

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

На правах рукописи

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУР
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СКРЫТОЙ МАССОЙ**

Направление подготовки 14.04.02 «Ядерная физика и технологии»

Диссертация на соискание степени магистра

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф.

_____ К. М. Белоцкий

Студент

_____ Д. С. Калашников

Москва 2023

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА МАГИСТРА

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУР
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ СКРЫТОЙ МАССОЙ**

Студент _____ Д. С. Калашников

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., доц. _____ К. М. Белоцкий

Рецензент,
д.ф.-м.н., проф. _____ Д. Н. Воскресенский

Секретарь ГЭК,
к.ф.-м.н. _____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Д. Скорохватов

Рук. учеб. прог.,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Д. Скорохватов

ОГЛАВЛЕНИЕ

1	Введение	3
2	Основные сведения	5
2.1	Самовзаимодействующая скрытая масса	5
2.2	Рекомбинация скрытой массы в космологии	6
2.3	Рекомбинация в физике плазмы	7
2.4	Рекомбинация Крамерса	7
2.5	Трехчастичная рекомбинация	8
2.6	Классическая рекомбинация	9
3	Классическая рекомбинация	10
3.1	Вывод классической формулы в теории поля Ландау	10
3.2	Невыполнение принципа соответствия	12
4	Трехчастичная рекомбинация	13
4.1	Вывод трехчастичной формулы в работе Питаевского	13
4.2	Расчет концентрации	15
4.3	Численное моделирование	17
4.4	Анализ результата	17
4.5	Область применимости трехчастичной рекомбинации	20
5	Заключение	22
	Список литературы	23

1 ВВЕДЕНИЕ

Целью исследования является изучение формирования структур из взаимодействующей скрытой массы. Рассмотрение различных процессов в различных приближениях для сечения рекомбинации с целью исследования их влияния на динамику образования структур скрытой массы.

Задачи исследования:

- 1) Произвести литературный обзор по связанным с работой темам.
 - (а) Изучить работы, связанные с самовзаимодействующей скрытой массой
 - (б) Изучить работы по космологии, исследующие рекомбинацию частиц.
 - (в) Изучить работы по физике плазмы, связанные с рекомбинацией.
 - (г) Изучить работы, в которых производится вывод формулы сечения рекомбинации и получены ограничения на их применения.
- 2) Исследовать применимость классической формулы для сечения рекомбинации.
 - (а) Рассмотреть вывод классической формулы сечения рекомбинации.
 - (б) Определить предел применимости данной формулы.
 - (в) Объяснить нарушение принципа соответствия между классической формулой и формулой Крамерса.
- 3) Исследовать применимости трехчастичного процесса в сечения рекомбинации.
 - (а) Рассмотреть вывод классической формулы сечения рекомбинации.
 - (б) Определить предел применимости данной формулы.
- 4) Оценить влияние неиспользованных ранее для космологических задач формул для сечения рекомбинации на тестовой модели самовзаимодействующей скрытой массы.
 - (а) Определить параметры модели.
 - (б) Провести численный расчет прорекомбинировавших частиц в данной модели.

(в) Определить пределы применимости использованного нами подхода.

Актуальность исследования обусловлена интересом к моделям самовзаимодействующей скрытой массы в последние годы. Холодная невзаимодействующая скрытая масса имеет ряд расхождений с наблюдениями на масштабе отдельных галактик. Модели самовзаимодействующей скрытой массы решают эти проблемы, но сильно ограничены в использовании данными из наблюдений. Использование других формул для сечения рекомбинации может снизить ограничение на данные модели и позволит более точно описывать динамику образования структур в ранней Вселенной.

2 ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

2.1 САМОВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩАЯ СКРЫТАЯ МАССА

В современной стандартной космологической модели Λ CDM Вселенная заполнена барионной материей, темной энергией и холодной невзаимодействующей, несталкивающейся скрытой массой (CDM).

Выводы, получаемые с использованием CDM хорошо согласуются с наблюдениями: она предсказывает реликтовое излучение, объясняет крупномасштабную структуру Вселенной, предсказывает концентрации водорода и гелия во Вселенной. Но существует ряд расхождений между предсказаниями Λ CDM и наблюдениями. В данной работе мы сосредоточим внимание на двух из них, проявляющихся на масштабах отдельных галактик:

- 1) Различие в плотности темной материи в гало [1];
- 2) Различие в количестве карликовых галактик [2].

Для объяснения причин расхождения рассматриваются различные расширения Λ CDM модели. Возможным расширением является добавление самовзаимодействующей скрытой массы (SIDM) [3]. Самовзаимодействие — дополнительное взаимодействие, которым обладают только частицы скрытой массы. Оно может быть введено разными способами: как упругое рассеяние, кулоновское отталкивание или притяжение, взаимодействие Юкавы и т.д.

Частицы CDM имеют слишком короткую длину свободного пробега в эпоху формирования галактик, и поэтому они образуют слишком плотные и слишком многочисленные структуры по сравнению с наблюдаемыми. Наличие самовзаимодействия приводит к обмену энергией и моментом между частицами скрытой массы, что позволяет компенсировать различие плотностного профиля гало, сделать внутреннюю часть гало более симметричной [4]. Множество работ [5–7] показывают, что количество карликовых галактик в космологическом моделировании с SIDM моделях также согласуется с наблюдениями при

определенных параметрах на взаимодействия и массы частиц.

На текущий момент происходит обработка и сбор данных поступающих от спутникового телескопа Джеймс Вебб (JWST). На ранних этапах развития Вселенной (при $z > 7$) наблюдаются существенные расхождения в количестве дисковых массивных галактик с предсказаниями Λ CDM модели [8]. За счет самовзаимодействия скрытой массы, такие галактики могут образовываться раньше, чем в предсказаниях Λ CDM.

