

# Исследование формирования структур взаимодействующей скрытой массой

## Защита выпускной квалификационной работы магистра

Студент: Калашников Д.С.  
Науч. руководитель: Белоцкий К.М.

Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ"  
Кафедра №40 «Физика элементарных частиц»

28 июня 2023 г.



# План презентации

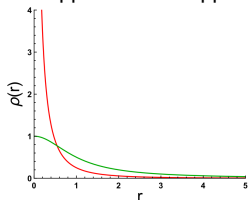
- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Трехчастичная рекомбинация
  - Расчет уравнений Больцмана
  - Численные результаты
  - Анализ пределов применимости
- 4 Заключение



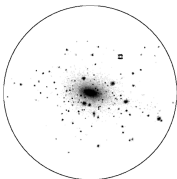
# Самовзаимодействующая скрытая масса (SIDM)

Самовзаимодействующая скрытая масса - одна из расширений модели  $\Lambda$ CDM.

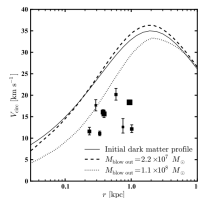
В рамках данной  $\Lambda$ CDM модели не согласуются моделирование и наблюдательные данные на малых масштабах:



**Рис. 1:** Проблема сингулярности плотности центра гало



**Рис. 2:** Проблема дефицита карликовых галактик



**Рис. 3:** Проблема "Too-big-to-fail"



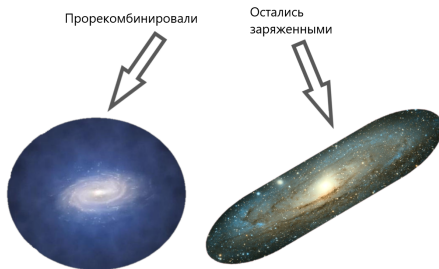
# Преимущества SIDM моделей

1. решение проблем, связанных с моделированием отдельных галактик (Проблема "каспов", проблема дефицита карликовых галактик)
2. возможное решение других астрофизических проблем (аномалия в космических лучах, формирование сверхмассивных черных дыр,..)
3. частицы схожи с частицами Стандартной Модели



# Рекомбинация в SIDM

В этой работе мы рассматриваем модель SIDM с темным кулоновским взаимодействием между частицами  $a$  и  $b$ . Частицы имеют меньшую массу и могут образовывать связанное состояние с  $b$ .



Динамические свойства SIDM критически зависят от количества рекомбинировавших частиц.



# Разные формулы для расчета сечения рекомбинации

Существуют различные механизмы рекомбинации.

$$\sigma_K = \frac{32\pi \alpha^3 \ln(v^{-1})}{3\sqrt{3} \mu^2 v^2}, \quad (1)$$

$$(*) \quad \sigma_{c1} = (4\pi)^{2/5} \pi \frac{\alpha^2}{\mu^2} \frac{1}{v^{14/5}}, \quad (2)$$

$$\langle \sigma v \rangle = \beta = \frac{32\sqrt{2\pi} m_a^{1/2} (4\pi\alpha)^3 \sigma}{3 T^{5/2} m_b} n. \quad (3)$$

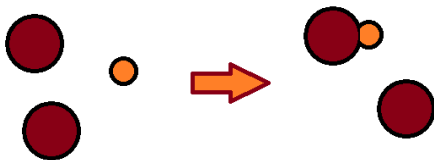


# Цель

**Цель дипломной работы** заключается в изучении различных формул для сечения рекомбинации и оценке их влияния на число прорекомбинировавших частиц скрытой массы. Это позволит понять их важность в формировании структуры и решении астрофизических вопросов.



# Трехчастичная рекомбинация



В работе [Pitaevskii 1962] производится расчёт коэффициента электрон-ионной рекомбинации  $\beta$ , на основе теории диффузии:

$$\langle \sigma v \rangle = \beta = \frac{32\sqrt{2\pi} m_a^{1/2} e^6 \sigma}{3 T^{5/2} m_b} n, \quad (5)$$

где  $m_a$ ,  $m_b$  – массы соответствующих частиц,  $e$  заряд,  $T$  – температура плазмы,  $\sigma$  – полное сечение рассеяния электрона,  $n$  – концентрация атомов.





