



Формирование и эволюция двойных первичных чёрных дыр в ранней Вселенной

студент: Воробьев Г.И.

Научный руководитель: Белоцкий К.М.

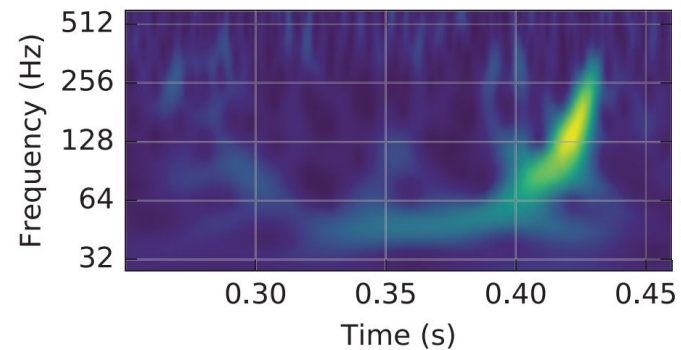
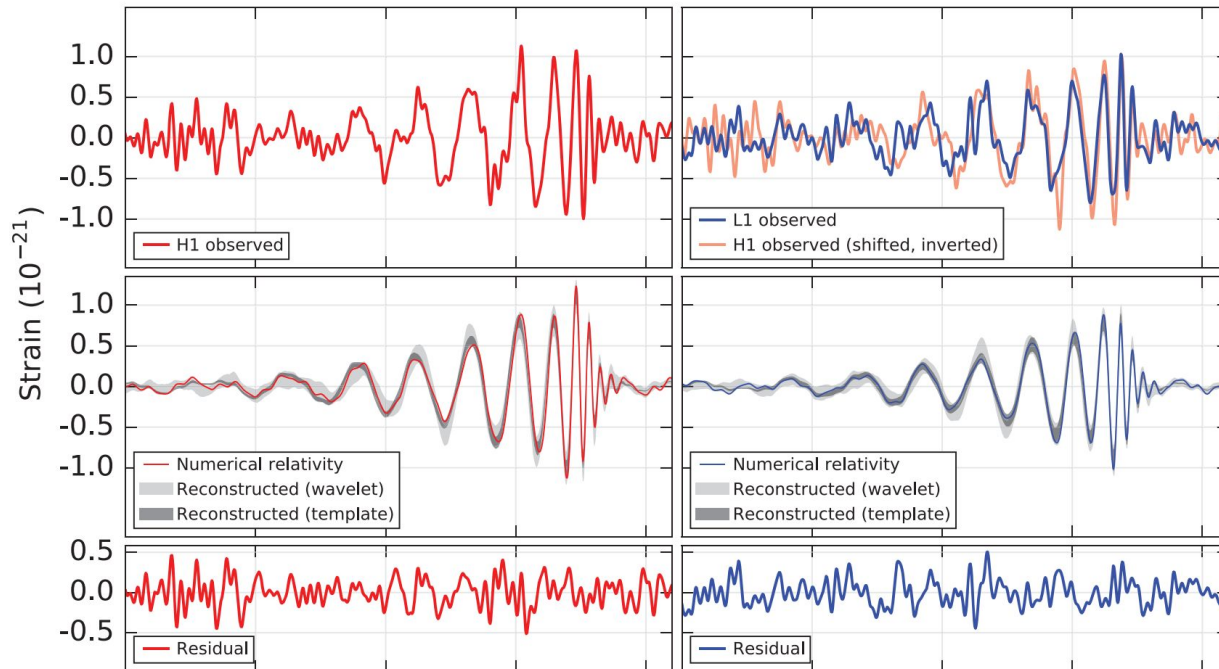
Научный консультант: Стасенко В.Д.

НИЯУ МИФИ, М21-115

29.06.2023

Hanford, Washington (H1)

Livingston, Louisiana (L1)



Primary black hole mass

Secondary black hole mass

Final black hole mass

GW150914

[1] [Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger LIGO arXiv:1602.03837](#)

[2] [B. P. Abbott et al. \(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration\) "Properties of the Binary Black Hole Merger GW150914" 2016](#)

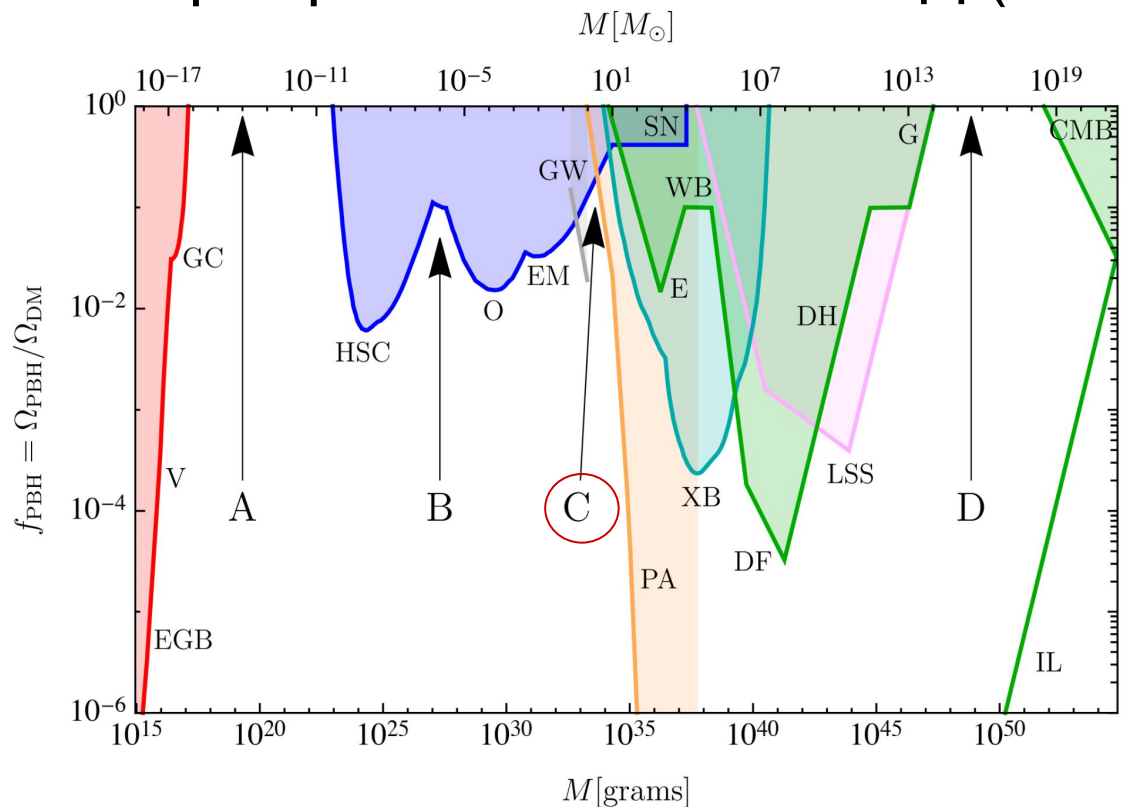
Параметры обнаруженных ЧД указывают на их возможное первичное происхождение

