

# Взаимодействие «тёмных» атомов с веществом и его физические, астрофизические и космологические проявления

Национальный исследовательский ядерный университет  
«МИФИ»

Аспирант:

**Бикбаев Тимур Эдуардович**

Научный руководитель, д.ф.-м.н., проф.:

**Хлопов М.Ю.**

Научный консультант, к.ф.-м.н., доц.:

**Майоров А.Г.**



Москва, 2023 г.

# Сценарии гипотетических, стабильных, электрически заряженных частиц.

*В нашей научно-исследовательской работе мы рассматриваем сценарий составной скрытой массы, в котором гипотетические, стабильные, реликтовые, лептоноподобные, массивные частицы  $X$  с зарядом  $-2n$  (где  $n$  это натуральное число) избегают экспериментального открытия, потому что они связаны кулоновским взаимодействием с  $n$  ядрами первичного гелия в нейтральные атомоподобные состояния  $X\text{He}$  ( $X$ -гелия), называемые "тёмными" атомами.*

В случае  $n=1$  частица  $X$  называется  $O^{--}$ , а тёмный атом, -  $O$ -гелием.

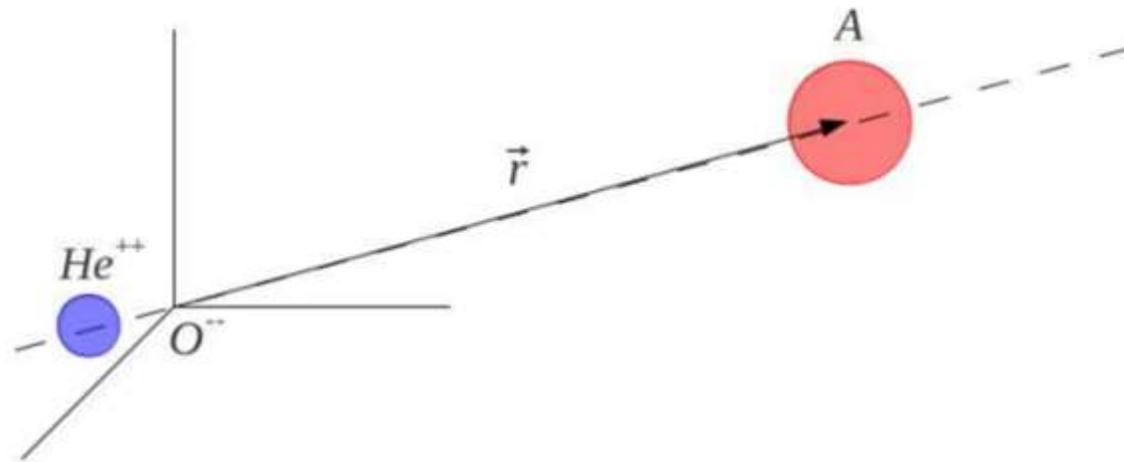
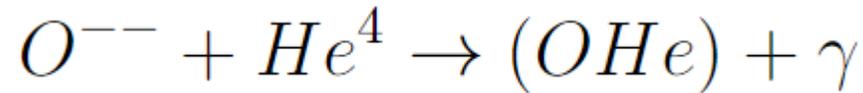


Иллюстрация "тёмного" атома  $O\text{He}$  и внешнего ядра вещества  $A$

# Модель $XHe$ и решение проблемы прямых поисков частиц скрытой массы.

*“Тёмные” атомы  $XHe$  обеспечивают современную плотность нерелятивистского вещества и играют роль нетривиальной формы сильно взаимодействующей скрытой массы.*

Результаты экспериментов DAMA/NaI и DAMA/LIBRA можно объяснить годовыми модуляциями энергосвечения при формировании низкоэнергетического связанного состояния  $XHe$  с ядрами.

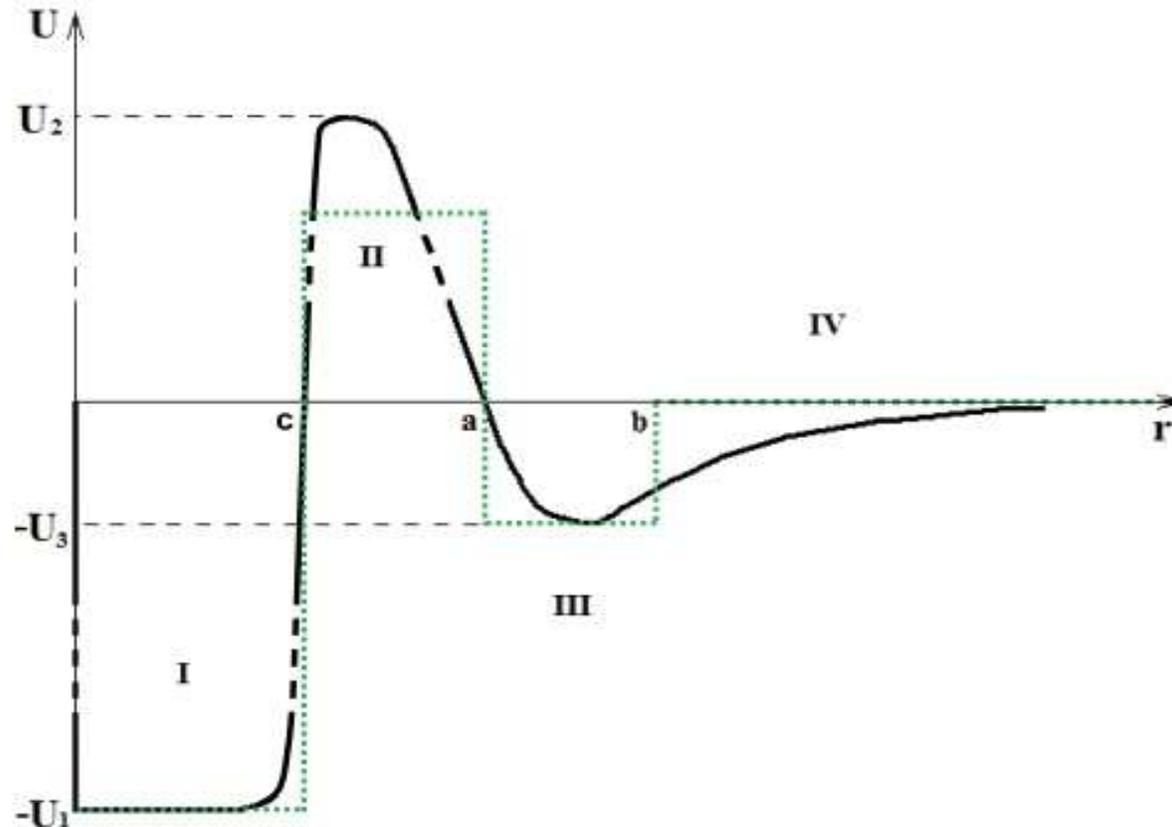
Детектор	Ядра	A	Z	Температура	Обнаружение
DAMA (/NaI + /LIBRA)	Na I TI	23 127 205	11 53 81	300 К	13 $\sigma$
CoGeNT	Ge	70-74	32	70 К	2.8 $\sigma$
CDMS	Ge (Si)	70-74 (28-30)	32 (14)	Криогенный	—
XENON100	Xe	124-134	54	Криогенный	—
LUX	Xe	124-134	54	173 К	—

## Проблема гипотезы $X$ – гелия.

Возможность существования низкоэнергетического связанного состояния  $X\text{He}$  с ядрами и доминантность упругих процессов в сценарии "тёмного" атома основывается на гипотезе о наличии потенциального барьера в процессах взаимодействия  $X$ -гелия с ядрами вещества, требующей корректного квантово-механического обоснования.

**Задача:** разработка численной модели взаимодействия  $X$ -гелия с ядром вещества.

**Цель работы:** восстановление формы эффективного потенциала взаимодействия  $X\text{He}$  с ядром вещества.



Гипотетический эффективный потенциал взаимодействия  $X\text{He}$  с ядром вещества

# Численное моделирование взаимодействия "тёмного" атома с ядром вещества.

## Численная модель

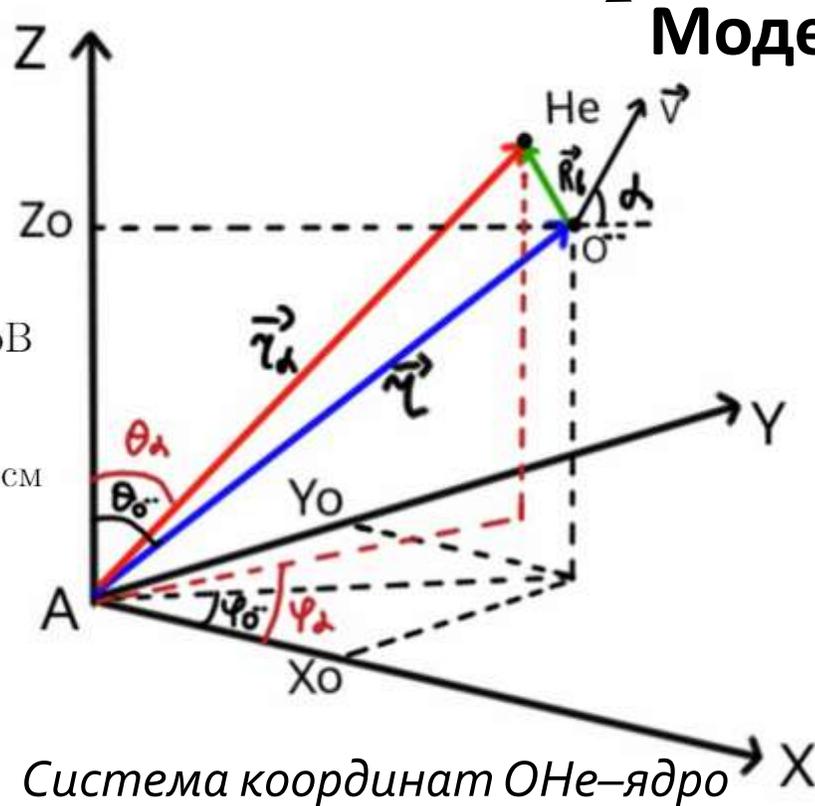
Подход восстановления траекторий частиц

Подход восстановления эффективного потенциала

### Модель Бора

$$I_0 = \frac{Z_O^2 - Z_{He}^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ}$$

$$R_b = \frac{\hbar c}{Z_O - Z_{He} m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$