# Уравнение Больцмана

$$-\frac{dn_a}{dt} = \langle \sigma v \rangle n_a n_b + 3HT = \beta n_a n_b + 3HT, \quad (6)$$

где  $m_a$ ,  $m_b$  – массы соответствующих частиц,  $e$  заряд,  
 $T$  – температура плазмы,  $\langle \sigma v \rangle$  – скорость реакции.

$$\frac{dr_a}{dT} = \frac{r_a r_b s}{HT} \beta. \quad (7)$$

Получаем зависимость относительной плотности от температуры плазмы  $r(T) = n/s$  (характеристика относительной концентрации частиц).



## Переход к новым переменным

Положим, что  $n_a = n_b$  для электронейтральности плазмы. Тогда для трехчастичной рекомбинации имеем:

$$\frac{dr}{dT} = \frac{r^3 s^2}{HT} \cdot \frac{2\sqrt{m_a}(4\pi\alpha)^5}{m_b T_a^{9/2}}. \quad (8)$$

$T_a$  является нерелятивистской частицей материи, поэтому мы можем предположить, что:  $T_a \approx \frac{T^2 \kappa^{1/3}}{T_{ay}} = \frac{T^2}{T_o}$ , где  $T_{ay}$  – температура а-у отщепления.  $s = 2\pi^2 g T^3 / 45$ . Тогда,

$$\frac{dr}{dT} = \left( \frac{2\pi g}{45} \right)^2 \frac{2\sqrt{m_a}(4\pi\alpha)^5 T_o^{9/2}}{m_b} \cdot \frac{r^3}{HT^4} = \frac{r^3}{HT^4} D_s. \quad (9)$$



# Решение

Примем в качестве начальных условий  $r(T_{rec}) = r_{rec}$ . Затем мы решаем это уравнение для эпохи с преобладанием излучения (RD):

$$r_{MD}(T) = r_{rec} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{2}{5} r_{rec}^2 D_{MD} \left( \frac{1}{T^5} - \frac{1}{T_{rec}^5} \right)}}. \quad (10)$$

Параметр  $D$  зависит от у-взаимодействия, масс темных частиц, стадии развития Вселенной.



## Решение

Для эпохи доминирования материи (MD):

$$r_{\text{MD}}(T) = r_{\text{rm}} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4}{9} r_{\text{rm}}^2 D_{\text{MD}} \left( \frac{1}{T^{9/2}} - \frac{1}{T_{\text{rm}}^{9/2}} \right)}}. \quad (11)$$



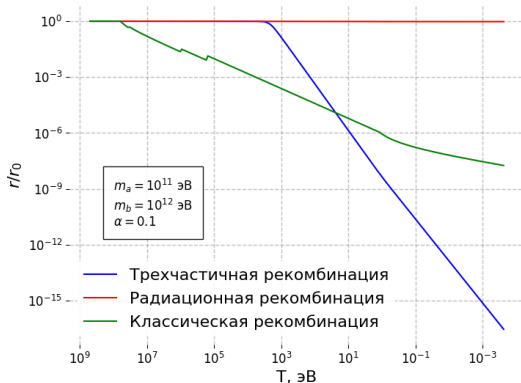
# Тестовая модель

Мы используем эти данные для изучения функции:

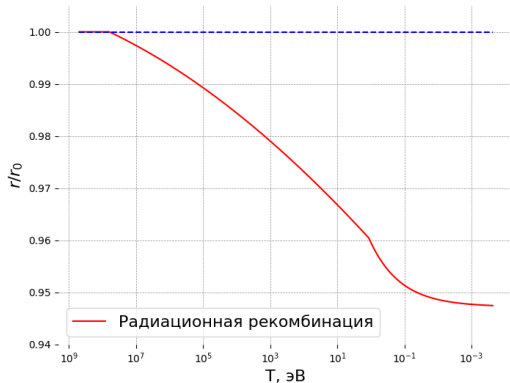
$m_a$	100 GeV
$m_b$	1 TeV
$\alpha_y$	1/100
$r_{\text{rec}}$	$4.6 \cdot 10^{-13}$