$$36_{-4}^{+5} M_{\odot}$$

$$29_{-4}^{+4} M_{\odot}$$

$$62_{-4}^{+4} M_{\odot}$$

Спектр ограничений масс ПЧД (монохроматический)



[\[3\] Primordial Black Holes as Dark Matter Candidates](#)

[Bernard Carr, Florian Kuhnel](#)

[arXiv:2110.02821](#)

[\[astro-ph.CO\]](#)

Темп слияний

[4] Misao Sasaki "Primordial Black Hole Scenario for the Gravitational-Wave Event GW150914"

[5] Bradley J. Kavanagh "Black Holes' Dark Dress: On the merger rate of a subdominant population of primordial black holes"

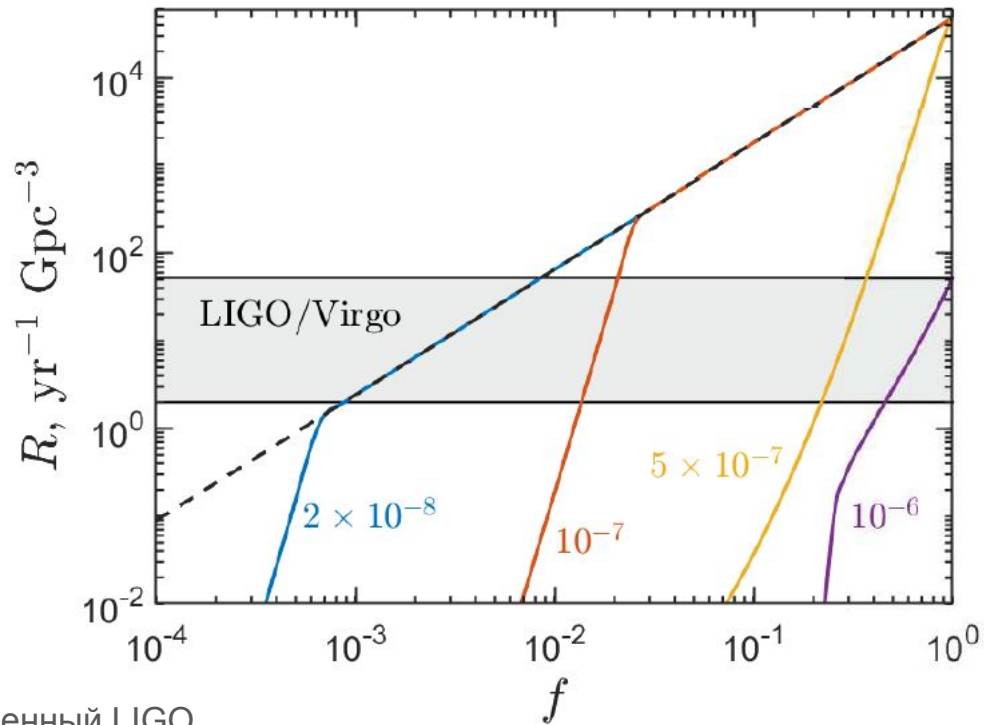
[6] Yury Eroshenko "Gravitational waves from the merger of two primordial black hole clusters"

Количество сигналов ГВ в год на Гпк^3 .

Закрашенная полоса – наблюдаемый темп, измеренный LIGO

Черная пунктирная линия – темп слияний одиночных ЧД

Сплошные линии – слияние ЧД, окружённые скоплением



Числа к линиям являются отношением *радиуса скопления* к *среднему начальному расстоянию* между ЧД [6] 4

Темп слияний (равномерное распределение)

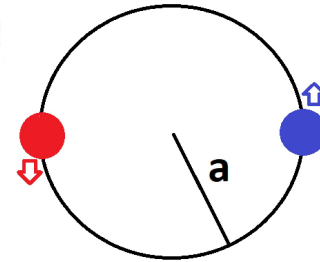
a - большая полуось, $j = \sqrt{1 - e^2}$
 e - эксцентриситет,
 j - безразмерный угловой момент

$$\bar{x} = \left(\frac{M_{\text{BH}}}{\rho_{\text{BH}}(z_{\text{eq}})} \right)^{1/3} \quad t = Q a^4 j^7, \quad Q = \frac{3}{170} (GM_{\text{BH}})^{-3}$$

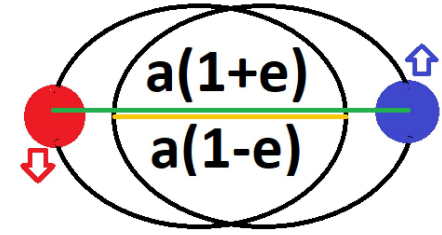
$$dP = \frac{3}{4} f^{3/2} \bar{x}^{-3/2} a^{1/2} j^{-2} da dj$$

$$\text{Темп слияний} = n_{\text{ЧД}} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{\text{сл.}}(t_0) - P_{\text{сл.}}(t_0 - \Delta t)}{\Delta t}$$

1. Выбираем долю ПЧД в скрытой массе.
2. Вычисляем среднее начальное расстояние, угловой момент j и большую полуось a .
3. Вычисляем вероятность образовать двойную.
4. Переходим к зависимости от времени (вероятность пары с (a, j) слиться в некоторый момент времени) и интегрируем.
5. Получаем **темп слияний**.

