

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

УДК 539.17

ОТЧЁТ  
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ  
**ИЗМЕНЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ПО БЕЛЫМ  
КАРЛИКАМ НА ПЛОТНОСТЬ ПЕРВИЧНЫХ  
ЧЕРНЫХ ДЫР В СЛУЧАЕ ИХ  
КЛАСТЕРИЗАЦИИ**

Научный руководитель  
в.н.с.

\_\_\_\_\_ К. М. Белоцкий

Студент

\_\_\_\_\_ Н. Б. Мясников

Москва 2022

# Содержание

1	Введение	3
2	Исследование возможности снятия ограничения на первичные черные дыры по белым карликам в случае кластеризации	3
3	Изменение ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации (первое приближение)	6
4	Изменение ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации (второе приближение)	11
5	Исследование возможности пересмотра ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр для карликовых галактик	15
6	Заключение	18

# 1 Введение

Первичные черные дыры (ПЧД) могут составлять значительную часть темной материи во Вселенной. Кластеризация ПЧД может существенно повлиять на ограничения их плотности. Мы предлагаем аналитическое рассмотрение кластеризации ПЧД. В случае если ПЧД образуют кластеры, они могут ослабить или снять существующие ограничения на плотность равномерно распределенных ПЧД, что позволит ПЧД стать жизнеспособными кандидатами на темную материю.

## 2 Исследование возможности снятия ограничения на первичные черные дыры по белым карликам в случае кластеризации

Оценить возможность снятия ограничения на плотность ПЧД по белым карликам (БК) в скоплениях в случае кластеризации. Первый этап оценки проводился при следующих параметрах: Радиус кластера ПЧД  $R = 1 \text{ пк} = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}$ , общая масса кластера  $M = 10^3 M_{\odot} = 2 \cdot 10^{36} \text{ г}$ . Для БК использовались стандартные значения:  $M_{\text{БК}} = 1 M_{\odot}$ ,  $R_{\text{БК}} = 6400 \text{ км}$ . Для получения гравитационного сечения  $\sigma_{\text{ГЗ}}$  захвата БК использовалась формула:

$$\sigma_{\text{БК}} = 4\pi R_{\text{БК}}^2 \cdot \left( \frac{v_2}{v_{\infty}} \right)^2, \quad (1)$$

где  $v_2$  – вторая космическая скорость,  $v_{\infty}$  – скорость на бесконечно большом расстоянии,  $R_{\text{БК}}$  – радиус белого карлика. Таким образом, было получено значение  $\sigma_{\text{ГЗ}} = 5.4 \cdot 10^{11} \text{ км}^2$  для БК. Следующая важная для нашей задачи величина –  $N_{\text{БК}}$  – количество ПЧД, с которыми провозаимодействует (т.е. захватит) БК при пролете через кластер. Значение  $N_{\text{БК}}$  может быть получено следующим выражением:

$$N = \sigma_{\text{WD}} \cdot d \cdot n,$$

Где  $\sigma_{\text{БК}}$  – гравитационное сечение захвата БК,  $d = 2R$  – диаметр кластера,  $n$  – концентрация ПЧД внутри кластера. Подставив заданные в условии величины, получаем следующее:

$$N = \frac{\sigma M}{2mR^2},$$

где  $m$  – масса ПЧД, принадлежащая промежутку  $[10^{18}; 10^{24}] \text{ г}$ .

Таблица 1

<b>m, г</b>	<b>N</b>
$10^{18}$	$6 \cdot 10^8$
$10^{19}$	$6 \cdot 10^7$
$10^{20}$	$6 \cdot 10^6$
$10^{21}$	$6 \cdot 10^5$

Логарифмируя значения из таблицы 1, получаем:

Таблица 2

$\log(\mathbf{m})$	$\log(\mathbf{N})$
18	9
19	8
20	7
21	6

По полученным данным можем построить график в логарифмическом масштабе

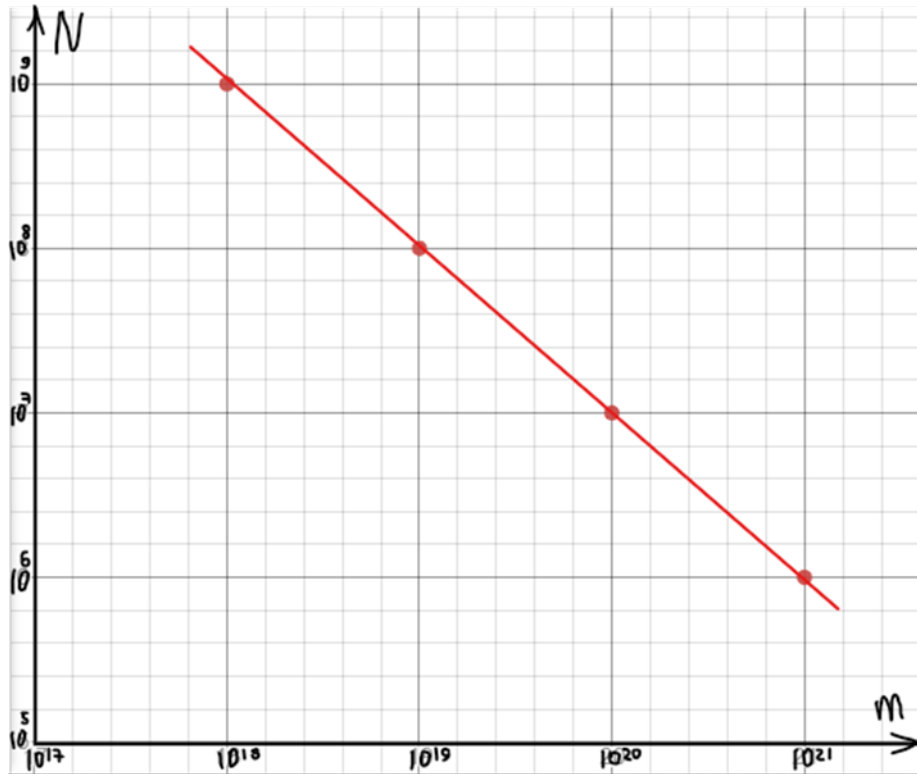


Рисунок 1 — Зависимость количества пойманных ПЧД белым карликом при пролете через кластер с параметрами  $R = 1\text{пк} = 3 \cdot 10^{18}$  см,  $M = 10^3 M_{\odot} = 2 \cdot 10^{36}$  г от массы ПЧД.

Следующим естественным предположением для усовершенствования модели будет изменение параметров кластера следующим образом: общая масса кластера  $M_1 = 10^{-3} M_{\odot} = 2 \cdot 10^{36}$  г,  $M_2 = 1 M_{\odot}$ ,  $M_3 = 10^4 M_{\odot}$ , радиус кластера ПЧД  $R =$   
 $= 1\text{пк} \cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 10^{18}$  см  $\cdot \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{\frac{1}{3}}$ .

