

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»  
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ  
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

На правах рукописи

ДУРОВ АНДРЕЙ ИЛЬИЧ

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КООРДИНАТНОЙ  
ТОЧНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПИКсельНЫХ  
ДЕТЕКТОРОВ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии»  
Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,  
доцент

\_\_\_\_\_ С. Ю. Смирнов

Москва 2023

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ КООРДИНАТНОЙ  
ТОЧНОСТИ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПИКсельНЫХ  
ДЕТЕКТОРОВ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ**

Студент \_\_\_\_\_ А. И. Дуров

Научный руководитель,  
доцент \_\_\_\_\_ С. Ю. Смирнов

Рецензент,  
д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_ В. В. Михайлов

Секретарь ГЭК,  
к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,  
д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_ М. Д. Скорохватов

Рук. учеб. прог.,  
д.ф.-м.н., проф. \_\_\_\_\_ М. Д. Скорохватов

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение</b>	<b>5</b>
<b>1 Общие сведения</b>	<b>7</b>
1.1 Переходное излучение . . . . .	7
1.2 Детекторы переходного излучения . . . . .	8
1.3 Сравнение детекторов на основе Si и GaAs . . . . .	9
<b>2 Эксперименты по тестированию детекторов</b>	<b>11</b>
2.1 Тестирование детектора переходного излучения на пучке 2017 года	11
2.2 Тестирование детектора переходного излучения на пучке 2021 года	12
<b>3 Определение и улучшение координатной точности</b>	<b>14</b>
3.1 Методы определения положения частицы . . . . .	14
<b>Ход работы</b>	<b>16</b>
<b>4 Работа с данными с эксперимента по тестированию детектора в 2021 году</b>	<b>17</b>
4.1 Общий вид анализа данных с эксперимента по тестированию детекторов . . . . .	17
4.2 Распаковка сырых данных . . . . .	18
4.3 Построение событий . . . . .	19
4.4 Выбор временного окна для отбора сработавших пикселей . . . . .	22
4.5 Кластеризация . . . . .	24
4.5.1 Общие принципы кластеризации . . . . .	24
4.5.2 Расчет расстояния от центра радиатора до детектора . . . . .	25
4.5.3 Построение кластеров . . . . .	25
4.5.4 Проверка результатов кластеризации . . . . .	26
4.5.5 Результаты кластеризации . . . . .	27

<b>5</b>	<b>Работа с данными с эксперимента по тестированию детектора в 2017 году</b>	<b>29</b>
5.1	Предварительный анализ программного обеспечения . . . . .	29
5.2	Кластеризация . . . . .	31
5.2.1	Общий принцип . . . . .	31
5.3	Юстировка пиксельных плат . . . . .	32
5.4	Восстановление трека . . . . .	35
	<b>Заключение</b>	<b>40</b>
	<b>Список литературы</b>	<b>41</b>

## ВВЕДЕНИЕ

Переходное излучение - излучение, возникающее при пересечении заряженной частицей границы раздела сред с разными диэлектрическими проницаемостями в веществе или в конфигурации окружающего пространства. Данное излучение ещё в 1945 году было предсказано В.Л.Гинзбургом и И.М.Франком. Особый интерес представляет переходное излучение, созданное ультрарелятивистской частицей  $\gamma \gg 1$ . Тогда формируется такое переходное излучение, основная энергия которого лежит в области рентгеновского спектра. В этом спектре энергия довольно сильно зависит от Лоренц-фактора (гамма-фактора). Детекторы переходного излучения (TRDs) широко используются для регистрации ультрарелятивистских заряженных частиц.

**Актуальность** Столкновения между адронами при  $\sqrt{s} = 13\text{ТэВ}$  и малым поперечным импульсом мало изучены на данный момент, однако изучение этих процессов способно помочь в исследовании спектров космических лучей, например явления нахождения в них аномального количества мюонов в них может быть следствием распада адронов содержащих очарованные и прелестные кварки, которые не изучены при больших  $\sqrt{s}$ . Для этих целей предлагается провести эксперимент [1] по изучению рассеяния адронов под малыми углами и образованию заряженных адронов в адрон-адронных взаимодействиях. Последний раз аналогичные исследования проводились почти 50 лет назад на первом поколении адронного коллайдера Intersecting Storage Rings (ISR) при энергиях столкновения около  $\sqrt{s} = 63\text{ГэВ}$ . Этот эксперимент подразумевает создание адронного спектрометра Very Forward Hadron Spectrometer (VFHS) на основе детектора переходного излучения. В отличие от черенковского детектора, который малоэффективен при ТэВ-ном диапазоне энергий, детектор переходного излучения, который измеряет  $\gamma$  способен эффективно работать при таких энергиях. Для данного эксперимента необходимо, чтобы детектор работал в диапазоне от  $\gamma = 10^3$  для  $p$  с энергией 1 ТэВ до  $\gamma = 3.6 * 10^4$  для  $\pi$  с энергией 5 ТэВ. Измерение гамма-фактора с точностью в 10% должно дать возможность кор-

ректно разделять  $\pi$ ,  $K$  и  $p$ . По угловому спектру переходного излучения можно определить гамма-фактор, поэтому в ходе данного эксперимента предполагается использовать пиксельный детектор переходного излучения, определяющий в том числе и угол распространения излучения. Детектор переходного излучения, прототип которого описан в статье [2] является, возможно, единственным подходящим детектором для создания VFHS.

**Цель работы** С 2017 по 2021 годы на пучке ускорителя SPS в ЦЕРН было проведено 3 эксперимента по изучению прототипов пиксельных детекторов переходного излучения: в 2017 г. использовался сенсор из кремния, а в 2018 и 2021 гг. был использован сенсор из арсенида галлия. Целью работы является исследование координатной точности полупроводниковых пиксельных детекторов переходного излучения на основе Si и GaAs с использованием данных, полученных с экспериментов по исследованию детекторов переходного излучения на ускорителе SPS в CERN в 2017 и 2021 годах, а также исследование методик улучшения координатной точности, что приведет к основанию для создания нового типа детектора переходного излучения, позволяющим идентифицировать частицу, при этом точно измерив её координату и Лоренц-фактор.

Можно выделить три основных этапа работы:

- 1) Подготовка данных для анализа
- 2) Юстировка установки и восстановление трека
- 3) Измерение и улучшение координатной точности исследуемых детекторов и исследование методик её улучшения

# 1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

## 1.1 ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Как было сказано выше, переходное излучение возникает при пересечении заряженной частицей границы раздела сред с разными диэлектрическими проницаемостями в веществе или в конфигурации окружающего пространства (см. рис. 1.1) [3].

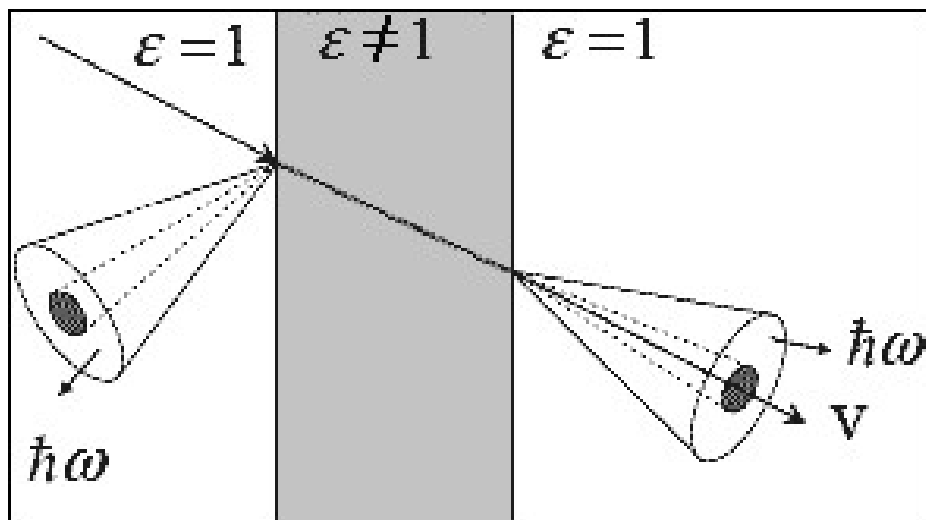


Рисунок 1.1 — Переходное излучение

У этого типа излучения нет порога. Таким образом, излучает любая заряженная частица произвольной массы со скоростью, не равной нулю, в системе с малым поглощением электромагнитного сигнала. Энергия, излучаемая, когда частица с зарядом  $z$  пересекает границу между вакуумом и средой с плазменной частотой  $\omega_p$ , равна:

$$I = (\alpha z^2 \gamma \hbar \omega_p) / 3 \quad (1.1)$$

## 1.2 ДЕТЕКТОРЫ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Изменяя параметры радиатора, чувствительность детектора переходного излучения может быть настроена на определенный диапазон  $\gamma$ -фактора. Это, в свою очередь, делает переходное излучение привлекательным для идентификации частиц при очень высоких  $\gamma$ , где другие эффекты, такие как, например, черенковское излучение, достигают своего насыщения. Большинство детекторов переходного излучения обычно работают в диапазоне  $500 < \gamma < 2000$ , но с увеличением энергий частиц в современных или планируемых экспериментах на ускорителях частиц, а также в экспериментах с космическими лучами требуется идентификация частиц (сокращение - PID) при гораздо более высоких  $\gamma$ -факторах. Одним из способов создания такого детектора было бы использование многослойной структуры излучатель-детектор с детекторами, в которых потери на ионизацию частиц меньше, чем энергия образующихся фотонов.

Другой подход основан на использовании полупроводниковых детекторов с высокой степенью детализации, которые позволили бы проводить одновременные измерения энергии и угла фотонов переходного излучения и максимально использовать доступную информацию для идентификации частиц [4]. В последние годы разработана пиксельная чипов с высоким разрешением, таких как Timex3 [5], подключенных к толстым датчикам Si или GaAs (а именно: в эксперименте 2017 года - Si, в эксперименте 2021 года - GaAs), открывает новые возможности для высокоэффективных детекторов переходного излучения с хорошим пространственным разрешением заряженных частиц и фотонов переходного излучения. Первые измерения переходного излучения с помощью Si-датчика был представлен в [6].

В данной работе исследуется координатная точность пиксельного ДПИ (Детектора Переходного Излучения), так как это способствует разработке нового типа комбинированных детекторов переходного излучения, которые с одной стороны эффективно регистрируют переходные кванты (что свойственно общему назначению детекторов, основанных на явлении переходного излучения), что позволяет идентифицировать частицу по эффекту переходного излучения, а с другой - одновременно точно измеряют координату этой частицы (что свойственно уже, например, пиксельным кремниевым детекторам, описанным в [6]).



### 1.3 СРАВНЕНИЕ ДЕТЕКТОРОВ НА ОСНОВЕ SI И GAAS

Для данного эксперимента используется детектор на основе кристалла GaAs, а не Si, как было в некоторых прошлых тестированиях. Выбор GaAs по сравнению с Si обоснован тем, что для одного и того же излучателя количество обнаруженных фотонов детекторами GaAs больше, чем детекторами на основе Si (см. рис. 1.2) [7].

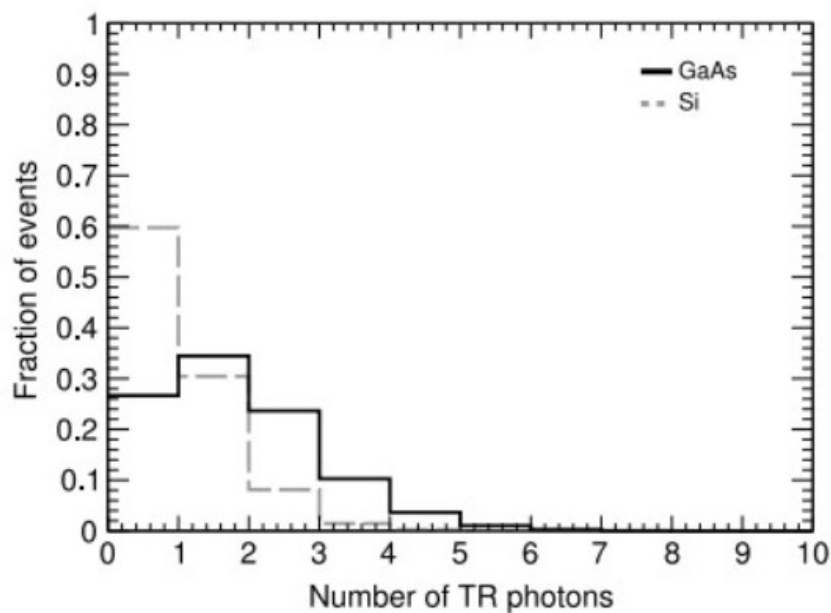


Рисунок 1.2 — Сравнение GaAs и Si по количеству обнаруженных фотонов

Энергетически-угловые распределения обнаруженных фотонов переходного излучения для обоих детекторов показаны на рис. 1.3 и 1.4. С помощью этого рисунка можно несложно проследить глобальную и тонкую интерференционную структуру переходного излучения. Видно, что детектор на основе GaAs намного эффективнее для высоких энергий фотонов переходного излучения.