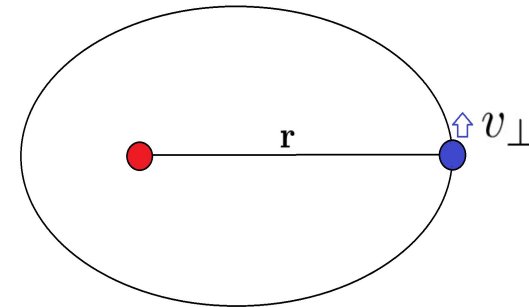


$e = 0$
 $(j = 1)$



$e, j \in (0, 1)$

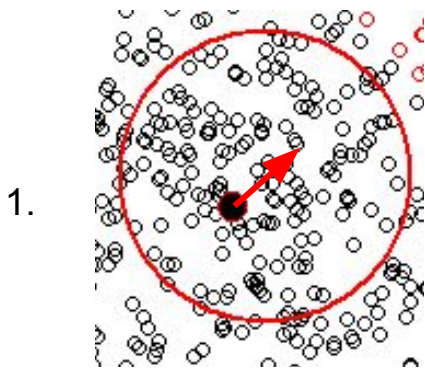
$$j \propto |\mathbf{r} \times \mathbf{v}| = r v_{\perp}$$



Небольшое увеличение перпендикулярной скорости, а значит и **углового момента**, вызывает **резкий рост времени слияния**.

Кластеризация ПЧД (неравномерное распределение)

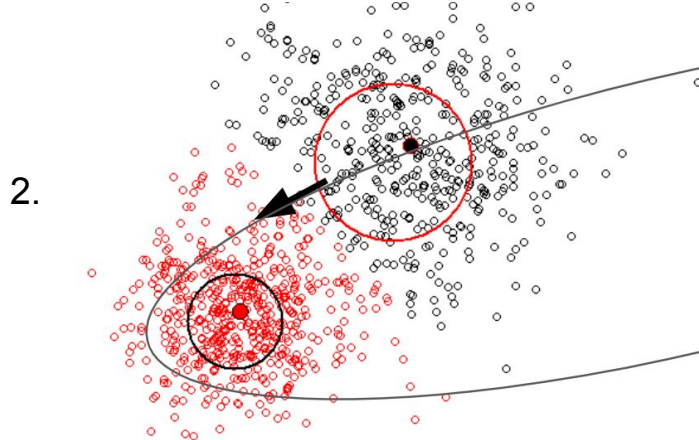
Дисперсия скоростей



$$\sigma = \eta \sqrt{\frac{GM_{\text{кл}}}{R_{\text{кл}}}}$$

$$\sigma_{\text{ПЧД}} = \sigma \sqrt{\frac{m_i}{m_{\text{ПЧД}}}}$$

Пересечение кластеров



Цели:

- Разработка среды для моделирования (N-body) динамики скоплений.
- Моделирование двойных ПЧД, окруженных скоплениями ПЧД меньших размеров.
- Исследование эволюции такой системы (как меняются параметры орбиты)
- Исследовать как меняется время жизни.

Программная реализация

[\[7\] gitlab.com/MirumeYato/pygra](https://gitlab.com/MirumeYato/pygra)

Почему такая реализация:

- Кроссплатформенность
- Удобный для разработки
- Быстрый с поддержкой Numba и numru
- Свой код легче изменять под свои нужды

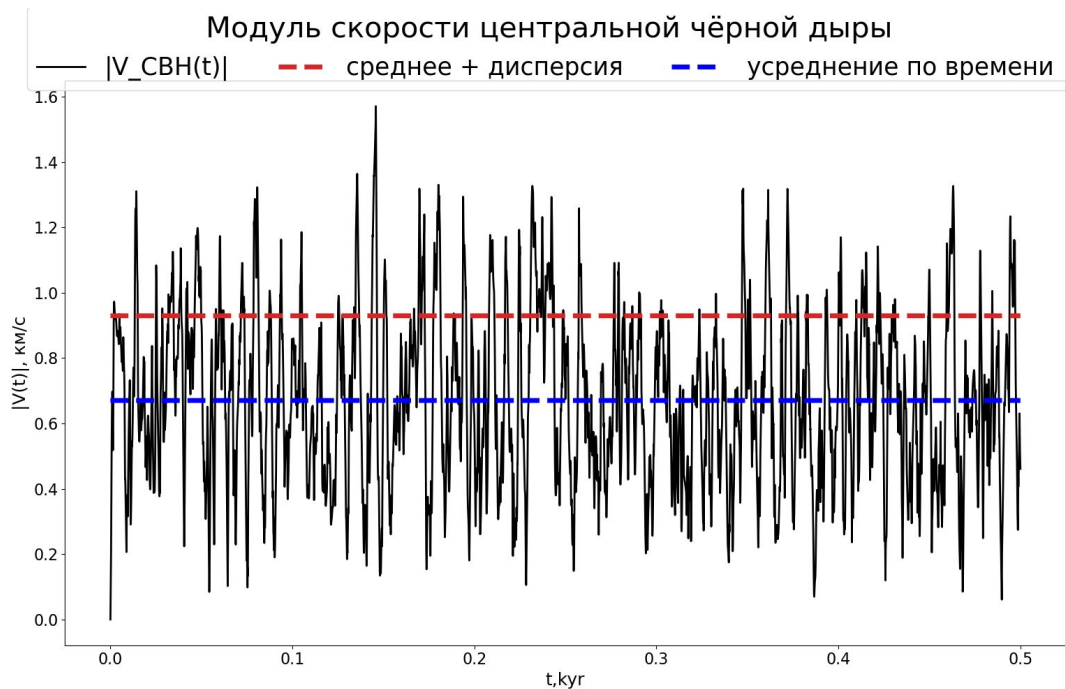


NBODY6++

Однако точность и скорость таких пакетов, как NBody6 превзойти не получится.

Оценка дисперсии скоростей

$N_{\text{общ.}} = 101$ тело, 100 из них с массой $m_i = 0.03 M_{\odot}$ и центральное $M_{\text{ЦЧД}} = 30 M_{\odot}$, радиус скопления $R_{\text{кл.}} = 10$ а.е.