Аналогичным образом, получаем:

Таблица 3

$m, g$	$N_1$	$N_2$	$N_3$
$10^{18}$	$10^6$	$6 \cdot 10^7$	$10^9$
$10^{19}$	$10^5$	$6 \cdot 10^6$	$10^8$
$10^{20}$	$10^4$	$6 \cdot 10^5$	$10^7$
$10^{21}$	$10^3$	$6 \cdot 10^4$	$10^6$
$10^{22}$	$10^2$	$6 \cdot 10^3$	$10^5$
$10^{23}$	10	$6 \cdot 10^2$	$10^4$
$10^{24}$	1	$6 \cdot 10^1$	$10^3$
$M$	$10^{-3}M_{\odot}$	$1M_{\odot}$	$10^4M_{\odot}$

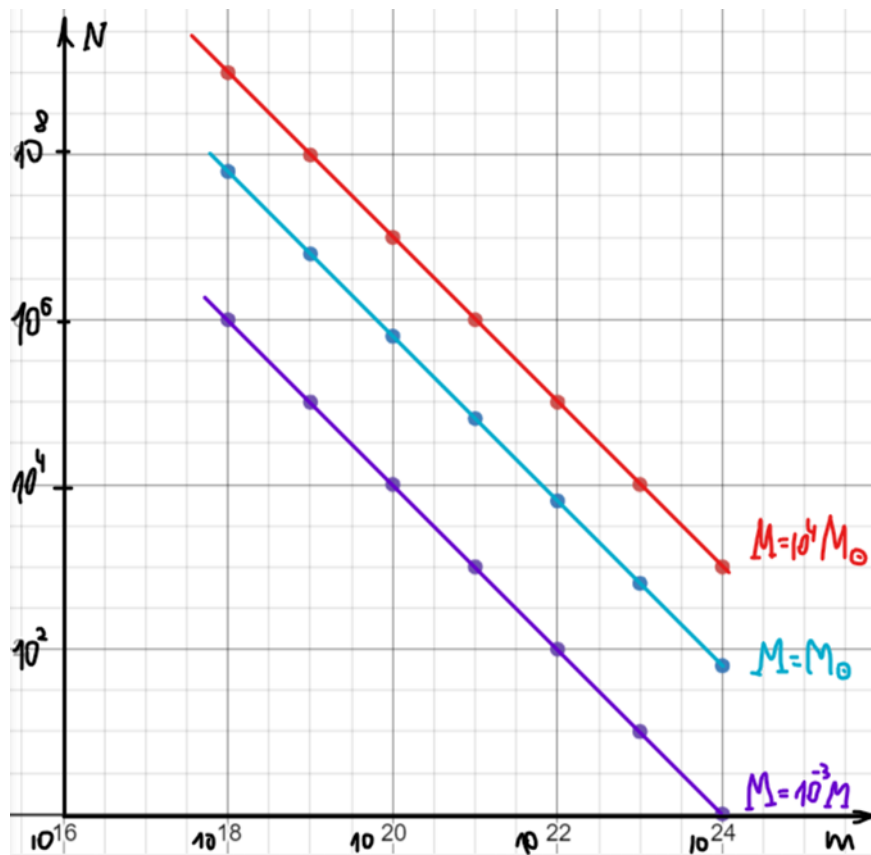


Рисунок 2 — Зависимость количества пойманных ПЧД белым карликом при пролете через кластер с параметрами  $R = 1 \text{пк} = 3 \cdot 10^{18} \text{ см}$ ,  $M_1 = 10^{-3}M_{\odot}$ ,  $M_2 = 1M_{\odot}$ ,  $M_3 = 10^4M_{\odot}$  от массы ПЧД.

Следующий этап исследования заключается в построении схожей модели, но в масштабах галактики. Параметры галактики:  $M = 5 \cdot 10^{12}M_{\odot}$ ,  $R = 100 \text{кпк}$ . Поскольку физика процесса та же, то и формулы сильно отличаться не будут. Таким образом, имеем:

$$\sigma_{\text{КЛ}} = 4\pi R_{\text{КЛ}}^2 \cdot \left( \left( \frac{v_2}{v_{\infty}} \right)^2 + 1 \right)$$

где  $v_2$  — вторая космическая скорость,  $v_{\infty}$  — скорость на бесконечно большом расстоянии,  $R_{\text{КЛ}}$  — радиус кластера ПЧД. Таким образом, было получено значение сечение гравитационного захвата:

тационного захвата кластера  $\sigma_{\text{кл}} = 5.24 \cdot 10^{38} \text{см}^2$ . В масштабах галактики отношение  $(\frac{v_2}{v_\infty})^2$  стремится к нулю, поэтому формула упрощается:

$$\sigma_{\text{кл}} = 4\pi R_{\text{кл}}^2$$

Используя формулу (2), получим значение  $N$  – количество кластеров, в которые залетит ПЧД при пролете сквозь галактику по диаметру:  $N = 1,5$  для массы кластера  $M_3 = 10^4 M_\odot$  – наиболее интересный для нас вариант. Для того, чтобы посчитать статистическую вероятность можно разделить полученное значение  $N$  на общее количество кластеров  $N_d$ , лежащих вдоль траектории полета (на диаметре галактики) БК. После несложных подсчетов получаем отношение:  $p = \frac{1.5}{46415} = 3 \cdot 10^{-5}$  – вероятность попадания БК в кластер при пролете вдоль диагонали галактики.

### 3 Изменение ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации (первое приближение)

Следующий этап исследования заключается в построении обратной задачи, которая представляет собой получение графика в координатах  $(m_{\text{ПЧД}}, M_{\text{кл}})$  при прочих фиксированных параметрах, при которых ограничение на плотность скрытой массы, приходящейся на ПЧД, снимается.

В статье [1] приводятся оценки ограничений на долю массы ПЧД в скрытой массе.

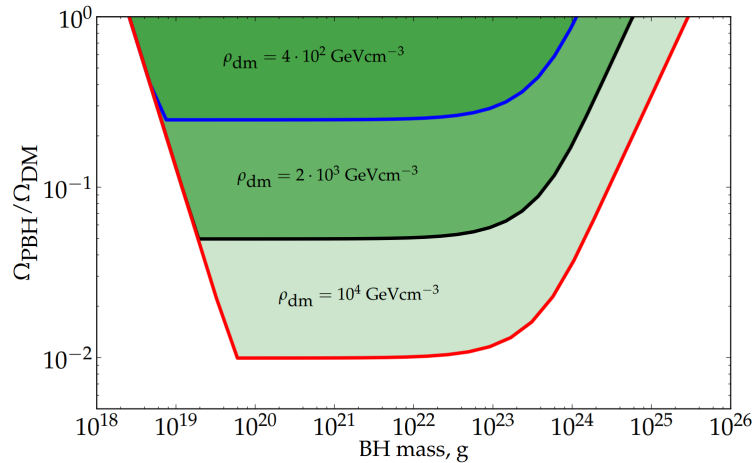


Рисунок 3 — Зависимость ограничений в зависимости от доли массы ПЧД в общем количестве скрытой массы от предполагаемой плотности скрытой массы в ядре шарового скопления. Показаны три случая:  $\rho_{\text{DM}} = 4 \cdot 10^2 \text{ ГэВсм}^{-3}$ ,  $\rho_{\text{DM}} = 2 \cdot 10^3 \text{ ГэВсм}^{-3}$  и  $\rho_{\text{DM}} = 10^4 \text{ ГэВсм}^{-3}$ .

В текущей работе в рассмотрение была взята красная линия (случай  $\rho_{\text{DM}} = 10^4 \text{ ГэВсм}^{-3}$ ) как крайний допустимый случай.