### Модель Томсона

Решение уравнения Шрёдингера в системе OHe - Ядро

# Эффект Штарка.

$$\vec{\delta} = \frac{Z_\alpha \vec{E}}{Z_X 4/3\pi\rho} + \frac{\vec{F}_\alpha^N}{e Z_X 4/3\pi\rho}$$

$$\rho = \frac{Z_\alpha e}{4/3\pi R_{nHe}^3}$$

$$\vec{F}_\alpha^N = - \frac{\frac{U_0}{p} \exp\left(\frac{r_{A\alpha} - R_A - R_{nHe}}{p}\right) \frac{\vec{r}_{A\alpha}}{r_{A\alpha}}}{\left(1 + \exp\left(\frac{r_{A\alpha} - R_A - R_{nHe}}{p}\right)\right)^2}$$

$$U_{St} = e Z_\alpha E \delta$$

$$\vec{F}_{St} = - \text{grad } U_{St}$$

---

## Квантово-механический расчёт.

$$d_{kl} = e \int_V \Psi_k^*(x, y, z) \cdot x \cdot \Psi_l(x, y, z) dV$$

# Электрический потенциал X-гелия.

$$\psi = \frac{e^{-r/r_0}}{\sqrt{\pi}r_0^{3/2}} \quad en_p = \begin{cases} \frac{eZ_\alpha}{\frac{4}{3}\pi R_{nHe}^3} & \text{для } r < R_{nHe}, \\ 0 & \text{для } r > R_{nHe}. \end{cases}$$

$$\frac{1}{r}(\phi r)'' = -4\pi e \left( n_p + \frac{Z_X e^{-2r/r_0}}{\pi r_0^3} \right) \quad U_{XHe}^e = eZ_A \phi$$

$$\phi = \begin{cases} -eZ_X e^{-2r/r_0} \left( \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) & \text{для } r > R_{nHe}, \\ -eZ_X e^{-2r/r_0} \left( \frac{1}{r_0} + \frac{1}{r} \right) + \frac{eZ_X}{r} + \frac{eZ_\alpha}{R_{nHe}} \left( \frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R_{nHe}^2} \right) & \text{для } r < R_{nHe}. \end{cases}$$

# Уравнение Шрёдингера для ядра гелия.

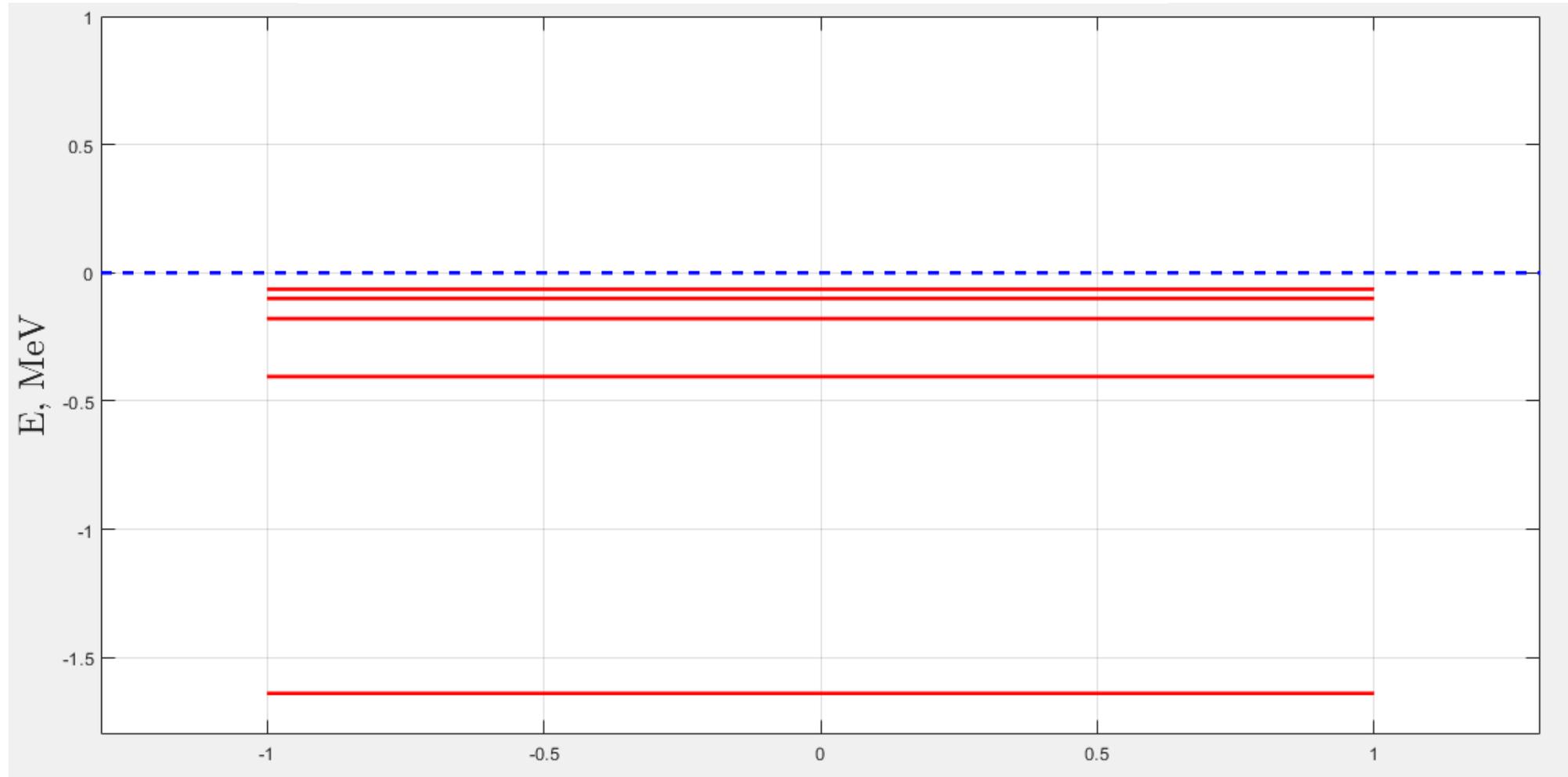
$$\vec{R}_{HeA} = \vec{R}_{OA} - \vec{r} \quad \hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{U} \quad \hat{H}\Psi = E\Psi$$

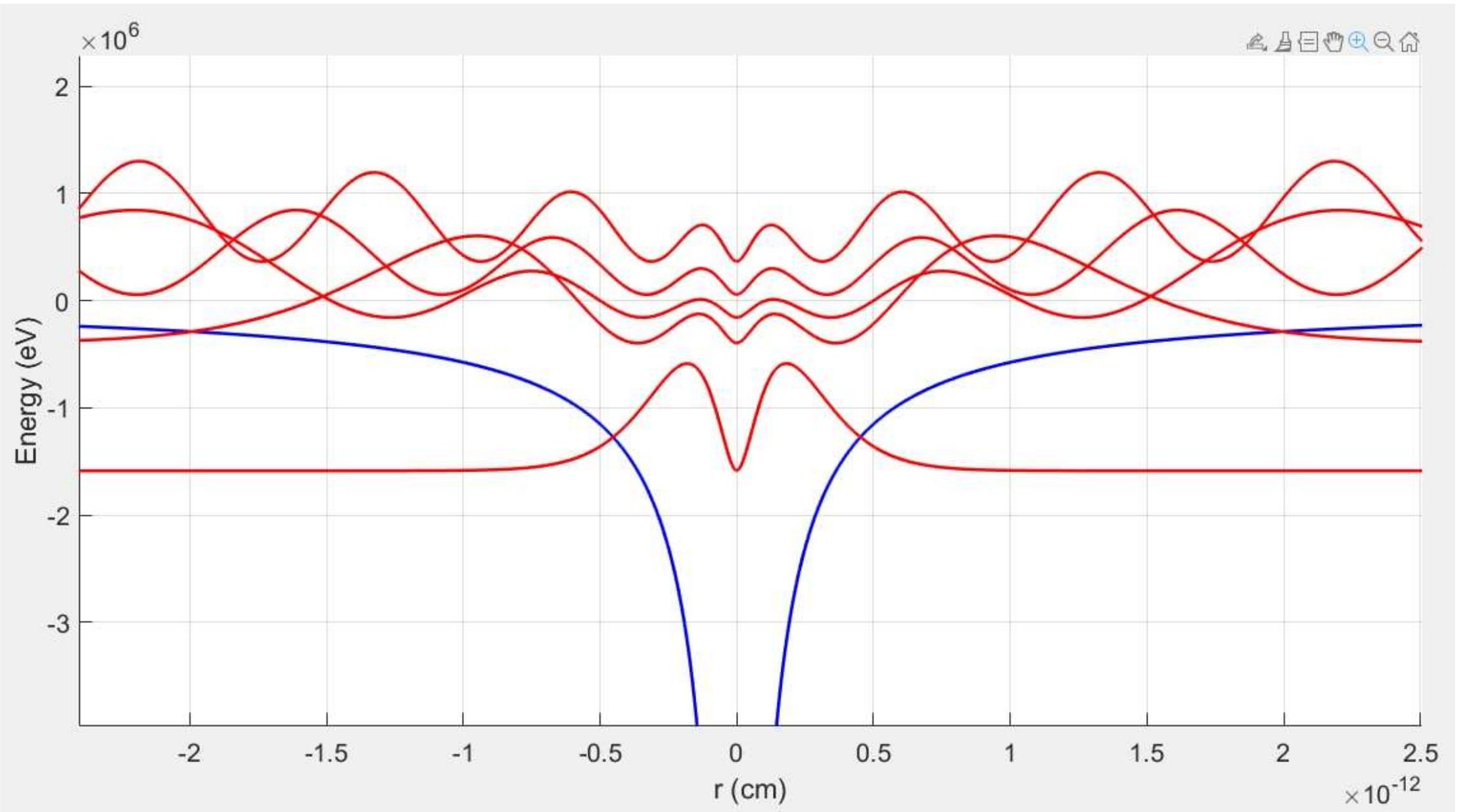
$$\hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_{He}}\Delta - \frac{4e^2}{r} \quad \hat{U} = \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$

$$\Delta\Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2} \left( E + \frac{4e^2}{r} - \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} - U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) \right) \Psi = 0$$

# Одномерное уравнение Шрёдингера для атома О-гелия.

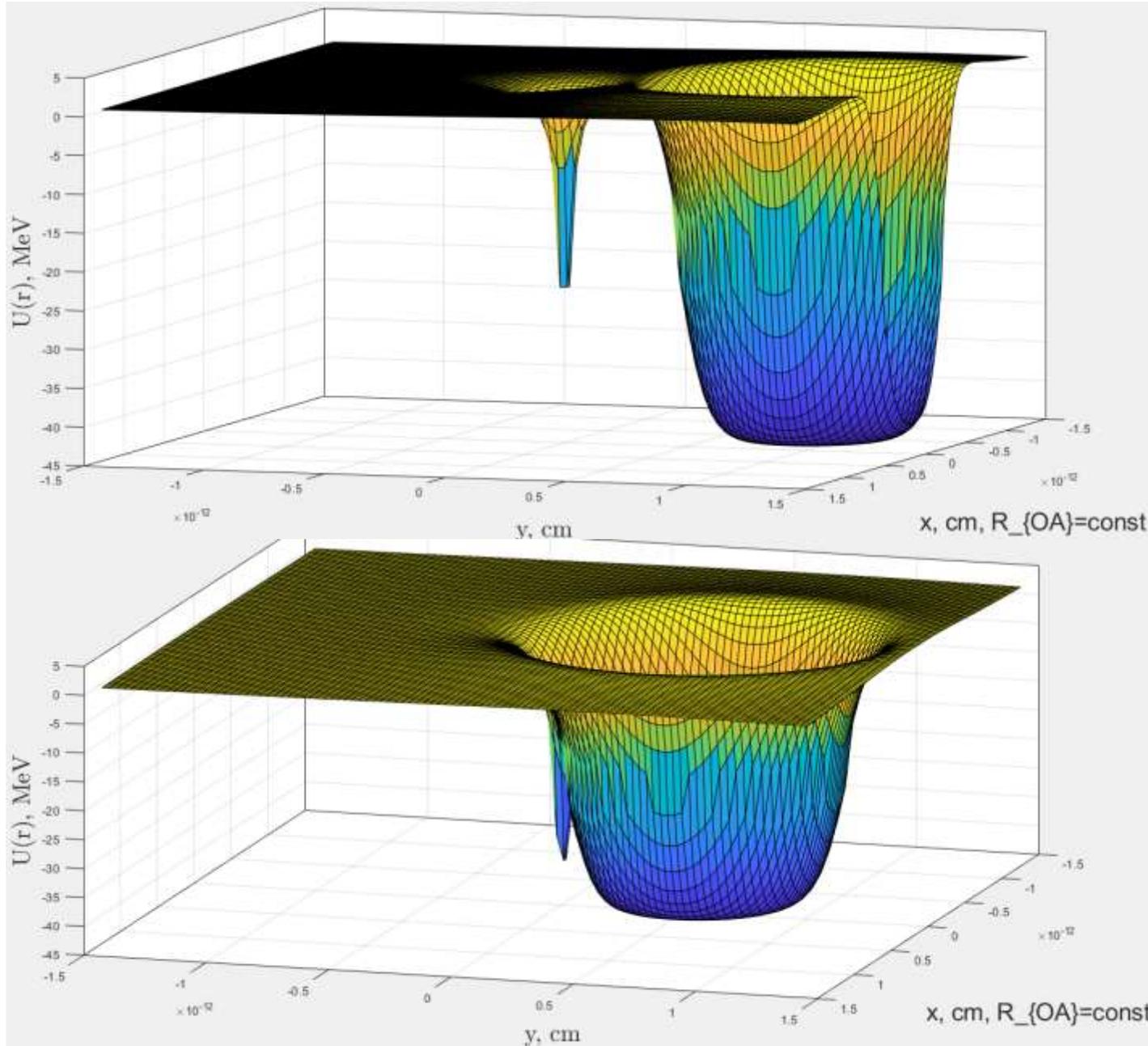
$$\Delta_r \Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2} \left( E + \frac{4e^2}{r} \right) \Psi = 0$$