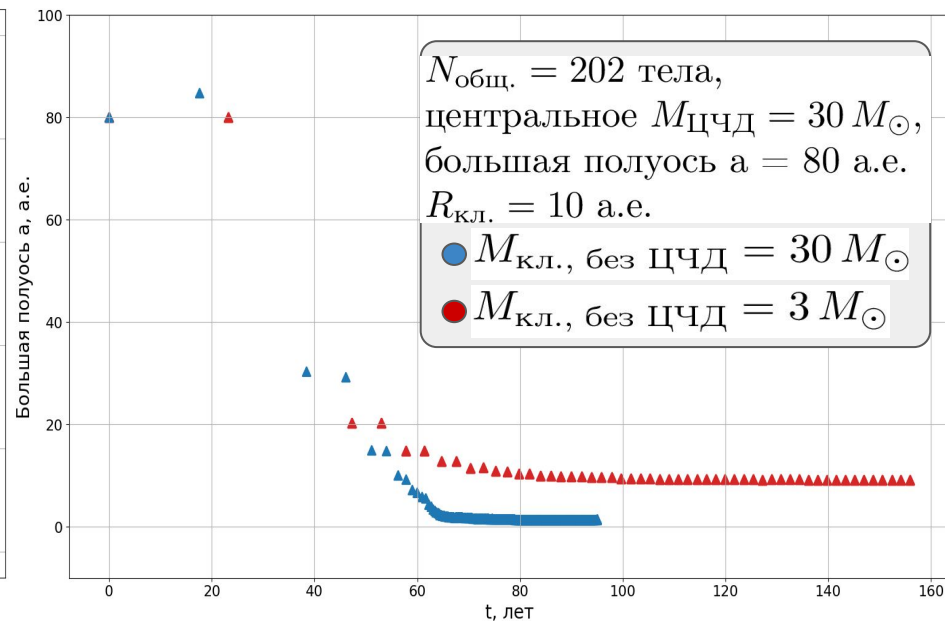
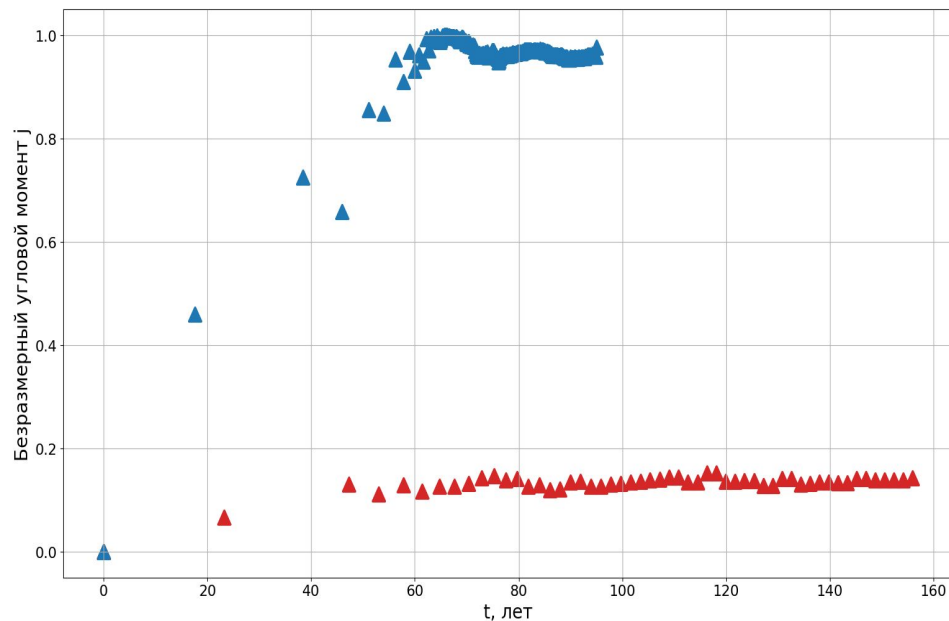


$$\sigma = \eta \sqrt{\frac{GM_{\text{кл.}}}{R_{\text{кл.}}}} \quad \sigma_{\text{ЦЧД}} = \sigma \sqrt{\frac{m_i}{m_{\text{ЦЧД}}}}$$

