбинированной чётности CP можно представить через вероятности появления электронных нейтрино и антинейтрино:

$$A_{CP} = \frac{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)}{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) + P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)}$$

или приближенно выразить через параметры осцилляций:

$$A_{CP} \approx \frac{\cos \theta_{23} \sin 2\theta_{12} \sin \delta_{CP}}{\sin \theta_{23} \sin \theta_{13}} \cdot \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} + \text{эффект вещества } a$$

Таким образом, изучения осцилляций $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ и $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ необходимо для измерения фазы δ_{CP} , угла θ_{23} и иерархии масс (знак Δm_{31}^2), а осцилляции $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ и $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ — для измерения угла θ_{23} и значения Δm_{31}^2 .

2 Проект P2O

2.1 Общее описание проекта

Наиболее амбициозным проектом, предложенным на сегодняшний день, является проект P2O (Protvino to ORCA). В нем планируется направить пучок нейтрино из ускорительного комплекса в Протвино (Московская Область) на детектор KM3NeT/ORCA, который расположен в Средиземном море в 40км от побережья Франции.

Длина составит ≈ 2595 километров, а самая глубокая точка находится на глубине 135 километров ниже уровня моря. Благодаря своей базовой линии в 2595 км такой эксперимент дал бы беспрецедентную чувствительность к эффекту материи, что позволило бы с высокой степенью достоверности определить порядок масс нейтрино после всего лишь нескольких лет работы при скромной интенсивности пучка 90 кВт. В то же время может быть получена достаточная чувствительность к нарушению δ_{CP} -фазы. Второй этап эксперимента, включающий дальнейшее повышение интенсивности ускорительного комплекса и значительное уплотнение детектора ORCA, позволит проводить высокоточные измерения фазы CP, конкурентоспособные и дополняющие другие запланированные и проводящиеся на данный момент эксперименты. Научный потенциал эксперимента P2O представлен с акцентом на чувствительность к CP-нарушающей фазе Дирака δ_c и иерархии масс. Утверждается, что благодаря длинной базовой линии (2595 км) и 8-мегатонному чувствительному объёму дальнего детектора P2O будет дополнять и конкурировать с такими экспериментами, как T2K в Японии (базовая линия 295км), NO ν A в США (базовая линия 810км) и DUNE (базовая линия 1300км), также в США.

Предлагается видение долгосрочного будущего P2O, включая модернизацию ускорительного комплекса Протвино и детектора ORCA. Кроме того, предлагается программа исследований нейтрино с короткой базой, которая включает в себя исследования нейтрино-нуклонных взаимодействий, а также поиск явлений за пределами Стандартной модели. Вероятно, потребуются провести несколько экспериментов с различными исходными линиями, что-