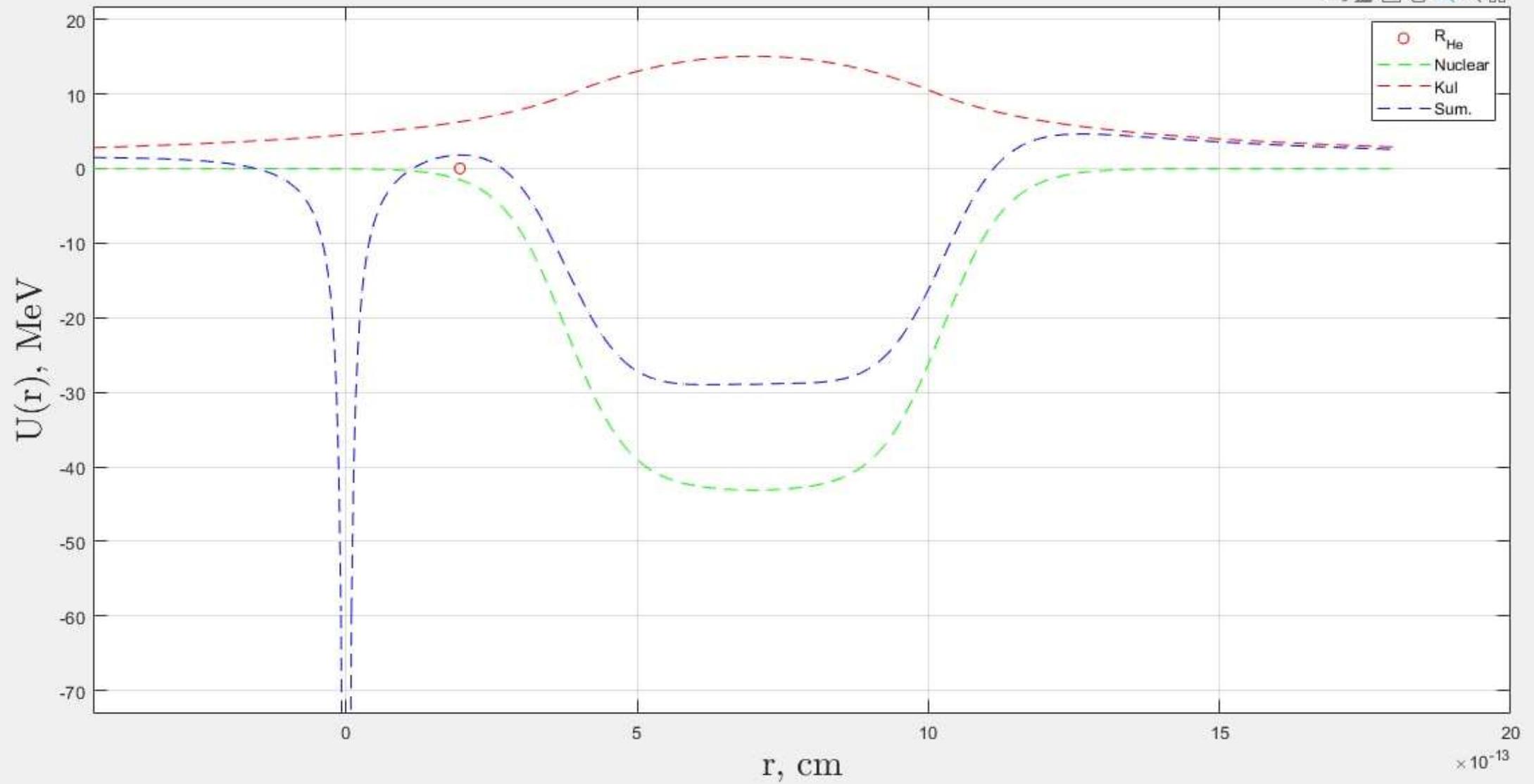


Энергетический спектр ядра гелия в потенциале тёмного атома и соответствующие этим уровням графики квадрата модуля волновой функции

# Потенциал взаимодействия гелия в системе OHe – ядро.



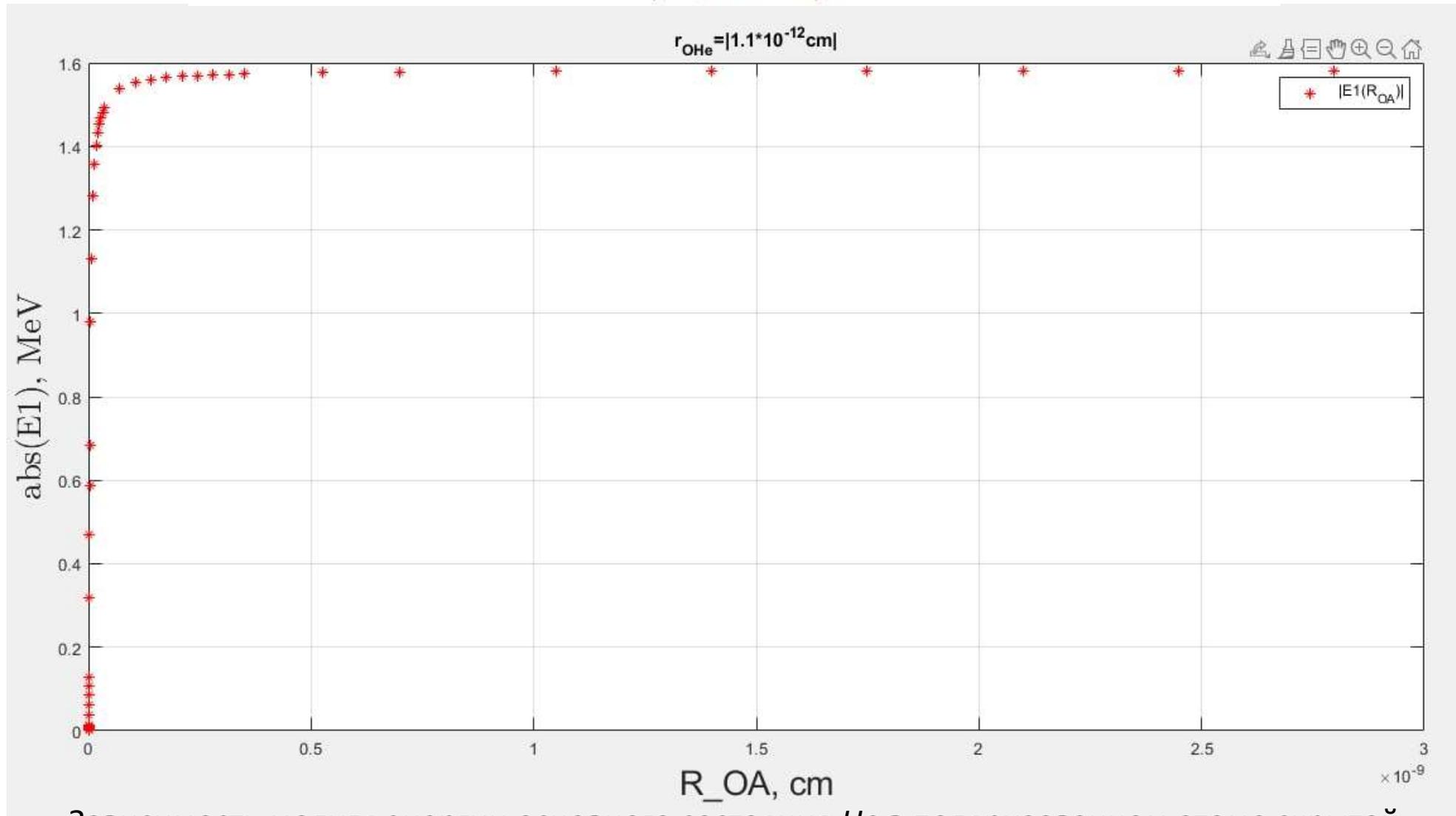
$$U_{He} = -\frac{4e^2}{r} + \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} + U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|)$$