По данным значениям была решена задача:

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = f^{-1},$$

где  $N_1$  есть количество захватов ПЧД белым карликом при пролете через кластер ПЧД, а  $f \equiv \frac{\Omega_{\text{РВН}}}{\Omega_{\text{DM}}}$  – величина, взятая из статьи [1].

Из смысла эффекта экранировки можно утверждать, что величина, обратная доли ПЧД в скрытой массе, есть количество захватов ПЧД белым карликом, поскольку  $N_1$  можно рассматривать, как коэффициент, показывающий, во сколько раз уменьшится ограничение на долю в случае кластеризации.

Для того, чтобы построить контурный график  $N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}})$  (где  $N_1$  – количество событий внутри кластера,  $N_1 \gg 1$ ), была использована уже знакомая оценка:

$$N_1 = \sigma_{\text{БК}} \cdot d_{\text{кл}} \cdot n_{\text{пчд}},$$

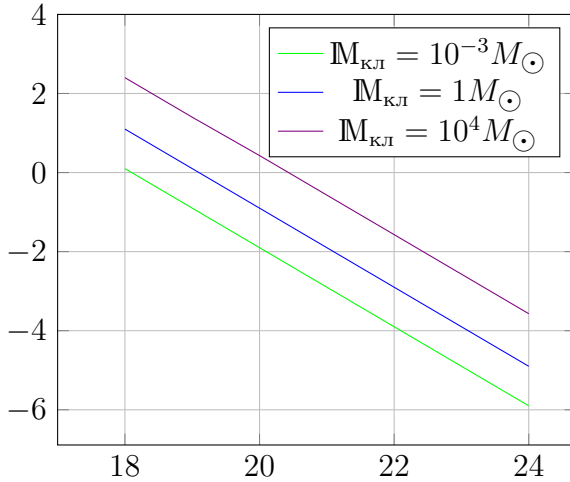
где  $\sigma_{\text{БК}}$  – гравитационное сечение захвата БК,  $d = 2R$  – диаметр кластера,  $n$  – концентрация ПЧД внутри кластера.

Подстановка постоянных величин в выражение упрощает формулу, а также выделяет явную зависимость  $N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}})$  от  $m_{\text{пчд}}$  и  $M_{\text{кл}}$ :

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}},$$

где  $10^8$  есть константа размерности [масса $^{\frac{2}{3}}$ ].

Был построен график зависимости  $N_1(m_{\text{пчд}})$  при различных значениях  $M_{\text{кл}}$



По оси X откладывается десятичный логарифм от значения массы ПЧД  $\log(m_{\text{пчд}})$ , по оси Y – десятичный логарифм от количества захватов ПЧД белым карликом при пролете через кластер ПЧД  $\log(N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}))$ .

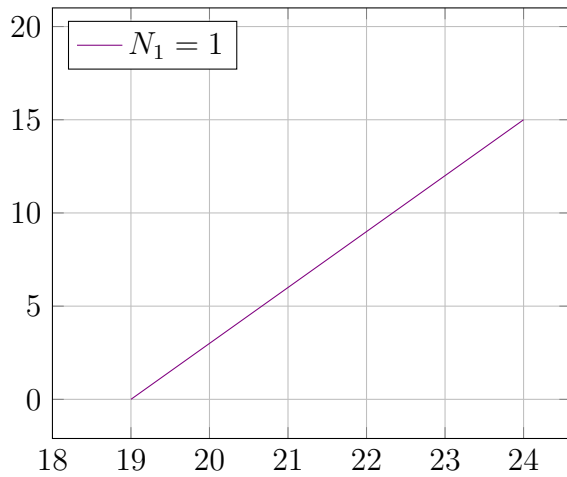
Ограничение на долю ПЧД в скрытой массе снимается в том случае, когда ожидаемое количество событий при пролете БК через кластер ПЧД равно единице:

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}} = 1,$$

Поэтому в координатах  $(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}})$  формула приобретает вид:

$$M_{\text{кл}}(m_{\text{пчд}}) = 10^{-24} \cdot m_{\text{пчд}}^3$$

Из этой формулы был получен график зависимости  $M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}})$  в логарифмическом масштабе для случая  $N_1 = 1$ :

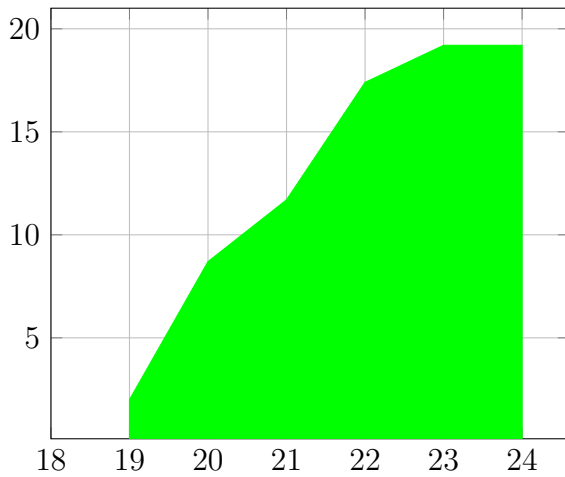


Зависимость массы кластера  $M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}})$  от массы ПЧД  $m_{\text{ПЧД}}$  и  $f$  в общем случае дается следующей формулой:

$$M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}}, f^{-1} \equiv N_1) = 10^{-24} \cdot (f^{-1}(m_{\text{ПЧД}}) \cdot m_{\text{ПЧД}})^3$$

Для получения значений  $N_1$  был использован график  $f(m_{\text{ПЧД}})$  из статьи [1] (Рисунок 3). В рассмотрение был взят крайний случай  $\rho_{dm} = 10^4 \text{GeVcm}^{-3}$  (красная линия).

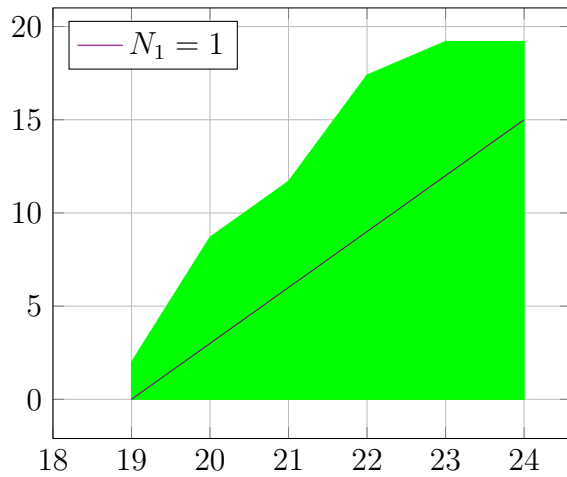
По полученным значениям был построен график в координатах  $M_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}})$ .



Разрешенная зона отмечена зеленым цветом.