Если ограничить силу взаимодействия, то процессы связанные с SIDM не влияют, на крупномасштабную структуру Вселенной, но позволяют решить проблемы описанные выше.

2.2 РЕКОМБИНАЦИЯ СКРЫТОЙ МАССЫ В КОСМОЛОГИИ

Рекомбинация — процесс перехода свободного иона в связанное состояние в поле другого иона.

В моделях самовзаимодействующей скрытой массы процесс рекомбинации играет определяющую роль в динамических свойствах скрытой массы и ее термодинамической эволюции [9–12]. Частицы обладающие темным зарядом теряют энергию и момент на столкновения друг с другом — диссипируют, тем самым образуют темный диск. Незаряженные частицы скрытой массы проходят друг относительно друга почти без столкновений и взаимодействуют друг с другом исключительно гравитационно — образуют гало. Таким образом, количество частиц SIDM, образовавших и не образовавших связанное состояние, определяет динамику образования структур на малых масштабах.

В текущей задаче, мы рассматриваем модель SIDM, в которой есть кулоновское темное взаимодействие и два сорта частиц: a — темный электрон, b — темный протон, заряженные темным зарядом (далее u -заряд, u -взаимодействие, u -протон, u -электрон).

2.3 РЕКОМБИНАЦИЯ В ФИЗИКЕ ПЛАЗМЫ

В физике плазмы существуют различные способы рекомбинации частиц [13]:

- 1) радиационная рекомбинация $b^+ + a \rightarrow b' + h\nu$;
- 2) диэлектронная рекомбинация $b^+ + a \rightarrow b'' \rightarrow b' + h\nu$ или $\rightarrow b^+ + a$;
- 3) трехчастичная рекомбинация $b^+ + a + X \rightarrow b + X$.

В физике плазмы трехчастичные процессы начинают доминировать над остальными при высокой плотности плазмы.

2.4 РЕКОМБИНАЦИЯ КРАМЕРСА

В большей части работ, связанных с рекомбинацией в космологии [11; 12] используют только радиационную рекомбинацию Крамерса.

Почти сто лет назад Крамерс [14] впервые получил приближенное выражение для сечения радиационного захвата свободных электронов в связанное состояние. С некоторыми корректировками префактора формулы в данной работе, результат сходится с точным квантовомеханическим расчетом [15].

Сечение рекомбинации Крамерса задается формулой (2.1):

$$\sigma_{\text{к}} = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \frac{\alpha^3 \ln(v^{-1})}{\mu^2 v^2}, \quad (2.1)$$

где α — постоянная тонкой структуры, μ — приведенная масса системы, v — начальная относительная скорость.

Вывод данной формулы был неоднократно повторен в литературе [16; 17]. Приведем в качестве примера основные тезисы вывода данной формулы из оригинальной статьи Крамерса [14]. Получение формулы основано на спектральном разложении радиационных потерь энергии электрона. В квазиклассическом приближении, формула для вычисления сечения рекомбинации Крамерса может быть задана следующим образом: $\sigma = 2\pi \int P(\rho)\rho d\rho$, где $P(\rho, \omega)$ — вероятность процесса с определенным прицельным параметром ρ . Переход электрона в связанное состояние в выводе формулы осуществляется за счет испускания фотона с энергией $\hbar\omega = mv^2/2 + E_n$. Вероятность такого процесса определяется плоским дифференциальным спектром излучения. После подстановки $P(\rho)$ и взятия интеграла, получается формула (2.1).

2.5 ТРЕХЧАСТИЧНАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ

Трехчастичная рекомбинация — это процесс, при котором вблизи положительного иона происходит столкновение (взаимодействие) электрона с третьей частицей (в нашем случае нейтрального атома), после которого электрон теряет часть энергии и образует связанное состояние с ионом.

Не существует общей теории расчета скорости трехчастичных процессов. Расчет производится в некоторых приближениях. Вывод формул для трехчастичной рекомбинации был получен Питаевским в работе [18]. В данной работе производится расчёт коэффициента электрон-ионной рекомбинации β , на основе теории диффузии:

$$\beta = \frac{32\sqrt{2\pi} m_a^{1/2} e^6 \sigma}{3 T^{5/2} m_b} n, \quad (2.2)$$

где m_a , m_b — массы соответствующих частиц, e заряд, T — температура плазмы, σ — полное сечение рассеяния электрона, n — концентрация атомов. Данный коэффициент показывает скорость протекания реакции.

В данной работе было получено следующее ограничение на пределы применимости формулы:

$$T \ll e^2 n \sigma \sqrt{\frac{m_a}{m_b}}. \quad (2.3)$$

2.6 КЛАССИЧЕСКАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ

В данной работе также рассматривался классический подход к расчету сечения рекомбинации. В данном подходе мы можем рассчитать сечение процесса через прицельный параметр налетающего электрона. Электрон ускоряется, двигаясь в поле заряженного ядра, а значит начинает терять свою энергию. Если электрон потеряет всю свою начальную энергию при таком движении, то мы можем считать, что он перешел в связанное состояние — произошла рекомбинация.

Используя такой подход, мы можем получить классическую формулу сечения рекомбинации:

$$\sigma_{c1} = (4\pi)^{2/5} \pi \frac{\alpha^2}{\mu^2} \frac{1}{v^{14/5}}, \quad (2.4)$$

где α — постоянная тонкой структуры, μ — приведенная масса системы, v — начальная относительная скорость.

В работе [9] было показано, что при использовании классического подхода, можно добиться большого количества прорекомбинировавших частиц при соответствующих параметрах модели.

3 КЛАССИЧЕСКАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ

3.1 ВЫВОД КЛАССИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ В ТЕОРИИ ПОЛЯ ЛАНДАУ

Классическую формулу (2.4) также можно получить исходя из рассуждений, представленных в [17]. Для проверки представленных выше выкладок, необходимо провести оценку условий применимости этих рассуждений.

Рассматривается поле системы зарядов на расстояниях, далеких от самой системы. $\mathbf{R} \approx R_0 - \mathbf{nr}$. Для этого необходимо выполнение двух условий: $a_0 \ll r$, $\lambda \ll r$. Поле, создаваемое движущимися зарядами, может быть описано с помощью формул для запаздывающих потенциалов:

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{1}{R_0} \int \rho_{t-R_0/c+\mathbf{rn}/c} dV \\ \mathbf{A} &= \frac{1}{cR_0} \int \mathbf{j}_{t-R_0/c+\mathbf{rn}/c} dV\end{aligned}$$

Также пренебрежем временем $\frac{\mathbf{rn}}{c}$ в подынтегральном выражении. Это можно сделать, если характерные размеры системы будут меньше длины излучаемого света. Это условие можно представить иначе: $v \ll c$. Данное приближение называется дипольным и для него характерна простая форма записи магнитного поля:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{c} [\dot{\mathbf{A}}\mathbf{n}] = \frac{1}{c^2 R_0} \frac{d}{dt} \int \rho_{t-R_0/c} \mathbf{v} dV = \frac{1}{c^2 R_0} \frac{d}{dt} \sum e \mathbf{v} = \frac{1}{c^2 R_0} [\ddot{\mathbf{d}}\mathbf{n}]$$

Интенсивность излучения dI на элемент телесного угла $d\Omega$ определяется как количество энергии, проходящей через элемент шаровой поверхности $df =$

$R_0^2 do$ с центром в начале координат и радиуса R_0 . То есть интенсивность:

$$dI = c \frac{H^2}{4\pi} R_0^2 do.$$

Далее в полученную формулу подставляем поле и векторный потенциал (3.1) нашей системы зарядов, интегрируем по телесному углу:

$$I = \frac{2}{3c^3} \ddot{\mathbf{d}}^2. \quad (3.1)$$

При столкновении двух заряженных частиц:

$$\Delta E = \frac{\mu v_0^5}{3c^3 Z e^2} t g^3 \frac{\chi}{2} G(\chi) \left(\frac{e}{m} - \frac{Ze}{m_a} \right)^2 \quad (3.2)$$

$$G(\chi) = (\pi + \chi) \left(1 + 3t g^2 \frac{\chi}{2} \right) + 6t g \frac{\chi}{2}$$

Где под χ понимается положительный угол, определяемый из соотношения $\text{ctg} \frac{\chi}{2} = \mu v_0^2 \rho / Ze^2$, m_a —масса ядра (Кулоновского центра), $\mu = \frac{m \cdot m_a}{m + m_a}$ — приведённая масса, ρ — прицельный параметр налетающего электрона, v_0 — скорость в системе центра масс.

Учитывая, что масса электрона много меньше массы ядра, то $v_0 = v$ можно считать скоростью налетающего электрона, а слагаемым Ze/m_a в формуле (3.2) можно пренебречь. Если устремить v к нулю, то и $\text{ctg} \frac{\chi}{2}$ будет стремиться к нулю, тогда $\chi \rightarrow \pi$.

В данном пределе получаем $G(\chi) \approx 6\pi t g^5 \frac{\chi}{2}$. Далее необходимо положить $\Delta E = mv^2/2$, и после элементарных преобразований опять получаем формулу (2.4).

Как показано в работах [9; 19] область применения классической формулы будет задаваться неравенством:

$$Z^4 \left(\frac{c}{v} \right)^2 \gg \alpha^{-5}. \quad (3.3)$$

3.2 НЕВЫПОЛНЕНИЕ ПРИНЦИПА СООТВЕТСТВИЯ

Принцип соответствия — это фундаментальный принцип, согласно которому корректно получаемые результаты в предшествующих теориях должны быть возобновимы как некоторый предел в современных теориях. Формулы полученные при помощи классического и квантового расчета отличаются друг от друга функционально и численно. Но обе формулы применимы в смежных параметрах модели. Возникает вопрос о том, почему принцип соответствия не выполняется при рассмотрении классической формулы сечения рекомбинации

Для разрешения данной проблемы, в рамках работы были исследованы выводы формулы Крамерса и классической формулы рекомбинации.

При падении электрона на ядро, необходимо учитывать величину углового момента. Рассчитанный в рамках классической электродинамики угловой момент, оказывается меньше постоянной Планка \hbar . Это означает, что электрон во время падения не может испустить фотон для передачи энергии и перехода в связанное состояние. Следовательно, классический расчет дает некорректный результат с точки зрения квантовой механики.

В рамках данной работы было показано, что при статистическом подходе к рассмотрению данной задачи, из классической формулы может быть получена формула Крамерса. Для этого мы должны положить, что лишь часть электронов рекомбинируют в процессе реакции. Вероятность перехода определяется, как отношение классически рассчитанного потерянного момента электрона и постоянной Планка. Далее используя эту вероятность и формулу для спектра излучения фотонов, можно получить полуклассическую формулу, отличающуюся от формулы Крамерса лишь префактором.

По результатам работы была опубликована статьи [16; 20], в которых приведен подробный анализ классической задачи.