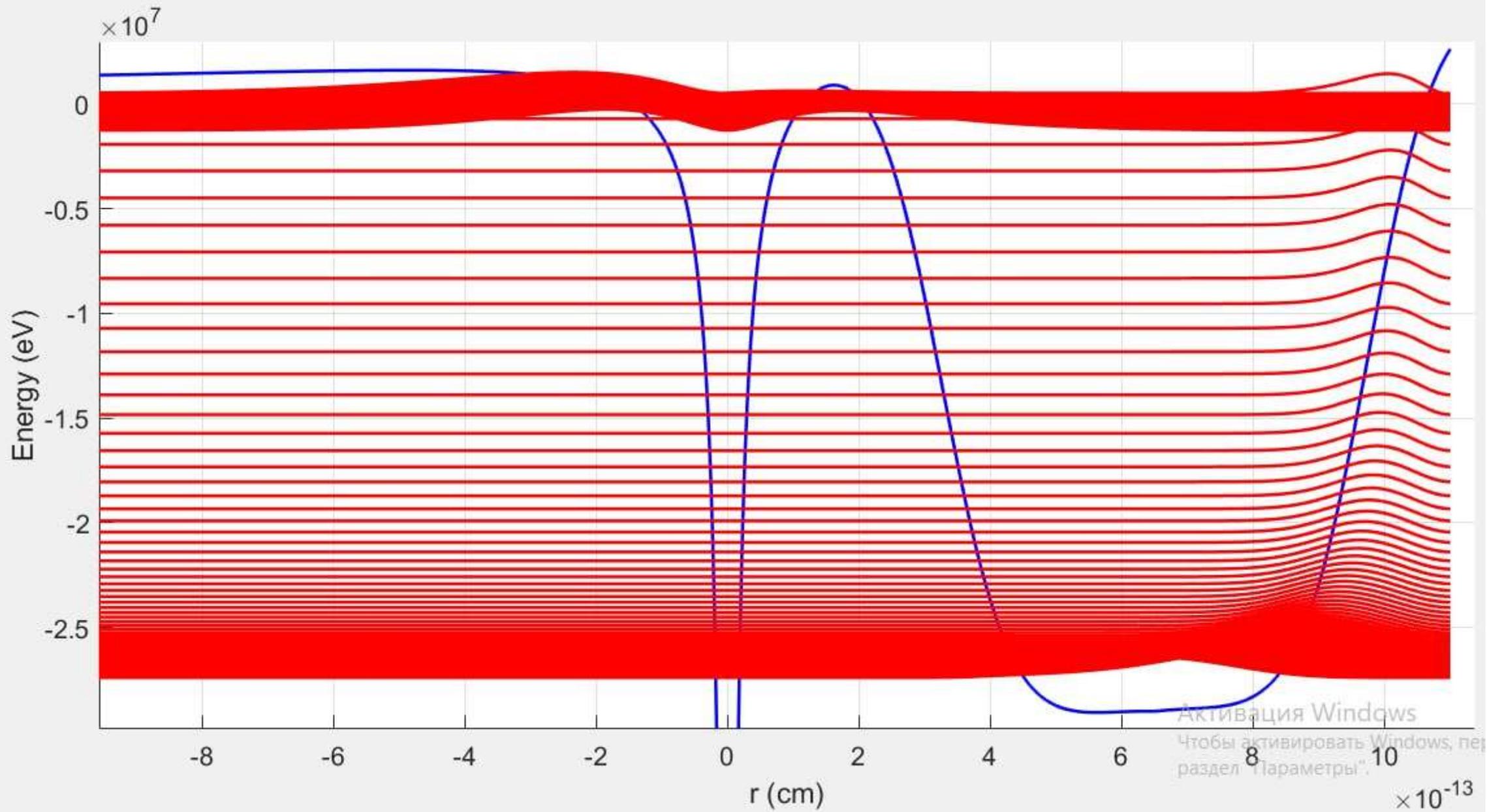
Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона, кулоновского потенциала и суммарного потенциала взаимодействия для He в системе OHe–Na от радиус-вектора гелия при фиксированном радиус-векторе ядра натрия

# Уравнение Шрёдингера для ядра гелия в системе OHe – Na.

$$\Delta\Psi + \frac{2m_{He}}{\hbar^2} \left( E + \frac{4e^2}{r} - \frac{2e^2 Z_A}{|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|} - U_N(|\vec{R}_{OA} - \vec{r}|) \right) \Psi = 0$$

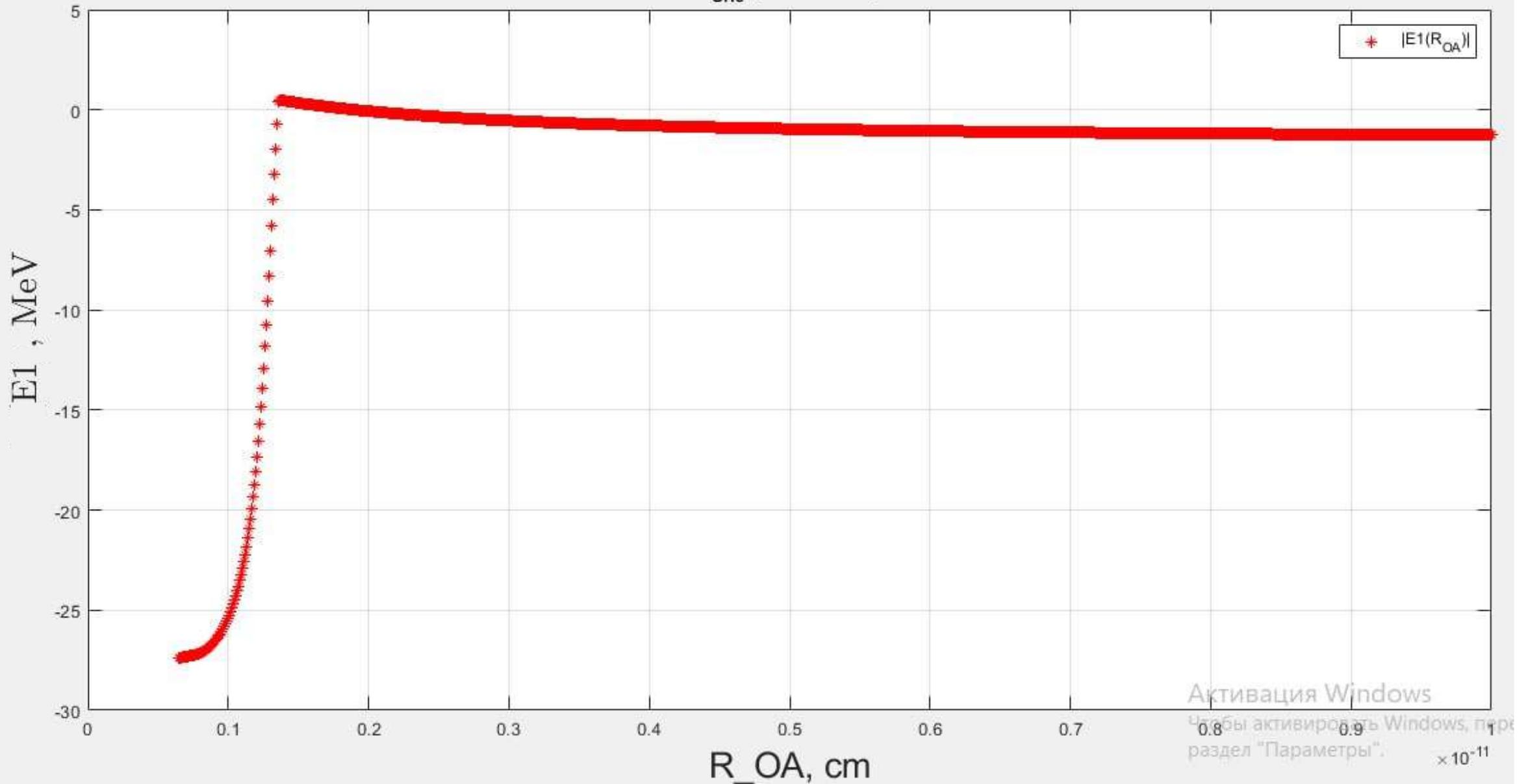


Зависимость модуля энергии основного состояния *He* в поляризованном атоме скрытой массы от радиус-вектора внешнего ядра натрия



Спектр энергетических уровней ядра гелия в суммарном потенциале системы OHe–Na и соответствующие этим уровням графики квадрата модуля волновой функции

$$r_{\text{OHe}} = |1.1 \cdot 10^{-12} \text{ cm}|$$



Зависимость энергии основного состояния  $He$  в поляризованном атоме скрытой массы от радиус-вектора внешнего ядра натрия

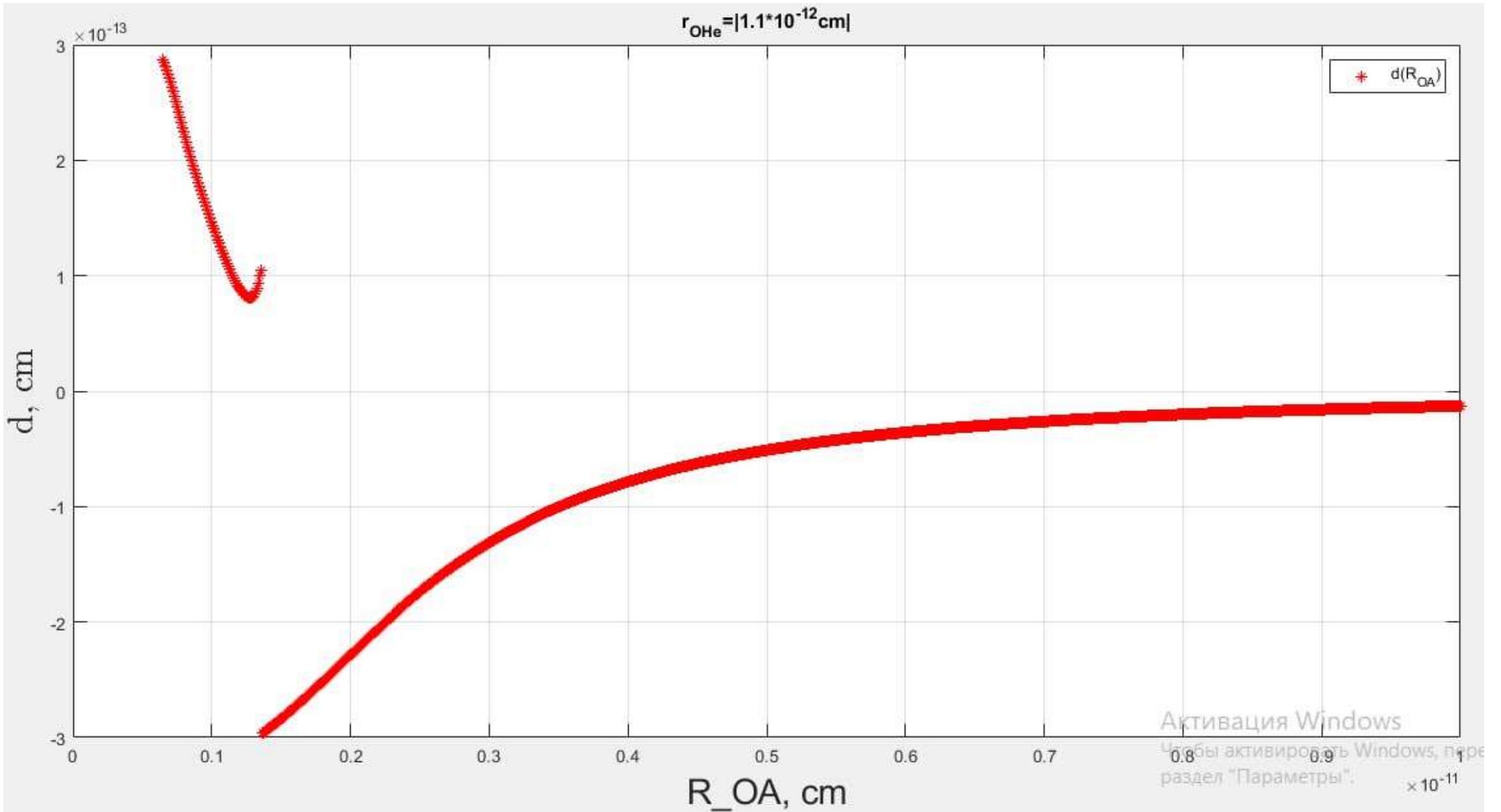
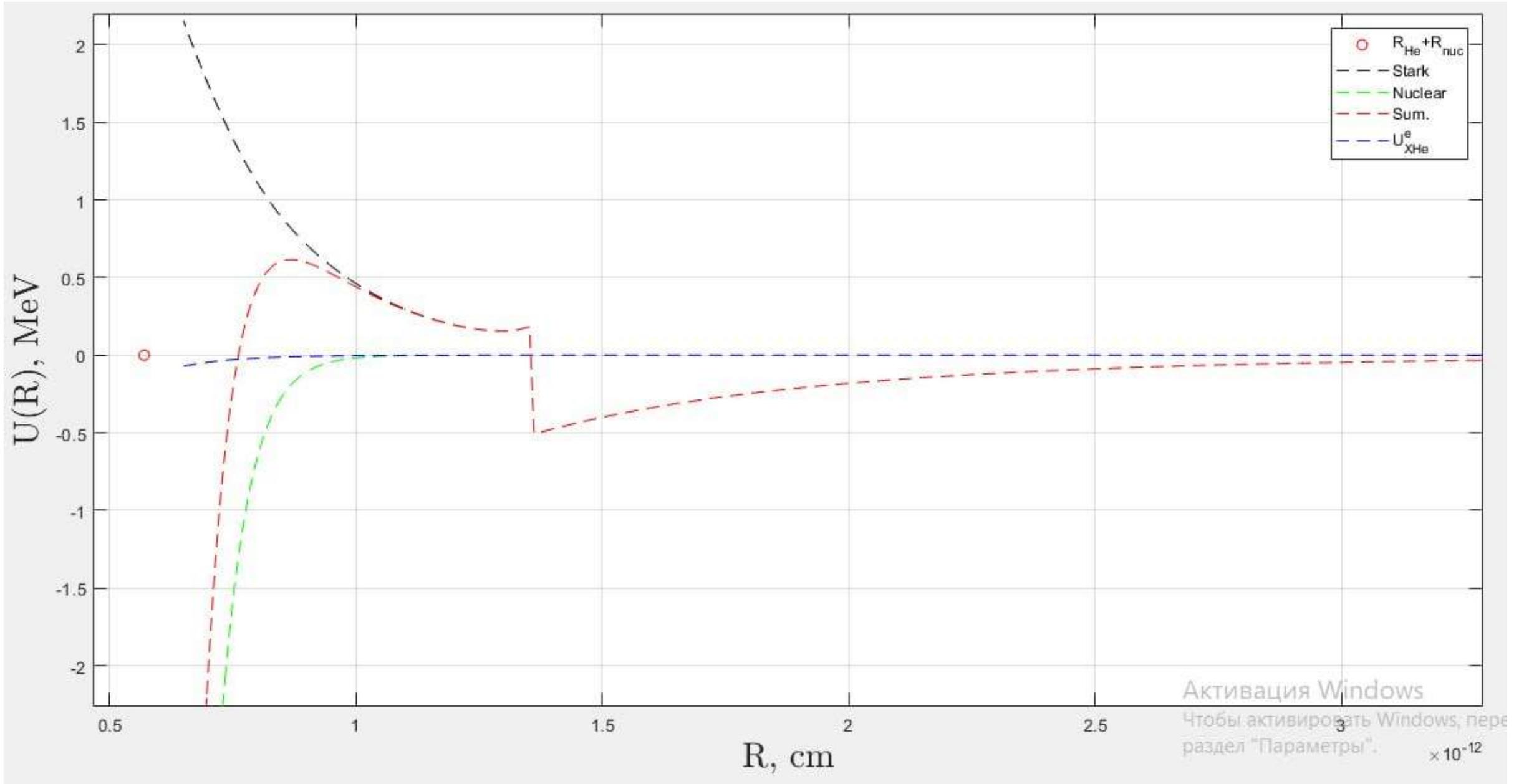