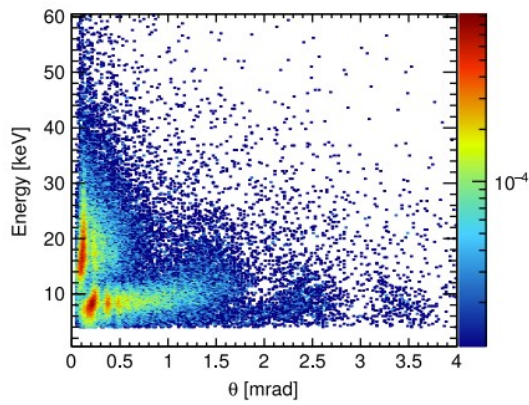


Рисунок 1.3 — Энергетически-угловое распределение фотонов переходного излучения, полученное с помощью детектора на основе Si

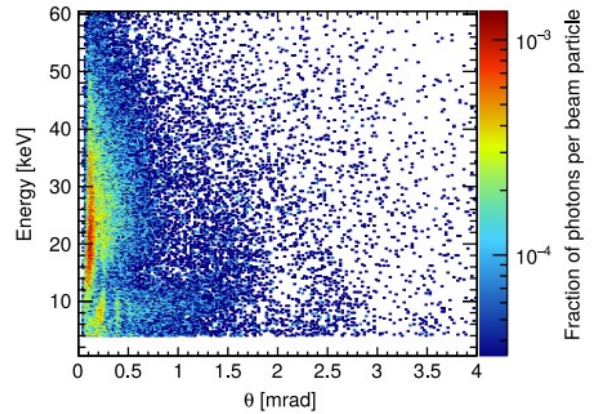


Рисунок 1.4 — Энергетически-угловое распределение фотонов переходного излучения, полученное с помощью детектора на основе GaAs

Проекции этих распределений на энергетическую ось имеют вид, который можно увидеть на рис. 1.5. Нетрудно заметить, что для мягкой части спектра (до 12-13 кэВ) детекторы на основе как Si, так и GaAs, обладают хорошей эффективностью. Однако, если фотоны переходного излучения имеют энергию выше 20 кэВ, детекторы GaAs становятся намного эффективнее.

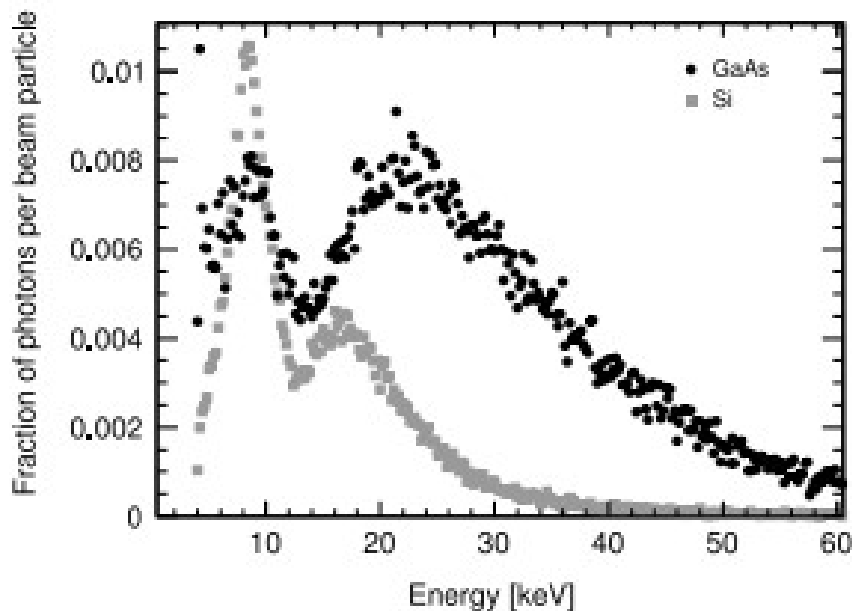


Рисунок 1.5 — Энергетические распределения фотонов переходного излучения, полученное с помощью детекторов на основе Si и GaAs

## 2 ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ТЕСТИРОВАНИЮ ДЕТЕКТОРОВ

### 2.1 ТЕСТИРОВАНИЕ ДЕТЕКТОРА ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ПУЧКЕ 2017 ГОДА

Исследование начинается с рассмотрения эксперимента 2017 года по тестированию детектора переходного излучения на пучке. Принципиальным отличием этого эксперимента от последующих рассматриваемых является наличие трех дополнительных кремниевых пиксельных детекторов, помимо основного пиксельного детектора. Все эти детекторы измеряют координаты трека частицы пучка независимо. Схема экспериментальной установки изображена на рис. 2.1.

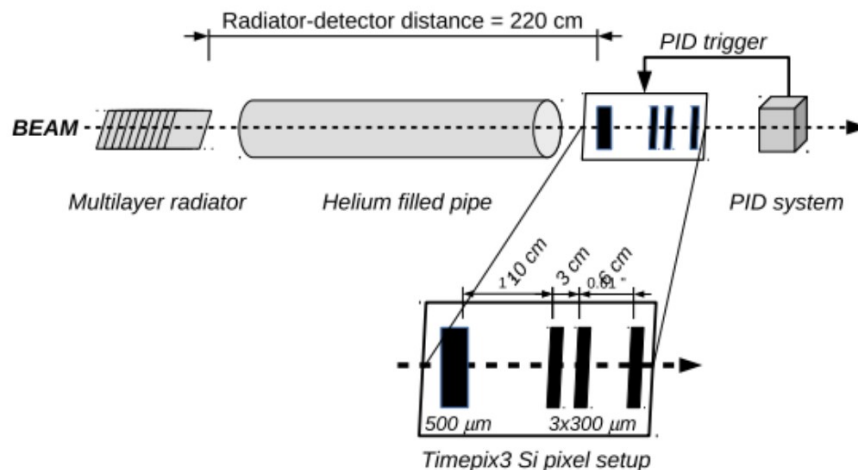


Рисунок 2.1 — Схема экспериментальной установки 2017 года

Состоит установка из многослойного радиатора, находящегося на расстоянии около 2 м от детектора, трубы, заполненной гелием для предотвращения поглощения фотонов переходного излучения в воздухе и сенсора из кремния толщиной 500 мкм, соединенного с Timepix3 чипом, который использовался

как детектор с квадратной матрицей  $256 \times 256$  пикселей с размером пикселя в 55 мкм. За детектором располагается система определения частиц, состоящая из калориметра из свинцового стекла, детектора предварительного ливня и черенковского детектора (на рис. 2.1 отсутствует черенковский детектор). Далее идут, непосредственно, сама система регистрации координаты трека частицы пучка, состоящая из четырех детекторов. Три из них - кремниевые пиксельные детекторы - имеют заметно меньшую толщину, чем оставший, четвертый - исследуемый пиксельный ДПИ. Эти три детектора наклонены под углом в  $9^\circ$  по осям X и Y [8]. Из-за такой толщины эффективность регистрации гораздо меньше по сравнению с исследуемым детектором, однако они хорошо определяют ионизационные потери частиц пучка. Их координатная точность составляет 8 мкм [9].

## 2.2 ТЕСТИРОВАНИЕ ДЕТЕКТОРА ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ПУЧКЕ 2021 ГОДА

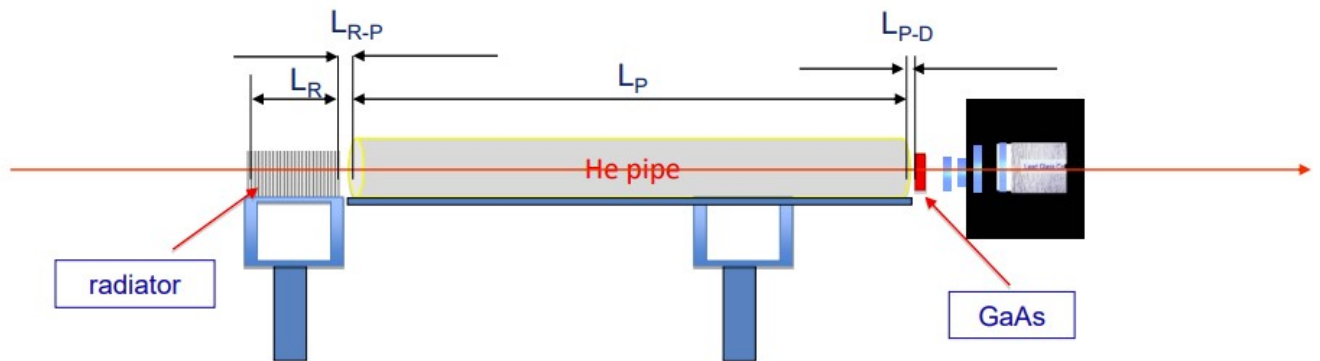
Схему установки, использовавшейся для тестирования детектора переходного излучения на пучке в 2021 году, можно увидеть на рис. 2.2. Установка состояла из следующих элементов:

- 1) **Радиатор** - наборы пленок, необходимых для образования фотонов переходного излучения. Были использованы следующие конфигурации радиатора: полиэтилен, полипропилен, комбинация полиэтилена и полипропилена, Mylar и макетный радиатор; были использованы разные количества пленок, разные расстояния между ними, разные толщины пленок;
- 2) **Трубки с гелием** - трубки различных длин, заполненные гелием. Они использовались для предотвращения поглощения излучаемых фотонов переходного излучения в воздухе. Проводились тесты как с трубками, длинами в 30см, 50см, 100см, 200см, так и без трубки вообще;
- 3) **Детектор** - непосредственно сам исследуемый детектор переходного излучения на основе кристалла GaAs ([7], [10]). Состоит детектор из квадратной матрицы размером  $256 \times 256$  пикселей с шагом пикселей 55мкм, образуя таким образом активную площадь в  $1,98 \text{ см}^2$

Суммарное расстояние между точкой выхода фотонов переходного излучения и входом в детектор можно посчитать по следующей формуле:

$$L = L_{R-P} + L_P + L_{P-D} \quad (2.1)$$

## Test beam set up configuration



$L_R$  – radiator length if this is uniform radiator. If blocks of small radiators are added than parameters  $L_{R1}$ ,  $L_{R2}$  and  $L_{R1-R2}$  should be measured  
 $L_{R-P}$  – radiator to pipe distance.  
 $L_P$  – pipe length.  
 $L_{P-D}$  – pipe to detector distance.

Рисунок 2.2 — Схема экспериментальной установки 2021 года

В качестве пучка заряженных частиц использовался пучок  $e/\pi$  энергией 20ГэВ, а также пучок мюонов энергией 180ГэВ для отладки работы эксперимента.

## 3 ОПРЕДЕЛЕНИЕ И УЛУЧШЕНИЕ КООРДИНАТНОЙ ТОЧНОСТИ

### 3.1 МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ

На самом деле, восстановленное положение частицы отличается от реального её положения. Введем следующие обозначения:  $x_{gravity}$  - положение, реконструированное методом центра тяжести,  $x_{true}$  - истинное положение частицы, CoG (Centre of Gravity) - метод "центра тяжести" определения координаты частицы [9]. Отклонение наглядно видно на рис. 3.2.

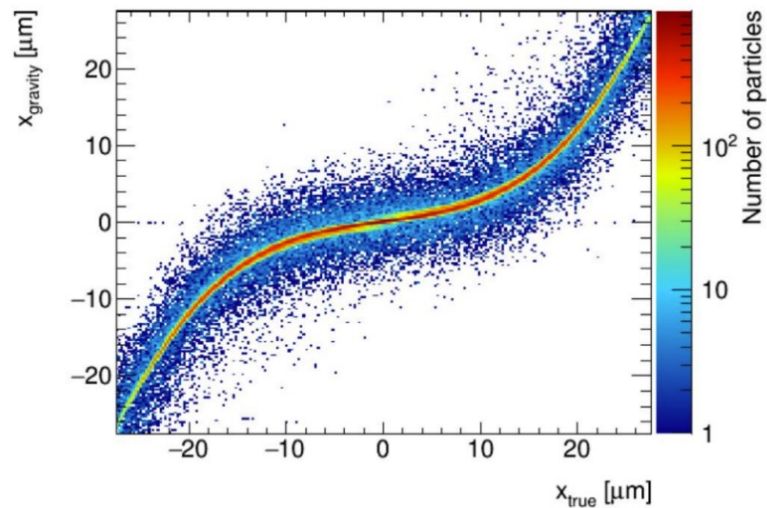


Рисунок 3.1 — Координата частицы, восстановленная методом CoG от реальной координаты частицы

Такую зависимость называют S-кривой [11], [12]. Очевидно, что если бы истинное положение совпадало с положением, восстановленным методом центра тяжести, то зависимость выглядела бы как прямая, идущая диагонально из левого нижнего угла в правый верхний. Одной из текущих задач является определение этой зависимости, т.е. найти функцию, которой можно лучше всего

отфитировать эту кривую. Устранение смещения означает нахождение функции  $x_{corr}(x_{gravity})$ , такой что  $\frac{dN}{dx_{corr}}$  имеет ту же форму, что и  $\frac{dN}{dx_{true}}$  [9], [13]. На рис. 3.2а представлены  $p * P_{true}(x)$  и  $p * P_{rec}(x)$ . Для равномерного случая это диагональ, а для неравномерного необходимо использовать горизонтальное расстояние, показанное на рис. 3.2б.