4 ТРЕХЧАСТИЧНАЯ РЕКОМБИНАЦИЯ

4.1 ВЫВОД ТРЕХЧАСТИЧНОЙ ФОРМУЛЫ В РАБОТЕ ПИТАЕВСКОГО

В рамках данной дипломной работы особый интерес представляет ограничения на применимость формулы для сечения трехчастичной рекомбинации. В связи с этим была изучена оригинальная работа Питаевского [18], в которой был получен вывод данной формулы. Целью работы является расчет коэффициента электрон-ионной рекомбинации в слабоионизированном газе при высоких давлениях и высоких температурах.

Процесс рекомбинации в данной работе рассматривается, как процесс диффузии энергии электрона в энергетическом пространстве в направлении отрицательных энергий. Тогда функция распределения электронов в фазовом пространстве $f(E)$, является уравнением диффузии:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -A(E) \frac{\partial}{\partial E} j(E), \quad (4.1)$$

где $j(E)$ — поток частиц.

Поток для распределения Больцмана может быть записан, как:

$$j(E) = -B(E)(\partial f / \partial E + f / kT), \quad (4.2)$$

где k — постоянная Больцмана, T — температура газа. Коэффициенты $A(E)$, $B(E)$ — нормировочные коэффициенты распределений.

Коэффициент $A(E)$ определяется в работе из условия нормировки распределения энергии электронов на дельта-функцию соответствующей классической энергии:

$$A(E) = \sqrt{2}(-E)^{5/2} 2\pi^3 e^6 m^{3/2}, \quad (4.3)$$

где m , e — масса и заряд электрона.

Нахождение коэффициент $B(E)$ сводится к нахождению среднего квадрата изменения энергии частицы за единицу времени $\overline{(\partial\Delta E)^2/\partial t}$:

$$B = \frac{1}{2A} \frac{\overline{\partial(\Delta E)^2}}{\partial t}. \quad (4.4)$$

Чтобы вычислить $\overline{\partial(\Delta E)^2/\partial t}$ автор предполагает, что газ одноатомный и что столкновения между электроном и атомом происходят достаточно быстро, что можно предположить, что электрон во время столкновения с атомами остается свободен. Это необходимо для вычисления средней потерянной энергии. Данное предположение накладывает ограничение на применимость данной формулы:

$$kT \ll \sqrt{m/Me^2}/a. \quad (4.5)$$

Данное ограничение говорит о том, что ионы и нейтральные атомы движатся медленно по сравнению с электроном, поэтому их распределение в плазме можно считать практически однородным. Поэтому столкновениями типа ион-атом можно пренебречь.

Второе условие применимости данной формулы исходит из того, что в выводе формулы используется диффузия в энергетическом пространстве электрона, но существует также и распределение в координатном пространстве электрона. Для применимости данных формул необходимо, чтобы равновесие в координатном пространстве электрона достигалось быстрее, чем в пространстве энергетическом. Данное требование выражается автором в формуле:

$$kT \gg e^2 n \sigma \sqrt{m/M}, \quad (4.6)$$

где σ — сечение упругого рассеяния электрона.

В качестве финального результата получается коэффициент трехчастичной рекомбинации — коэффициент определяющий скорость процесса:

$$\beta = \frac{32\sqrt{2\pi}}{3} \frac{m^{1/2} e^6 \sigma}{T^{5/2} M} n, \quad (4.7)$$

В нашей работе мы не ставим целью привести полный вывод формулы, а лишь привести основную идею работы и границы применимости формулы.

4.2 РАСЧЕТ КОНЦЕНТРАЦИИ

В ранней Вселенной при температурах выше чем m_a процесс ионизации и рекомбинации находятся в химическом равновесии. При расширении Вселенной у-электроны и у-протоны замедлились и получили возможность образовывать связанные состояния. Данный газ становится прозрачным для у-излучения: происходит процесс оцепления у-фотонов. Положим, что отцепление произошло при температуре порядка $T_{\text{rec}} \sim m_a/10$.

Сразу после рекомбинации у-фотонный фон отцепляется от а и b, а также от обычной материи. Температура у-фона (T_y), изменяется как $1/a$, где a — масштабный фактор. Влияние обычной материи на у-плазму мало (т.к. мало взаимодействие), поэтому после оцепления от у-фона [9], температура газа у-частиц изменяется во времени как:

$$T_a \approx \frac{T^2}{T_{ay}}, \quad T_{ay} = 0.2 \text{ MeV} \left(\frac{m_a}{100 \text{ GeV}} \right) \frac{1/100}{\alpha_y}. \quad (4.8)$$

Для расчета изменения концентрации у-частиц воспользуемся уравнением Больцмана:

$$-\frac{dn_a}{dt} = \langle \sigma v \rangle n_a n_b + 3Hn_a, \quad (4.9)$$

где n_a , n_b — концентрация частиц а и b, $\langle \sigma v \rangle$ — скорость рекомбинации, H — параметр Хаббла. Для достижения электронейтральной плазмы положим, что частиц а и б одинаковое количество: $n_a = n_b = n$. Получим уравнение:

$$-\frac{dn}{dt} = \langle \sigma v \rangle n^2 + 3Hn. \quad (4.10)$$

В процессе эволюции Вселенная расширяется, в связи с этим концентрация в единице объема постоянно падает. Также время не является удобной переменной для отсчета масштаба в космологии, гораздо удобнее использовать масштабный фактор или температуру фотонов. Для удобства оценки мы перейдем к другим переменным:

$$r = n/s, \quad s \approx \frac{2\pi^2 g_s}{45} T^3, \quad (4.11)$$

где s — плотность энтропии, g_s — количество степеней свободы.

$$-dt = \frac{1}{HT} dT, \quad (4.12)$$

где T — температура фотонов.