График зависимости величины дипольного момента поляризованного атома *OHe* от радиус-вектора ядра натрия



Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона,  $U_{XHe}^e$ , потенциала Штарка и суммарного потенциала от расстояния между He и ядром Na.

# Заключение

- В работе построена численная модель взаимодействия «тёмного» атома  $OHe$  с ядром в квантово-механическом подходе восстановления эффективного потенциала взаимодействия в каждой точке.
- Решено одномерное уравнение Шрёдингера для ядра гелия в системе  $OHe-Na$ .
- Квантово-механическим способом вычислена величина поляризации атома скрытой массы, используя которую рассчитан потенциал Штарка.
- Восстановлена форма эффективного потенциала взаимодействия  $OHe$  с ядром, качественно удовлетворяющая теоретически ожидаемой.
- Из анализа величины дипольного момента следует, что поляризация атома скрытой массы тем больше, чем ближе он находится к ядру вещества и максимально возможное значение длины дипольного момента  $\delta_{max}$  "тёмного" атома при взаимодействии с ядром  $Na$  равняется порядка  $3 \cdot 10^{-13}$  см.
- Для улучшения точности результатов расчёта эффективного потенциала взаимодействия и их интерпретации планируется доработать квантово-механический подход восстановления эффективного потенциала взаимодействия.

Дополнительные слайды

# Структура связанного состояния X-гелия.

Структура связанного состояния X-гелия зависит от значения параметра:

$$a = Z_{\alpha} Z_X \alpha A m_p R_{nHe}$$

- При  $0 < a < 1$  связанное состояние выглядит как атом Бора с дважды отрицательно заряженной частицей  $O^{--}$  в остове и ядром He, движущимся по боровской орбите.

$$I_0 = \frac{Z_{O^{--}}^2 Z_{He}^2 \alpha^2 m_{He}}{2} \approx 1.6 \text{ МэВ} \quad R_b = \frac{\hbar c}{Z_{O^{--}} Z_{He} m_{He} \alpha} \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ см}$$

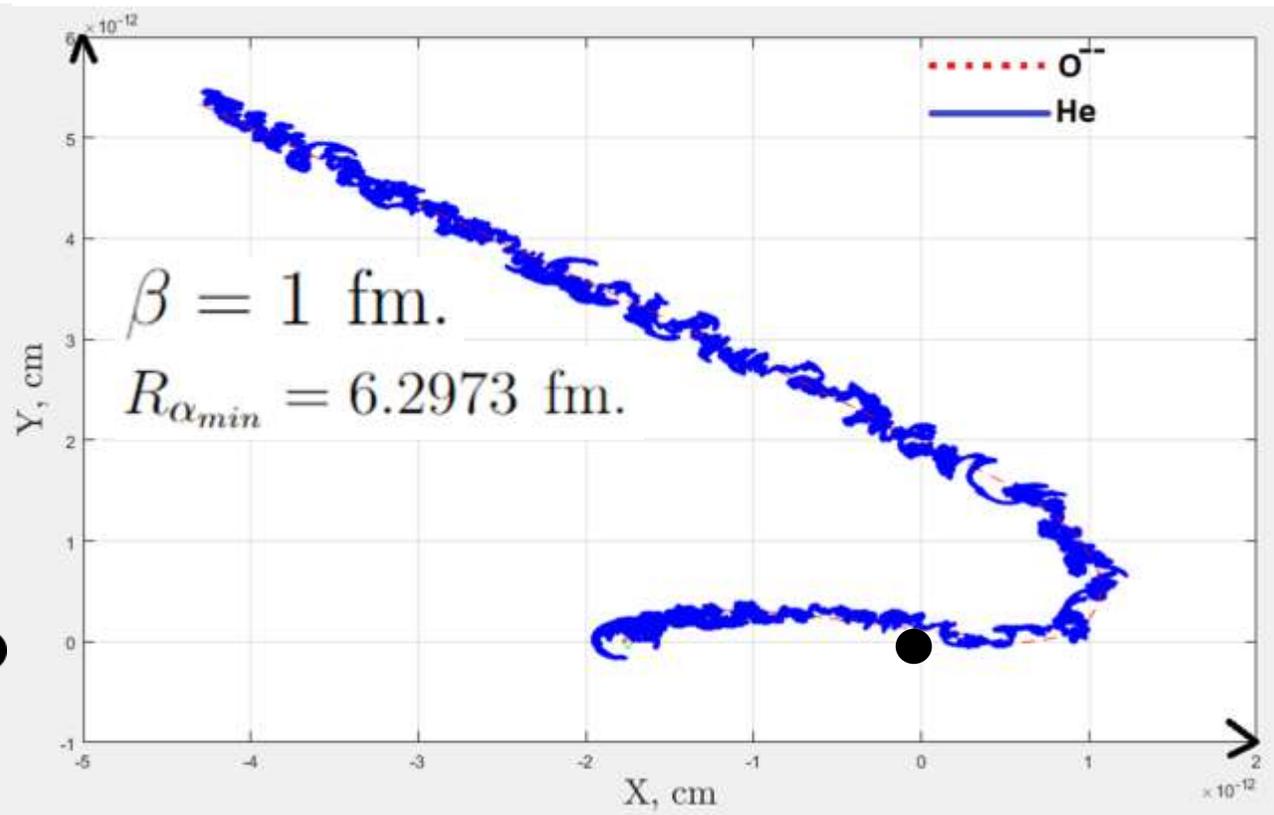
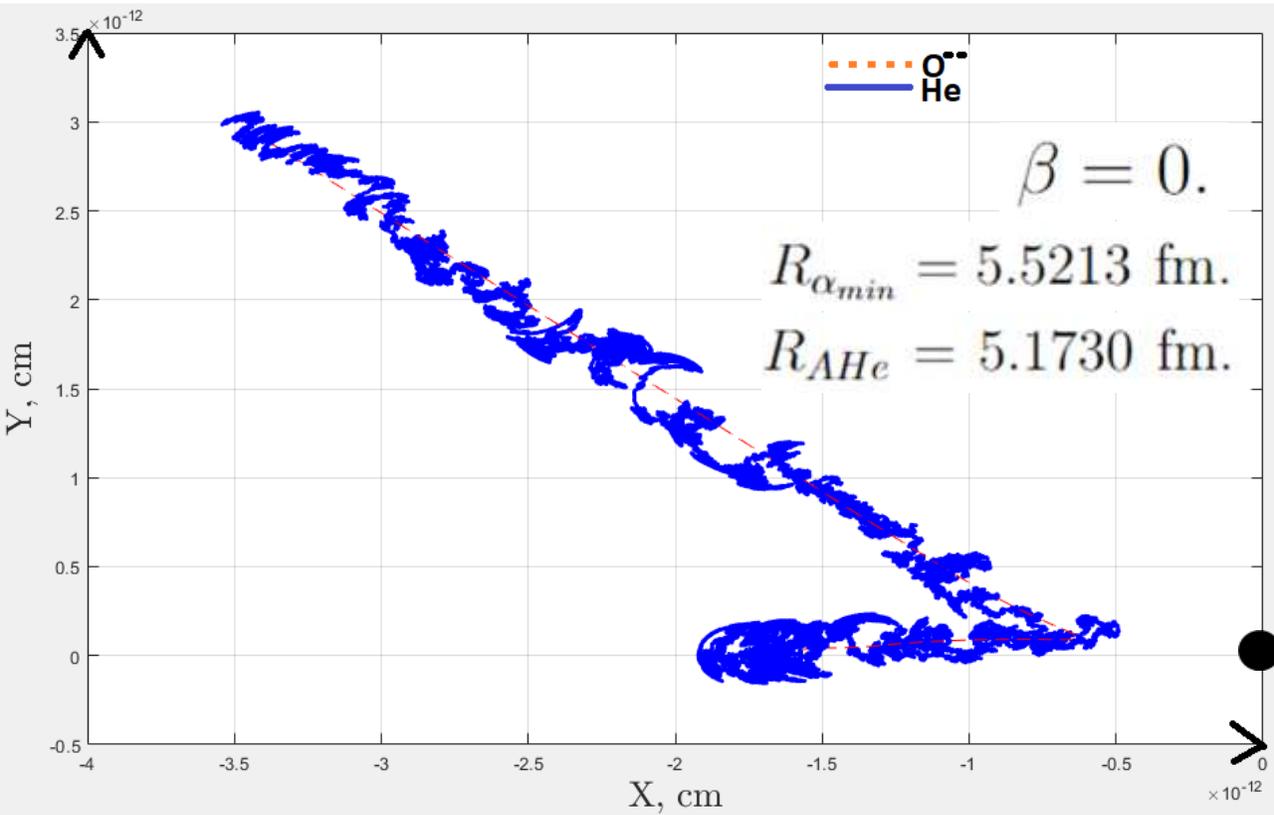
- При  $1 < a < \infty$  связанные состояния выглядят как атомы Томсона, в которых тело ядра nHe колеблется около тяжелой отрицательно заряженной частицы X.