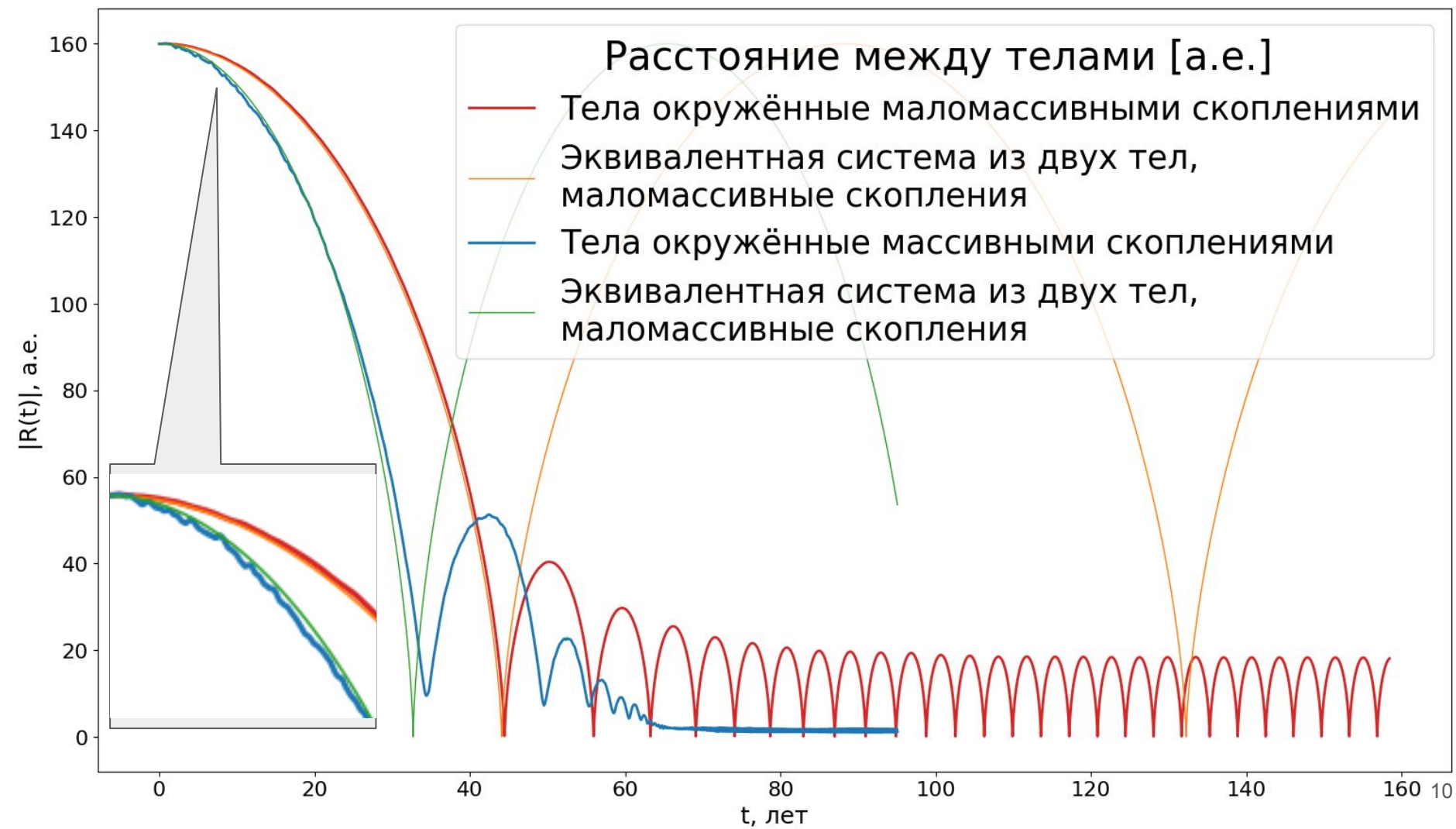
Величина	Значение
$\langle v_{\text{sim}} \rangle_t$	0.67 км/с
σ_{sim}	$\sqrt{\langle v_{\text{sim}}^2 \rangle_t - \langle v_{\text{sim}} \rangle_t^2}$ 0.26 км/с
$v_{\text{sim max}}$	$\langle v_{\text{sim}} \rangle_t + \sigma_{\text{sim}}$ 0.93 км/с
$v_{\perp \text{th}}$	1.2 км/с

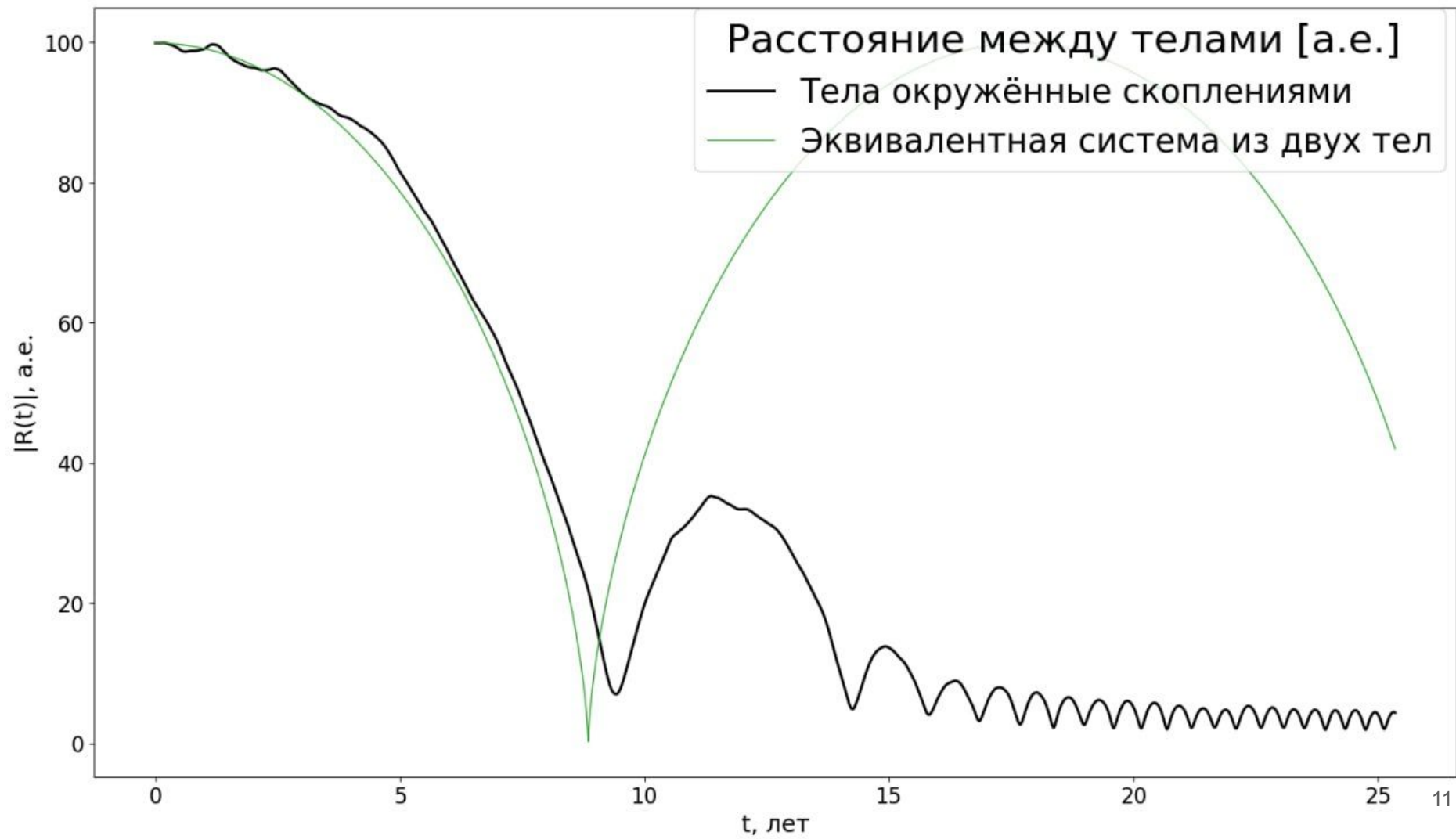
Двойная система ЦЧД, окружённых менее массивными ЧД ($j = 0$)

