

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ» (НИЯУ МИФИ)

УДК 539.1

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**ОЦЕНКА ЧАСТОТЫ СОБЫТИЙ МИКРОЛИНЗИРОВАНИЯ
НА КЛАСТЕРЕ ПЧД**

Научный руководитель

_____ Е. С. Шлепкина

Студент Б20-102

_____ Б. Ю. Мучкина

Консультант

_____ К. М. Белоцкий

Москва 2023

Содержание

1	Введение	3
2	Задача	3
2.1	Постановка задачи	3
2.2	Параметры кластера	3
2.3	Найдем константу ρ_0	4
2.4	Найдем оптическую толщину	4
2.5	Найдем время между событиями	6
3	Заключение	6

1 Введение

Открытие LIGO/Virgo гравитационных волн от слияний десятков черных дыр солнечной массы привело к повышенному интересу к первичным черным дырам (ПЧД) как кандидатам в скрытую массу.

ПЧД — это черные дыры, которые образуются в ранней Вселенной. Наиболее часто изучаемым механизмом образования является коллапс больших возмущений плотности, вызванных инфляцией. ПЧД могут формировать скопления. Это может происходить за счет случайного (пуассоновского) пространственного распределения одиночных ПЧД или за счет специфики самого механизма их рождения (например, коллапс доменных стенок, образованных в результате фазовых переходов на стадии инфляции) ([1], [2], [3]).

Одним из наблюдательных проявлений ЧД может являться эффект гравитационного микролинзирования удаленных светил (звезд, квазаров и др.).

Звездное микролинзирование — это временное усиление светимости, которое возникает, когда компактный объект (линза) проходит близко к лучу зрения звезды. Различные обзоры микролинзирования наложили жесткие ограничения на количество компактных объектов в гало Млечного Пути.

При исследовании гравитационных линз часто оказывается достаточным рассмотрение эффекта в приближение тонкой линзы. Это сильно упрощает вычисления, и оправдано тем, что характерные масштабы (расстояние от наблюдателя до источника и линзы) много больше, чем характерный размер линзы (т. е. области, где преимущественно происходит отклонение лучей света).

2 Задача

2.1 Постановка задачи

Конечной целью исследования является пересмотр результатов экспериментов MACHO, OGLE и др, в рамках представления о кластерной структуре первичных черных дыр. Мы используем термин «кластер» по отношению ПЧД во избежание путаницы с термином «скопление», преимущественно использующееся для звезд. В течение текущего семестра в рамках данной задачи выполнялась оценка частоты событий микролинзирования звезды при прохождении по лучу зрения кластера ПЧД при заданных параметрах.

2.2 Параметры кластера

Параметры кластера брались, следуя работе [4]

$R_0 = 1$ пк — радиус кластера

$M = 10^4 M_\odot$ — масса кластера

$r_0 = 10^{-6}$ пк и $0.1 R_0$ — радиус ядра кластера ("кора")

$\rho(r) = \rho_0 \frac{r_0^3}{(r + r_0)^3}$, $0 < r < R_0$ — профиль распределения ПЧД в кластере по расстояниям

$f(m) \sim m^{-1.5}$, $M_\odot < m < 10^3 M_\odot$

или $f(m) = \delta(m - M_\odot)$ — профиль распределения ПЧД в кластере по массам

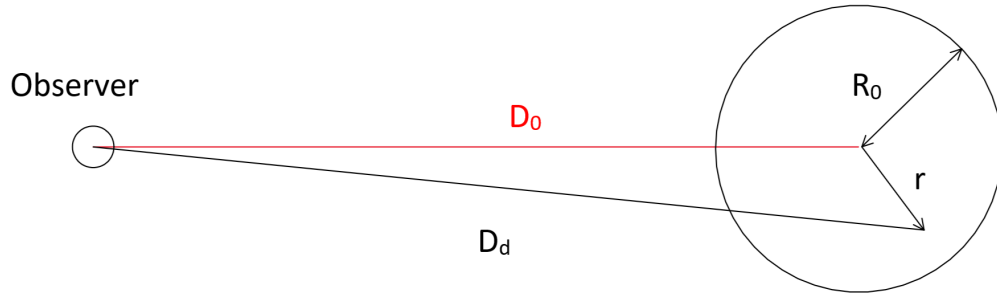


Рисунок 1 — Пояснительный рисунок

2.3 Найдем константу ρ_0

Константу ρ_0 найдем из соотношения:

$$M = \int \rho dV, \quad dV = 4\pi r^2 dr$$

$$M = \int_0^{R_0} \rho_0 \frac{r_0^3}{(r + r_0)^3} 4\pi r^2 dr = 4\pi r_0^3 \rho_0 \int_0^{R_0} \frac{r^2}{(r + r_0)^3} dr$$

2.4 Найдем оптическую толщину

Оптическую толщину посчитаем в двух приближениях. Первое, более точное, соответствует случаю, когда гравитационные линзы распределены по всему объему пространства между наблюдателем и светилом [5]. Второй способ, приближенный, предполагает наличие линз в области (в кластере), размеры которой много меньше расстояния как до наблюдателя, так и до светила.