# Эффект Штарка.

$$\vec{\delta} = \frac{Z_\alpha \vec{E}}{Z_X 4/3\pi\rho} + \frac{\vec{F}_\alpha^N}{eZ_X 4/3\pi\rho} \quad \rho = \frac{Z_\alpha e}{4/3\pi R_{nHe}^3}$$

$$U_{St} = eZ_\alpha E \delta.$$

$$\vec{F}_{St} = -\text{grad } U_{St}.$$



Траектории движения альфа-частицы и частицы  $O^{--}$  в плоскости XY

# Суммарный потенциал взаимодействия.

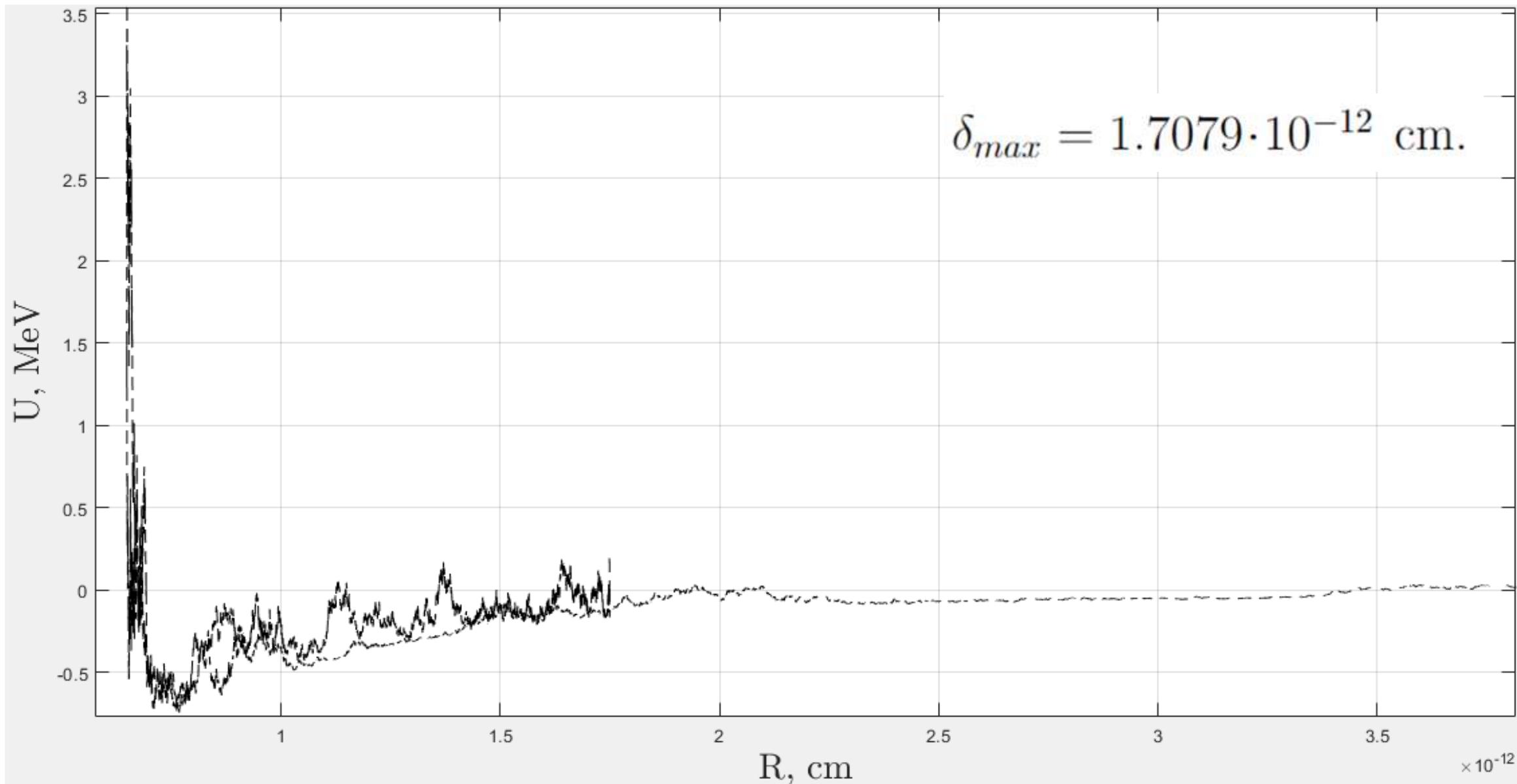


График зависимости суммарного потенциала взаимодействия  $OHe$  с ядром-мишенью  $Na$  от радиус-вектора частицы  $O^{--}$  при нулевом прицельном параметре.

# Величина дипольного момента в модели Бора.

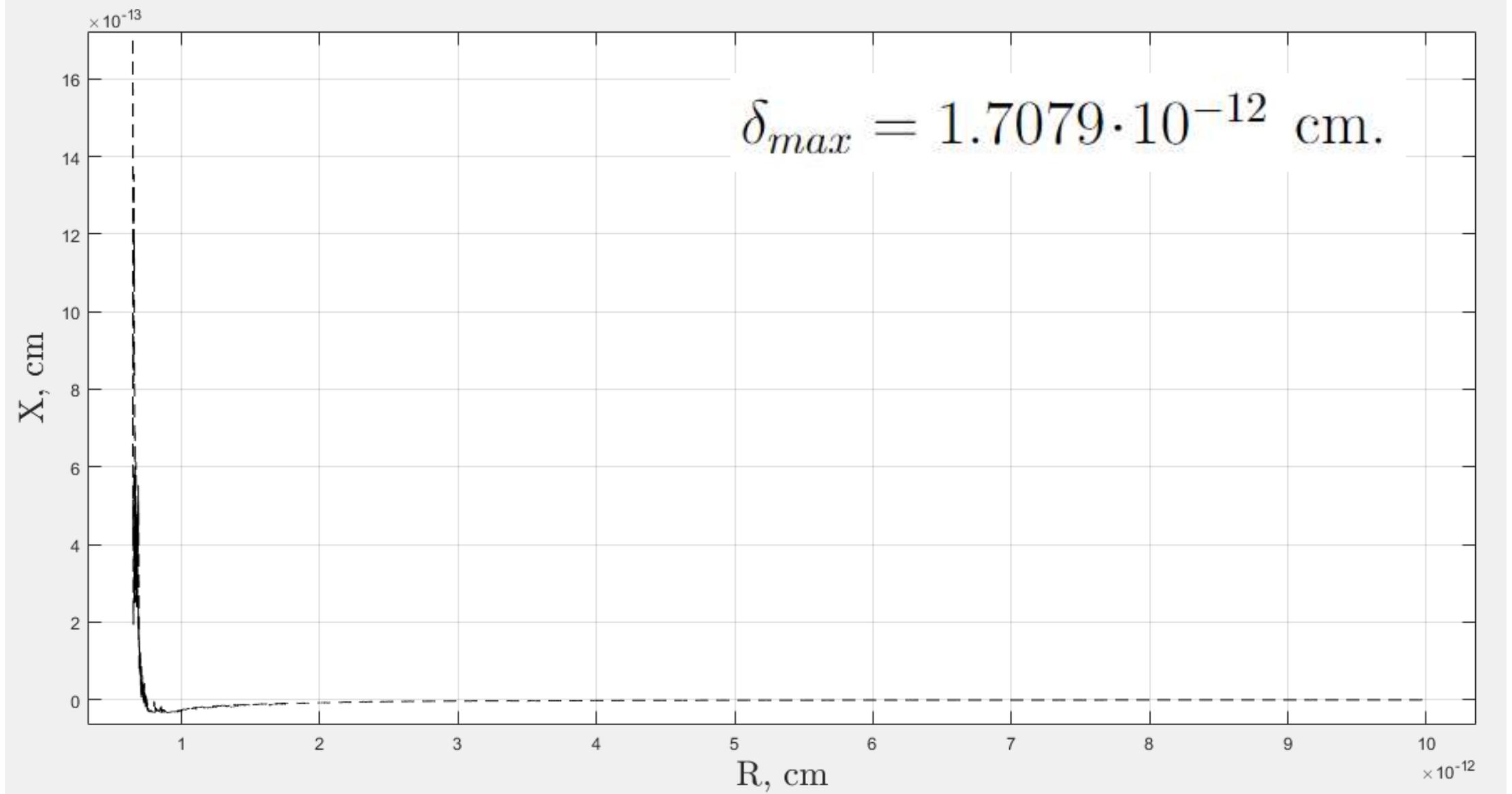
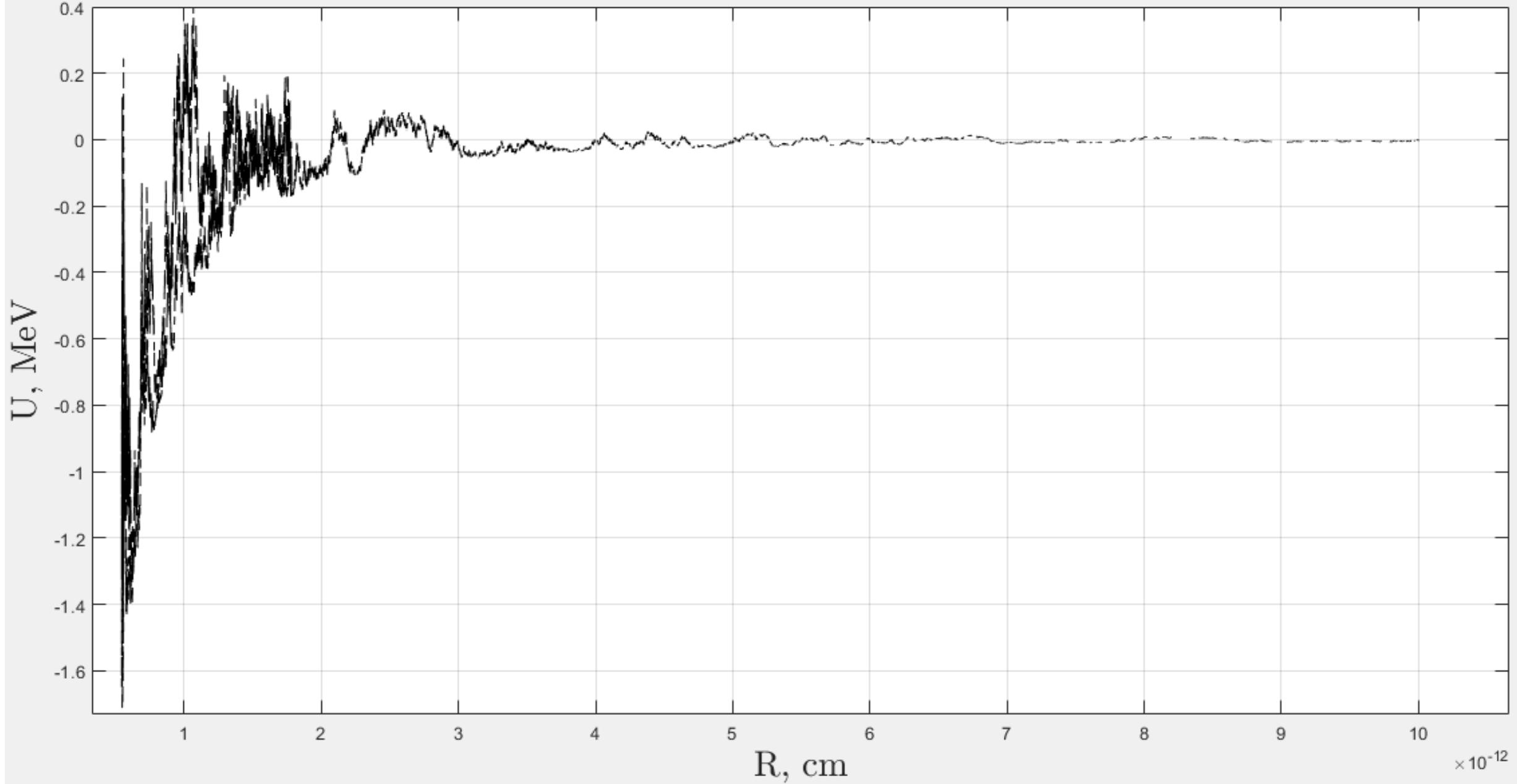