В системе координат, учитывающей ограничения из статьи [1] линия для случая  $N_1=1$  лежит в допустимых значениях масс кластера и ПЧД



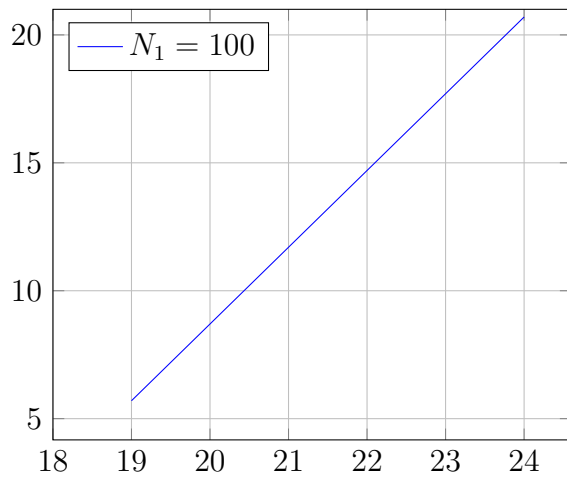
Также был рассмотрен случай  $N_1 = 100$ :

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}} = 100,$$

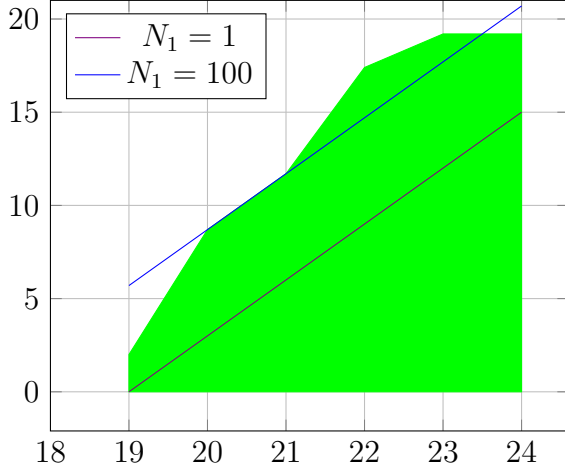
Отсюда

$$M_{\text{кл}}(m_{\text{пчд}}) = 10^{-18} \cdot m_{\text{пчд}}^3$$

И соответствующий график зависимости  $M_{\text{кл}}(m_{\text{пчд}})$  в логарифмическом масштабе для случая  $N_1 = 100$ :



В общей системе координат получается следующая картина:



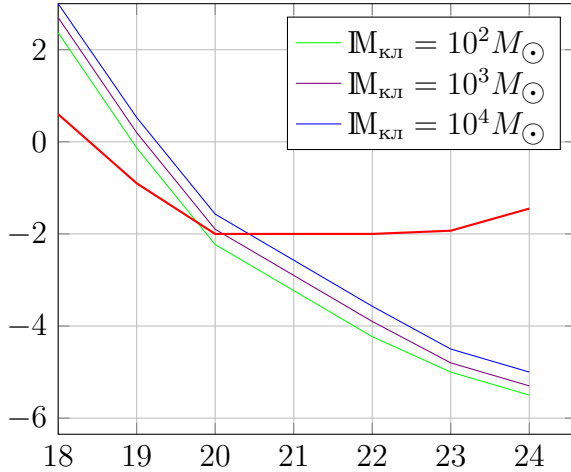
Следующий этап исследования заключается в получении ограничений на долю ПЧД в скрытой массе в случае их кластеризации. Другими словами, получения  $f'$  – допустимой доли ПЧД в скрытой массе в рассматриваемой модели.

При первом рассмотрении выражение, определяющее  $f'$  выглядело следующим образом:

$$f' = f \cdot N_1 = f \cdot 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}},$$

Поскольку  $N_1$  имеет смысл того, во сколько раз уменьшается ограничение  $f$  из статьи [1] из-за эффекта экранировки, вызванной кластеризацией ПЧД.

Был построен график в логарифмическом масштабе для разных масс кластеров ПЧД в общей системе координат  $(\frac{\Omega_{\text{РВН}}}{\Omega_{\text{DM}}}, m_{\text{пчд}})$  с ограничениями из статьи [1], которые представляют случай нулевой кластеризации. На графике это красная линия.

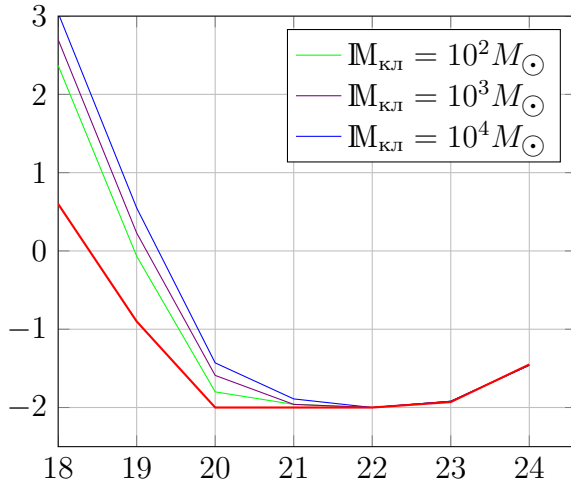


Поскольку график зависимости ведет себя неправильно при увеличении  $m$  и ведет себя не так как ожидается, формула для  $f'$  была преобразована следующим образом:

$$f' = f \cdot N_1 = f \cdot \left( 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}} + 1 \right),$$

Поправочная единица появилась, поскольку рассматриваются ситуации, где  $N_1 > 1$ , то есть после первого взаимодействия (крайний предельный случай).

Был получен соответствующий график в логарифмическом масштабе для разных масс кластеров ПЧД. По оси ординат откладывается  $\frac{\Omega_{PBH}}{\Omega_{DM}}$ , по оси абсцисс  $-m_{ПЧД}$ . Красная линия на графике – это с ограничения из статьи [1].



Из графика видно, что в случае кластеризации доля скрытой массы, приходящейся на ПЧД, увеличивается. В области высоких масс ПЧД ограничения становятся равны таковым для случая нулевой кластеризации (статья [1]).

#### 4 Изменение ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации (второе приближение)

Следующий этап исследования заключается в решении задачи, которая представляет собой получение графика в координатах  $(\Omega_{ПЧД}/\Omega_{СМ, ПЧД})$  для случая кластеризации ПЧД. В статье [1] были получены ограничения на долю ПЧД в случае равномерного распределения ПЧД. Референтный график:

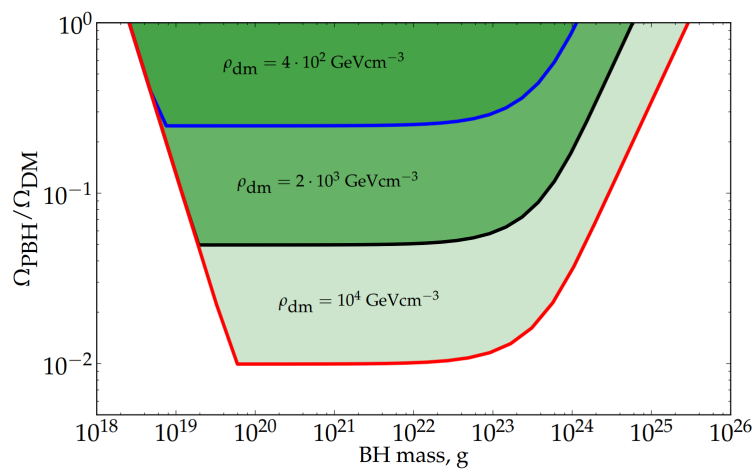


Рисунок 4 — Зависимость ограничений в зависимости от доли массы ПЧД в общем количестве скрытой массы от предполагаемой плотности скрытой массы в ядре шарового скопления. Показаны три случая:  $\rho_{DM} = 4 \cdot 10^2 \text{ ГэВсм}^{-3}$ ,  $\rho_{DM} = 2 \cdot 10^3 \text{ ГэВсм}^{-3}$  и  $\rho_{DM} = 10^4 \text{ ГэВсм}^{-3}$ .