Величина	Было	Стало
$\dot{j}_{\text{тяж.}}$		0.977
$a_{\text{тяж.}}$	80 а.е.	1.5 а.е.
$\dot{j}_{\text{лёг.}}$		0.14
$a_{\text{лён.}}$	80 а.е.	9.2 а.е.
Время жизни для тяжёлого ск.		$1687 t_{\text{uni}}$
Время жизни для лёгкого ск.		$3 t_{\text{uni}}$



$$t_{\text{uni}} = 13 * 10^9 \text{ лет}$$





Заключение

В данной работе был проведён небольшой обзор на проблемы современной космологии, успехи гравитационно-волновой астрономии и концепции первичных чёрных дыр (ПЧД). Отдельно выполнены следующие задачи:

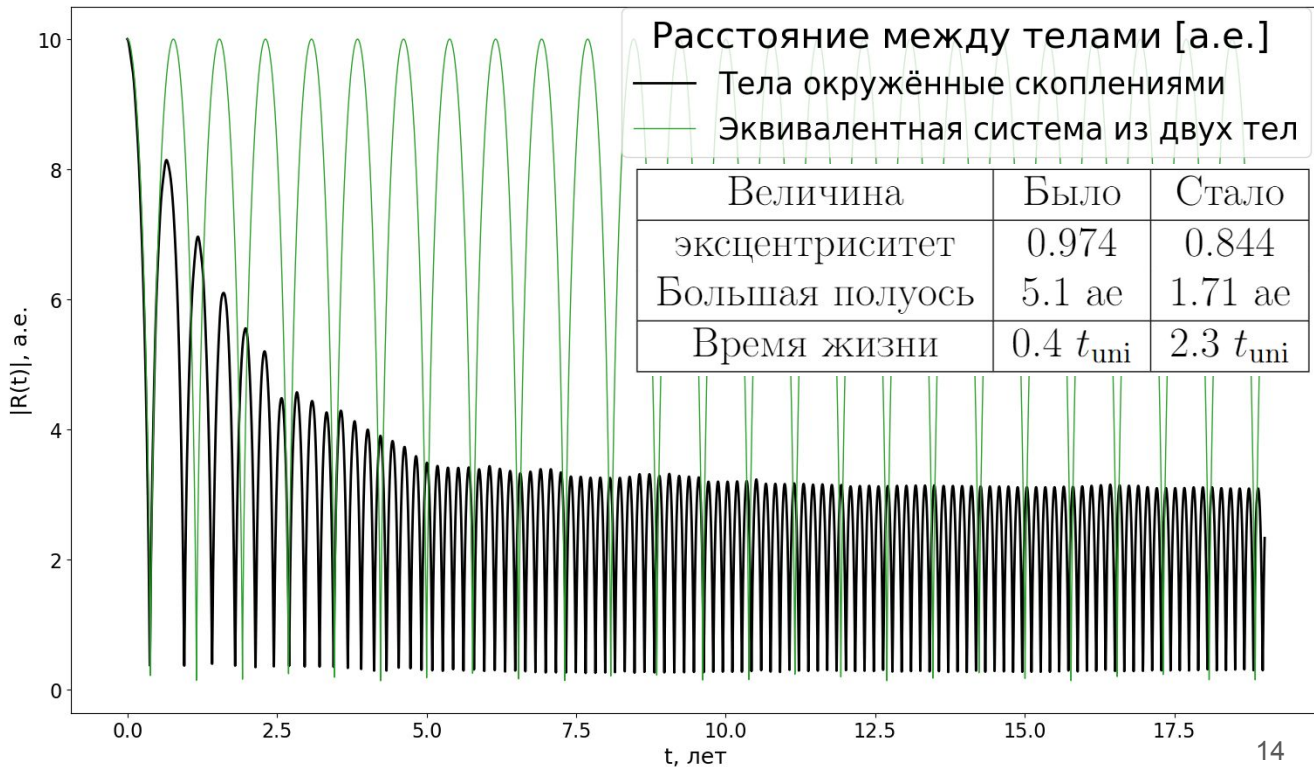
- Разработана оболочка PyGra для создания начальных условий и N-body моделирования описанных выше явлений.
- На разных примерах разобрана точность вычислений используемых методов.
- Была смоделирована система из двух однородных по массе кластеров ЧД с массивными центральными ЧД.
- Промодерирована и исследована эволюция параметров орбиты двойной системы центральных ЧД в полученных данных.
- **Оценено “время жизни” и подтверждено его увеличение в рамках наблюдаемой эволюции, что ослабит ограничения на долю ПЧД в скрытой массе.**

Спасибо за внимание

Эволюция параметров орбиты двойной системы, окружённых менее массивными ЧД ($j > 0$)

- 22 тела
- Суммарная масса 220 Масс солнц (20 тел общей массой **20 масс солнц** и два центральных тела, **массой 100**),
- Радиус скопления 1 а.е.
- Расстояние в апоцентре 10 а.е.