Учтем также, что скорость трехчастичной рекомбинации $\langle\sigma v\rangle = \beta(T_a)$. Тогда уравнение (4.10) можно переписать в виде:

$$\frac{dr}{dT} = \frac{r^2 s}{HT} \beta(T_a) = \frac{32\sqrt{2\pi}}{3} \frac{r^3 s^2 m_a^{1/2} e_y^6 \sigma}{HT T_a^{5/2} m_b}. \quad (4.13)$$

Полное сечение взаимодействия электрона с нейтральным атомом $\sigma \sim e_y^4/T_a^2$. Учтем связь между температурой у-частиц и обычных фотонов (4.8):

$$\frac{dr}{dT} = \frac{32\sqrt{2\pi}}{3} \cdot \frac{s^2 m_a^{1/2} e_y^{10} T_{ay}^{9/2}}{H m_b} \cdot \frac{r^3}{T^{10}}. \quad (4.14)$$

Параметр Хаббла на RD и MD стадиях имеет следующую зависимость от температуры:

$$H(T) = \begin{cases} h_{\text{RD}} T^2 & h_{\text{RD}} = 5.5\sqrt{g_\epsilon/11}/M_{Pl} \\ h_{\text{MD}} T^{3/2} & h_{\text{MD}} = 10^{-14}/M_{Pl} \end{cases}. \quad (4.15)$$

Подставив выражение для плотности энтропии и параметра Хаббла в уравнение (4.14). Тогда для RD стадии:

$$\frac{dr}{dT} = \frac{32\sqrt{2\pi}}{3} \cdot \frac{(2\pi^2 g_s/45)^2 m_a^{1/2} e_y^{10} T_{ay}^{9/2}}{h_{\text{RD}} m_b} \cdot \frac{r^3}{T^6}. \quad (4.16)$$

Разделив переменные и проинтегрировав с начальными условиями $r(T_{\text{rec}}) = r_0$, получаем выражение для относительной плотности на RD стадии:

$$r_{\text{RD}}(T) = r_0 \cdot \left(1 + \frac{2}{5} D_{\text{RD}} r_0^2 \left(\frac{1}{T^5} - \frac{1}{T_{\text{rec}}^5} \right) \right)^{-1/2}, \quad (4.17)$$

$$D_{\text{RD}} = \frac{32\sqrt{2\pi}}{3} \frac{(2\pi^2 g_s/45)^2 m_a^{1/2} e_y^{10} T_{ay}^{9/2}}{h_{\text{RD}} m_b}.$$

Переход на MD стадию произошел при $T_{\text{RM}} \approx 1.2 \text{ eV}$ и $r_{\text{RM}} = r_{\text{RD}}(T_{\text{RM}})$. Тогда произведя подобные выкладки на MD стадии, получаем:

$$r_{\text{MD}}(T) = r_{\text{RM}} \cdot \left(1 + \frac{4}{9} D_{\text{MD}} r_{\text{RM}}^2 \left(\frac{1}{T^{9/2}} - \frac{1}{T_{\text{RM}}^{9/2}} \right) \right)^{-1/2}, \quad (4.18)$$

$$D_{\text{MD}} = \frac{32\sqrt{2\pi}}{3} \frac{(2\pi^2 g_s/45)^2 m_a^{1/2} e_y^{10} T_{ay}^{9/2}}{h_{\text{MD}} m_b}.$$

4.3 ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Воспользуемся моделью SIDM, рассмотренной в статье [9] для сравнения вклада от трехчастичной рекомбинации в концентрацию u -частиц.

m_a	100 GeV
m_b	1 TeV
α_y	1/100
r_{rec}	$4.6 \cdot 10^{-13}$

Численное решение представлено на графиках (4.1) и (4.2). Следует также учесть ограничения на этот результат из пределов применимости формул (4.17) и (4.18). Их можно получить из (2.3), перейдя к переменным r и T :

$$\frac{r}{r_0} \gg \frac{T_{ay}^2}{T^4} \left((4\pi\alpha)^3 r_0 \sqrt{\frac{m_a}{m_b}} (2\pi^2 g_s/45) \right)^{-1}. \quad (4.19)$$

4.4 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТА

В результате численного расчета были получены графики (4.1, 4.2), на которых отражена зависимость относительной плотности заряженных u -частиц от температуры обычных фотонов.

Для формулы рекомбинации Крамерса, относительное количество прорекомбинировавших частиц не превышает 10 процентов к настоящему моменту времени ($T \approx 10^{-5}$ эВ). То есть, большая часть плазмы остается заряженной: сохраняет взаимодействие между частицами.

Большая часть частиц плазмы рекомбинирует при использовании формулы трехчастичной рекомбинации. К настоящему моменту времени относительное количество прорекомбинировавших частиц составит $r/r_0 = 10^{16}$, то есть буквально все частицы. Подобный механизм позволил за короткий интервал времени перевести все частицы SIDM в связанное состояние, ведущее себя как частицы невзаимодействующей скрытой массы, то есть убрать эффект самовзаимодействия данных частиц к настоящему моменту времени.