Вероятность взаимодействия белого карлика с ПЧД в случае равномерного распределения ПЧД даётся формулой:

$$N = n_{\text{пчд}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t,$$

где  $\sigma_{\text{БК}}$  – гравитационное сечение захвата БК,  $v_{\text{БК}}$  – скорость БК на бесконечно большом расстоянии  $n_{\text{пчд}}$  – концентрация ПЧД внутри галактики,  $t$  – характерное время задачи.

Вероятность взаимодействия белого карлика с ПЧД в случае кластеризации даётся формулой:

$$N_{\text{кл}} = [n_{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{кл}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t] \times [n_{\text{пчд}}^{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot d_{\text{кл}}],$$

Сравним вероятности взаимодействия БК с ПЧД в некластеризованном и кластеризованном случаях. В некластеризованном случае формула выглядит просто – БК просто должен попасть в ПЧД. В случае же кластеризации формула состоит из двух множителей, один из которых отвечает за вероятность попасть в кластер, другой – за вероятность взаимодействия БК с ПЧД внутри кластера.

Теперь необходимо учесть эффект экранировки, поскольку нас интересует только первое взаимодействие, поскольку после него уже можно утверждать, что БК будет уничтожен. Все дальнейшие взаимодействия экранируются. Формула

$$N_{\text{кл}} = [n_{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{кл}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t] \times [n_{\text{пчд}}^{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot d_{\text{кл}}]$$

принимает вид:

$$N_{\text{кл}} = [n_{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{кл}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t] \times [1 - \exp(-N_{\text{вз}}^{\text{кл}})]$$

Таким образом, мы имеем на руках две формулы, которые в параметризованной расчетной форме имеют следующий вид:

$$N = \frac{10^{14}}{m_{\text{пчд}}}$$

$$N_{\text{кл}}(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = \frac{10^{14}}{m_{\text{пчд}}} \times [1 - \exp(-10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{1/3}}{m_{\text{пчд}}})]$$

По этим формулам построим график зависимости вероятности первого взаимодействия от массы ПЧД при разных массах кластера. Видно, что кластеризованная вероятность меньше таковой в случае равномерного распределения ПЧД по галактике.

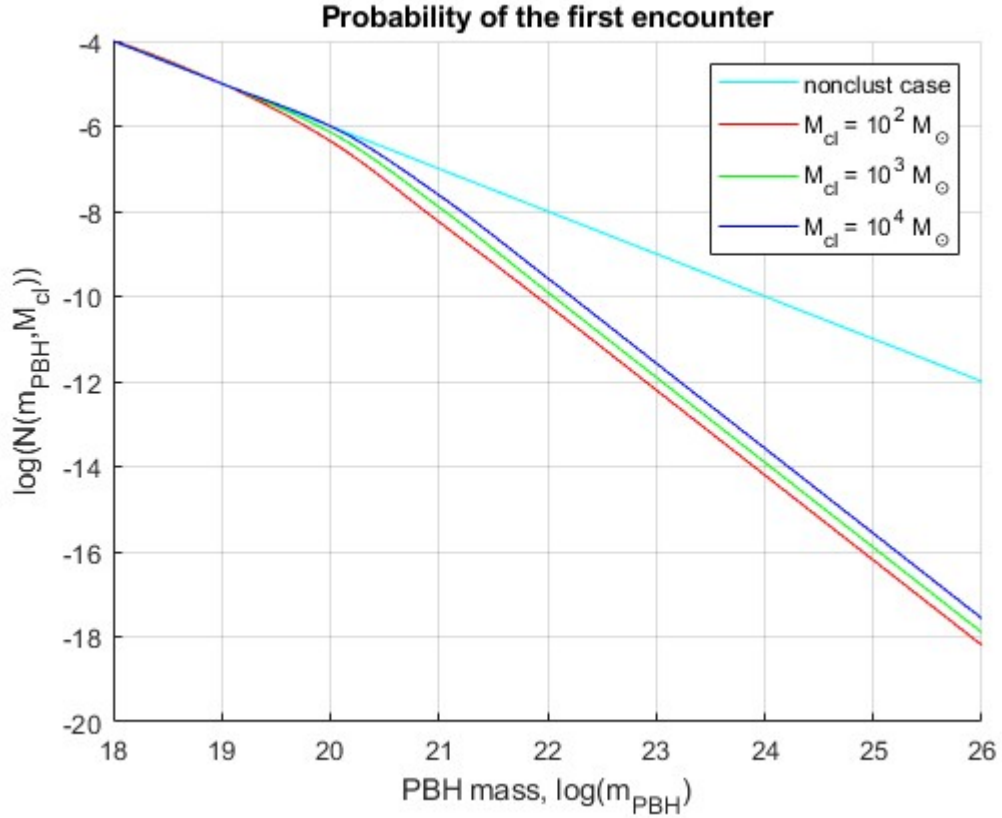


Рисунок 5 — График зависимости вероятности первого взаимодействия ПЧД с БК от массы ПЧД при разных массах кластера.

Найдем отношение этих вероятностей. Из ранее упомянутых формул получаем расчетную формулу для отношения вероятностей.

$$\frac{N_{\text{кл}}}{N} = \frac{[n_{\text{кл}} \cdot \sigma_{\text{кл}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t] \times [1 - \exp(-N_{\text{вз}}^{\text{кл}})]}{n_{\text{ПЧД}} \cdot \sigma_{\text{БК}} \cdot v_{\text{БК}} \cdot t}$$

$$\frac{N_{\text{кл}}(m_{\text{ПЧД}}, M_{\text{кл}})}{N(m_{\text{ПЧД}})} = [1 - \exp(-10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{1/3}}{m_{\text{ПЧД}}})]$$

Отсюда строим график зависимости отношения кластеризованного случая к некластеризованному.

Из графика отношений получаем коэффициент пропорциональности, связывающий кластеризованный случай с некластеризованным. После этого берем ограничение на долю ПЧД в скрытой массе из статьи Капеллы, Пширкова, Тинякова и получаем ограничения с поправкой на кластеризацию ПЧД.