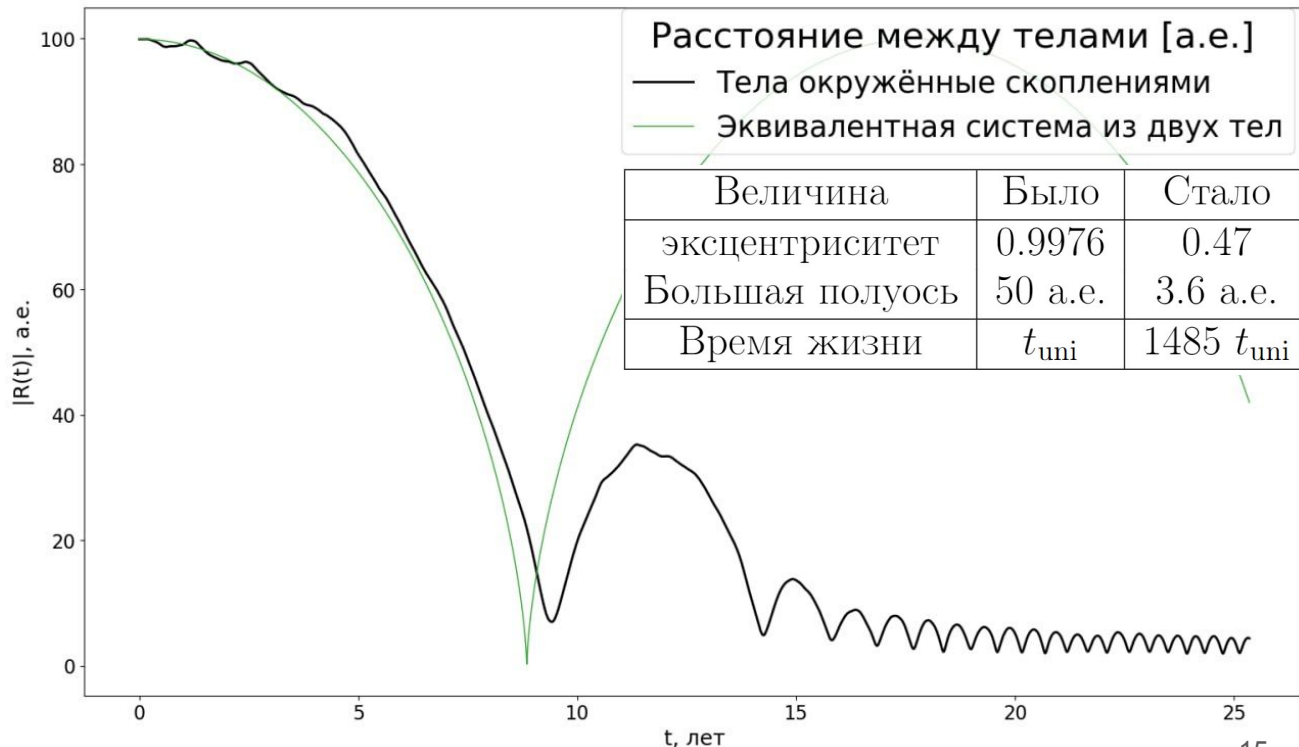
$t_{uni} = 13 * 10^9$ лет



Эволюция параметров орбиты двойной системы, окружённых менее массивными ЧД ($j > 0$)

- 102 тела
- Суммарная масса 400 Масс солнц (100 тел общей массой **200 масс солнц** и два центральных тела, массой **100**),
- Радиус скопления 20 а.е.
- Расстояние в апоцентре 99.88 а.е.

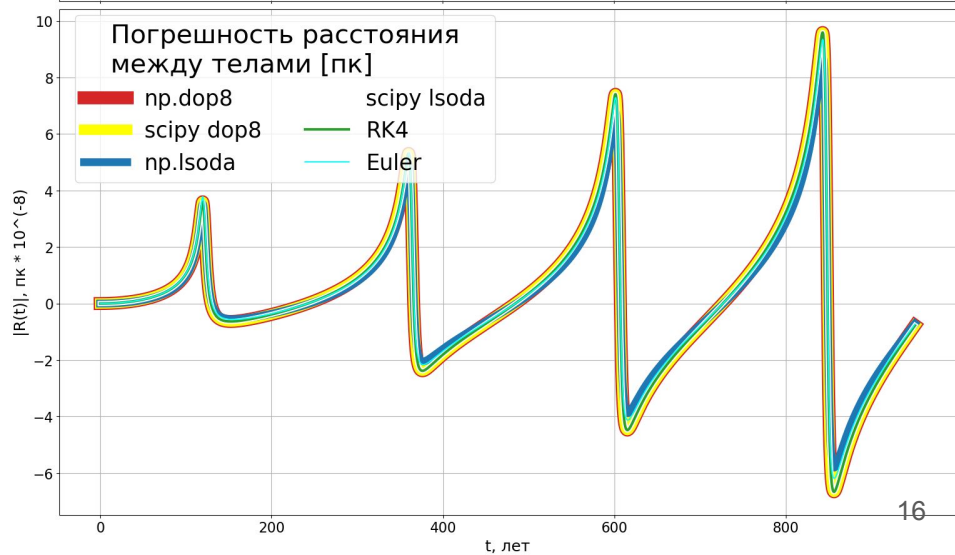
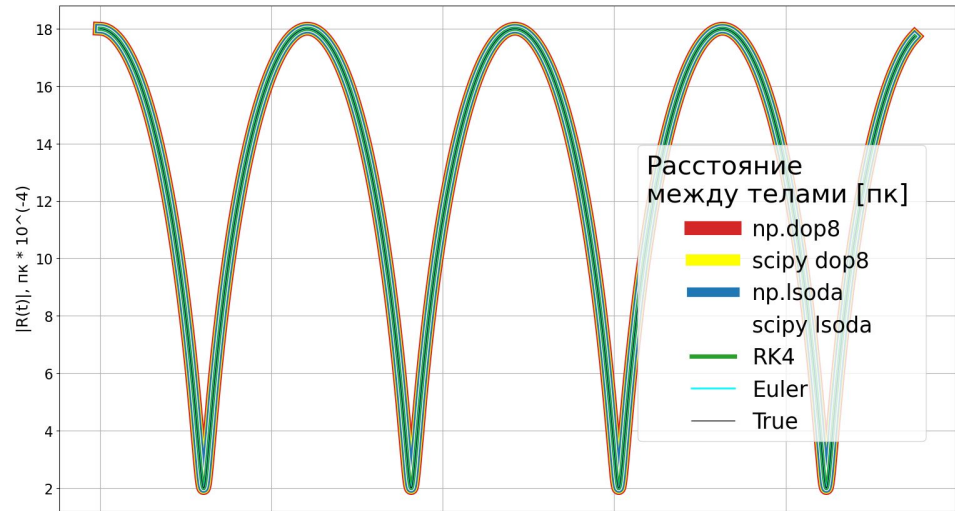
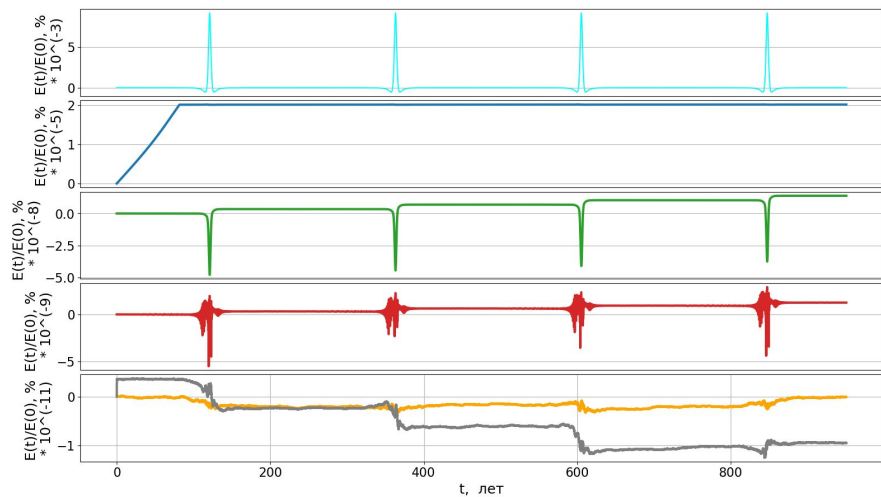
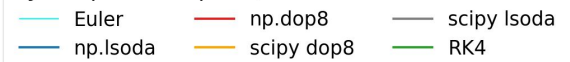
$t_{uni} = 13 * 10e9$ лет