# График зависимости относительной плотности $\gamma$ -заряженных частиц скрытой массы от температуры фотонов.



# График зависимости относительной плотности $\gamma$ -заряженных частиц скрытой массы от температуры фотонов.



# Применимость

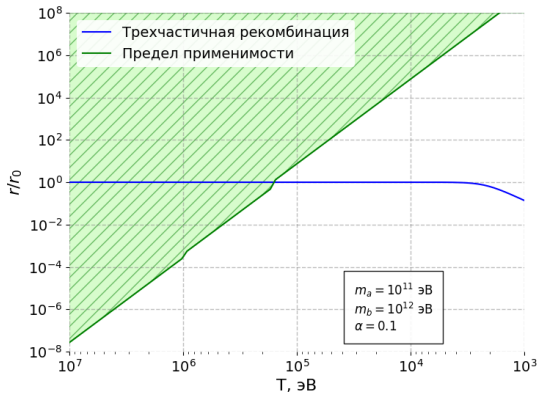
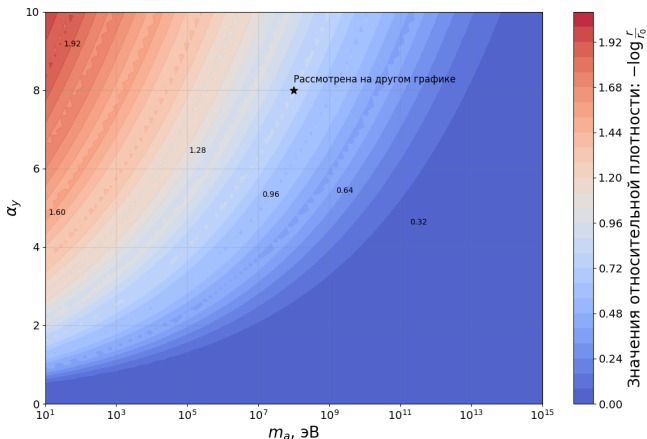


Рис. 4: Область выше зеленой кривой описывает область применимости формулы трехчастичной рекомбинации.

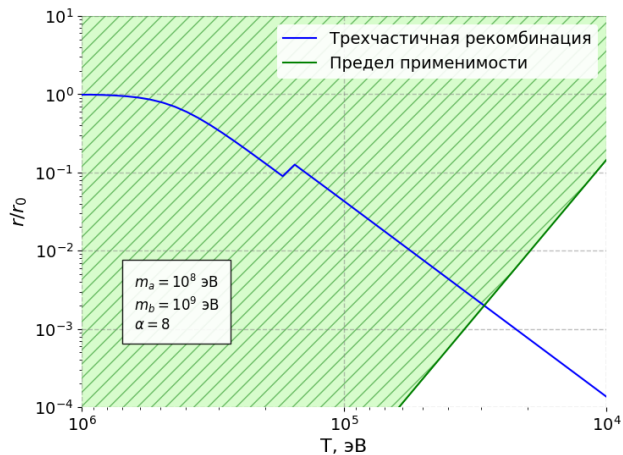




# Распределение значений предельной относительной плотности прорекомбинировавших $u$ -частиц от параметров модели.



# Относительная плотность прорекомбинировавших $\gamma$ -частиц от температуры фотонов.



# Заклучение

1. В данной работе проводилось исследование влияние различных процессов рекомбинации на концентрацию частиц скрытой массы. Были аналитически получены зависимости относительной плотности от температуры фотонов на разных стадиях развития Вселенной. Также был произведен численный расчет прорекомбинировавших частиц при определенных параметрах модели.
2. Была получена область значения параметров модели, при которой вклад трехчастичной рекомбинации существенен.



# Список использованной литературы

- (1) H. A. Kramers, *Philosophical Magazine Series 1*, 1923, **46**, 836—871.
- (2) L. Pitaevskii, *Zhur. Eksptl'. i Teoret. Fiz.*, 1962, **42**.
- (3) P. Elyutin, *Theor Math Phys*, 1978, **34**, 112—115.
- (4) K. Belotsky, E. Esipova и A. Kirillov, *Physics Letters B*, 2016, **761**, 81—86.
- (5) A. Barabanov, K. Belotsky, E. Esipova, D. Kalashnikov и A. Letunov, *Physics Letters B*, 2022, **834**, 137459.



# Спасибо за внимание



## Ответы на вопросы рецензента

«Почему в уравнении (2.2) электрон-ионной рекомбинации нет зависимости от заряда иона  $Z$  не объяснено. В конце секции 2.2 сказано, что  $b$ —темный протон, а в (2.2)  $m_b$  —масса иона  $a$  не протона (не объяснено). Вообще, в работе далеко не все обозначения ( $a_0$ ,  $\lambda$ ,  $r_0$ , и т.д.) введены».