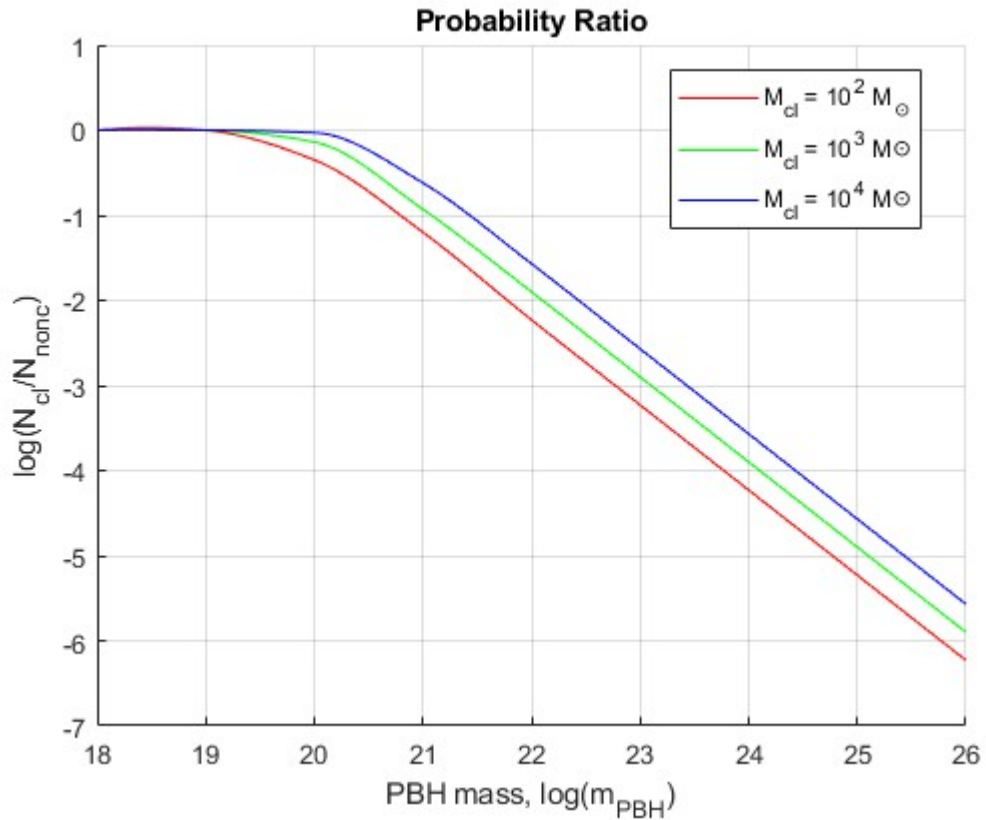


Рисунок 6 — График отношения вероятности первого взаимодействия БК с ПЧД кластеризованного случая к некластеризованному случаю.

Из графика отношений получаем коэффициент пропорциональности, связывающий кластеризованный случай с некластеризованным. После этого берем ограничение на долю ПЧД в скрытой массе из статьи Капеллы, Пширкова, Тинякова и получаем ограничения с поправкой на кластеризацию ПЧД.

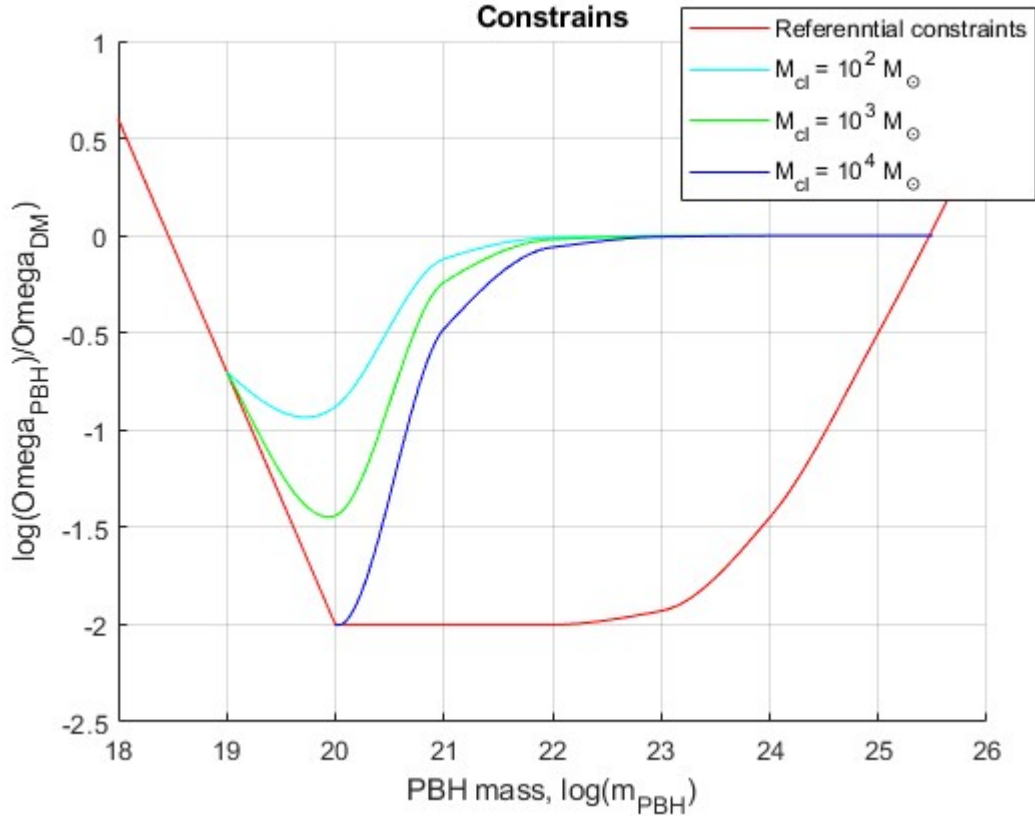


Рисунок 7 — Зависимость ограничений в зависимости от доли массы ПЧД в общем количестве скрытой массы от предполагаемой плотности скрытой массы в случае кластеризации.

## 5 Исследование возможности пересмотра ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр для карликовых галактик

В настоящее время результаты, полученные в Капеллой, Пширковым и Тиняковым [1], подвергаются сомнению. А именно – их оценки плотности скрытой массы существенно завышены.

В связи с этим рассмотрим похожие на ШС по природе объекты – карликовые галактики (КГ). Близость многих физических параметров этих объектов позволяет предположить, что "проблемные" ШС можно заменить на "беспроблемные" в этом смысле КГ. "Беспроблемные" они потому, что на сегодняшний день ни у кого нет сомнений, что всякая КГ существует внутри темного гало – гало из скрытой массы. Что нельзя сказать про ШС. На настоящий момент наблюдательные данные не дают оснований полагать, что ШС содержит скрытую массу. Однако тут важно заметить, что это не значит, что темного гало не было никогда. Существуют две теоретические модели формирования ШС, и обе они принципиально допускают присутствие темного гало у ШС, но с некоторыми оговорками.

Первая модель, у которой механизм образования обязательно обусловлен наличием собственного темного гало требует подтверждения в виде наблюдения свободных ("free-floating") ШС. Однако такие пока не были найдены.

Вторая модель: ШС образовалось в результате флуктуаций барионного вещества. Присутствие темного гало допустимо, но в таком случае оно обусловлено материнской га-

лактикой (host galaxy).

Закономерно появляется идея рассмотреть КГ в качестве замены ШС. Для этого нужно оценить, как наша модель ведет себя в такого рода объектах.

Выделим 2 ключевых критерия для сравнения ШС и КГ: количество ПЧД, приходящихся на 1 БК и количество событий на 1 БК.