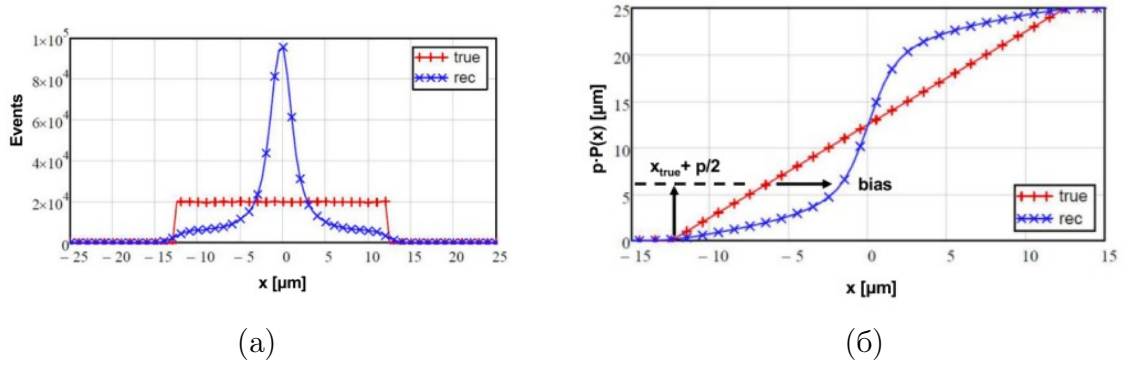


Рисунок 3.2 — Распределение  $\frac{dN}{dx}$  для  $x_{rec}(gravity)$  и  $x_{true}$ , (б) Нормализованные распределения кривых, показанных в (а), умноженные на  $p$ . Горизонтальная стрелка показывает среднее смещение, используемое для коррекции  $x_{gravity}$ .

## ХОД РАБОТЫ

Ниже будут описаны три основных этапа работы:

- 1) Подготовка данных для анализа
- 2) Программная настройка установки
- 3) Измерение и улучшение координатной точности установки

Первый этап (подготовка данных для анализа) будет показан на примере данных 2021 года, а второй (программная настройка установки) и третий (измерение и улучшение координатной точности установки) проделаны и описаны на данных 2017 года.



## 4 РАБОТА С ДАННЫМИ С ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ТЕСТИРОВАНИЮ ДЕТЕКТОРА В 2021 ГОДУ

Ниже будет приведено описание работы с данными с экспериментов по тестированию детекторов на примере обработки данных 2021 года. Аналогичная работа была проведена и для данных, полученных с эксперимента по тестированию детектора, проведенного в 2017 году. В разделе 5 будет описана работа, проведенная по данным 2017, принципиально отличающаяся от работы, описанной в данной главе (4). В целом вся первоначальная работа с данными необходима для дальнейшего анализа результатов с целью определения и улучшения координатной точности.

### 4.1 ОБЩИЙ ВИД АНАЛИЗА ДАННЫХ С ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ТЕСТИРОВАНИЮ ДЕТЕКТОРОВ

Порядок организации анализа данных, полученных с эксперимента, можно увидеть на рис. 4.1. Этапы анализа:

- 1) Первым этапом является распаковка данных из выходных файлов с эксперимента (data unpacking) и их приведение к виду, удобному для последующего анализа;
- 2) Второй этап - построение событий (event building), позволяющий определить число событий, зарегистрированных в конкретном испытании, а также некоторые параметры, необходимые для реализации следующих этапов, например: ToT - Time over Threshold (время над порогом), hdt - разницу во времени между триггером и срабатыванием пикселя и т.д.;
- 3) Третий этап - процесс кластеризации и калибровки, самый трудоёмкий

и важный этап, на котором основан весь анализ. Во время этого этапа определяется точное место, где прошел фотон на основе сработавших в этом событии пикселей

- 4) Последний, четвертый, этап - непосредственно сам анализ всех полученных результатов испытания.

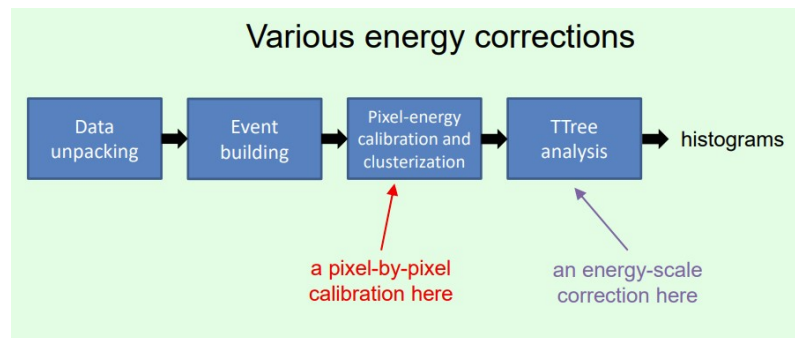


Рисунок 4.1 — Схема анализа

Всего за эксперимент было проведено 63 испытания, соответственно, было получено суммарно 126 txt-файлов (см .4.2). В данной работе на данный момент рассматриваются первые два этапа анализа - data unpacking и event building, о них и пойдет речь ниже.

## 4.2 РАСПАКОВКА СЫРЫХ ДАННЫХ

На выходе испытаний получались текстовые файлы вида, показанные на рис. 4.2. Первый файл отвечает за информацию о триггерных событиях в испытании, а второй - за выход со сработавших пикселей.

тип триггера	время триггера	Координаты сработавшего пикселя	Время срабатывания пикселя	ToT (время над порогом)
4	1.80757750500	45312	22909675	15
4	8.35487331750	45056	22909674	5
4	8.36089264375	46080	22923317	10
4	8.36946650000	45313	22923317	6
2	8.37855206000	44545	22923317	12
4	8.38200796875	43777	22923317	1
4	8.38429243375	46081	22923318	11
4	8.38940779375	45569	22923317	7
4	8.39067838500	44801	22923317	7
2	8.39440958500	43776	22923317	11
4	8.40213235500	45056	22923316	4
4	8.43350267375	44032	22923317	14
4	8.45170283125	45312	22923316	5
4	8.47528649875	44288	22923316	3
4	8.49336187125	45568	22923316	3
4	8.49893709375	44544	22923316	3
4	8.50993709375	45824	22923316	3

Рисунок 4.2 — Пример выходного файла, содержащего информацию о сработавших триггерах

Файлы второго типа необходимо привести к виду, в котором будет удобен последующий анализ, а именно - файл с данными необходимо было записать в один root-файл с 2 деревьями.

Программа, осуществляющая этот процесс, позволяет получить на выходе не только информацию, необходимую непосредственно для анализа, но и информацию, позволяющую узнать детали процессов, происходивших в испытаниях, а также данные, необходимые для дополнительной корректировки будущих частей анализа. Например, полезными являются гистограммы, показанные на рис. 4.3 - они позволяют посмотреть распределение сработавших пикселей по всей плоскости их расположения. Благодаря этим гистограммам, можно сделать вывод о том, что не нужно считывать сигналы с нескольких крайних пикселей с обеих сторон по обеим координатам - на них приходится подавляющее большинство событий, что говорит о шумовой природе этих событий.

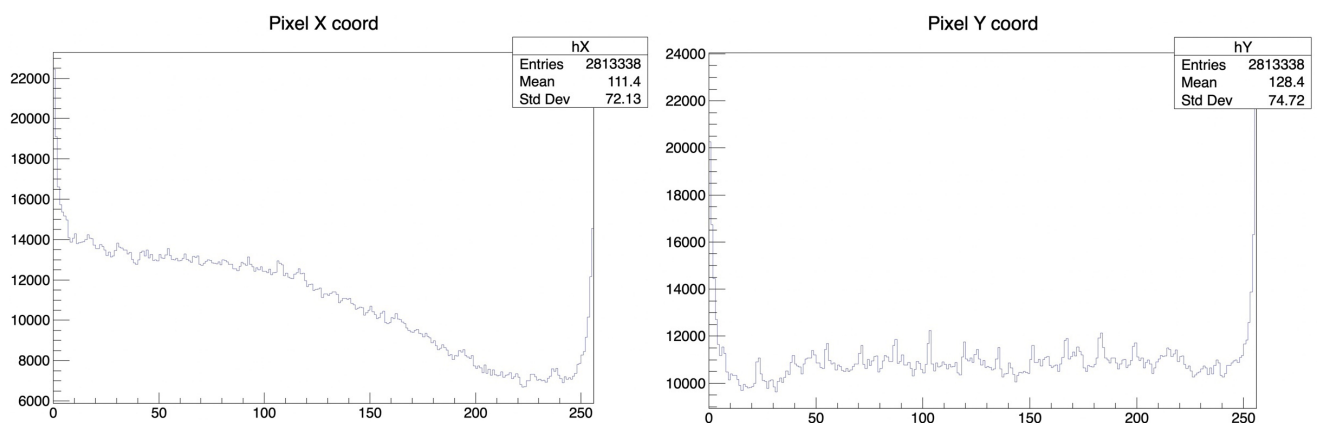


Рисунок 4.3 — Распределение сработавших пикселей по плоскости их расположения

## 4.3 ПОСТРОЕНИЕ СОБЫТИЙ

Следующим этапом анализа является построение событий (event building) по данным, находящимся в деревьях, построенных после предыдущего этапа. Во время построения событий находится соответствие между временем триггера и временами срабатывания пикселей. Когда разница во времени между триггером и срабатыванием пикселя оказывается в некотором временном окне, установленным заранее (см. 4.4), это явление срабатывания этого пикселя запоминается как соответствующее триггеру, разница во времени с которым и

оказалась в этом окне. Таким образом отбираются пиксели, по которым уже в дальнейшем будет производиться кластеризация и последующий анализ. В результате этого этапа были получены все события, отобранные по временному окну, выбор которого описан в 4.4. На выходе получается число событий, сопоставленных с таким же числом триггеров, а также в качестве дополнительной информации можно посмотреть число сработавших и отобранных пикселей и некоторые характеристики этого испытания, например, распределение разницы во времени между триггерами и срабатываниями пикселей в логарифмическом масштабе, которое используется для выставления временного окна (см. 4.4). Пример такой гистограммы для испытания №173 можно увидеть на рис. 4.4.

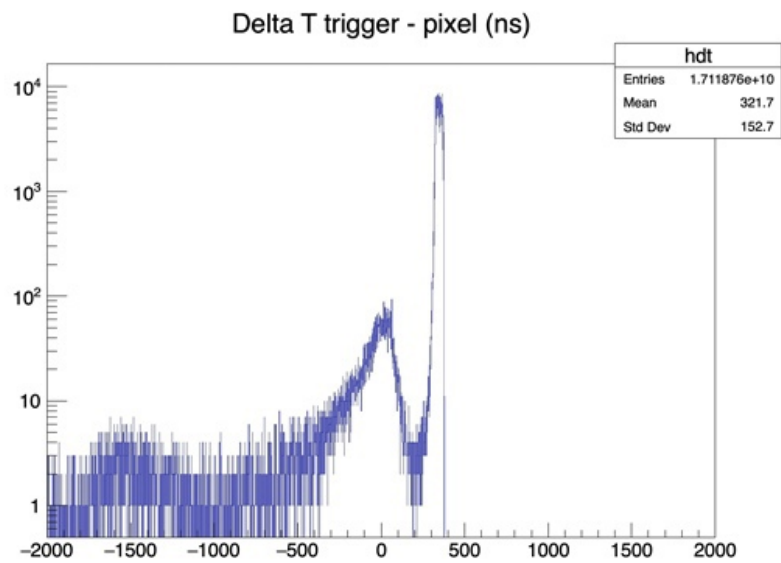


Рисунок 4.4 — Распределение разницы во времени между триггерами и срабатываниями пикселей в логарифмическом масштабе для испытания №173

Для информативности были составлены таблицы с данными по результатам этого этапа. Event building был проведен для всего эксперимента, данные были получены для всех испытаний. Пример составленной таблицы можно увидеть на рис. 4.5

Run	Radiator	Pass0 (data unpacking)	Pass1 (event building)	Cut	Pass1 (event building) with the new cut
187, 186	Polyethylene 35/0.5 300, 100cm	133921 + 82848	87532 + 53909	[250;400], [250;400]	87508 + 53896
185, 184	Polyethylene 35/0.5 500, 100cm	86878 + 130350	56908 + 85468	[260;400], [250;400]	56891 + 85434
183, 182, 181	Polypropylene 15.5/0.21 180, 100cm	137927 + 80284 + 3157	89503 + 52025 + 2018	[260;380], [270;400], [270;400]	89480 + 52006 + 2017
180, 179	Mylar 50/3 90, 100cm	92728 + 132359	60055 + 85344	[250;400], [260;400]	60041 + 85317
174	Dummy, 6.5mm, 200cm	589500	263706	[250;400]	263691
173	No radiator	126210	56262	[290;400]	56257
172	Mylar 50/3 30, 200cm	126313	57401	[260;400]	57397
171	Mylar 50/3 90, 200cm	127162	58222	[250;400]	58221

Рисунок 4.5 — Таблица с результатами для некоторых испытаний

На этих таблицах можно увидеть:

- 1) Номер испытания;
- 2) Использованный в этом испытании радиатор со всеми необходимыми изменяемыми характеристиками;
- 3) Результат data unpacking - число событий на выходе, еще не сопоставленных с триггерами и не готовых для дальнейшего анализа;
- 4) Результат event building - число событий на выходе после сопоставления с триггерами, используя дефолтное временное окно [100; 800]нс;
- 5) Выбранное временное окно для отбора сработавших пикселей(см. 4.4);
- 6) Результат event building - число событий на выходе после сопоставления с триггерами, используя выбранное в предыдущем столбце (пункте) временное окно, события, готовые для дальнейшего анализа

## 4.4 ВЫБОР ВРЕМЕННОГО ОКНА ДЛЯ ОТБОРА СРАБОТАВШИХ ПИКСЕЛЕЙ

Важным моментом для воспроизведения event building - это правильный выбор временного окна для отбора сработавших пикселей. Временное окно нужно выбрать таким образом, чтобы соответствие сработавших пикселей было максимально приближено к триггерам. Чтобы выбрать временное окно для начала необходимо посмотреть на гистограмму распределения разницы во времени между сработавшими пикселями и триггерами. Временным окном по умолчанию по предыдущим годам было выбрано окно в 700 нс, а именно - от 100 до 800 нс - см. рис. 4.6 (пример - для испытания № 208).