Первый способ. Луч зрения представляет собой конус Хвольсена-Эйнштейна. Предположим, что на небесной сфере имеется довольно много гравитационных линз. Тогда часть телесного угла, покрываемого кругами Эйнштейна, называется оптической толщиной гравитационного микролинзирования. Предположим, что все гравитационные линзы имеют одинаковую массу M . В тонком слое, находящемся на расстоянии D_d от наблюдателя, толщина которого ΔD_d , причем имеется в среднем одна линза на поверхности с площадью $\pi R_M^2 = M/(\rho \Delta D_d)$, где ρ – средняя плотность линз в объеме $\pi R_M^2 \Delta D_d$.

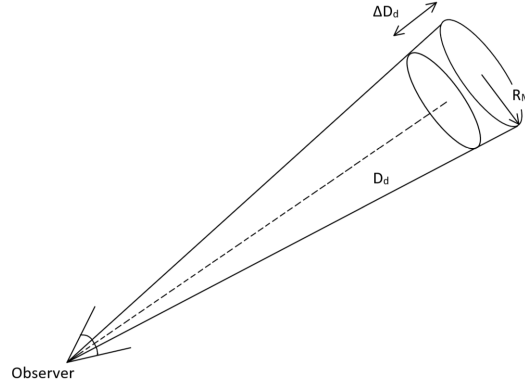


Рисунок 2 — Пояснительный рисунок

Каждой линзе соответствует сечение $\pi \xi_0^2$, где ξ_0 – радиус Эйнштейна, соответствующий гравитационной линзе с массой M . Вклад этого слоя в оптическую толщину задается соотношением:

$$\Delta \tau = \frac{\pi \xi_0^2}{\pi R_M^2} = \left[\frac{4\pi G \rho D_s (D_s - D_d)}{c^2 D_s} \right] \Delta D_d \quad (1)$$

Тогда общая оптическая толщина, обусловленная влиянием всех гравитационных линз, находящихся между источником и наблюдателем, может вычисляться как

$$\tau = \int_0^{D_s} \frac{\pi \xi_0^2}{\pi R_M^2} = \left[\frac{4\pi G \rho D_s (D_s - D_d)}{c^2 D_s} \right] dD_d = \frac{4\pi G}{c^2} D_s^2 \int_0^1 \rho(x) x(1-x) dx, \quad (2)$$

где $x = D_d/D_s$.

Отметим, что первый способ не используется в данной задаче. Он будет использован в дальнейшем, когда будет рассматриваться эффект микролинзирования не на одном кластере, как в данной работе, а с учетом кластеров во всей Галактике.

Второй способ. Луч зрения представлен в виде прямой. Рассчитаем профиль оптической плотности скопления в зависимости от прицельного параметра. Оптическая толщина τ определяется как число РВН, которые помещаются в трубку микролинзирования радиуса $R_E(m)$.

$$\tau = \int \pi R_E^2(m) \frac{f(m)}{m} \rho(r) dm dx \quad (3)$$

Для постоянных масс ПЧД, $m = M_\odot$

$$\tau = \int \pi R_E^2 \rho(r) dx \quad (4)$$

Интегрирование производится по хорде, вдоль которой направим ось x

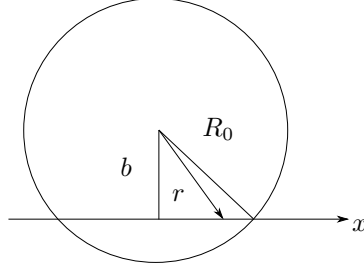


Рисунок 3 — Пояснительный рисунок

Из рисунка 3 видно, что $r = \sqrt{b^2 + x^2}$ и $x \in (-\sqrt{R_0^2 - b^2}; \sqrt{R_0^2 - b^2})$

$$\pi R_E^2(m) = \pi r_\odot \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} \frac{m}{M_\odot} \quad (5)$$

где D_s - расстояние между фоновым источником и наблюдателем, D_d - расстояние между линзой и наблюдателем, D_{ds} - расстояние между гравитационной линзой и источником, $r_\odot$ - гравитационный радиус Солнца. Найдём зависимость оптической толщины τ от прицельного параметра b :

$$\tau(b) = \int_{M_\odot}^{10^3 M_\odot} \int_{-\sqrt{R_0^2 - b^2}}^{\sqrt{R_0^2 - b^2}} \pi r_\odot \frac{D_d(D_s - D_d)}{D_s} \frac{f(m)}{m} \rho_0 \frac{r_0^3}{(r + r_0)^3} dx dm \quad (6)$$

Результаты расчета оптической толщины приведены на рис. 4. Параметры кластера в данном пункте были выбраны специально такими же, как и в работе [6] для проверки настоящей методики. Результаты согласуются.