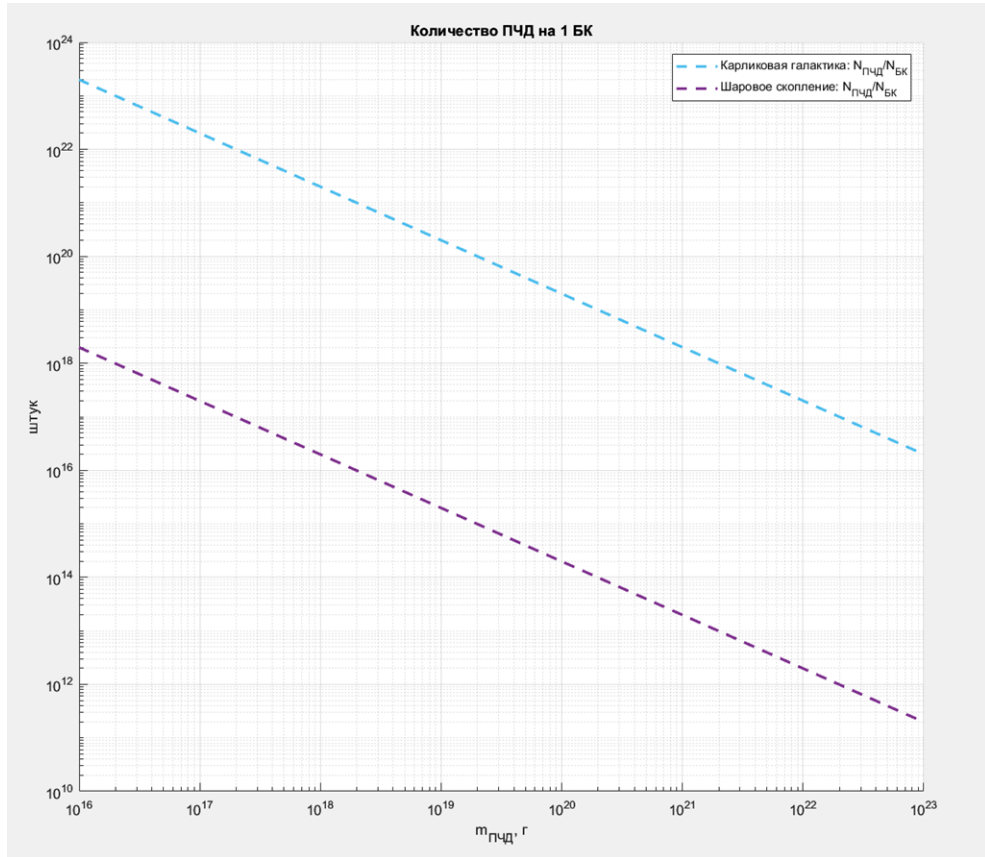


Рисунок 8 — количество ПЧД, приходящихся на 1 БК

Как и следовало ожидать, удельное количество ПЧД в случае КГ существенно выше. По этому критерию в экспериментальном смысле выгоднее КГ.

Что касается удельного количества событий, то тут ситуация менее выигрышная для КГ, но все еще допускающее рассмотрение последней в качестве замены ШС.



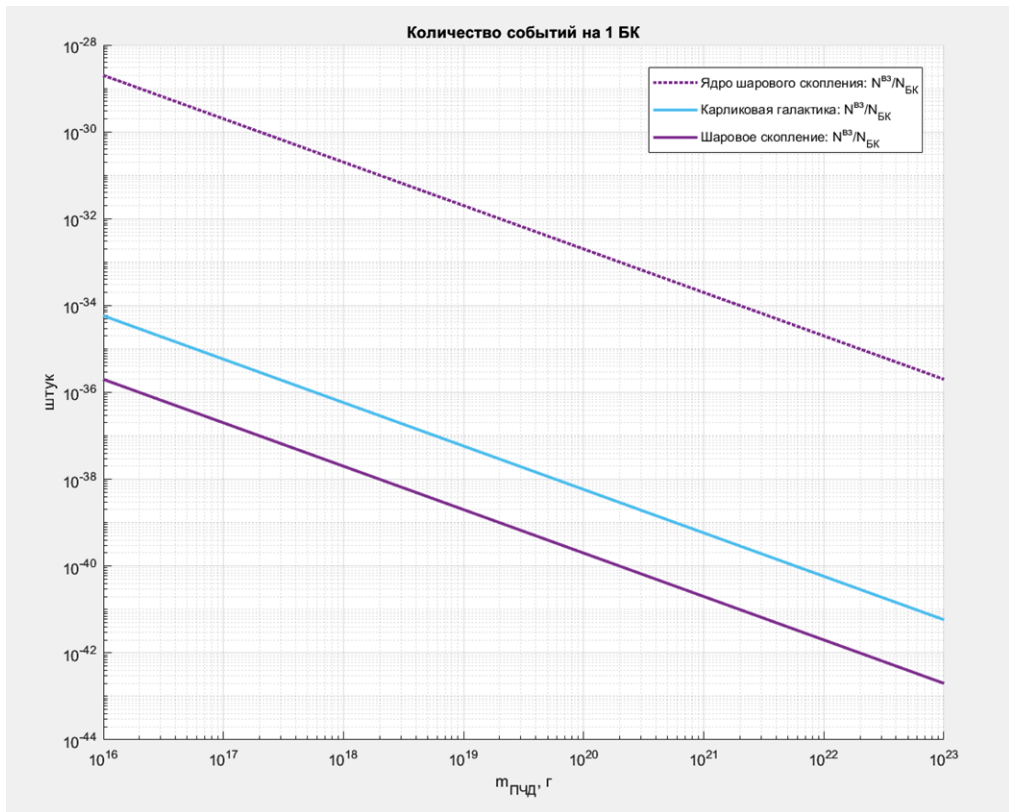


Рисунок 9 — количество событий на 1 БК

В совокупности картина выглядит следующим образом: у КГ удельное количество ПЧД больше и количество ожидаемых событий входит в диапазон ШС.