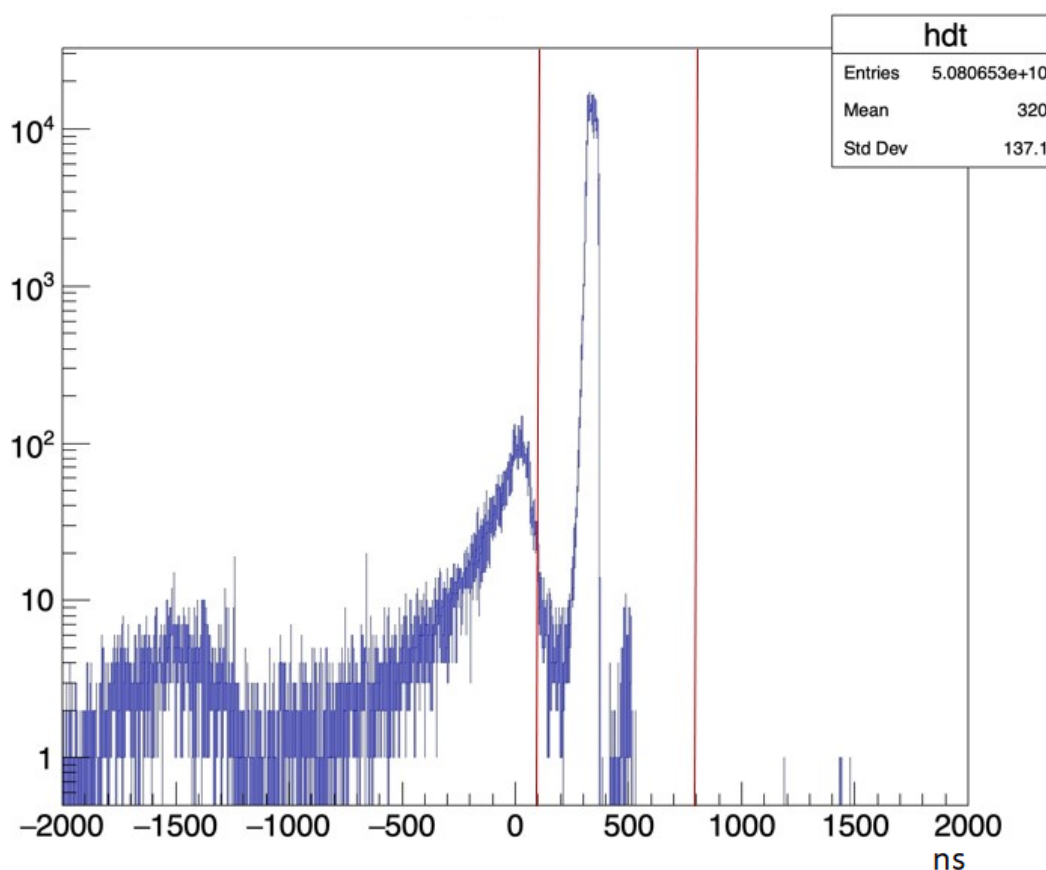


Рисунок 4.6 — Распределение разницы во времени между триггерами и срабатываниями пикселей в логарифмическом масштабе для испытания №208 с временным окном от 100 до 800 нс

Было выявлено, что в окне необходимо оставить только главный пик ги-

стограммы, так как остальные пики соответствуют другим событиям. Таким образом, требовалось для каждого испытания выбрать отдельно такое окно, которое оставляло максимально только события, соответствующие главному пику. Например, для испытания № 173 было выбрано временное окно от 290 до 400 нс, см. рис. 4.7

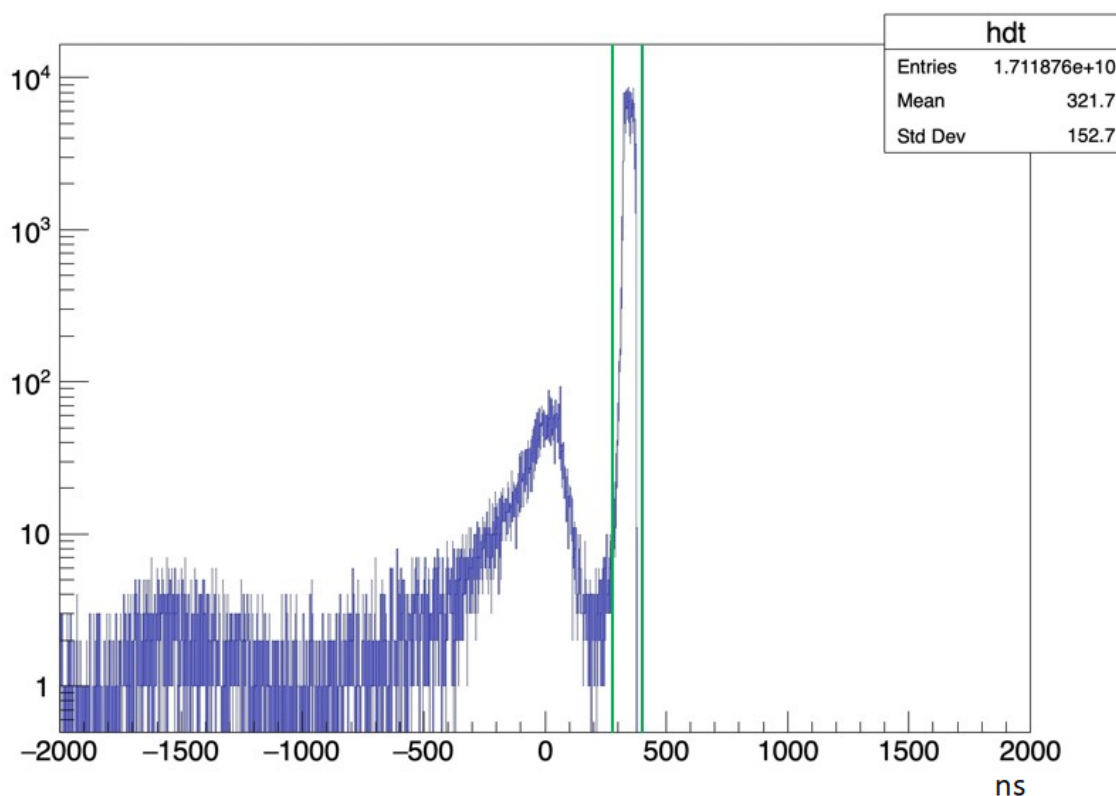


Рисунок 4.7 — Распределение разницы во времени между триггерами и срабатываниями пикселей в логарифмическом масштабе для испытания №173 с временным окном  $[290; 400]$ нс

Таким образом были выбраны различные временные окна для всех испытаний и соответствующие окна, наравне с результатами event building с использованием этих окон. Все полученные результаты были записаны в таблицы с результатами (пример такой таблицы можно увидеть на рис. 4.5).

## 4.5 КЛАСТЕРИЗАЦИЯ

### 4.5.1 ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

На выходе предыдущего этапа анализа были получены root-файлы с 2 деревьями, содержащие информацию о событиях: координаты X и Y сработавших пикселей, время над порогом и время срабатывания пикселя.

В процессе кластеризации в качестве входных данных используются именно эти файлы. Сам процесс кластеризации состоит в том, что из всех сработавших пикселей нужно выбрать набор тех пикселей, которые будут отвечать одному кластеру. И далее уже рассматривать эту группу сработавших пикселей как "единый" результат взаимодействия пролетающей заряженной частицы с детектором. Более того, некоторые группы сработавших пикселей можно интерпретировать по-разному. Например, такую (см. рис. 4.8) ситуацию можно рассматривать как один кластер срабатываний, отвечающих одному взаимодействию заряженной частицы с детектором (такая интерпретация в дальнейшем будет называться «Sides + Corners clusterisation», то есть кластеризация по смежным бокам или углам) и двум отдельным кластерам, отвечающим разным событиям (такая интерпретация в дальнейшем будет называться «Sides only clusterisation», то есть кластер определяется только по тем сработавшим пикселям, которые соприкасаются между собой только боками). Поэтому кластеризация событий будет проделана два раза - для каждой из вышепредставленных интерпретаций.

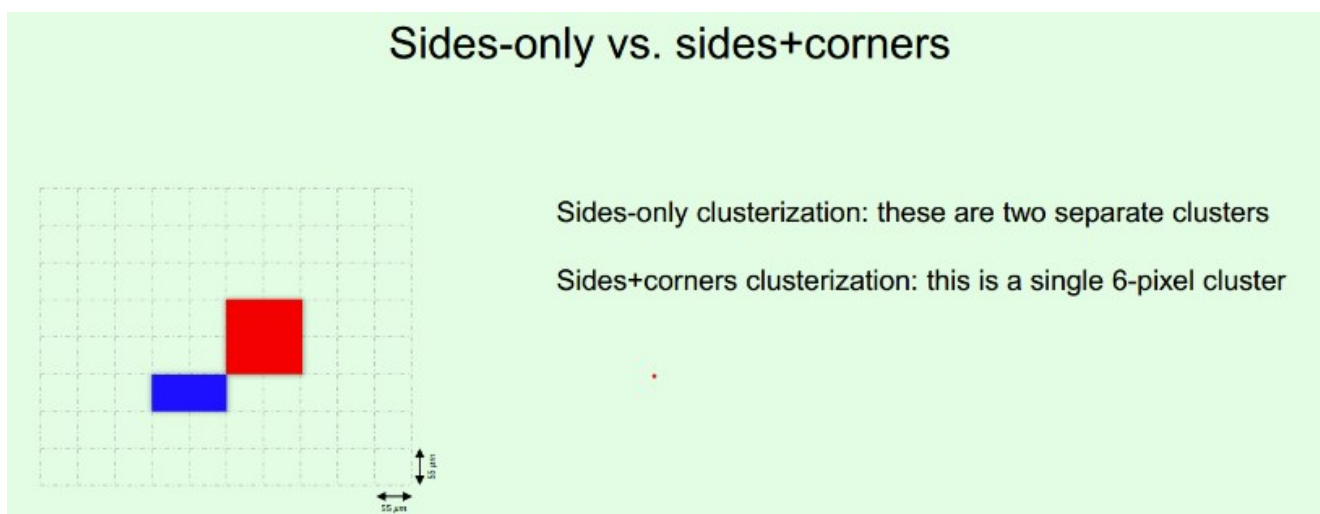


Рисунок 4.8 — Интерпретации кластеров



## 4.5.2 РАССЧЕТ РАССТОЯНИЯ ОТ ЦЕНТРА РАДИАТОРА ДО ДЕТЕКТОРА

Одним из важнейших параметров, необходимых для кластеризации - это параметр, отвечающий за расстояние от центра радиатора до детектора. Его необходимо рассчитать вручную по формуле:  $L = L_{R-P} + L_P + L_{P-D} + L_R/2$ , где  $L_{R-P}$  - это расстояние между радиатором и гелиевой трубой,  $L_P$  - длина гелиевой трубы,  $L_{P-D}$  - расстояние между гелиевой трубой и детектором,  $L_R$  - длина радиатора. Все эти длины были измерены во время эксперимента.