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей  $O^{--}$  и ядром-мишенью  $Na$  в модели Бора при нулевом прицельном параметре



Суммарный потенциал взаимодействия между  $O^{--}$  и ядром-мишенью  $Na$  в зависимости от радиус-вектора частицы  $O^{--}$  при ненулевом прицельном параметре

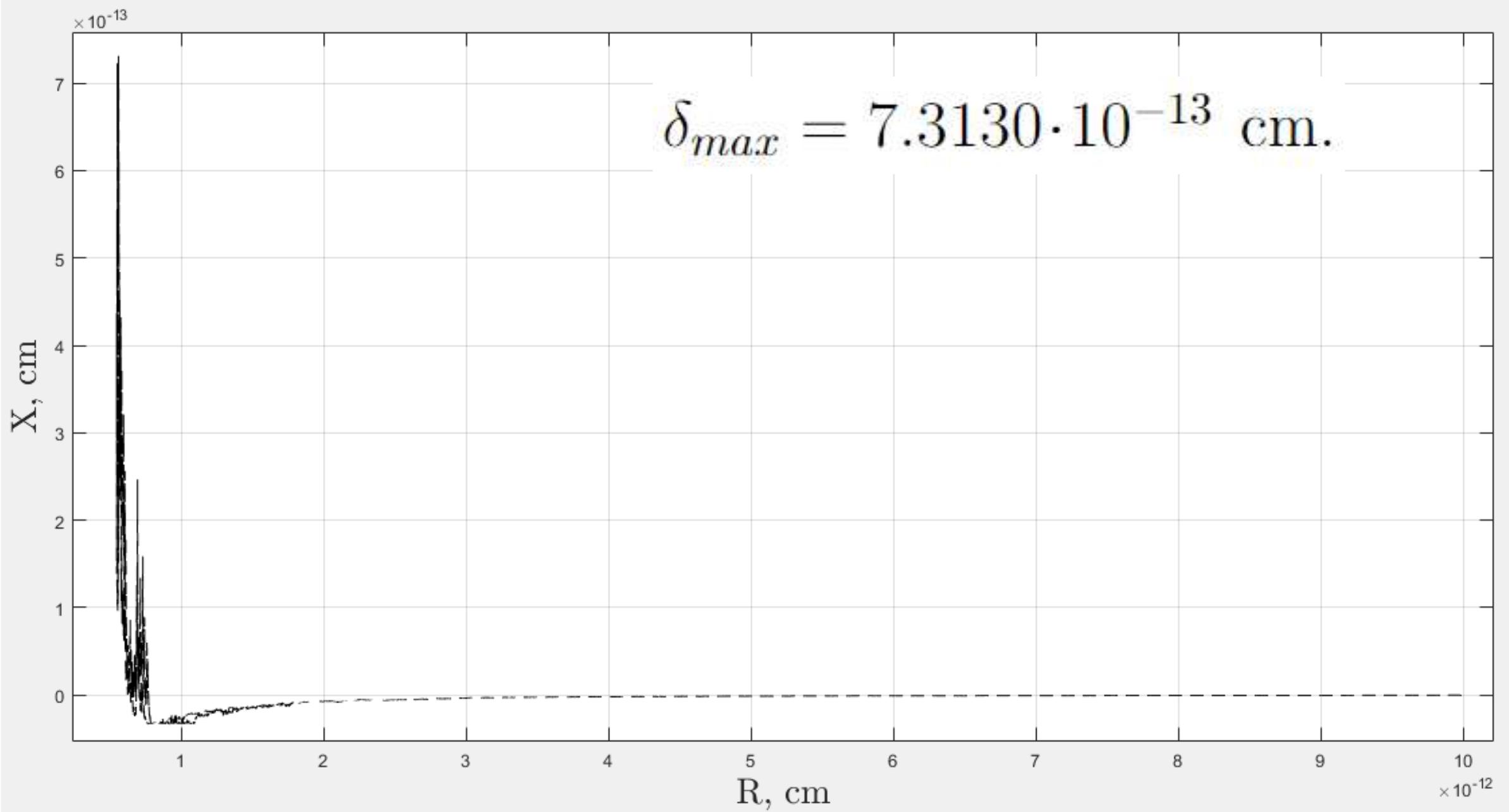
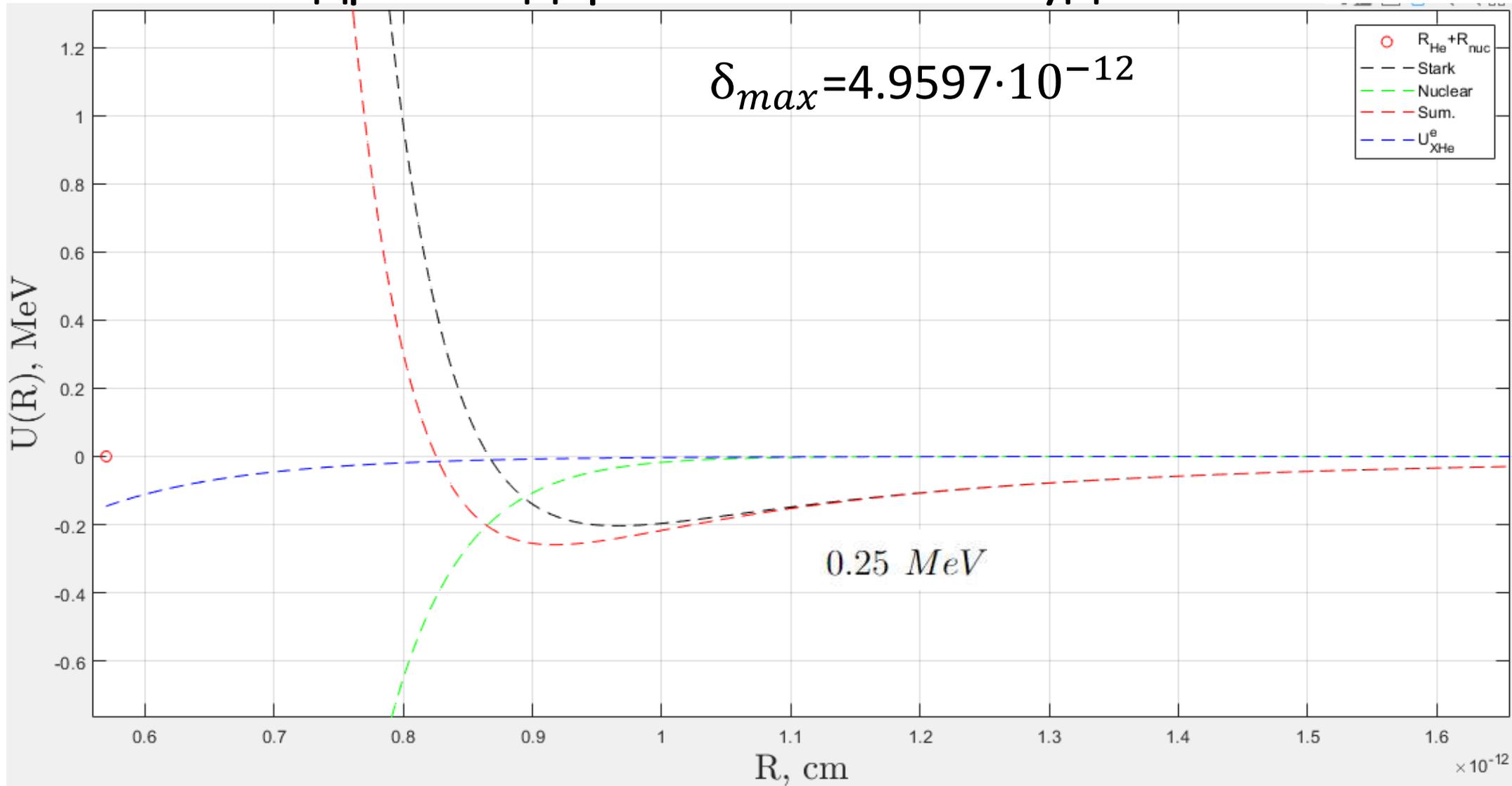


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей  $O^{--}$  и ядром-мишенью Na в модели Бора при ненулевом прицельном параметре