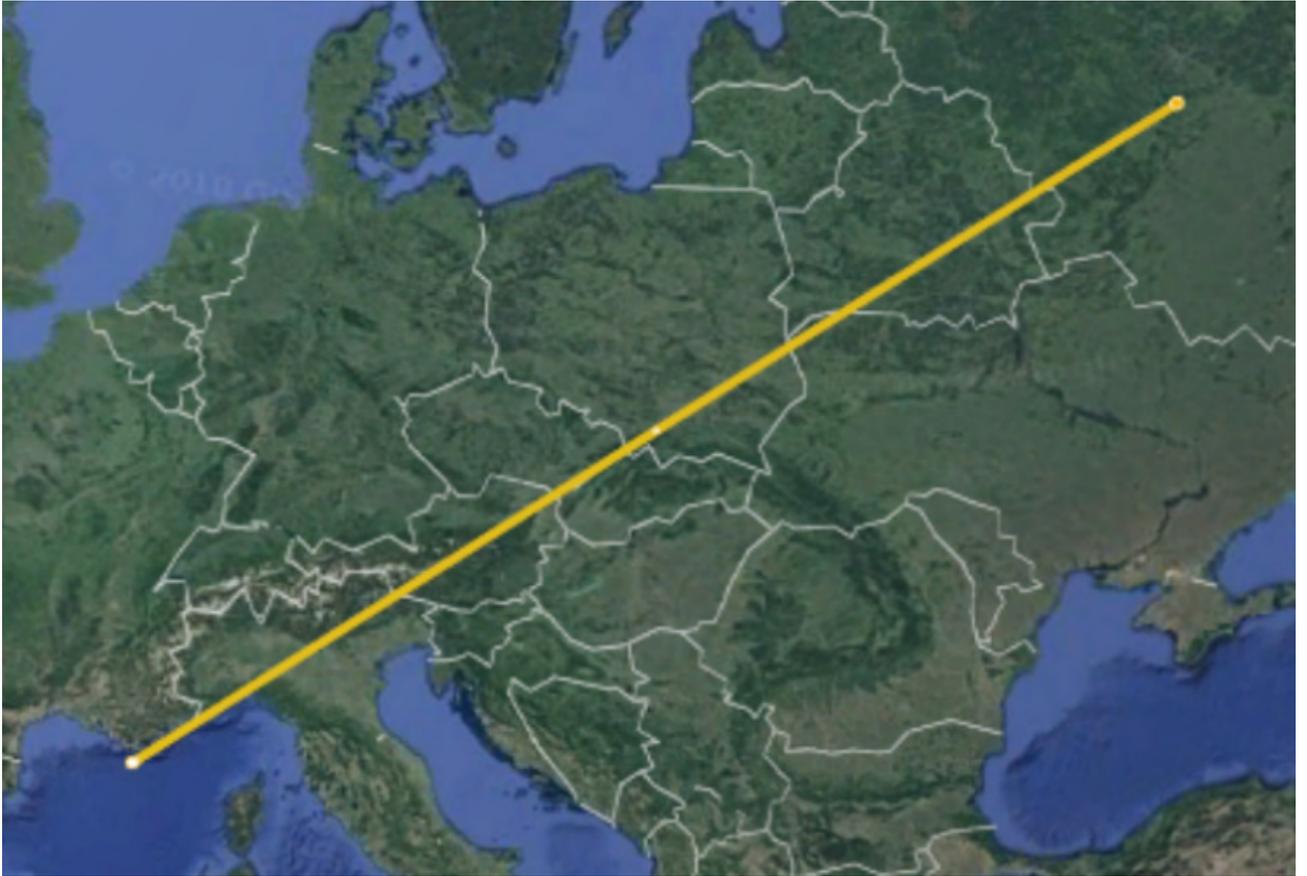


Рисунок 3 — Расстояние, которое пройдёт нейтринный пучок из Протвино (справа сверху) до ORCA(слева снизу)

бы чётко отделить эффекты от различных слабо ограниченных параметров, таких как фаза CP-нарушения, массовая иерархия и октант угла смешивания θ_{23} . Кроме того, любое новое значительное экспериментальное открытие должно быть независимо проверено, в идеале с помощью эксперимента, который не разделяет те же систематические неопределённости измерений. В связи с этим построение нескольких экспериментов с различными исходными линиями, как правило, хорошо мотивировано.

2.2 Ускоритель в Протвино

Ускорительный комплекс Протвино располагается примерно в 100 км к югу от Москвы, Россия. Его основным компонентом является синхротрон U-70, радиусом 1.5 км, который разгоняет протоны до 70 ГэВ. U-70 был по-

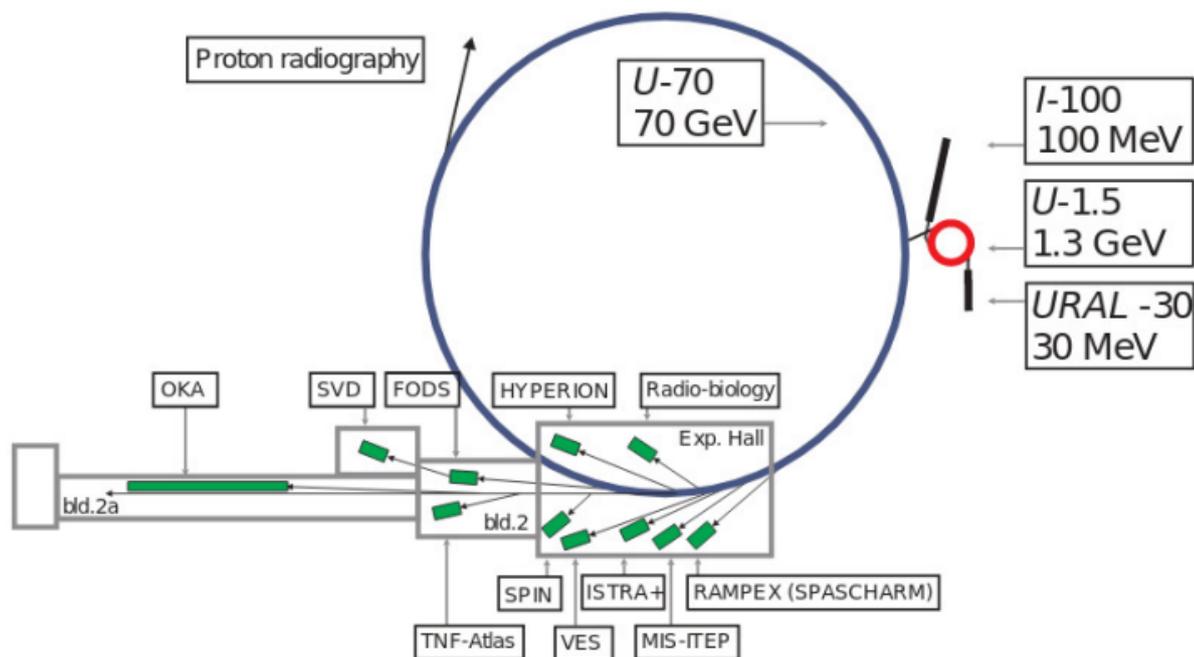


Рисунок 4 — Схематический вид ускорительного комплекса в Протвино.