Для удобства все полученные расстояния были записаны в таблицу, пример которой можно увидеть на рис. 4.9

Run	Radiator	$L_{P-D}$	$L_P$	$L_{R-P}$	$L_R$	$L = L_{P-D} + L_P + L_{R-P} + L_R/2$
239	Mylar 25/0.5 85, 100cm (no pipe)	32	1000	14	44	1068
238	Mylar 25/0.5 85, 200cm	32	2000	14	44	2068
237	Mylar 25/0.5 85, 50cm (no pipe)	32	500	14	44	568
236	Mylar 25/0.5 85, 30cm	32	300	14	44	368
235	Mylar 25/0.5 85, 30cm (no pipe)	32	300	14	44	368
234	Mylar 25/0.5 85, 50cm	32	500	14	44	568
233	Mylar 25/0.5 85, 100cm	32	1000	14	44	1068

Рисунок 4.9 — Таблица с расстояниями от центра радиатора до детектора

## 4.5.3 ПОСТРОЕНИЕ КЛАСТЕРОВ

После расчета всех расстояний от центра радиатора до детектора можно приступить непосредственно к самому построению кластеров - кластеризации. Как было отмечено ранее, этот процесс будет выполнен два раза: действуя по методике соприкосновения только по бокам и по методике соприкосновения по бокам или углам. А также следует отметить, что всего испытаний в эксперименте - более 150 (По всем испытаниям были составлены информационные таблицы с количеством событий на каждом из этапов; часть одной такой таблицы представлена на рис. 4.10). По этим причинам ниже будут представлены результаты только для трех испытаний: в двух испытаниях используется радиатор из пленки на основе синтетического полиэфирного волокна - Mylar, используемые толщины пленок - 50 мкм, расстояния между двумя соседними пленками - 3 мм, номинальное расстояние между радиатором и детектором - 2 метра, а

число пленок - 90 штук в первом испытании и 30 штук во втором испытании; в третьем испытании используется радиатор-болванка, номинальное расстояние между таким радиатором и детектором - 2 метра.

Run	Radiator	Pass0 (data unpacking)	Pass1 (event building) without cut	Pass1 (event building) with narrow window
239	Mylar 25/0.5 85, 100cm (no pipe)	33784	21822	21815
238	Mylar 25/0.5 85, 200cm	130875	85822	85798
237	Mylar 25/0.5 85, 50cm (no pipe)	129855	83402	83371
236	Mylar 25/0.5 85, 30cm	130077	83643	83622
235	Mylar 25/0.5 85, 30cm (no pipe)	130191	83492	83468

Рисунок 4.10 — Часть суммарной таблицы с числом событий по всем испытаниям

#### 4.5.4 ПРОВЕРКА РЕЗУЛЬТАТОВ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Благодаря проведенной кластеризации можно узнать множество полезной информации, однако, чтобы исключить вероятность статистической ошибки, прежде, чем делать выводы о результатах, необходимо проверить выходные файлы на предмет таких ошибок. Добиться этого можно с помощью сравнения полученных результатов с результатами аналогичных испытаний предыдущего эксперимента, который был проведен в 2018 году. По схожим формам гистограмм можно будет сделать вывод о достоверности новых результатов.

Ниже представлены некоторые из гистограммы, выбранных для сравнения между результатами схожих испытаний в экспериментах 2021 и 2018 годов:

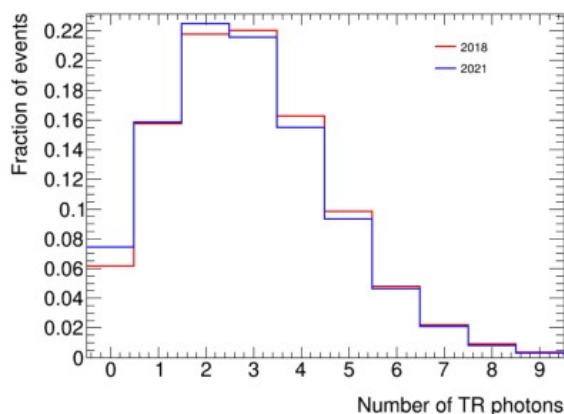


Рисунок 4.11 — Испытание с 90 пленками, соприкосновение только по бокам, статистика для электронов

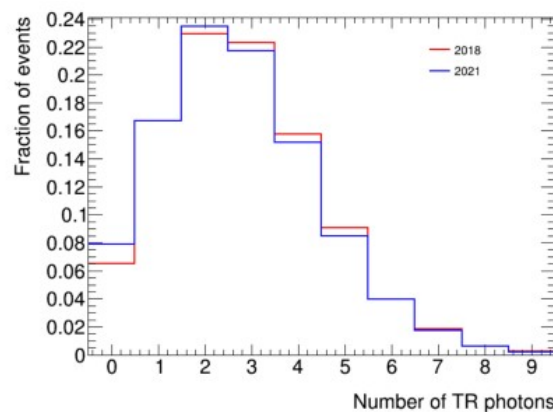
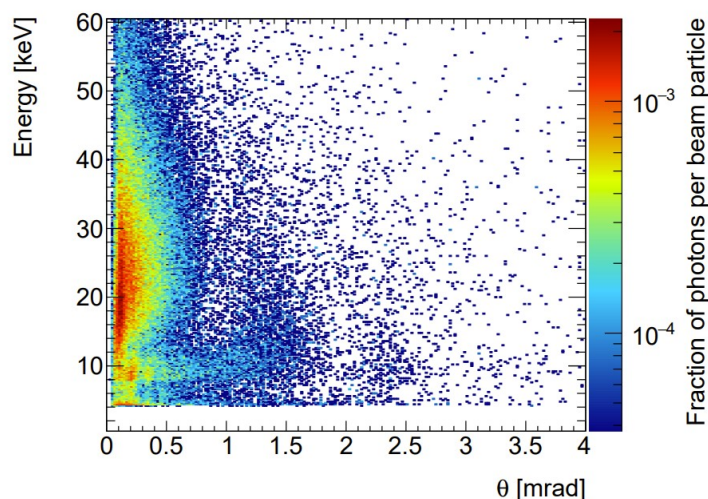


Рисунок 4.12 — Испытание с 90 пленками, соприкосновение только по бокам, статистика для электронов

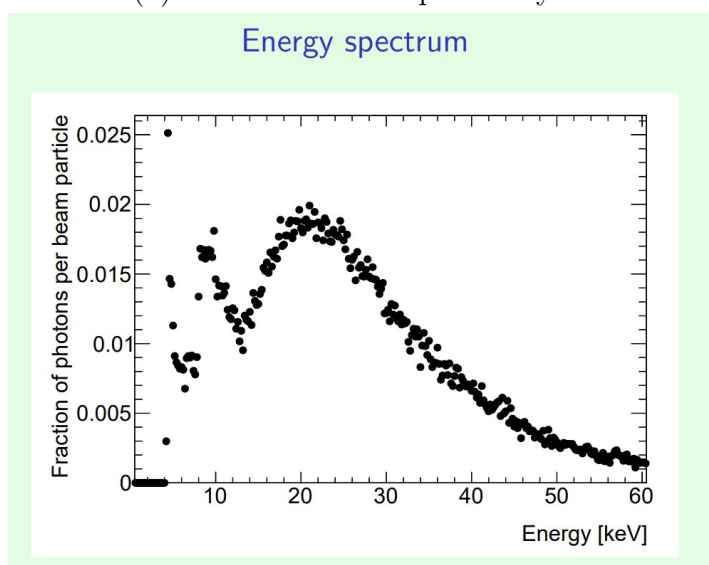
По виду этих гистограмм можно сделать вывод, что полученные новые гистограммы соответствуют действительности и подлежат дальнейшему анализу.

#### 4.5.5 РЕЗУЛЬТАТЫ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

В качестве результатов кластеризации можно получить множество гистограмм, позволяющих увидеть различные распределения некоторых параметров, зависимости некоторых величин, а также визуализировать сами кластеры, то есть увидеть точку взаимодействия заряженных частиц с веществом детектора. Примеры таких результатов для трех испытаний, для которых проверялись результаты в 4.5.4, можно увидеть на рис. 4.13 - 4.14.

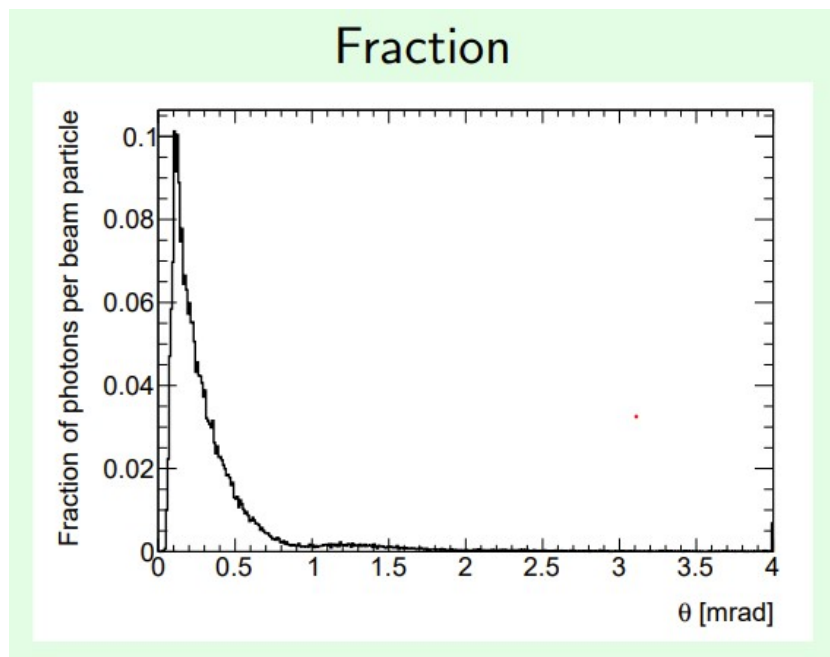


(а) Зависимость энергии от угла

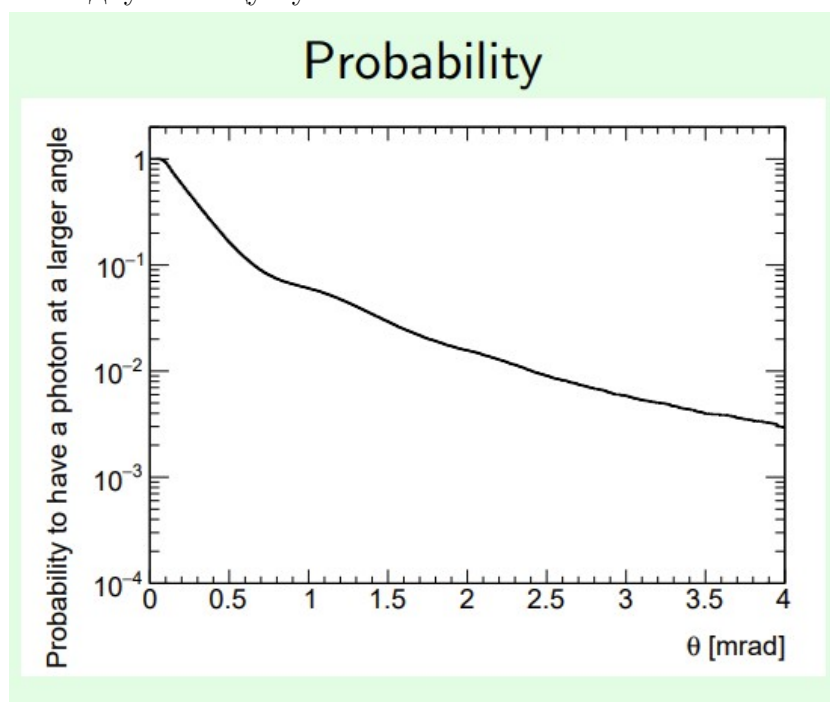


(б) Спектр энергии

Рисунок 4.13 — Пример зависимости и спектра для фотонов



(а) Угловой спектр фотонов переходного излучения, нормированный на одну частицу пучка



(б) Спектр вероятности фотону рассеяться на больший угол

Рисунок 4.14 — Угловые спектры фотонов

# 5 РАБОТА С ДАННЫМИ С ЭКСПЕРИМЕНТА ПО ТЕСТИРОВАНИЮ ДЕТЕКТОРА В 2017 ГОДУ

## 5.1 ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Для обработки данных использовались написанные ранее 2 программы: TRTB2018 (программа 2018 года) и TRD\_unifiedformat (программа 2020 года - более новая и совершенная версия программы 2018 года). В процессе анализа была выявлена проблема: при обработке экспериментальных данных программой 2020 года примерно 1-3% событий терялись по сравнению с данными, полученными при обработке программой 2018 года (рис. 5.1).