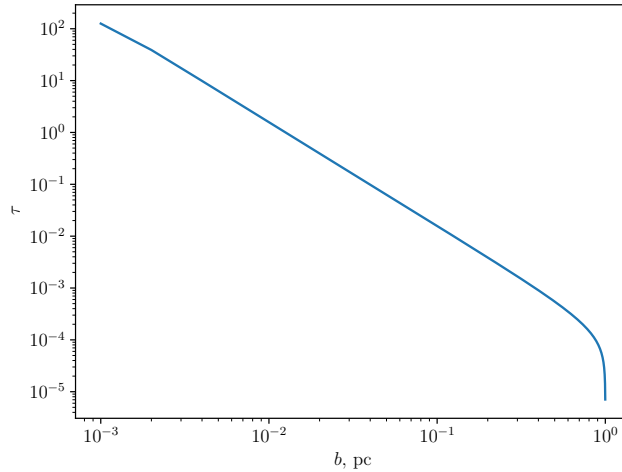


Рисунок 4 — Зависимость оптической толщины от прицельного параметра

2.5 Найдём время между событиями

Вычислим время между событиями микролинзирования, период T для следующих параметров кластера: массы ПЧД в кластере постоянны, $m = M_\odot$, $r_0 = 0.1R_0$, $M = 10^4 M_\odot$

$$T = \frac{\theta_E}{\tau} \frac{D_d}{v} \quad (7)$$

$$\pi R_E^2 = \pi r_\odot \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \frac{m}{M_\odot} = \left| m = M_\odot, \quad r_\odot = \frac{2GM_\odot}{c^2} \right| = \frac{2\pi GM_\odot}{c^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \quad (8)$$

Для кластера, состоящего из ПЧД одинаковой массы, $m = M_\odot$, оптическая толщина вычисляется по формуле

$$\tau = \int \pi R_E^2 \rho(r) dx = \int \frac{2\pi GM_\odot}{c^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \rho_0 \frac{r_0^3}{(r + r_0)^3} dx \quad (9)$$

Получаем

$$T = \frac{\theta_E}{\tau} \frac{D_d}{v} = \frac{\left(\frac{4GM_\odot}{c^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \right)^{1/2}}{v \int \frac{2\pi GM_\odot}{c^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \rho_0 \frac{r_0^3}{(r + r_0)^3} dx} = \frac{1}{\frac{v\pi}{2} \left(\frac{4GM_\odot}{c^2} \frac{D_d D_{ds}}{D_s} \right)^{1/2} \int \rho_0 \frac{r_0^3}{(r + r_0)^3} dx} \quad (10)$$

График зависимости периода от прицельного параметра представлен на рисунке 5.

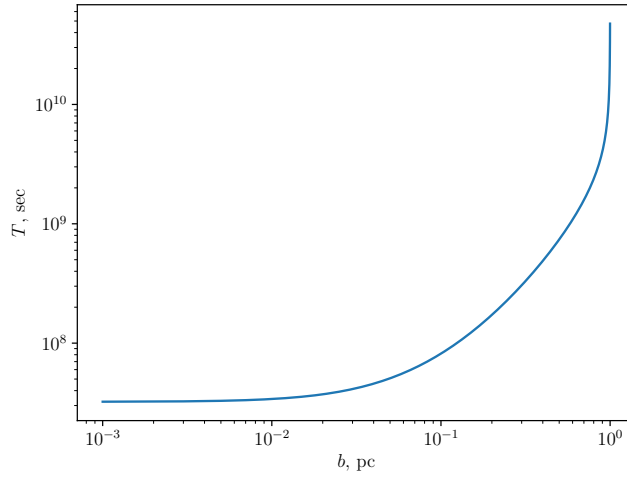


Рисунок 5 — Зависимость периода от прицельного параметра

3 Заключение

В данной работе развивалась методика расчета вероятностей эффекта гравитационного микролинзирования фоновой звезды на кластере ПЧД. В результате были получены следующие результаты:

- оценка оптической толщины кластера в зависимости от прицельного параметра при фиксированных параметрах кластера (размер и массовый спектр) (см. рис 4)
- также для кластера, состоящего из ПЧД одинаковой массы, получена оценка временного интервала между событиями микролинзирования звезды в зависимости от прицельного параметра (см. рис 5)

Список литературы

- [1] M.Y. Khlopov, R.V. Konoplich, S.G. Rubin and A.S. Sakharov, *First-order phase transitions as a source of black holes in the early universe*, *Grav. Cosmol.* **6** (2000) 153.
- [2] S.G. Rubin, M.Y. Khlopov and A.S. Sakharov, *Primordial black holes from nonequilibrium second order phase transition*, *Grav. Cosmol.* **6** (2000) 51 [[hep-ph/0005271](#)].
- [3] S.G. Rubin, A.S. Sakharov and M.Y. Khlopov, *The Formation of primary galactic nuclei during phase transitions in the early universe*, *J. Exp. Theor. Phys.* **91** (2001) 921 [[hep-ph/0106187](#)].
- [4] K.M. Belotsky, V.I. Dokuchaev, Y.N. Eroshenko, E.A. Esipova, M.Y. Khlopov, L.A. Khromykh et al., *Clusters of primordial black holes*, *Eur. Phys. J. C* **79** (2019) 246 [[1807.06590](#)].
- [5] Захаров, *Гравитационные линзы и микролинзы*, Янус-К (1997).
- [6] Куракин, *Гравитационное микролинзирование на кластере первичных черных дыр* (2020).