строен в 1960-х годах и с тех пор регулярно эксплуатируется. Цепь инжекции протонов включает в себя источник ионов, линейный ускоритель на 30 МэВ и ускоритель на 1,5 ГэВ. Цепь ускорителя эксплуатируется на энергии луча от 50 ГэВ до 70 ГэВ, с интенсивностью протона до 1.5×10^{13} протонов за цикл. Выделенный нейтринный луч подавал пучок нейтрино в пузырьковую камеру SKAT (1974-1992), спектрометр искровой камеры ИТЕР-ИНЕР, нейтринный детектор ИНЕР-ИИИР (1989-1995, 2002-2006) и другие эксперименты. Результаты этих экспериментов включают измерения поперечного сечения нейтрино-нуклонов и ограничения на параметры осцилляций $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$. Благодаря стальным мюонным поглотителям, предотвращающим распад мюонов в полете, и перестраиваемому спектру пучка с помощью активных линз можно обеспечить пучок мюонных нейтрино высокой чистоты. В настоящее время нейтринный канал не функционирует, и его активные компоненты, если они будут использоваться вновь, потребуют ремонта. Между тем остальная часть ускорительного комплекса U-70 находится в хорошем рабочем состоянии. Комплекс эксплуатируется Институтом физики высоких энергий (ИФВЭ),

входящим в состав Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”. Синхротрон U-70 по заведённому порядку работает с усреднённой по времени мощностью луча до 15 кВт.