		Mylar		Polyethylene				No radiator	Dummy radiator
		50μ/3mm		67μ/3mm		67/2	91/2.3		
		30 foils	90 foils	30 foils	90 foils	90 foils	30 foils		
e/п 20 GeV	2 m	32+51 11943+31201 11804+30394	31+50 12139+31752 11835+31144	35+53 22881+17772 22154+17335	33+34+52 7822+18838+20040 7594+18297+19601	36+54 23544+20437 22854+19995	37+55 23442+19080 22719+18547	38 22351 21595	39 22413 21613
	4 m	43 49887 48510	40+41+42 20926+2768+14352 20267+2692+13897	45 33602 32768	44 40497 39846	46+47 3415+29565 3376+29093	48 32992 32208	-	49 19023 18399
μ 120 GeV	2 m	2 82565 81655	1 88941 87748	4 95270 94250	3 95959 94973	5 97810 96761	6 87722 86760	-	7 90656 89637
	4 m	9 87605 86598	8 98229 97162	11+12 43758+49781 43287+49126	10 95893 94932	13+14 77279+29131 76353+28783	15 97570 96352	-	16 94856 93606
μ 180 GeV	2 m	25 64876 63539	24 64193 62891	27 63361 62100	26 64685 63400	28 61135 59937	29 42204 41321	-	30 21662 21187
	4 m	18 66070 64830	17 65147 63900	20 67245 65846	19 65876 64594	21 65643 64367	22 65069 63802	-	23 63830 62493
μ 290 GeV	2 m	61 40339 38906	62 29374 28325	59 38357 35019	60 38116 38849	57 45124 43592	56 38037 34703	-	58 39528 38142
	4 m	68 28001 26979	63 28443 27546	67 26626 25709	64 38173 36955	65 28100 27158	66+70 18556+17853 17911+17160	-	69 25963 24965

Рисунок 5.1 — Результаты обработки данных с пиксельного детектора в эксперименте 2018 года по исследованию детектора на основе GaAs

Поэтому было принято решение о предварительном анализе этих программ для выявления и устранения возможных ошибок. Был применен метод последовательных обрезаний (CutFlow), то есть - последовательное наложение всевозможных ограничений на данные и построение сравнительной гистограммы, с целью выяснения момента, с которого начинается расхождение (и определение ограничения, которое вызывает это расхождение). На рис. 5.2 представлена такая гистограмма, из которой видно, что события теряются после применения обрезания по параметру ROI (Region Of Interest - область пикселлей, сигнал с которых нас интересует; пиксели вне этой области несут некорректную информацию о сигнале, так как являются наиболее шумящими из-за своего крайнего расположения в группе).

### CutFlow (run 50: Mylar, 50 $\mu$ /3mm, 90 foils)

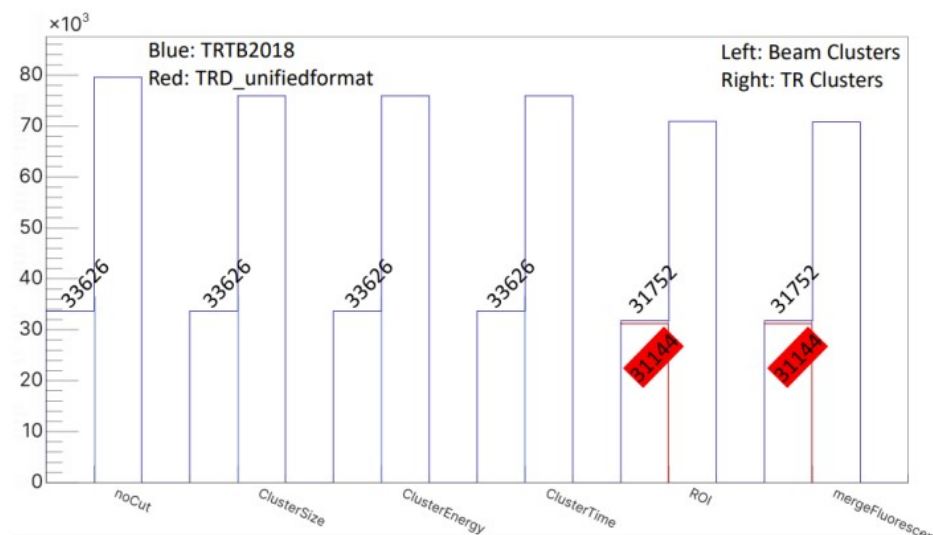


Рисунок 5.2 — CutFlow для данных эксперимента 2018 года для двух разных программ обработки данных

Если посмотреть на гистограмму, показывающую сумму вхождений в каждый ряд пикселей (каждый бин отвечает за ряд пикселей с определенной x-координатой) (рис. 5.3), то видно, что более старая программа не убирает вхождения в первый бин пикселей, который должен быть убран из статистики как один из самых шумящих, в отличие от новой. Основываясь на этом важном различии, можно сделать вывод, что для кластеризации (этот процесс будет описан далее) стоит использовать программу 2020 года.



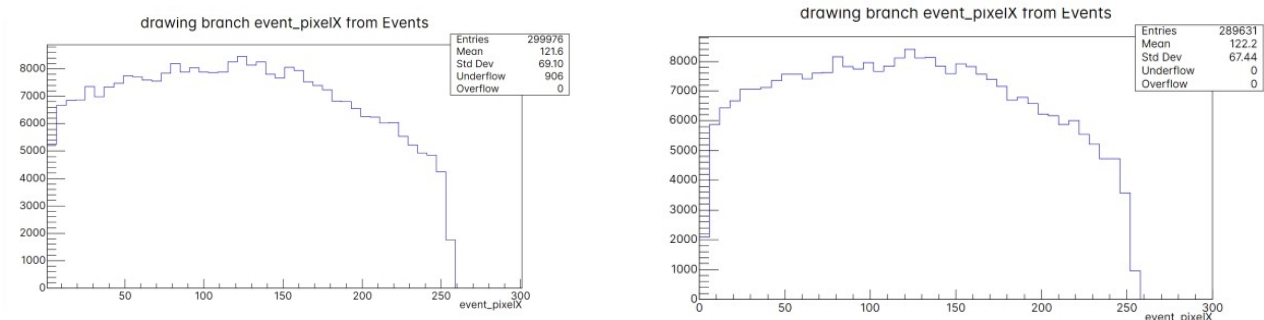


Рисунок 5.3 — Сумма вхождений в каждый ряд пикселей: слева - после обработки программой 2018 года, справа - после обработки программой 2020 года

## 5.2 КЛАСТЕРИЗАЦИЯ

Процесс кластеризации при обработке данных 2017 года несколько отличается от процесса кластеризации при обработке данных 2021 года, описанного в 4.5. Поэтому ниже будут описаны методики кластеризации, проводимых с данными 2017 года.

### 5.2.1 ОБЩИЙ ПРИНЦИП

Следующим этапом анализа данных является процесс кластеризации. Кластер определяется как группа соседних сработавших пикселей, окруженных пустыми пикселями. Как только все пиксели сгруппированы в кластеры, энергии кластеров вычисляются путем суммирования энергий всех пикселей в кластере. На рис. 5.4 представлена двумерная гистограмма зависимости энергии кластеров в зависимости от размеров кластеров (т.е. количества пикселей в кластере) для пучка электронов энергией 20 ГэВ, пересекающими радиатор толщиной в 90 майларовых фольг. Видно, что существует два основных семейства кластеров: кластеры большого размера с энергиями выше 80 кэВ - соответствуют частицам, в то время как кластеры малого размера с более низкими энергиями соответствуют фотонам переходного излучения. Типичный размер кластера составляет 5-6 пикселей для частиц и 1-2 пикселя для фотонов.

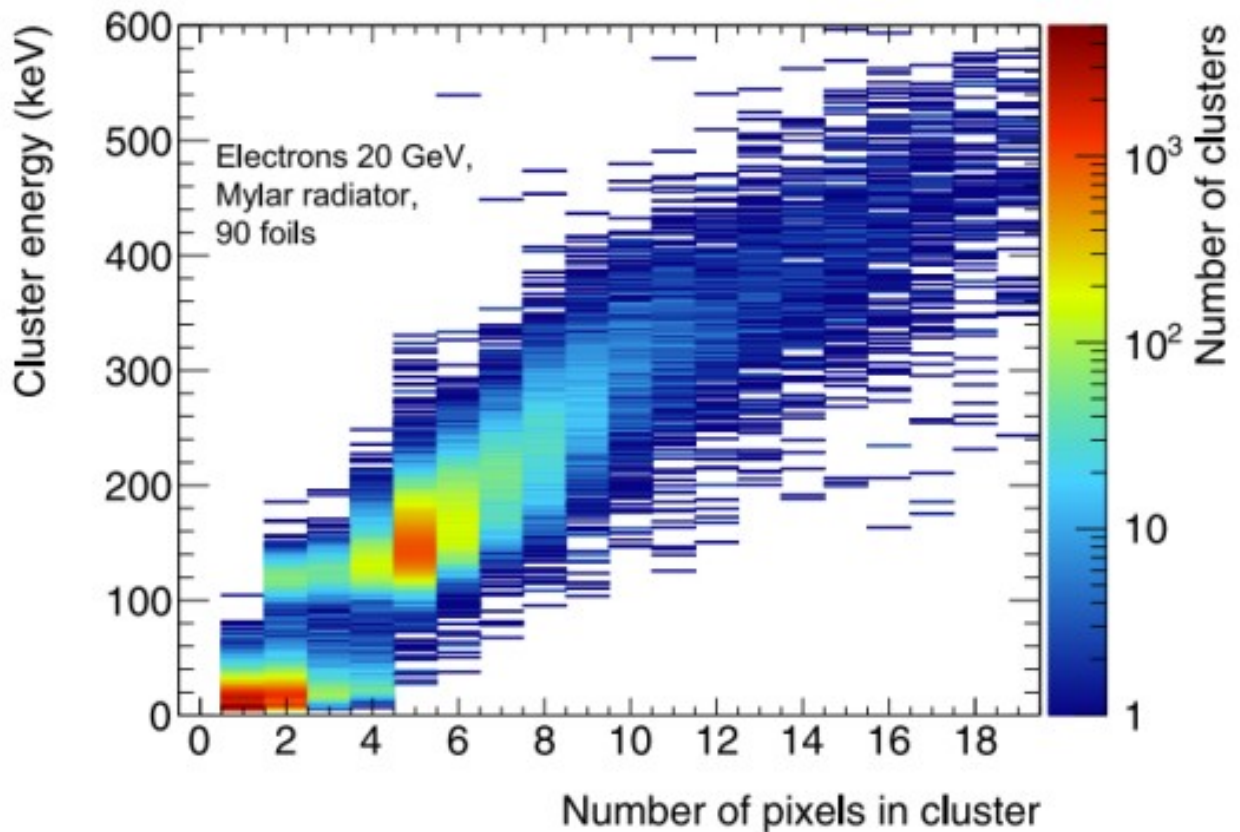


Рисунок 5.4 — Двумерная гистограмма зависимости энергии кластера в зависимости от его размера

### 5.3 ЮСТИРОВКА ПИКсельНЫХ ПЛАТ

Прежде чем приступить к измерению координатной точности установки, необходимо провести так называемую юстировку пиксельных плат. Так как все три пиксельных платы были повернуты под некоторым углом к оси пучка  $Z$  по осям  $X$  и  $Y$ , а также между собой эти три пиксельных платы имели разницу в положении относительно осей  $X$  и  $Y$ , их необходимо было выровнять к единой системе отсчета координат, получаемых непосредственно с самих пиксельных плат. Проверка выравнивания по углам выполнялась по двумерной гистограмме, показывающей зависимость координаты по оси  $X$  от координаты по оси  $Z$  (см. 5.5).



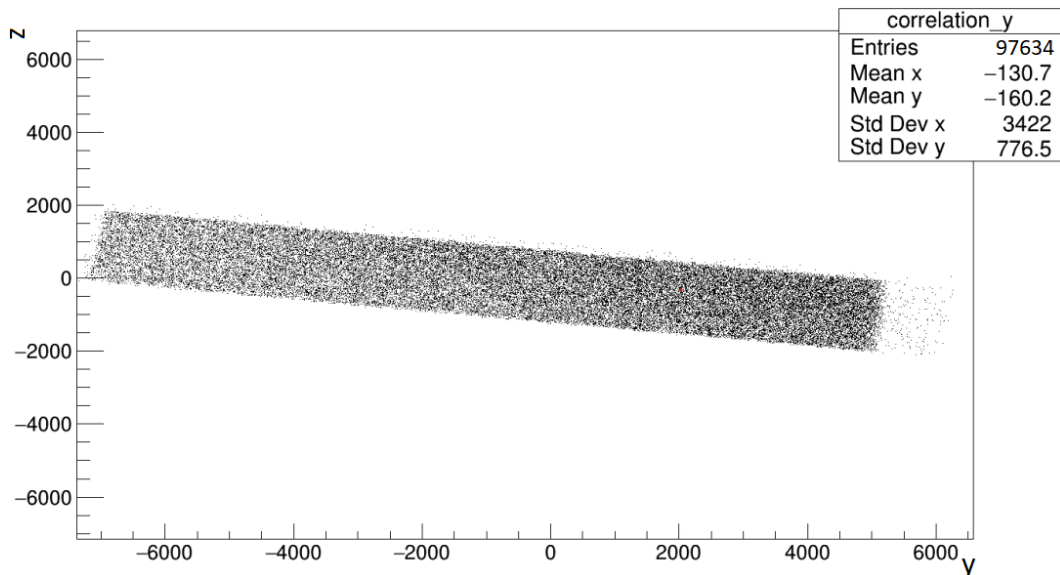


Рисунок 5.5 — Проверка наклона платы до выравнивания по углам

По вертикали отложена  $Z$ -координата кластера, а по горизонтали -  $Y$ -координата кластера. Если бы плата стояла перпендикулярно оси  $Z$  (как в итоге и должно быть), то такая зависимость представляла бы собой прямую. Однако видно, что все координаты  $X$  смещены на определенные углы по двум осям. Такие углы даже можно оценить - примерно 2000 мкм смещений с каждой из сторон составляют примерно 0.16 от общей длины/ширины платы в 12000 мкм, что является, примерно,  $\sin 9^\circ$ , что соответствует реальному наклону в  $9^\circ$  (см. п. 2.1). Результаты выравнивания по углам можно увидеть на рис. 5.6 (видно, что, как и ожидалось, получилась прямая).