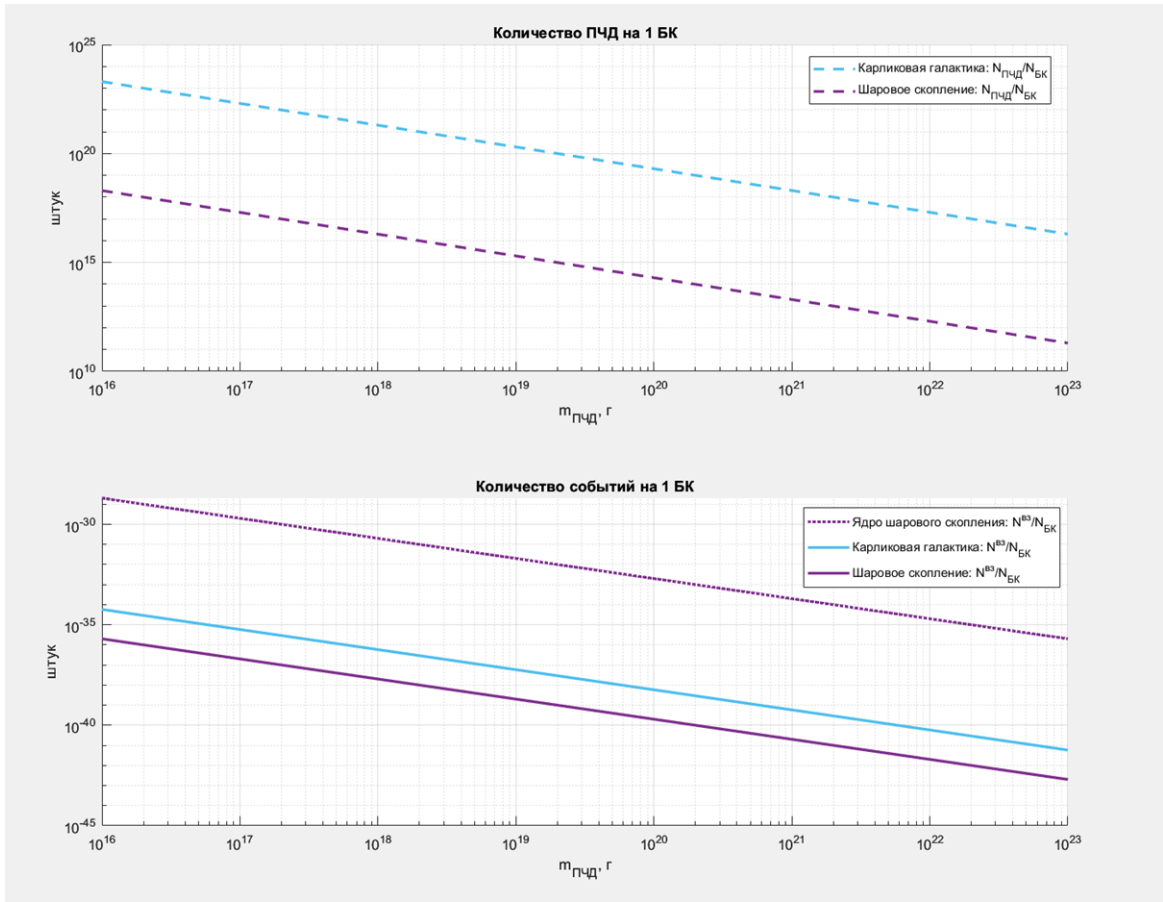


Рисунок 10 — Общий график

## 6 Заключение

В данной работе в первом этапе “Исследование возможности снятия ограничения на первичные черные дыры по белым карликам в случае кластеризации” получены количественные оценки взаимодействия БК с кластером ПЧД. Данные занесены в таблицу 1. Значения логарифмов чисел из таблицы 1 занесены в таблицу 2. На ее основании был построен график зависимости количества пойманных ПЧД белым карликом при пролете через кластер с параметрами  $R = 1 \text{ пк}$ ,  $M = 10^3 M_\odot$  от массы ПЧД (рисунок 1). Развивая мысль, начальные параметры кластера были изменены в пользу физической достоверности. Следуя алгоритму из предыдущего этапа, были получены таблицы 3 и 4. На их основании был построен график зависимости количества пойманных ПЧД белым карликом при пролете через кластер с параметрами  $R = 1 \text{ пк}$ ,  $M_1 = 10^{-3} M_\odot$ ,  $M_2 = 1 M_\odot$ ,  $M_3 = 10^4 M_\odot$ , от массы ПЧД. Для того, чтобы показать, как меняется характер графика, на одной координатной плоскости изображено 3 линии, соответствующие разным массам кластеров. После этого была сделана оценка гравитационного сечения, а затем и количества кластеров, в которые залетит БК в масштабах галактики при пролете вдоль диаметра. Используя полученные данные, была получена вероятность попадания БК в кластер. Порядок величины  $\sim 10^{-5}$ . Полученные результаты свидетельствуют о том, что в случае нахождения БК внутри кластера он достоверно захватит ПЧД, как следствие, будет уничтожен. Но в то же время вероятность попадания в кластер мала. Таким образом, ограничение на плотность распространения ПЧД можно снять, заменив его на вероятность попадания в кластер. Второй этап работы заключался в пересмотре ограничений, поскольку результаты предыдущего, оценочного, этапа свидетельствовали, что это возможно. Для получения ограничений на плотность

массы ПЧД в скрытой массе в случае их кластеризации решалась обратная задача

$$N_1(m_{\text{пчд}}, M_{\text{кл}}) = f^{-1},$$

где  $N_1$  есть количество захватов ПЧД белым карликом при пролете через кластер ПЧД, а  $f \equiv \frac{\Omega_{\text{РВН}}}{\Omega_{\text{DM}}}$  – величина, взятая из статьи [1].

Из смысла эффекта экранировки можно утверждать, что величина, обратная доли ПЧД в скрытой массе, есть количество захватов ПЧД белым карликом, поскольку  $N_1$  можно рассматривать, как коэффициент, показывающий, во сколько раз уменьшится ограничение на долю в случае кластеризации.

Из этой формулы был получен график зависимости  $M_{\text{кл}}(m_{\text{пчд}})$  в логарифмическом масштабе и разрешенные значения для случая нулевой кластеризации. На него были нанесены два случая:  $N_1 = 1$  и  $N_1 = 100$ .

Следующий этап исследования заключается в получении ограничений на долю ПЧД в скрытой массе в случае их кластеризации. Другими словами, получении  $f'$  – допустимой доли ПЧД в скрытой массе в рассматриваемой модели.

Из модельных приближений была получена аналитическая формула, определяющая  $f'$ .

$$f' = f \cdot N_1 = f \cdot \left( 10^8 \cdot \frac{M_{\text{кл}}^{\frac{1}{3}}}{m_{\text{пчд}}} + 1 \right),$$

Был получен соответствующий график в логарифмическом масштабе для разных масс кластеров ПЧД. Из графика видно, что в случае кластеризации доля скрытой массы, приходящейся на ПЧД, увеличивается. В области высоких масс ПЧД ограничения становятся равны таковым для случая нулевой кластеризации (статья [1]). Таким образом, в в первом приближении мы получили результаты, увеличивающие возможную долю ПЧД в скрытой массе за счет их кластеризации.

В результате второго приближения нам удалось в значительной степени пересмотреть ограничения на долю ПЧД в скрытой массе. Удалось изменить, а где-то даже снять, ограничение по белым карликам на плотность первичных черных дыр в случае их кластеризации.

Предварительные оценки в контексте исследования возможности пересмотра ограничения по белым карликам на плотность первичных черных дыр для карликовых галактик позволяют говорить о возможном пересмотре ограничений для КГ.

## Список литературы

- [1] Fabio Capela, Maxim Pshirkov и Peter Tinyakov. «Constraints on primordial black holes as dark matter candidates from capture by neutron stars». В: *Phys. Rev. D* 87.12 (2013), с. 123524. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.123524. arXiv: 1301.4984 [astro-ph.CO].
- [2] Bernard Carr и др. «Constraints on primordial black holes». В: *Rept. Prog. Phys.* 84.11 (2021), с. 116902. DOI: 10.1088/1361-6633/ac1e31. arXiv: 2002.12778 [astro-ph.CO].
- [3] Fabio Capela, Maxim Pshirkov и Peter Tinyakov. «Constraints on Primordial Black Holes as Dark Matter Candidates from Star Formation». В: *Phys. Rev. D* 87.2 (2013), с. 023507. DOI: 10.1103/PhysRevD.87.023507. arXiv: 1209.6021 [astro-ph.CO].
- [4] Fabio Capela, Maxim Pshirkov и Peter Tinyakov. «A comment on "Exclusion of the remaining mass window for primordial black holes ...", arXiv:1401.3025». В: (февр. 2014). arXiv: 1402.4671 [astro-ph.CO].
- [5] Konstantin M. Belotsky и др. «Clusters of primordial black holes». В: *Eur. Phys. J. C* 79.3 (2019), с. 246. DOI: 10.1140/epjc/s10052-019-6741-4. arXiv: 1807.06590 [astro-ph.CO].
- [6] Paolo Pani и Abraham Loeb. «Tidal capture of a primordial black hole by a neutron star: implications for constraints on dark matter». В: *JCAP* 06 (2014), с. 026. DOI: 10.1088/1475-7516/2014/06/026. arXiv: 1401.3025 [astro-ph.CO].