# Подход восстановления эффективного потенциала взаимодействия XHe с ядром с ядерной силой типа Вудса-Саксона.

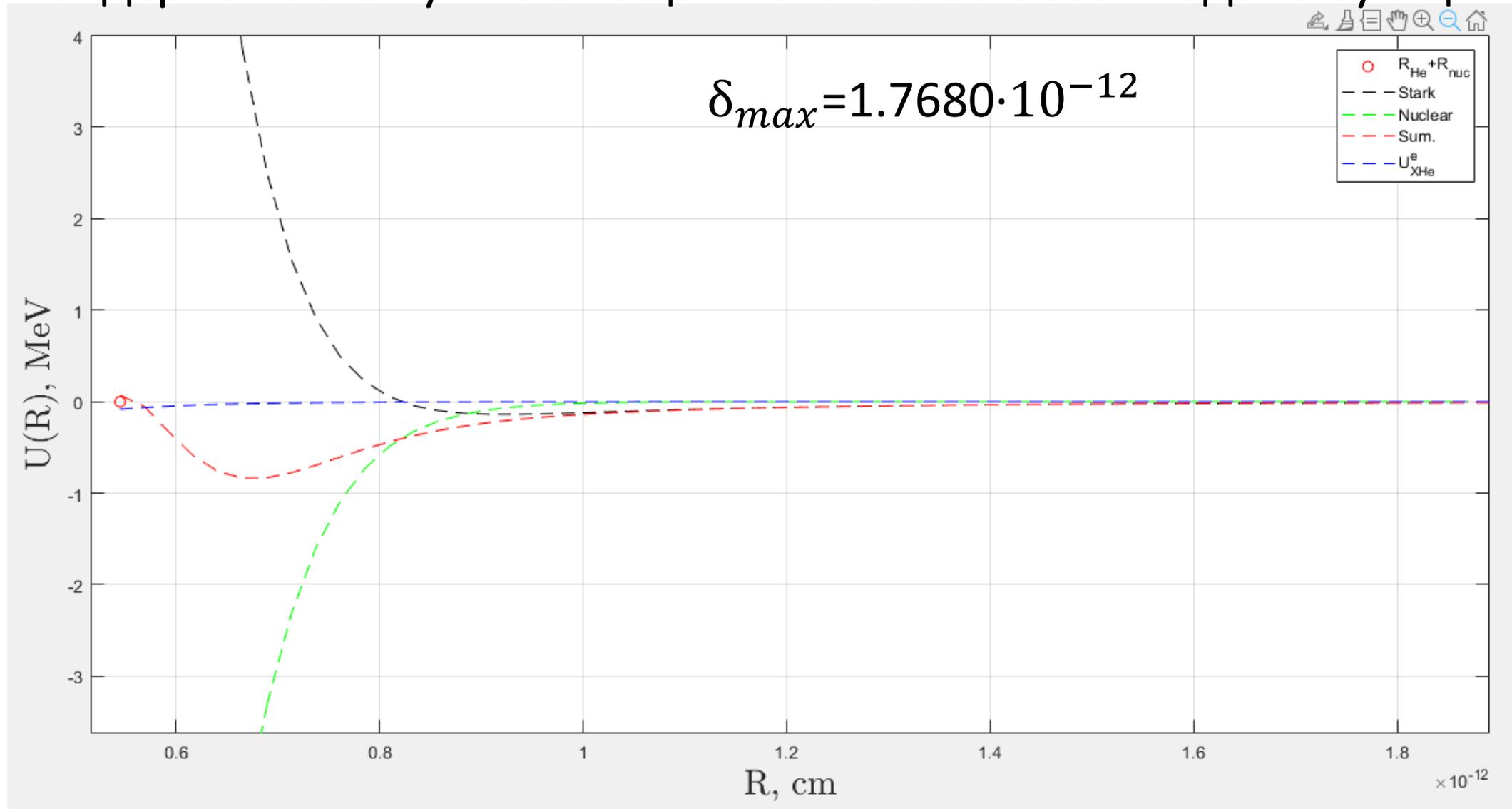


Графики зависимости ядерного потенциала типа Вудса-Саксона,  $U_{\text{XHe}}^e$ , потенциала Штарка и суммарного потенциала от расстояния между He и ядром Na.

# Ядерная сила с учётом неточности взаимодействующих ядер.

$$U_N(R) = 2C_0 A_1 \left(\frac{\gamma^2}{\pi}\right)^{1/2} e^{-\gamma^2 R^2} \frac{1}{R} \int_0^\infty e^{-\gamma^2 r^2} \frac{\rho_2(r)}{\rho_{00}} \left[ (F_{\text{in}} - F_{\text{ex}}) \left( \rho_2(r) \sinh(2\gamma^2 Rr) \right) \right. \\ \left. + \frac{A_1}{4} \left(\frac{\gamma^2}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\gamma^2(r^2+R^2)} \sinh(4\gamma^2 Rr) + \rho_{00} F_{\text{ex}} \sinh(2\gamma^2 Rr) \right] r dr .$$

Подход восстановления эффективного потенциала взаимодействия  $X\text{He}$  с ядром с ядерной силой учитывающей неточечность взаимодействующих ядер.



Графики зависимости неточечного ядерного потенциала,  $U_{X\text{He}}^e$ , потенциала Штарка и суммарного потенциала от расстояния между He и ядром Na.

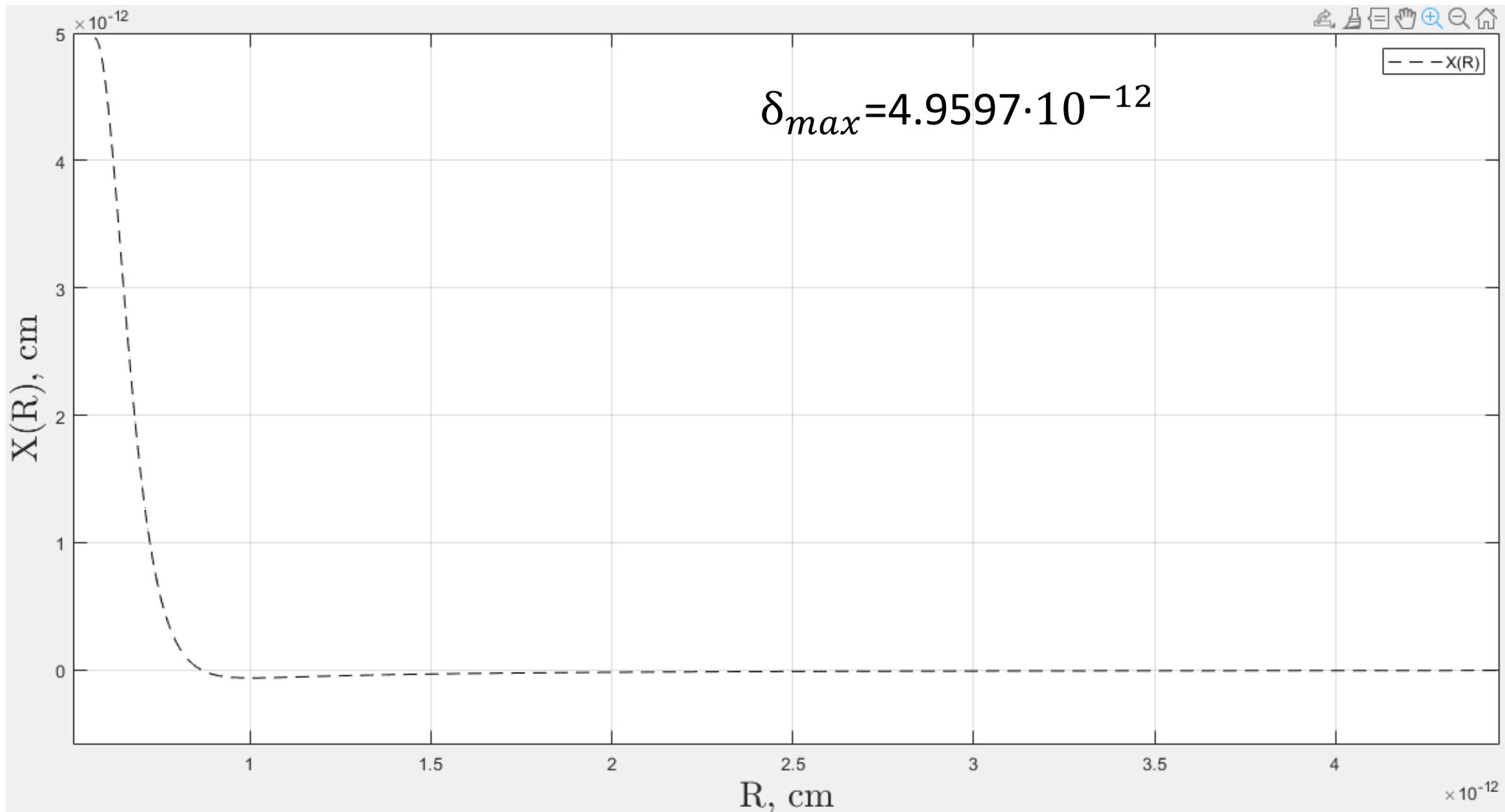


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей  $O^{--}$  и ядром-мишенью Na при определении ядерного взаимодействия ядерной силой типа Вудса-Саксона

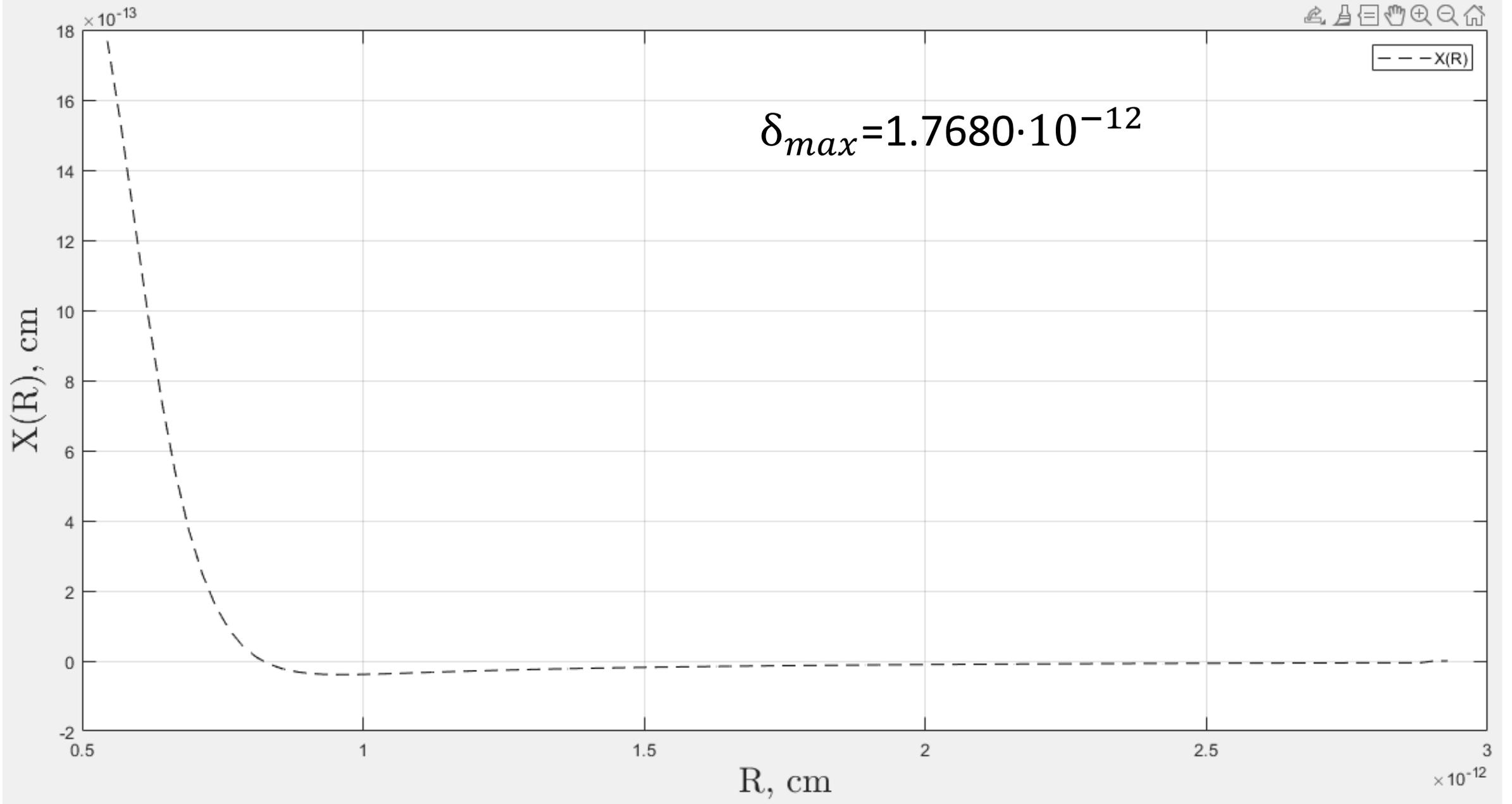


График зависимости величины дипольного момента от расстояния между частицей  $O^{--}$  и ядром-мишенью Na при определении ядерного взаимодействия ядерной силой учитывающей неточечность взаимодействующих ядер