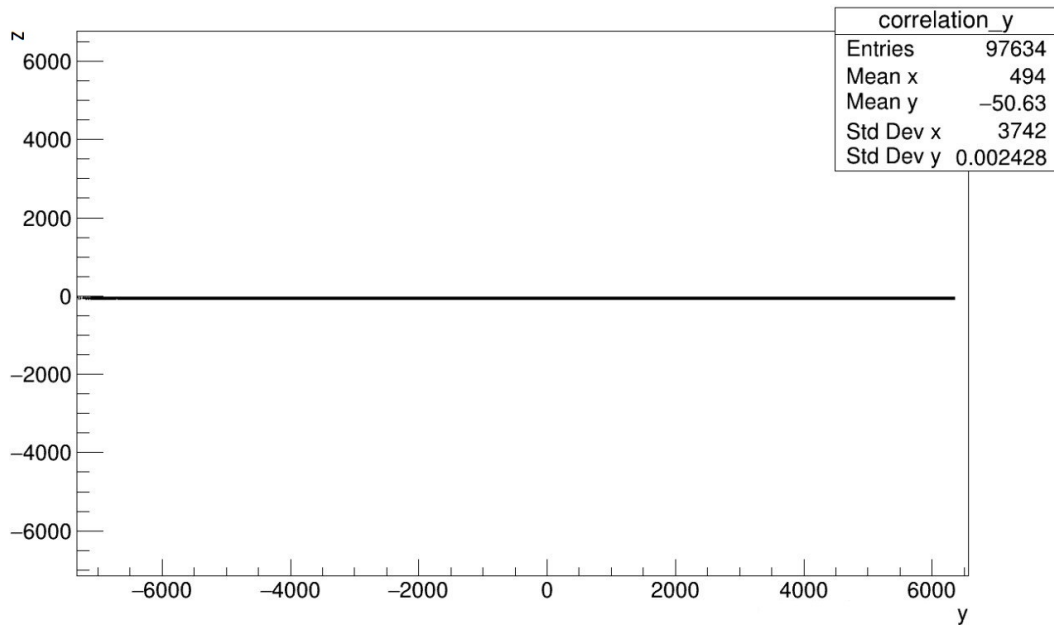


Рисунок 5.6 — Проверка наклона платы после выравнивания по углам

На рис. 5.7 видны шаги юстировки. По вертикали отложено абсолютное смещение платы по координате X, а по горизонтали - шаг юстировки. Видно, что с каждым шагом смещение относительно выбранной горизонтальной оси юстировки (обозначено синей горизонтальной линией) становилось все ближе к нулю.

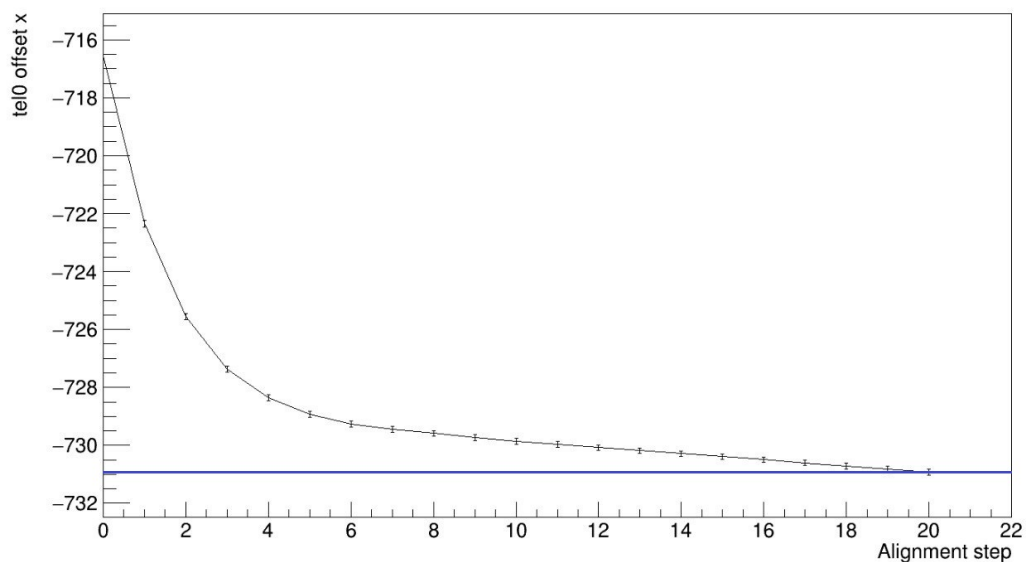


Рисунок 5.7 — Результат выравнивания по оси X

## 5.4 ВОССТАНОВЛЕНИЕ ТРЕКА

Данный этап работы был проделан с использованием программного пакета Proteus [14]. Данное программное обеспечение предназначено для восстановления и анализа данных с пучковых телескопов. На вход подаются данные с несколькими основными измеряемыми параметрами (например, координаты и времена), по этим данным формируются кластеры сработавших пикселей, находятся треки кластеров на нескольких плоскостях, оцениваются оптимальные параметры трека на выбранных плоскостях и на выходе предоставляются данные для дальнейшего, более глубокого анализа.

Для вычисления координатной точности системы из трех пиксельных плат используется параметр среднеквадратичного отклонения при построении, так называемой, гистограммы-residuals. Суть состоит в следующем:

- 1) Берется событие прохождения одной частицей всех трек плат;
- 2) Из этого события вычленяются координаты прохождения частицей первой и второй плат;
- 3) На основе этих двух наборов координат восстанавливается трек частицы и рассчитывается предполагаемая координата прохождения этой частицей третьей платы;
- 4) Находится разница между вычисленной в прошлом пункте координатой и реальной координатой, измеренная третьей платой и строится соответствующая гистограмма;
- 5) Профитированное распределение дает сигму, которая и будет означать координатную точность данного набора из трех пиксельных плат (для  $tel0$  - первой из трёх пиксельных плат, по оси X - см. рис. 5.8, по оси Y - см. рис. 5.9)

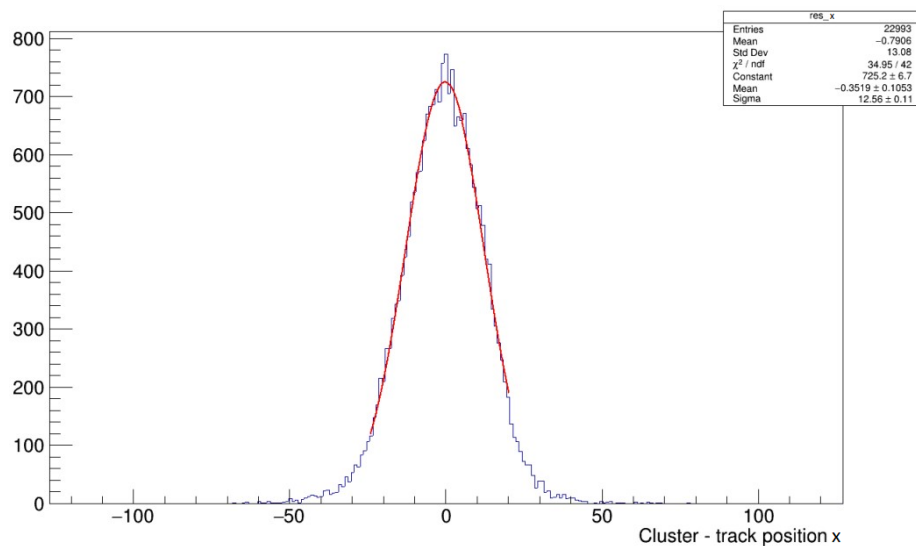


Рисунок 5.8 — Измерение координатной точности по оси X для первой пиксельной платы

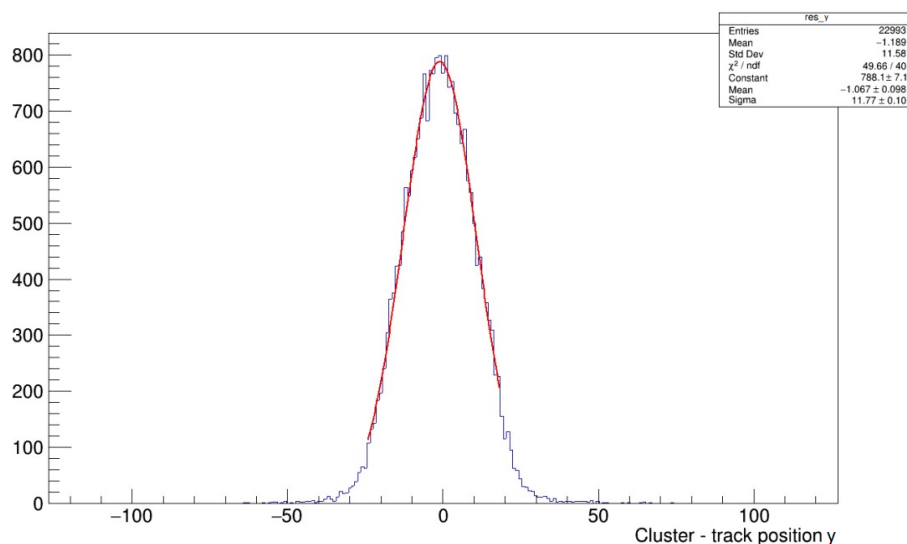


Рисунок 5.9 — Измерение координатной точности по оси Y для первой пиксельной платы

Аналогичный процесс далее происходит и при измерении точности всей конструкции целиком (то есть, учитывая не только три пиксельных платы, но и утолщенный исследуемый детектор).

Полученная координатная точность для первой из трёх пиксельных плат по оси X составляет  $13.56 \pm 0.11$  мкм, а по оси Y -  $11.77 \pm 0.10$  мкм. Для второй и третьей пиксельных плат координатные точности по осям X и Y (сигмы можно увидеть на рис. 5.10-5.11 для второй пиксельной платы и рис. 5.12-5.13 для третьей пиксельной платы) составляют  $18.67 \pm 0.15$  мкм и  $17.94 \pm 0.15$  мкм по

осям  $X$  и  $Y$  соответственно для второй пиксельной платы и  $6.204 \pm 0.04$  мкм и  $5.74 \pm 0.04$  мкм для третьей пиксельной платы.