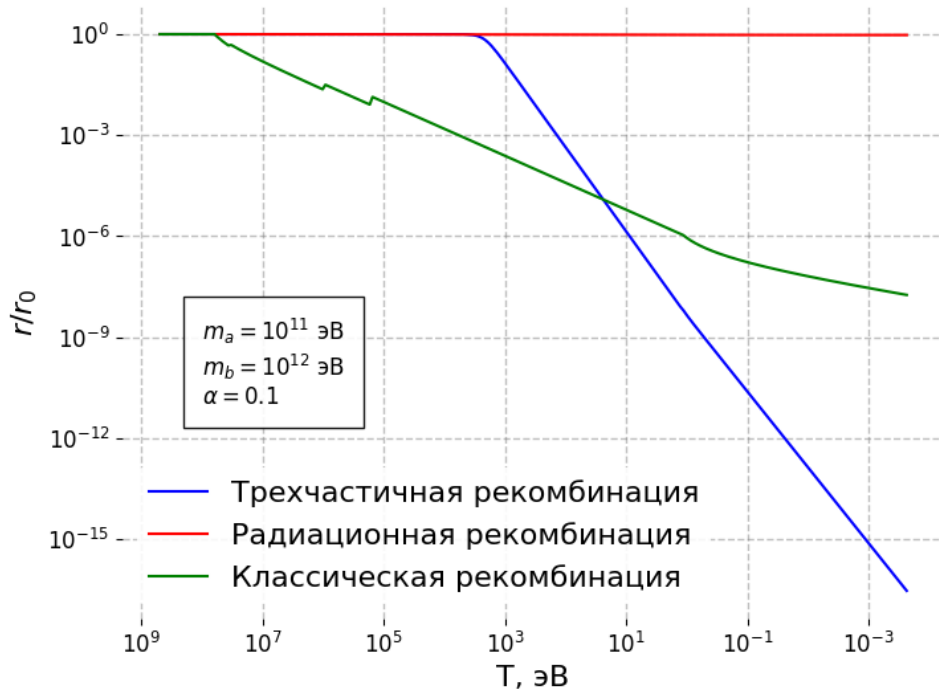


Рисунок 4.1 — График зависимости относительной плотности у-заряженных частиц скрытой массы от температуры фотонов. Трехчастичная рекомбинация приводит к тому, что почти все частицы переходят в связанное состояние к настоящему моменту.

На графике (4.3) также выведено ограничение на применение трехчастичной формулы. Формула трехчастичной рекомбинации применима, если относительная плотность частиц больше значения данной функции при определенной температуре. Как видим, для текущих параметров модели, трехчастичная рекомбинация не применима.

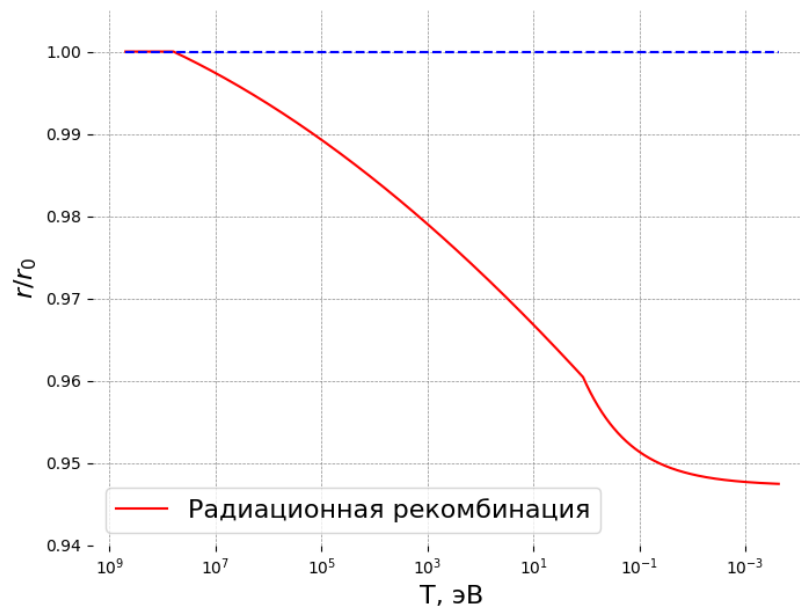


Рисунок 4.2 — График зависимости относительной плотности u -заряженных частиц скрытой массы от температуры фотонов для рекомбинации Крамерса. Примерно 5 процентов частиц перейдут в связанное состояние к настоящему моменту времени.

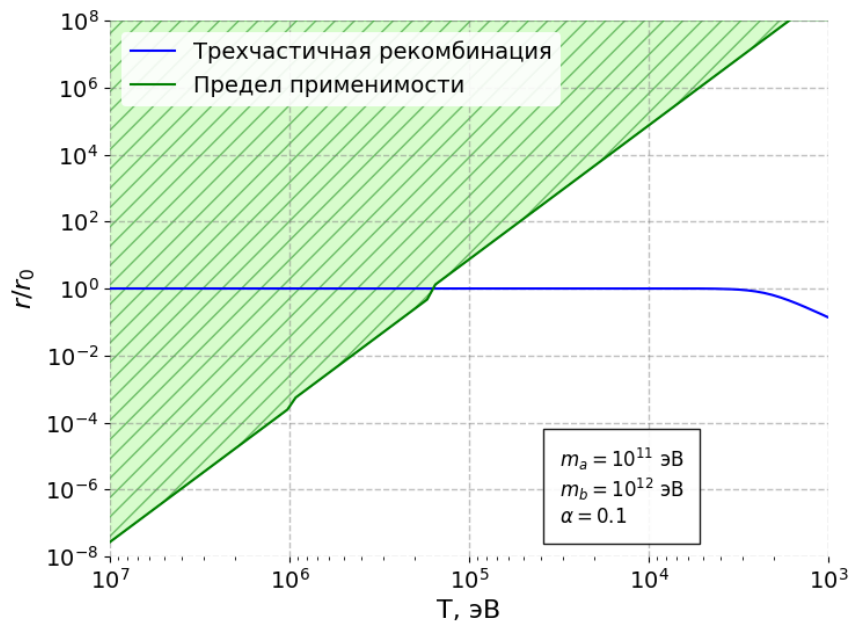


Рисунок 4.3 — График зависимости относительной плотности u -заряженных частиц скрытой массы от температуры фотонов. Заштрихованная область выше зеленой кривой описывает область применимости формулы трехчастичной рекомбинации.