В данной работе используется модель с  $Z = 1$ . Поэтому слова темный протон и ион используются в тексте, как синонимы.



## Ответы на вопросы рецензента

«Хотелось бы пояснить, почему сечение (4.13) взаимодействия с нейтральным атомом  $\sim e_y^4$ . Вообще, на мой взгляд, было бы желательно более подробно объяснять приведенные выражения и то, когда они пригодны и когда нет».

Сечение, используемое в формуле (4.13) – это полное сечение взаимодействия электрона с ионом(кулоновским центром), и оно оказалось подписано некорректно в данной формуле.

$$\sigma = \pi\rho^2, \quad U(\rho) = \frac{e^2}{\rho} = \frac{mv^2}{2} \sim kT \Rightarrow \rho \sim \frac{e^2}{kT} \rightarrow \sigma \sim \frac{e^4}{(kT)^2}.$$



# Ответы на вопросы рецензента

Перейдем теперь к оценке скорости ударной рекомбинации. Процесс рекомбинации будет завершен, если при сближении реагирующих частиц на расстояние  $\leq b$ , определяемое из условия  $U(b) = K$ , избыточная энергия будет унесена третьей частицей. При кулоновском взаимодействии электрона и иона

$$b \sim \frac{e^2}{T_e}.$$

**Рис. 5:** Вырезка из книги «Низкотемпературная плазма и газовый разряд» Князева Б.А.





## Ответы на вопросы рецензента

«На рисунках 4.1, 4.3, 4.5 видны зубцы. Поскольку какое-либо объяснение отсутствует, читателю остается связать их наличие с неаккуратностью численного счета».

Зубцы на графиках связаны с методом расчета количества степеней свободы, используемых в формуле для энтропии. В расчете предполагалось, что эта величина меняется скачкообразно, что приводит к резким скачкам функции.



# Формула Крамерса

В большей части работ, связанных с рекомбинацией в космологии используют только радиационную рекомбинацию Крамерса [1], сечение которой задается формулой (12):

$$\sigma_K = \frac{32\pi}{3\sqrt{3}} \frac{\alpha^3 \ln(v^{-1})}{\mu^2 v^2}, \quad \frac{r}{r_0} < 5\%. \quad (12)$$



# Классическая формула

В работе [3] исследовалась классическая формула рекомбинации:

$$\sigma_{c1} = (4\pi)^{2/5} \pi \frac{\alpha^2}{\mu^2} \frac{1}{v^{14/5}}, \quad (13)$$

где  $\alpha$  – постоянная тонкой структуры,  $\mu$  – приведенная масса системы,  $v$  – начальная относительная скорость.

Как показано в работах [3, 4] область применения классической формулы будет задаваться неравенством:

$$Z^4 \left(\frac{c}{v}\right)^2 \gg \alpha^{-5}. \quad (14)$$



# Пределы применимости трехчастичной формулы

Вывод формул для трехчастичной рекомбинации был получен Питаевским в работе [2]. В данной работе было получено следующее ограничение на пределы применимости формулы (выражены в единицах, используемых в данной работе):

$$\frac{r}{r_0} \gg \frac{T_{ay}^2}{T^4} \left( (4\pi\alpha)^3 r_0 \sqrt{\frac{m_a}{m_b}} (2\pi^2 g_s / 45) \right)^{-1}. \quad (15)$$



# Классическая формула

## Задачи исследования:

1. Исследовать возможность применения классической формулы для сечения рекомбинации.
  - 1.1 Рассмотреть вывод классической формулы сечения рекомбинации.
  - 1.2 Определить предел применимости данной формулы.
  - 1.3 Объяснить нарушение принципа соответствия между классической формулой и формулой Крамерса.
2. Исследовать возможность применения формулы сечения трехчастичной рекомбинации.
  - 2.1 Рассмотреть вывод классической формулы сечения рекомбинации.
  - 2.2 Определить предел применимости данной формулы.
3. Оценить влияние неиспользованных ранее для космологических задач формул для сечения рекомбинации на тестовой модели самовзаимодействующей скрытой массы.