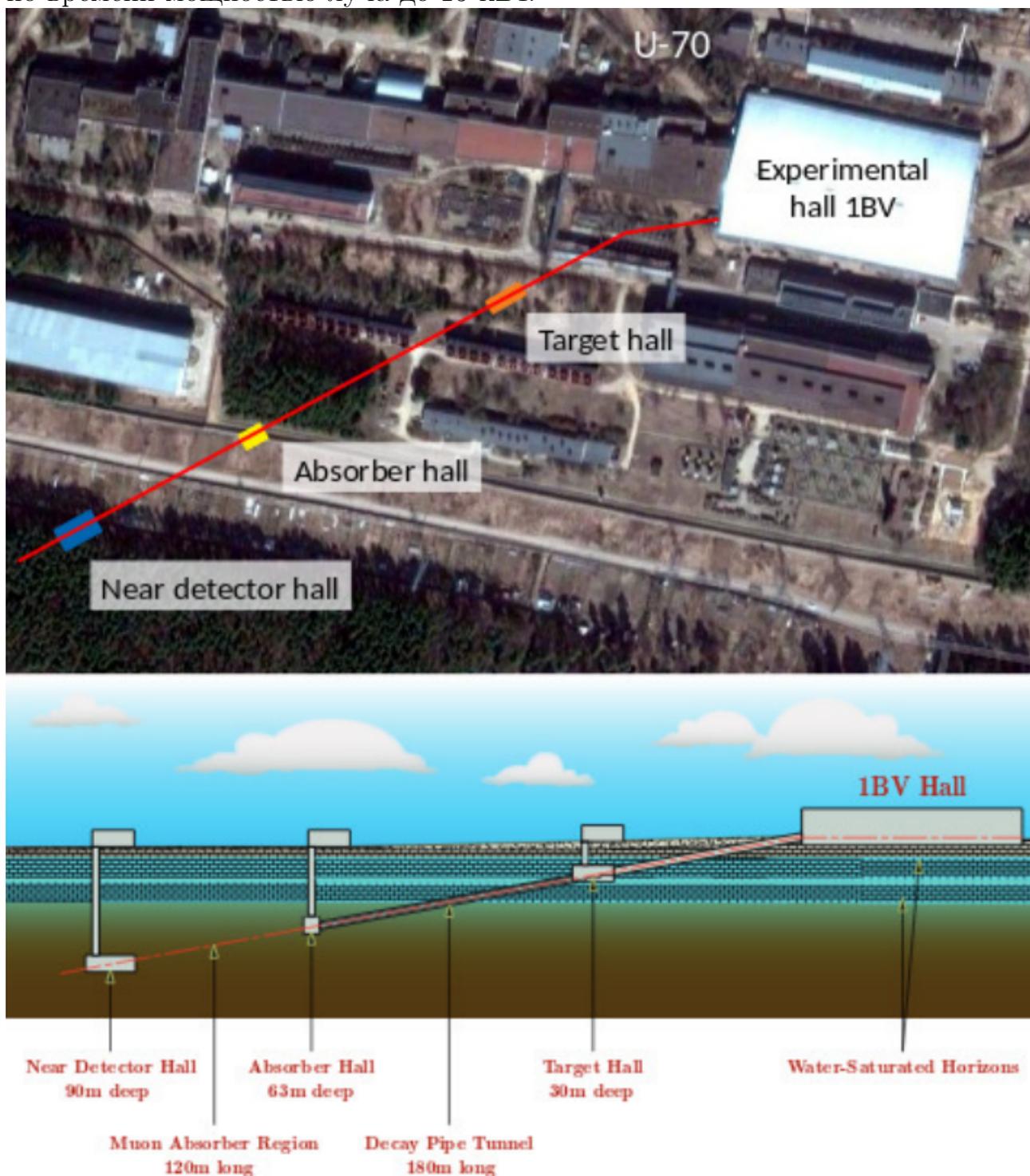


Рисунок 5 — Вид сверху и вид в разрезе предполагаемого прохода пучка

В 1990-х годах на ИИЯФ рассматривалась новая схема введения прото-

нов, которая позволила бы увеличить интенсивность пучка до 5×10^{13} протонов за цикл. Вместе с сокращением цикла до 7 секунд это обеспечит мощность пучка 75кВт. После некоторых более точечных улучшений, мощность пучка в 90 кВт может быть достигнута. Если предположить, что ускоритель работает по нейтринной программе с эффективностью 60% в течение 6 месяцев в году, то один год пучка мощностью 90 кВт соответствует $\simeq 0.8 \times 10^{20}$ протонов на мишени.

Начальный состав и энергетический спектр нейтринного пучка должен контролироваться ближним детектором, который должен быть построен в нескольких сотнях метров ниже по течению от цели протонного пучка. Тот же самый пучок нейтрино и установка вблизи детектора также позволят проводить исследования в области нейтрино-нуклонных сечений. Также возможен эксперимент по поиску стерильных нейтрино с короткой базой.

Для проведения эксперимента с длинной базой P2O луч должен быть выровнен по направлению к расположению ORCA, под углом наклона 11.8° (206 мрад) к уровню горизонта. Самым длинным участком линии луча является труба распада. В базовой конструкции мишень расположена на глубине $\simeq 30$ м под уровнем земли, длина распадной трубы $\simeq 180$ м (при условии оптимизации), зал поглотителя $\simeq 63$ м ниже уровня земли, а зал ближнего детектора $\simeq 90$ м ниже уровня земли. Магниты позволят с помощью изменения полярности электрического тока выбрать между режимом нейтрино и антинейтрино. Моделирование предложенного пучка предполагает, что пучок мюонных нейтрино с 98% - ной чистотой может быть получен с использованием протонного пучка 70 ГэВ, с плато в распределении энергии нейтрино между 2 ГэВ и 7 ГэВ.