Примеры: одиночная двойная система ЧД

- Масса тел 50 и 100 масс солнц
- $a = 10e(-3)$ пк и $e = 0.8$
относительное расстояние $1.8 \cdot 10e(-3)$ пк
- Ожидаемый период 242 года
- Временной шаг $10e6$ секунд или примерно 0.032 года
- Время конца симуляции примерно 1 тысяча лет

Суммарная энергия, относительно начальной

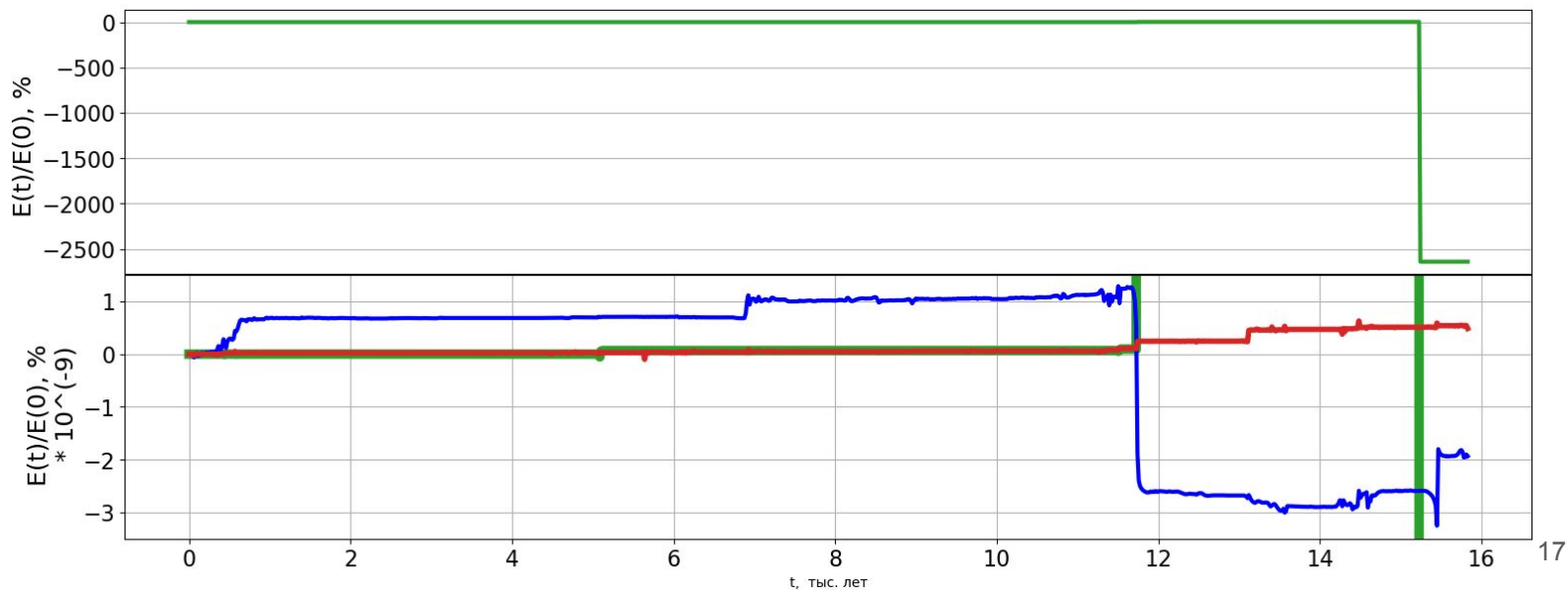


Примеры: Скопление

- 101 тело,
- суммарная масса 200 Масс солнц (100 тел общей массой 100 M_{\odot} и одно, расположенное в центре, массой 100),
- радиус скопления 0.01 пк
- временной шаг 10^6 секунд

Суммарная энергия, относительно начальной

— np.lsoda — np.dop8 — RK4



Спин ЧД

[B. P. Abbott et al. \(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration\) “Properties of the Binary Black Hole Merger GW150914” 2016](#)

(magnitude and orientation) of the individual BHs. For a BH of mass m , the spin can be at most Gm^2/c ; hence, it is conventional to quote the dimensionless spin magnitude $a = c|\mathbf{S}|/(Gm^2) \leq 1$. Nine additional parameters are

$$dP = \frac{3}{4} f^{3/2} \bar{x}^{-3/2} a^{1/2} e (1 - e^2)^{-3/2} da de.$$

$$t = Q a^4 (1 - e^2)^{7/2}, \quad Q = \frac{3}{170} (GM_{\text{BH}})^{-3}$$

[Misao Sasaki "Primordial Black Hole Scenario for the Gravitational-Wave Event GW150914"](#)

Приливные эффекты для двойных скоплений

Можно представить вместо гало частиц скрытой массы шаровое скопление ЧД меньших масс. Приливные силы в таких системах могут сильно повлиять на эксцентриситет “выравнивая” орбиту в более округлую форму и увеличивая её “время жизни”.

Примеры: Слияние двойных окружённых скоплениями