4.5 ОБЛАСТЬ ПРИМЕНИМОСТИ ТРЕХЧАСТИЧНОЙ РЕКОМБИНАЦИИ

Рассмотренная нами параметры модели не удовлетворяет условиям применимости формулы трехчастичной рекомбинации. Но мы можем подобрать параметры самовзаимодействующей скрытой массы (массы частиц и силу взаимодействия между ними) такими, что условия будут выполняться.

В текущей секции работы было исследовано пространство параметров нашей модели. При различных параметрах рассчитывались относительная плотность частиц нерекombинировавшей скрытой массы по формуле трехчастичной рекомбинации и ограничение на применимость формулы. Находилась точка пересечения двух этих функций — количество частиц, которые успевали перейти в связанное состояние до того, как формула трехчастичной рекомбинации переставала быть применима. Полученное значение относительной плотности ставилось в соответствие параметрам, при котором оно было получено.

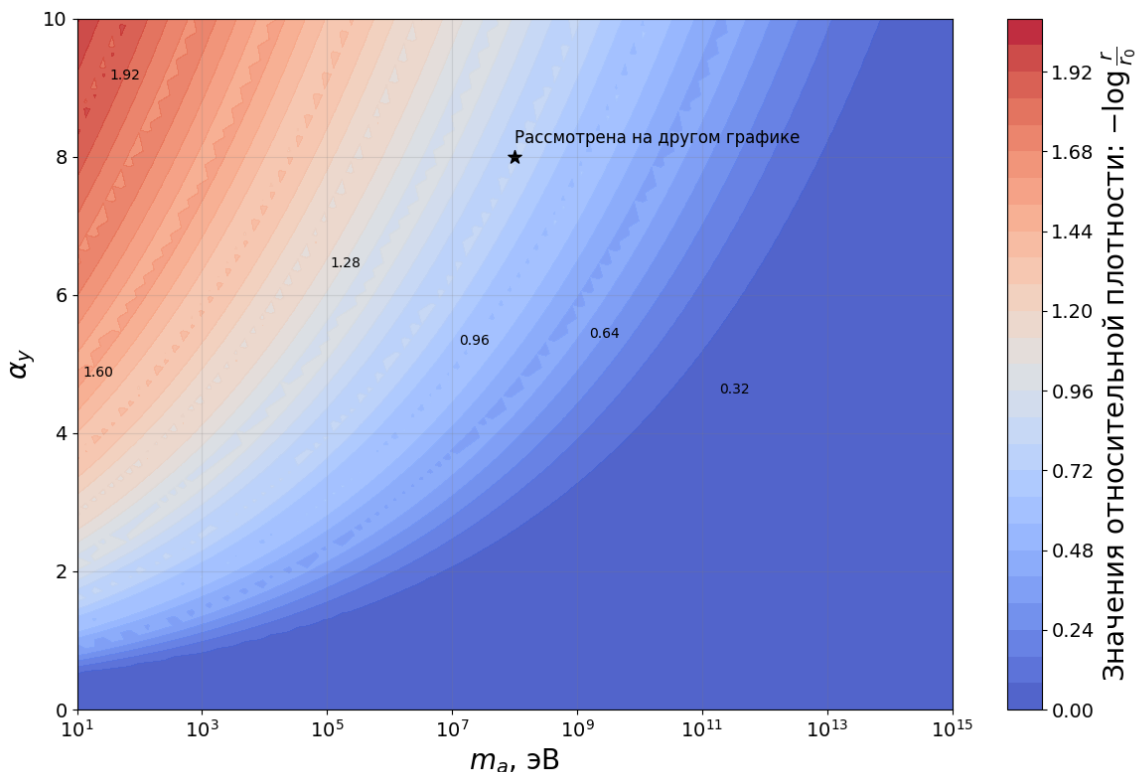


Рисунок 4.4 — Распределение значений предельной относительной плотности прорекомбинировавших u -частиц от параметров модели. Значение в каждой ячейке характеризует порядок относительной плотности частиц, успевших прорекомбинировать за время, пока формула трехчастичной рекомбинации была применима.

Данные, полученные с помощью этих вычислений приведены на графике (4.4). По графику видно, что трехчастичная рекомбинация переводит большее количество частиц в связанное состояние для больших констант связи (α_y) и малых масс частиц (m_a). Чтобы наглядно показать процесс рекомбинации в случае, когда формула трехчастичной рекомбинации применима, был построен график (4.5). Как видим по графику, определенная часть частиц успевает перейти в связанное состояние, часть частиц остается ионизированными. Подобная двухкомпонентная темная плазма является одной из моделей, объясняющих позитронную аномалию [21].

Формула трехчастичной рекомбинации может быть применена к широкому диапазону значений параметров SIDM моделей. Для некоторых наборов параметров, она будет давать новый физический результат, которые не наблюдались с помощью рекомбинации Крамерса.