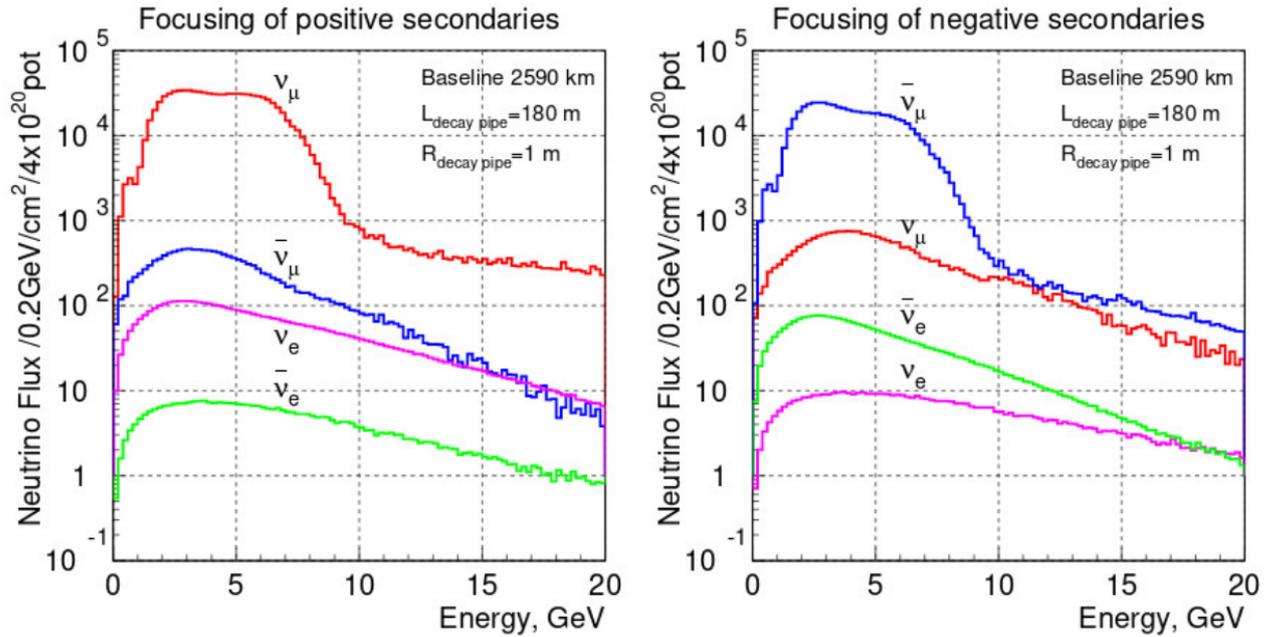


Рисунок 6 — Смоделированный спектр нейтринных пучков направленных на ORCA в режиме работы нейтрино (слева) и антинейтрино (справа). Нормированно на значение 4×10^{20} протонов на мишень, что соответствует 1 году работы пучка мощностью 450кВт, или 5 годам работы с мощностью пучка 90кВт.

В режиме антинейтрино может быть получен пучок антинейтрино с чистотой 94%. По сравнению со старым нейтринным излучателем, ранее работавшим в Протвино, новая конструкция излучателя представляет следующие новые задачи:

- необходимость более высокой интенсивности пучка;
- построение излучателя в наклонном туннеле.

3 Моделирование в GLoBES

3.1 Программный пакет GLoBES

GLoBES - это свободный программный пакет для моделирования длиннотных экспериментов по нейтринным осцилляциям. Этот программный

пакет включает в себя:

- полное включение корреляций и вырождений в пространство параметров колебаний
- усовершенствованные процедуры для обработки произвольных систематических ошибок
- AEDL, абстрактный язык определения эксперимента обеспечивает простой способ определения экспериментальных установок
- определяемые пользователем приоритеты позволяют включать произвольную внешнюю физическую информацию
- интерфейс для моделирования нестандартной физики
- предопределённые установки имеющиеся для много экспериментов: бета лучи, фабрики нейтрино, реакторы, различные технологии детектора и т.д.

Также существует набор инструментов и дополнений, встраиваемых в GLoBES, которые решают общие проблемы, такие как поиск вырождения, моделирование новой физики и т.д.. Все моделирование произведено именно с помощью этого пакета.

3.2 AEDL-файл

При реализации эксперимента в GLoBES был создан AEDL-файл на специализированном языке программирования (the Abstract Experiment Definition Language), доступном для GLoBES. Этот файл является основой программы. В нем определены 4 правила: появление электронных нейтрино и антинейтрино и исчезновение мюонных нейтрино и антинейтрино, которые включают сигнальные и фоновые каналы осцилляций нейтрино и антинейтрино.

4 Описание экспериментальной установки

Для проведения тестового моделирования была написана программа, описывающая следующую установку:

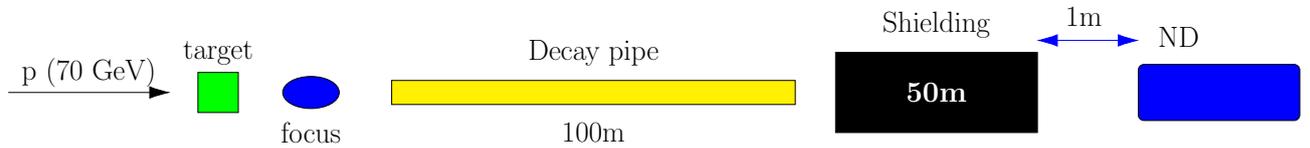


Рисунок 7 — Схема модулируемой установки

Как можно наблюдать на рисунке 7, существует 6 основных частей, с приведенными параметрами для удобства измерений:

- ParticleGun - генератор частиц, находящийся в начале координат, из которого вылетает пучок протонов с энергией 70 ГэВ;
- Target - медная цилиндрическая мишень, на которую налетает пучок протонов, с длиной 50 см и радиусом 0.25 мм;
- focus - фокусирующая установка;
- Decay Pipe - вакуумная трубка в которой летит сгенерированная частица, длиной 100 м и радиусом 1 м;
- Shielding - бетонный слой, длиной 50 м;
- ND - детектор, для регистрации нейтрино, радиусом 1 м, и длиной 50 м, отстоящий на 1 метр от Shielding слоя;

4.1 Построение модели в GEANT4

Целью построения данной модели, является изучение образования пучков π^\pm и K^\pm мезонов. Поскольку вылет продуктов распада является функцией $d^2N/dpd\Omega$, то в нейтринных экспериментах требуется информация об импульсе и угле вылета продуктов взаимодействия протона с областью мишени, как для дальнейшей фокусировки, так и для получения значений продуктов. Модель 2 состоит из:

- Particle Gun - источник протонов(p) с энергией равной 70 ГэВ вылетающих вдоль оси z;
- Target - медная цилиндрическая мишень, на которую налетает пучок протонов, с длиной 50 см и радиусом 0.25 мм;

Стоит отметить, что реализация медной мишени реализуется с помощью метода slices, который разбивает цилиндрическую область на отрезки длиной 1 мм для оптимизации программы за счет вычета частиц с длиной пробега меньше 1 мм. Также, следует указать на наличие в исходной установке фокусирующего магнита расположенного после мишени, который в данной модели не реализован.