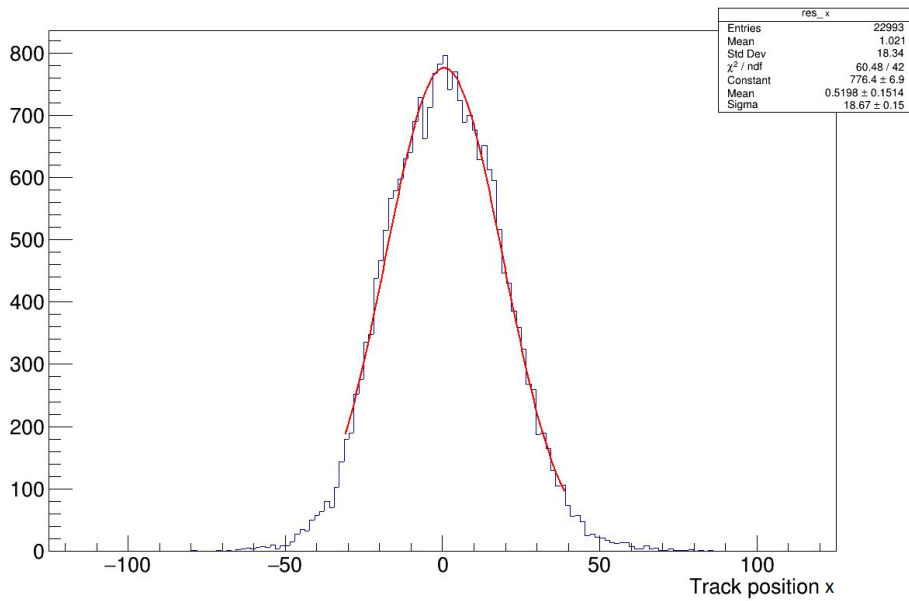


Рисунок 5.10 — Измерение координатной точности по оси  $X$  для второй пиксельной платы

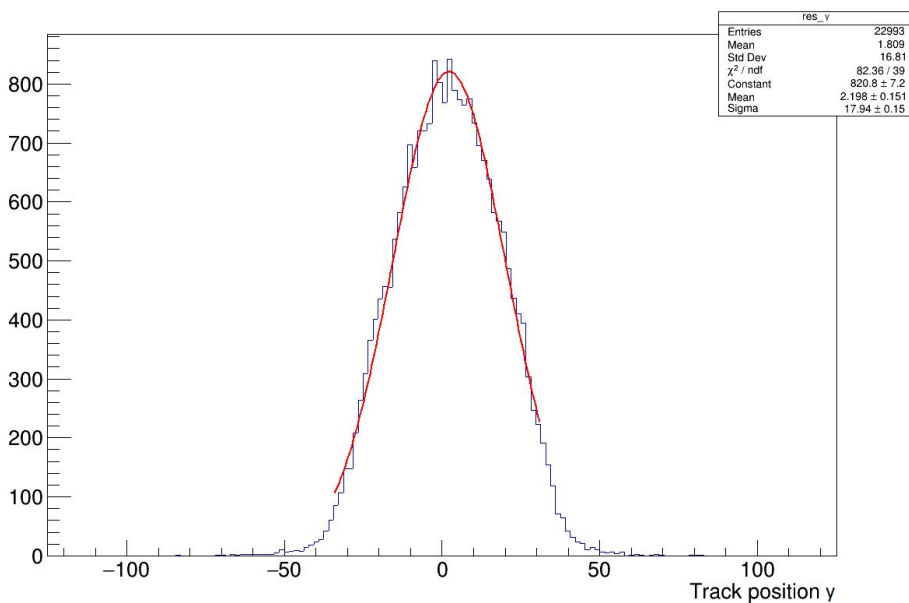


Рисунок 5.11 — Измерение координатной точности по оси  $Y$  для второй пиксельной платы

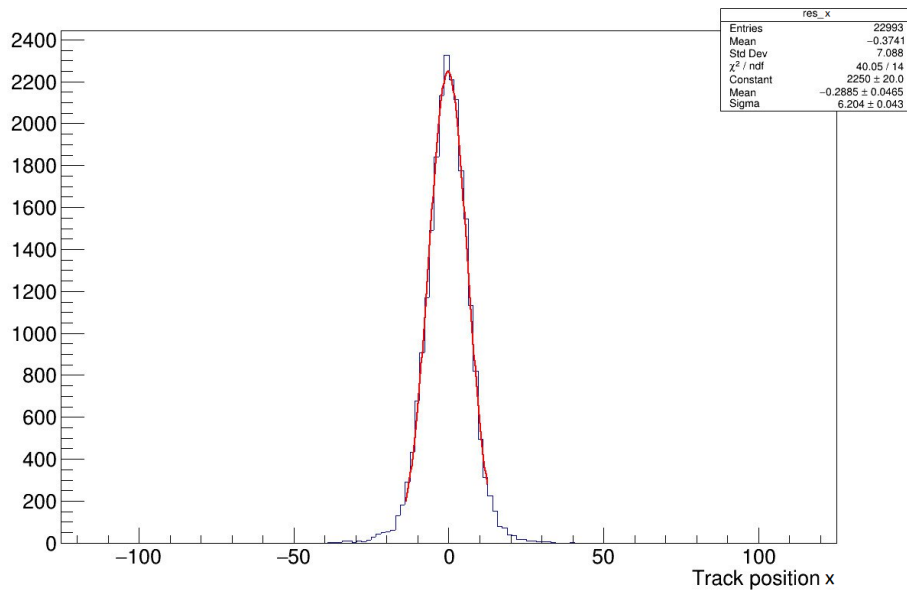


Рисунок 5.12 — Измерение координатной точности по оси X для третьей пиксельной платы

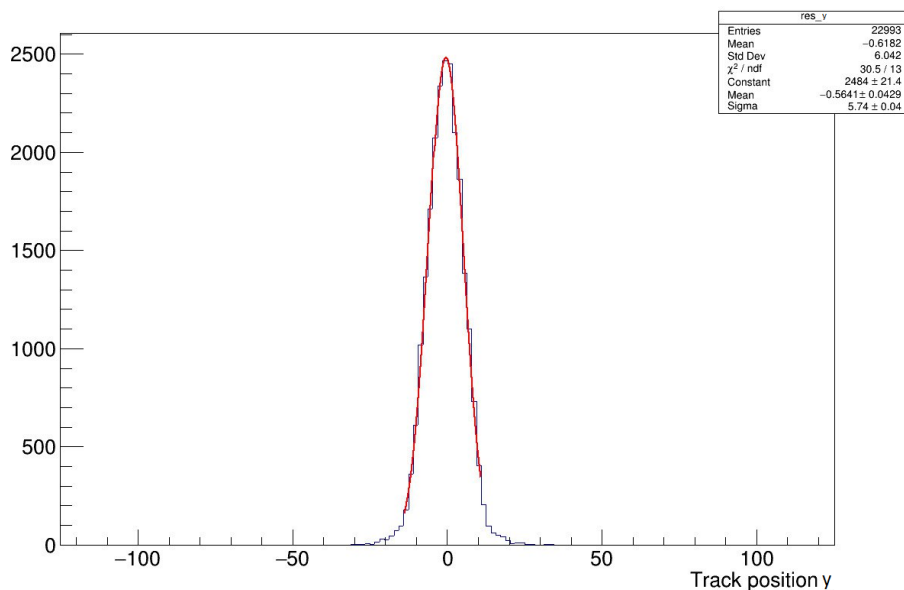


Рисунок 5.13 — Измерение координатной точности по оси Y для третьей пиксельной платы

Для утолщенного детектора были получены точности в  $22.5 \pm 0.2$  мкм по оси X и  $20.36 \pm 0.17$  мкм по оси Y (см. рис. 5.14-5.15). В дальнейшем для улучшения полученной координатной точности можно использовать S-кривую (см. 3.1), построенную на основе полученных результатов восстановления трека частиц.

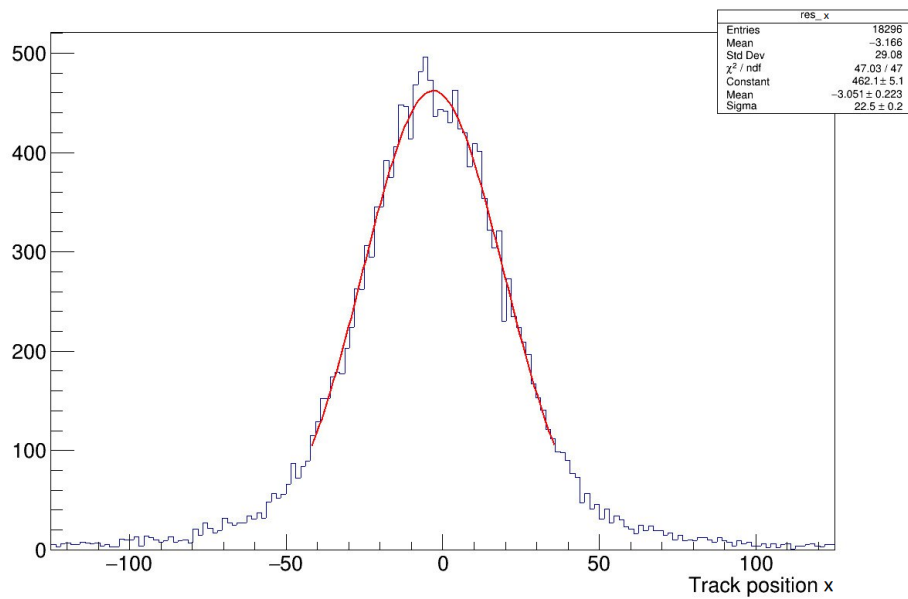


Рисунок 5.14 — Измерение координатной точности по оси X для третьей пиксельной платы

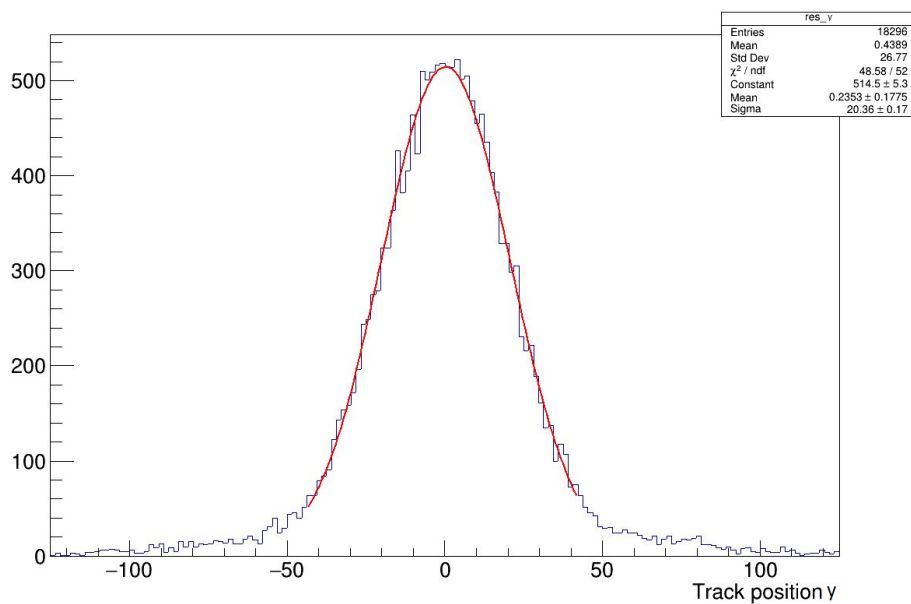


Рисунок 5.15 — Измерение координатной точности по оси Y для третьей пиксельной платы

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате первого этапа работы сырые данные, полученные непосредственно после эксперимента, были приведены в определенный вид, который можно использовать для дальнейшего анализа. Этот этап подготовки данных включает в себя:

- 1) Распаковка сырых данных
- 2) Построение событий
- 3) Кластеризация

Результатом второго этапа стала юстировка пиксельных плат, позволившая восстановить корректный вид эксперимента в терминах обработки его результатов кодом.

В третьем этапе производится создание алгоритма определения и улучшения координатной точности установки. Полученная координатная точность исследованного детектора составила  $22.5 \pm 0.2$  мкм по оси X и  $20.36 \pm 0.17$  мкм по оси Y.

Первым шагом создания алгоритма была юстировка пиксельных плат по углам и осям.

Вторым шагом создания алгоритма было восстановление трека с целью получения восстановленных координат прохождения частицей утолщенного исследуемого детектора.

Также было выполнено исследование методик улучшения координатной точности, в связи с чем был разработан алгоритм построения S-кривой, которая будет полезна для улучшения координатной точности детектора.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Albrow M.* A Very Forward Hadron Spectrometer for the LHC and Cosmic Ray Physics // PoS. — 2018. — Vol. EDSU2018. — P. 048. — arXiv: 1811.02047 [physics.ins-det].
2. A concept of the transition radiation detector for a hadron separation in a forward direction of the LHC experiments / N. Belyaev [et al.] // Journal of Physics: Conference Series. — 2020. — Vol. 1690, no. 1. — P. 012043.
3. *Grupen K.* Particle Detectors. — G. : Cambridge University Press, 1996.
4. Identification of particles with Lorentz factor up to  $10^4$  with Transition Radiation Detectors based on micro-strip silicon detectors / J. Alozy [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2019. — Vol. 927. — P. 1–13. — ISSN 0168-9002.
5. Timepix3: a 65K channel hybrid pixel readout chip with simultaneous ToA / ToT and sparse readout / T. Poikela [et al.] // Journal of Instrumentation. — 2014. — Vol. 9, no. 05. — P. C05013–C05013.
6. First measurements of the spectral and angular distribution of transition radiation using a silicon pixel sensor on a Timepix3 chip / E. Schioppa [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2019. — Vol. 936. — P. 523–526.
7. Transition radiation measurements with a Si and a GaAs pixel sensor on a Timepix3 chip / F. Dachs [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2020. — Vol. 958. — P. 162037.

8. Charged particle tracking with the Timepix ASIC / K. Akiba [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2012. — Vol. 661, no. 1. — P. 31–49.
9. Studies of the spectral and angular distributions of transition radiation using a silicon pixel sensor on a Timepix3 chip / J. Alozy [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2020. — Vol. 961. — P. 163681.
10. Transition radiation, URL: <http://nuclphys.sinp.msu.ru/radiat/tr.htm>.
11. *Landi G.* Properties of the Center of Gravity as an Algorithm for Position Measurements. — 2019. — arXiv: 1908.04447 [physics.ins-det].
12. *Landi G.* Properties of the Center of Gravity Algorithm. — 2004.
13. *Yahya M., Kocak F.* Determination of Position Resolution for LYSO Scintillation Crystals Using Geant4 Monte Carlo Code // Advances in High Energy Physics. — 2021. — Vol. 2021.
14. *Kiehn M.* Proteus beam telescope reconstruction. — 2019.