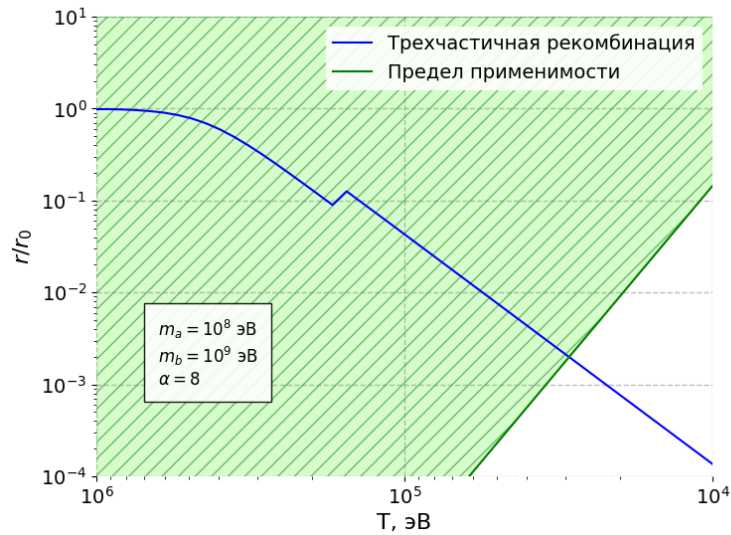


Рисунок 4.5 — График зависимости относительной плотности u -заряженных частиц скрытой массы от температуры фотонов с ограничением на применимость формулы. При данных параметрах ионизированными остается меньше процента частиц к моменту, когда формула трехчастичной рекомбинации становится неприменима.

5 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе проводилось исследование влияние различных процессов рекомбинации на концентрацию частиц скрытой массы. Были аналитически получены зависимости относительной плотности от температуры фотонов на разных стадиях развития Вселенной. Также был произведен численный расчет прорекомбинировавших частиц при определенных параметрах модели.

Было показано, что классическая формула рекомбинации не удовлетворяет принципу соответствия и должна быть модифицирована за счет квантовая момента налетающего электрона [16].

Трехчастичный процесс приводит к тому, что частицы быстро переходят в связанные состояния по сравнению с радиационной рекомбинацией. Но существуют жесткие ограничения на такой процесс: плотность частиц должна быть достаточно большой, чтобы подобный процесс мог происходить. При рассмотренных параметрах модели трехчастичная рекомбинация не может быть использована.

Данный процесс может быть применен при определенных параметрах модели: большей константе взаимодействия или больших массах частиц. Было исследовано пространство параметров модели (График 4.4), при определенных значениях параметров вклад трехчастичной рекомбинации значительно превышает вклад радиационной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Density Profiles and Substructure of Dark Matter Halos: Converging Results at Ultra-High Numerical Resolution / S. Ghigna [et al.] // The Astrophysical Journal. — 2000. — Vol. 544, no. 2. — P. 616–628. — ISSN 1538-4357.
2. Where Are the Missing Galactic Satellites? / A. Klypin [et al.] // The Astrophysical Journal. — 1999. — Vol. 522, no. 1. — P. 82–92.
3. *Spergel D. N., Steinhardt P. J.* Observational Evidence for Self-Interacting Cold Dark Matter // Phys. Rev. Lett. — 2000. — P. 3760–3763.
4. Self-interacting dark matter / B. D. Wandelt [et al.] // 4th International Symposium on Sources and Detection of Dark Matter in the Universe (DM 2000). — 2000. — P. 263–274.
5. *Rubakov V. A.* Cosmology and Dark Matter. — 2019.
6. *Randall L., Scholtz J.* Dissipative dark matter and the Andromeda plane of satellites // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2015. — P. 057–057. — ISSN 1475-7516.
7. Dissipative dark matter on FIRE-I. Structural and kinematic properties of dwarf galaxies / X. Shen [et al.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2021. — P. 4421–4445. — ISSN 1365-2966.
8. A population of red candidate massive galaxies 600 Myr after the Big Bang / I. Labbe [et al.]. — 2022. — arXiv: [2207.12446](https://arxiv.org/abs/2207.12446) [[astro-ph.GA](https://arxiv.org/abs/2207.12446)].
9. *Belotsky K., Esipova E., Kirillov A.* On the classical description of the recombination of dark matter particles with a Coulomb-like interaction // Physics Letters B. — 2016. — Vol. 761. — P. 81–86.
10. *Belotsky K., Esipova E., Kirillov A.* On the temperature evolution of multicomponent dark matter with Coulomb-like interaction // Journal of Physics: Conference Series. — 2016. — Vol. 675. — P. 012017.

11. *Harling B., Petraki K.* Bound-state formation for thermal relic dark matter and unitarity // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2014. — Vol. 2014.
12. *Petraki K., Pearce L., Kusenko A.* Self-interacting asymmetric dark matter coupled to a light massive dark photon // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2014. — Vol. 2014.
13. *Knyazev B.* Low Temperature Plasma and Gas Discharge. In Russian. — 2003. — ISBN 5-94356-137-4.
14. *Kramers H. A.* XCIII. On the theory of X-ray absorption and of the continuous X-ray spectrum // Philosophical Magazine Series 1. — 1923. — Vol. 46. — P. 836–871.
15. *Kotelnikov I. A., Milstein A. I.* Electron radiative recombination with a hydrogen-like ion // Physica Scripta. — 2019. — Vol. 94, no. 5. — P. 055403.
16. On quantum and classical treatments of radiative recombination / A. Barabanov [et al.] // Physics Letters B. — 2022. — Vol. 834. — P. 137459. — ISSN 0370-2693.
17. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. — Москва; Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1941.
18. *Pitaevskii L.* RECOMBINATION OF ELECTRONS IN A MONOATOMIC GAS // Zhur. Eksptl'. i Teoret. Fiz. — 1962. — Vol. 42.
19. *Elyutin P.* Classical recombination cross section // Theor Math Phys. — 1978. — Vol. 34. — P. 112–115.
20. Problems of the correspondence principle for the recombination cross section in dark plasma. / K. Belotsky [et al.] // Proceedings to the 23rd Workshop "What Comes Beyond the Standard Models", Bled. — 2020. — Vol. 21. — P. 77.
21. *Belotsky K. M., Soloviyov M. L., Rakhimova M. A.* Mechanisms of Cosmic Ray Generation // Phys. At. Nucl. — 2022. — T. 85, № 1. — С. 92–96.