4.2 Модель образования пучка

В данной модели рассматривается прогонка протонов с пучком из 10^5 частиц, с исходной энергией в 70 ГэВ. Среднее число образовавшихся частиц на один протон, в результате взаимодействия протона с областью мишени показан на рисунке 8. На один протон в среднем приходится $15 \pi^\pm$ и $1.3 K^\pm$ мезона. Необходимо учесть, что в итоговом спектре нужно взять в расчёт, исключительно частицы вылетевшие за область мишени. На графике 9 можно наблюдать пики плотностей распределения у π^+ и π^- мезонов при близком к нулю угле их вылета.

```

=====
Beam particle                proton
Beam Energy(MeV)            70000
Number of events             1000
Average energy deposit (MeV) 3034   RMS(MeV) 2126
Average number of steps      5868
Average number of gamma      911.5
Average number of e-         648.9
Average number of e+         78.65
Average number of neutrons   31.16
Average number of protons    21.32
Average number of antiprotons 0.045
Average number of pi+ & pi-  15.21
Average number of pi0        8.579
Average number of kaons      1.396
Average number of muons      0.079
Average number of deuterons+tritons 8.129
Average number of He3+alpha  2.769
Average number of ions       6.479
Average number of forward neutrons 0.069
Average number of reflected neutrons 29.68
Average number of leaked neutrons 0.078
Average number of proton leak 9.442
Average number of pion leak  13.16
=====

```

Рисунок 8 — Среднее число образовавшихся частиц в результате взаимодействия

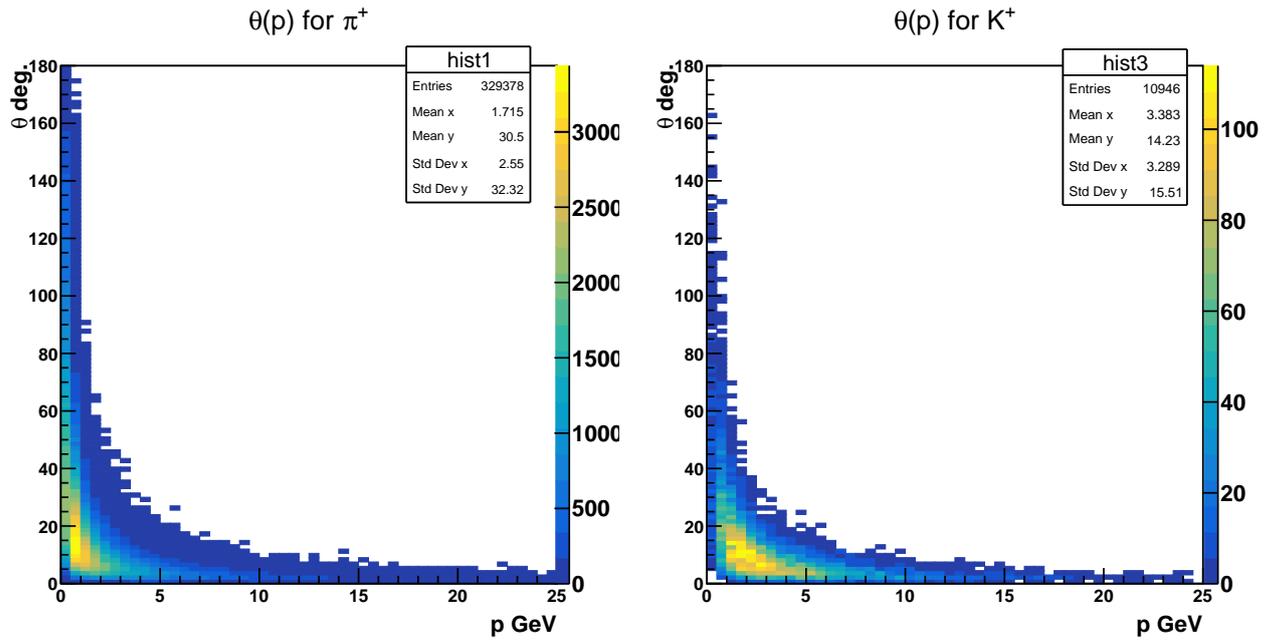


Рисунок 9 — Графики распределения импульса от угла вылета π^+ и K^+ мезонов

На рисунке 10 показаны точки распада образовавшихся π^\pm и K^\pm мезонов в отсутствие фокусирующей системы. Число пробегов для данной модели составляет 50000 протонов на мишень, также накладывается нижний предел по энергиям результирующие частицы в 8 ГэВ. Следует отметить, что лишь 10% от исходного пучка распадается в распадном канале в отсутствие квадрупольного фокусирования. На рисунке 11 изображен сфокусированный пучок состоящий только из π^\pm мезонов с энергиями >8 ГэВ полученный на ускорителе У-70.

Также для сфокусированного пучка были построены распределения по импульсу, координате распада и углам θ_x и θ_y .

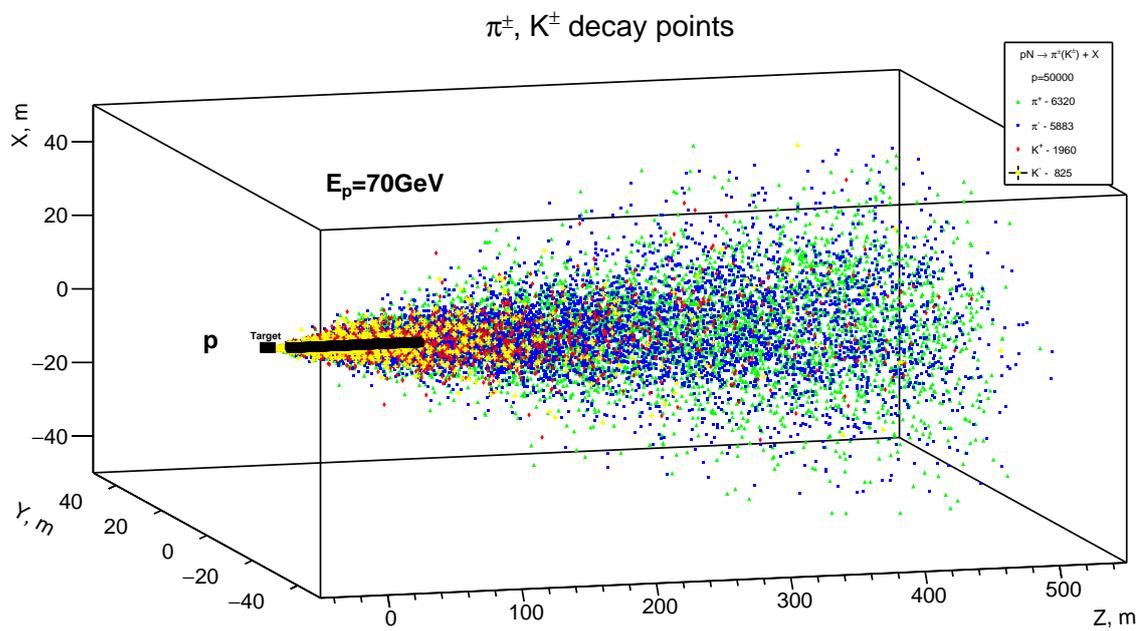


Рисунок 10 — Точки распада для нефокусированного π^\pm и K^\pm мезонов из модели

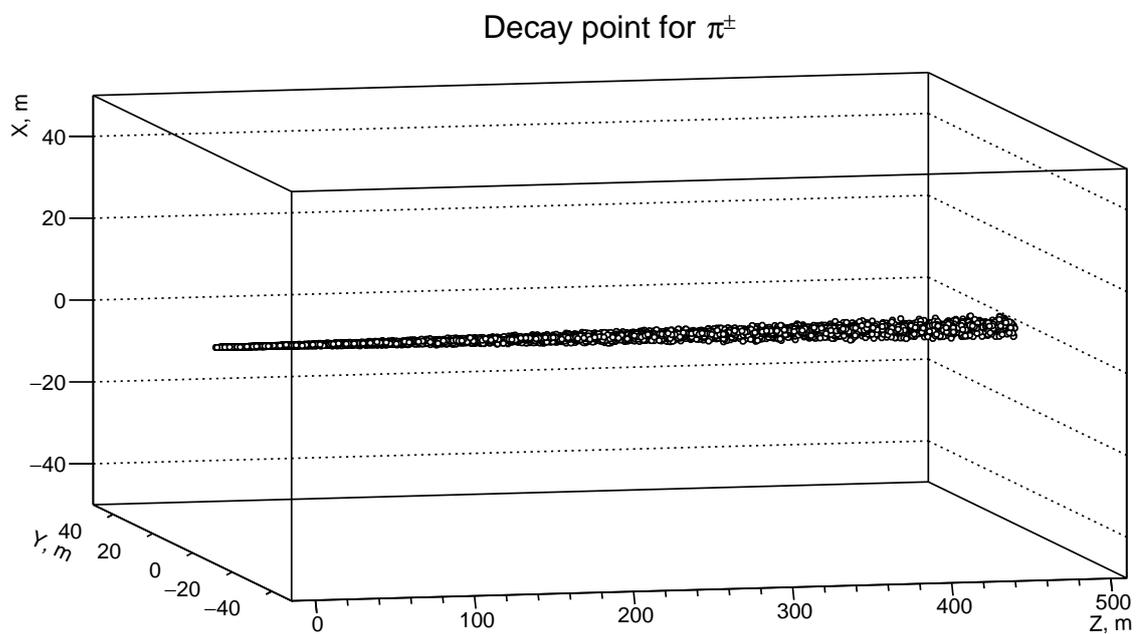


Рисунок 11 — Сфокусированный пучок из эксперимента

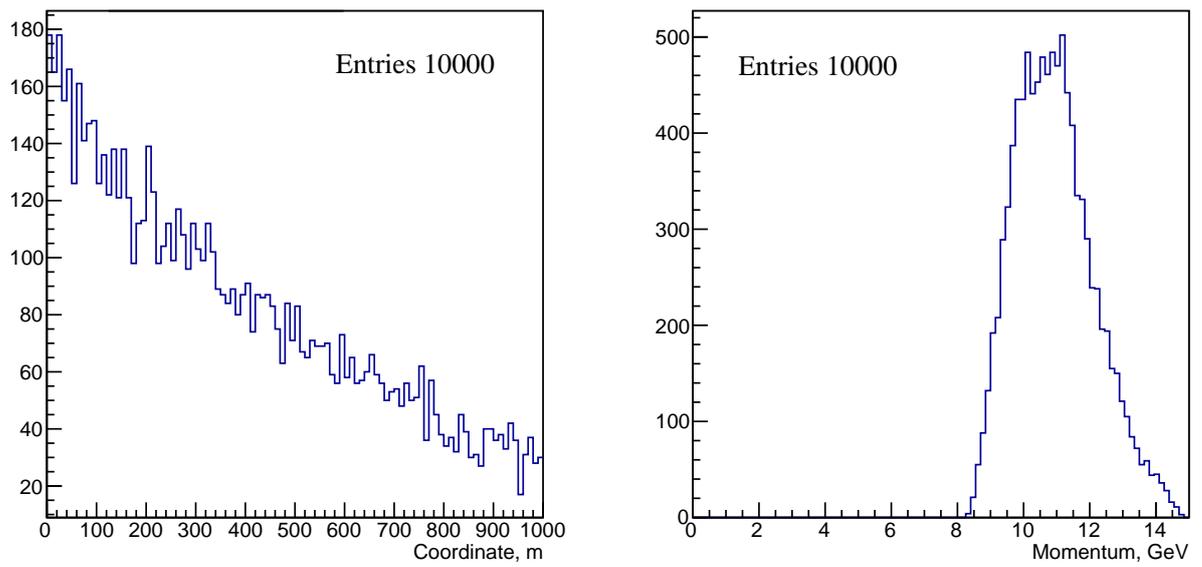


Рисунок 12 — Графики распределения координаты и импульса для сфокусированных π^\pm мезонов

5 Заключение

В работе был изучен процесс осцилляций нейтрино различных типов в вакууме и веществе. На примере нейтринного канала на ускорителе У-70 ИФВЭ рассмотрена схема формирования нейтринных пучков на ускорителе. Рассмотрен проект Р2О по изучению осцилляций нейтрино в ускорительном эксперименте с длинной базой. Изучен программный пакет GLOBES, предназначенный для изучения чувствительности нейтринных экспериментов с длинной базой. На основе программного пакета GEANT была:

- создана модель формирования нейтринного пучка для эксперимента Р2О;
- изучен состав вторичного пучка π^\pm и K^\pm мезонов после взаимодействия с мишенью выведенного пучка протонов;
- рассмотрены характеристики π^\pm и K^\pm мезонов в полученном пучке;
- рассмотрено влияние фокусирующей системы на сформированный пучок.

6 Список литературы

1. Документация GEANT4: <https://apc.u-paris.fr/~franco/g4doxy/html/>
2. Примеры GEANT4: <https://gitlab.cern.ch/geant4/geant4/-/tree/master/examples>
3. Mathieu Perrin-Terrin. Neutrino Tagging: a new tool for accelerator based neutrino. - Eur. Phys. J. C manuscript No 23.12.2021
4. P.A. Zyla et al. (Particle Data Group), Prog. Theor. Exp. Phys. 2020, 083C01 (2020) <https://pdg.lbl.gov/2020/listings/rpp2020-list-K-plus-minus.pdf>
5. K.A.Olive et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, 38, 090001 (2014) and 2015 update <https://pdg.lbl.gov/2015/tables/rpp2015-tab-mesons-light.pdf>